



---

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ**  
DIN CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE CONSTRUCȚII

**Ing. Vasile-Florin CHIOREAN**

**TEZĂ DE DOCTORAT**

**MODELAREA INTERACȚIUNII TEREN-  
STRUCTURĂ UTILIZÂND ELEMENTE DE  
INTERFAȚĂ ÎN METODA ELEMENTELOR  
FINITE**

Conducător științific:  
**Prof. Dr. Ing. Cosmin-Gruia CHIOREAN**

## DREPTUL DE AUTOR

Conținutul acestei lucrări se poate vizualiza, transmite și imprima numai în scopuri personale, de cercetare, didactice și necomerciale. Dreptul de autor pentru informațiile existente în această lucrare este deținut de autorul lucrării și/sau de coordonatorul științific. Nici un material (fragment) din această lucrare nu poate fi reprodus parțial, integral sau modificat, fără permisiunea anterioară explicită, prin acord scris, a autorului lucrării și a coordonatorului științific.

Conținutul acestei lucrări, textele, relațiile matematice, ilustrațiile, fotografiile și orice alte materiale prezentate în lucrare, sunt protejate de legea dreptului de autor.

Următoarele pagini au fost eliminate din conținutul electronic al acestei lucrări: 168, 333, 340, 343, 347, 349.

Citarea acestei lucrări se face în următorul format :

*Chiorean V.F., Modelarea Interacțiunii Teren - Structură Utilizând Elemente de Interfață în Metoda Elementelor Finite, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca, 2020.*

## CUPRINS

<b>CAP. 1. ANALIZA PROBLEMELOR DE INTERACȚIUNE ÎN INGINERIA GEOTEHNICĂ. NOȚIUNI PRINCIPIALE</b>	<b>1</b>
1.1. Generalități	1
1.2. Comportarea fizică la nivelul suprafețelor de contact	2
<b>CAP. 2. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIU PRIVIND MODELAREA INTERACȚIUNII</b>	<b>4</b>
2.1. Moduri de abordare a problemei de contact	4
2.2. Modelarea interfeței prin metoda omogenizării	4
2.3. Modelarea interfeței utilizând elemente finite clasice	6
2.4. Modelarea interfeței prin metode hibride de interconectare a două solide	8
2.5. Modelarea prin elemente de legătură – între nodurile ce flanchează discontinuitatea	15
2.6. Modelarea interfeței prin elemente finite speciale cu grosime nulă, virtuală sau cu grosime finită	24
<b>CAP 3. STUDII EXPERIMENTALE PRIVIND COMPORTAREA LA NIVEL DE INTERFAȚĂ</b>	<b>76</b>
3.1. Studii experimentale privind comportarea la nivelul contactului dintre pământuri necoezive și diverse materiale.	81
3.2. Studiul experimental privind comportarea la nivelul contactului dintre pământuri coezive și diverse materiale	96
3.3. Studiul experimental privind comportarea la nivelul contactului dintre pământuri nesaturate și diverse materiale.	99
3.4. Studiul experimental privind comportarea contactului de tip rost umplut cu material diferit.	101
<b>CAP. 4. MODELE CONSTITUTIVE COMPATIBILE CU COMPORTAREA INTERFEȚEI</b>	<b>107</b>
4.1. Formularea matematică la nivelul interfeței	108
4.1.1. Modele care descriu comportarea pe direcție normală la nivelul interfeței.	113
4.1.1.1. Contact ”tare”	113
4.1.1.2. Contact ”moale”	114
4.1.2. Modele ce descriu comportarea la forfecare la nivelul interfeței	117
4.1.2.1 Modelul liniar elastic perfect plastic (Mohr-Coulomb)	117

4.1.2.2 Modelul neliniar, elastic - hiperbolic	123
4.1.2.3. Modelul hiperbolic cu ecrusare Gens	125
4.1.2.4. Modelul elasto-plastic Mortara	127
4.1.2.5. Modelul elasto-plastic Lashkari	128
4.2. Modelarea la nivel de interfață conform Plaxis 2D	130
4.2.1. Generalități	130
4.2.2. Elemente de interfață prevăzute în Plaxis 2D	141
4.2.3. Atribuirea proprietăților de rigiditate și de rezistență la nivelul elementelor de interfață	144
4.2.4 Modelul de interacțiune elemente de tip ”șir de grinzi îngropate” – elemente plane.	158
<b>CAP. 5. INTERACȚIUNEA TEREN STRUCTURĂ ÎN PROBLEME INGINERȘTI</b>	163
5.1. Comportarea la lunecare a interfeței – modelul analitic Hird	163
5.1.1. Modificări aduse modelului analitic Hird (Hird-Chiorean).	167
5.1.2. Considerații generale ale modelului propus (Hird-Chiorean).	169
5.1.3. Analiza parametrică a modelului propus (Hird-Chiorean).	170
5.1.3.1 Investigarea numerică a efectului parametrilor de calibrare a modelului.	171
5.1.3.1.1 Aspecte rezultate.	188
5.1.3.2 Investigarea numerică a efectului rigidității solidului elastic ( $E$ ).	193
5.1.3.3 Investigarea numerică a efectului rigidității tangențiale a interfeței ( $k_s$ ).	195
5.1.4. Concluzii și recomandări	197
5.2. Analiza interacțiunii teren-structură în probleme inginerești de pământ armat.	198
5.2.1. Efectul sensibilității discretizării	202
5.2.1.1. Efectul discretizării model de analiză A1-B1	202
5.2.1.2. Efectul discretizării model de analiză A1-B2	207
5.2.1.3. Aspecte generale privind efectul gradului de finețe al discretizării asupra răspunsului mecanic al ”celulei de ranforsare”	211
5.2.2. Efectul modelului de analiză	216
5.2.2.1. Aspecte generale privind efectul modului de construire a domeniului de analiză asupra răspunsului mecanic estimat.	229
5.2.3. Efectul rigidităților materialelor	230
5.2.3.1. Efectul rigidității pământului	230



5.2.3.1.1. Aspecte generale privind variația rigidității pământului	234
5.2.3.2. Efectul rigidităților elementelor de interfață	234
5.2.3.2.1. I1 identic cu I2	234
5.2.3.2.2. I1 diferit de I2	240
5.2.3.2.3. Aspecte generale privind variația rigidităților elementelor de interfață	247
5.2.4. Efectul variației rezistenței la nivelul interfețelor	248
5.2.4.1. I1 identic cu I2	248
5.2.4.2. I1 diferit de I2	256
5.2.4.3. Aspecte generale privind variația rezistenței elementelor de interfață	263
5.2.5. Concluzii și recomandări privind modelarea interacțiunii multiple în cadrul sistemelor de sprijin din pământ ranforsat	264
5.3. Analiza parametrică privind interacțiunea în analiza sistemelor de sprijin	273
5.3.1. Efectul gradului de finețe a discretizării	278
5.3.1.1. Aspecte generale privind variația gradului de finețe a discretizării	284
5.3.2. Efectul etapelor de analiză	285
5.3.2.1 Aspecte generale privind efectul etapelor de analiză	287
5.3.3. Efectul coeficientului de reducere la nivelul interfeței ( $R_{inter}$ )	287
5.3.3.1. Aspecte generale privind efectul coeficientului de reducere la nivelul interfeței	298
5.3.4. Efectul variației rezistenței la lunecare la nivelul interfeței	299
5.3.4.1. Aspecte generale privind efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței	305
5.3.5. Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței	306
5.3.5.1. Aspecte generale privind efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței	309
5.3.6. Efectul variației parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței	310
5.3.6.1. Aspecte generale privind efectul variației rigidității interfeței	314
5.3.7. Efectul modelului constitutiv al interfeței în raport cu modelul constitutiv al pământului	315
5.3.7.1. Aspecte generale privind efectul modelului constitutiv adoptat	317
5.3.8. Concluzii privind factorii de influență ai comportării sistemului de sprijin	318

<b>CAP. 6. INTERACȚIUNEA TEREN STRUCTURĂ LA NIVELUL PEREȚILOR DE SPRIJIN DIN PILOȚI</b>	323
6.1. Pereți de sprijin din piloți. Generalități.	323
6.2. Modelarea pereților de sprijin din piloți în starea plană de deformații	325
6.2.1. Modelarea peretelui de sprijin din piloți. Echivalarea comportării la nivel de element liniar.	325
6.2.1.1. Pereți de susținere din piloți cu interspații și piloți tangenți	326
6.2.1.2. Pereți de susținere din piloți secanți	328
6.2.2. Echivalarea comportării la nivel de interfață a pereților de sprijin din piloți	330
6.2.2.1. Echivalarea la nivelul suprafeței laterale a pereților din piloți cu interspații sau piloți tangenți	330
6.2.2.1.1. Modelul 1 de echivalare	330
6.2.2.1.2. Modelul 2 de echivalare	336
6.2.2.2. Echivalarea interfeței pentru pereți de susținere din piloți secanți	345
6.2.3. Efectul echivalării interfeței plane în problema pereților de sprijin din piloți.	351
6.2.3.1. Rezultatele analizelor numerice	355
6.2.3.1.1. Perete de sprijin Z1 executat în nisip	355
6.2.3.1.2. Perete de sprijin Z1 executat în argilă	359
6.2.3.1.3. Perete de sprijin Z2 executat în nisip	363
6.2.3.1.4. Perete de sprijin Z2 executat în argilă	366
6.2.3.1.5. Perete de sprijin Z3 executat în nisip	370
6.2.3.1.6. Perete de sprijin Z3 executat în argilă	374
6.2.3.1.7. Perete de sprijin Z4 executat în nisip	377
6.2.3.1.8. Perete de sprijin Z4 executat în argilă	381
6.2.4. Concluzii și recomandări	384
6.2.5. Direcții viitoare de dezvoltare a problemei interacțiunii perete de sprijin din piloți- pământ.	387
<b>CAP. 7. CONSIDERAȚII FINALE</b>	390
7.1. Concluzii finale	390
7.2. Contribuții personale	396
7.3. Direcții viitoare de cercetare	398
<b>Bibliografie</b>	399

## Lista figurilor

Fig. 1.1. Modele generale de deformare ale unei interfețe (suprafață de separație).	2
Fig. 2.1. Element patrulater parabolic, izo-parametric Q8 – modificat, [A.149].	7
Fig. 2.2. Problema trapei captive, [A.115].	8
Fig. 2.3. Modelarea suprafeței de contact prin interconectarea nodurilor.	9
Fig. 2.4. Forțele nodale noduri pereche pe suprafața de separație, [A.161].	11
Fig. 2.5. Deplasarea la nivelul unei perechi de noduri din cadrul interfeței, [A.108].	14
Fig. 2.6. Formularea interacțiunii dintre două corpuri conform [A.13].	16
Fig. 2.7. Deplasarea relativă a nodurilor pereche, [A.13].	16
Fig. 2.8. Deplasări nodale (a) și forțe nodale (b) în sistem local de coordonate – pereche noduri.	17
Fig. 2.9. ”Element” de interfață Herrmann - [A.124]	20
Fig. 2.10. Formularea conceptuală element de interfață Coutinho (2D) - [A.42].	22
Fig. 2.11. Element de interfață Coutinho (3D) - [A.42].	24
Fig. 2.12. Elementul de rost (interfață) propus de Goodman ș.a. [A.81].	25
Fig. 2.13. Elementul de rost cu orientare diferită față de sistemul global de coordonate XOY.	29
Fig. 2.14. ”Macro-element” de interfață Kaliakin, [A.105].	34
Fig. 2.15. Elementul de rost cu 6 noduri de grosime nulă.	34
Fig. 2.16. Elementul de rost izo-parametric cu 6 noduri, de grosime nulă.	39
Fig. 2.17. Localizarea și valoarea factorului de ponderare a punctelor de integrare – elemente de interfață cu grosime nulă.	42
Fig. 2.18. Funcții de formă ale elementului de interfață formulat cu 1 / 2 celule de integrare (SFEM).	45
Fig. 2.19. Element de interfață de grosime nulă cu noduri asimetrice.	47
Fig. 2.20. Utilizarea elementelor de interfață cu 5 și 7 noduri.	48
Fig. 2.21. Tranziția progresivă a densității nodurilor conform Plaxis 2D (elemente plane T6).	49
Fig. 2.22. Element de interfață cu grosime virtuală (4 noduri), [A.204].	49
Fig. 2.23. GDL element de interfață în sistem global de coordonate conf. [A.196].	54
Fig. 2.24. GDL element de interfață în sistem natural de coordonate conf. [A.196].	55
Fig. 2.25. Formulare geometrică element de interfața cu grosime finită, [A.77].	57

Fig. 2.26. GDL - element de interfață cu grosime finită, [A.77].	58
Fig. 2.27. Interdependența tensiunii normale și deformații specifice normale la nivelul interfeței.	60
Fig. 2.28. Element de rost cu comportare dilatantă.	61
Fig. 2.29. Aplicarea modelului de plasticizare la elementele de rost.	63
Fig. 2.30. Element de interfață cu grosime finită (subțire), [A.175].	64
Fig. 2.31. Deformații specifice element de interfață subțire (grosime finită).	66
Fig. 2.32. Comportarea la nivel de interfață relații tensiuni-deplasări relative – Model liniar elastic perfect plastic.	69
Fig. 2.33. Moduri specifice de comportare la nivel de interfață.	70
Fig. 2.34. Modelarea interfeței prin elemente propuse de X.Wang, [A.198].	72
Fig. 2.35. Element de interfață propus de M.D. Shoaie ș.a. [A.43].	74
Fig. 3.1. Rigiditate, deplasări și tensiuni la nivel de interfață.	76
Fig. 3.2. Condiții de margine aplicate încercării de forfecare directă a interfeței.	78
Fig. 3.3. Rezistența la forfecare pământ( $\tau_{lim,s}$ ) - interfață( $\tau_{lim,i}$ ).	79
Fig. 3.4. Interfață argilă – material de construcție cu suprafețe de contact de diferite rugozități.	80
Fig. 3.5. Interfață nisip îndesat, saturat – material de construcție cu suprafețe de contact de diferite rugozități.	81
Fig. 3.6. Diagrame de variație $\varphi - \delta$ , conf. [A.1].	82
Fig. 3.7. Coeficientului de frecare maxim /vârf ( $\mu_f$ ) și rezidual ( $\mu_{fr}$ ).	84
Fig. 3.8. Cuantificarea schematică a rugozității suprafeței de contact.	84
Fig. 3.9. Efectul rugozității asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței, conf. [A.114].	85
Fig. 3.10. Efectul rugozității normalizate $R_n$ asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței, conf. [A.114].	86
Fig. 3.11. Efectul rugozității normalizate asupra variației $\tau/\sigma_n - \delta_t$ conf. [A.114].	86
Fig. 3.12. Variația a coeficientului de frecare, $\mu_f$ .	87
Fig. 3.13. Tendințe de variație $\psi_i - R_n$ și $\delta - R_n$ , conf. [A.128].	89
Fig. 3.14. Interdependența $\delta - \psi_i$ , conf. [A.128].	89
Fig. 3.15. Interdependența $\delta / \phi_p - R$ , conf. [A.184].	90
Fig. 3.16. Interdependență $\delta - \phi_p - R$ , conf. [A.184].	90

Fig. 3.17. Variația a coeficientului de frecare de vârf, $\mu_f$ și rezidual, $\mu_{fr}$ , în funcție de rugozitatea normalizată a suprafeței de contact, $R_n$ , (nisip – metal), conf. [A.193].	91
Fig. 3.18. Rezultate experimentale forfecare interfață, conf. [A.209].	92
Fig. 3.19. Variația $\tau_i$ - $\sigma_n$ încercare de forfecare ciclică, conf. [A.209].	93
Fig. 3.20. Mobilizarea deplasărilor tangențiale la nivelul interfeței, conf. [A.208].	93
Fig. 3.21. Dilatanța/contractanța la nivelul interfeței (forfecare monotonă), conf. [A.208].	94
Fig. 3.22. Dilatanța/contractanța la nivelul interfeței (forfecare ciclică), conf. [A.208].	95
Fig. 3.23. Clasificare conceptuală a modurilor de cedare la nivelul interfeței, [A.188].	95
Fig. 3.24. Variația rezistenței la forfecare la interfața argilă – suprafață de beton.	97
Fig. 3.25. $\delta'_{stationar}$ în funcție de $I_p$ și $R_a$ conf. [A.63].	99
Fig. 3.26. Rost zimțat regulat (idealizat) cu material diferit de umplere.	101
Fig. 3.27. Variația coeficientului de frecare la nivelul rostului idealizat.	102
Fig. 3.28. Influența parametrilor rostului idealizat asupra coeficientului de frecare ( $\mu_s$ ).	103
Fig. 3.29. Efectul raportului $t/a$ asupra rezistenței la forfecare la nivelul rostului	103
Fig. 3.30. Efectul raportului de supraconsolidare ( $OCR$ ) asupra rezistenței la forfecare la nivelul rostului.	104
Fig.4.1. Schema generală privind interdependența variabilelor din cadrul soluției solidului deformabil.	107
Fig. 4.2. Schemă generală – parametrii și comportarea la nivel de interfață.	108
Fig. 4.3. Schemă logică de decizie asociată comportării elementului de interfață.	109
Fig. 4.4. Comportare normală de tip ”tare”, fără rezistență la întindere.	113
Fig. 4.5. Comportare normală de tip ”tare”, cu rezistență la întindere.	114
Fig. 4.6. Rigidizarea materialului – contact ”moale”.	115
Fig. 4.7. Rigidizarea materialului de tip contact ”moale” la deplasări relative reduse.	115
Fig. 4.8. Efectul $\zeta_p$ asupra variației $\sigma_n - \delta_n$ pentru contact de tip ”moale”.	116
Fig. 4.9. Comportarea normală ciclică contact ”moale”, conf. [A.73].	117
Fig. 4.10. Comportarea elastic-perfect plastică, non-asociativă, ne-dilatantă Mohr-Coulomb.	121
Fig. 4.11. Comportare non-asociativă tangențială interfață $\varphi_i = 10^\circ$ ; $c_i = 5kPa$ ; $\psi_i = 0^\circ$ ; $k_{mm} = 0$ .	121
Fig. 4.12. Comportare non-asociativă tangențială interfață: $\varphi_i = 10^\circ$ ; $c_i = 5kPa$ ; $\psi_i = 0^\circ$ ; $k_{mm} = k_{ss} / 2$ .	121

Fig. 4.13. Comportarea elastică-perfect plastică, dilatantă, asociativă, Mohr-Coulomb .	122
Fig. 4.14. Comportare asociativă tangențială interfață: $\varphi_i = 10^\circ$ ; $c_i = 5kPa$ ; $\psi_i = \varphi_i / 2$ ; $k_{nm} = 0$ .	122
Fig. 4.15. Comportarea asociativă tangențială interfață: $\varphi_i = 10^\circ$ ; $c_i = 5kPa$ ; $\psi_i = 0$ ; $k_{nm} = k_{ss} / 2$ .	122
Fig. 4.16. Variația hiperbolică $\tau - \delta_i$ (a); calibrare model hiperbolic (b).	123
Fig. 4.17. Criteriul de cedare la lunecare hiperbolic (HIP.) și liniar (M.C.)	125
Fig. 4.18. Legea de ecrusare în funcție de parametrul $a$ .	126
Fig. 4.19. Distribuție noduri și puncte de integrare elemente plane T6 și T15.	130
Fig. 4.20. Distribuție noduri și puncte de integrare elemente liniare de tip ”placă”.	133
Fig. 4.21. Combinarea momentului încovoietor maxim (MP) și a solicitării axiale maxime (NP) în formularea elasto-plastică simplificată.	133
Fig. 4.22. Reprezentarea schematică element liniar deformat.	134
Fig. 4.23. Definierea diagramei M- $\kappa$ , conform PLAXIS 2D.	135
Fig. 4.24. Diagrama M- $\kappa$ , conf. [A.130].	136
Fig. 4.25. Deformare domeniu de analiză – elemente de tip șir de grinzi îngropate.	141
Fig. 4.26. Elemente de interfață compatibile cu elemente plane T6 și T15.	142
Fig. 4.27. Degenerarea/convertirea perechii de noduri marginale a elementului de interfață.	143
Fig. 4.28. Variația $t_i - r_e$ .	145
Fig. 4.29. Grosimea virtuală a elementului de interfață, $t_i = v_{t,f} \cdot l_{el}$ .	146
Fig. 4.30. Efectul $R_{inter}$ și $t_i$ asupra $k_s$ .	147
Fig. 4.31. Definierea $E_0$ ; $E_{50}$ ; $E_{ur}$ .	151
Fig. 4.32. Definierea parametrilor de rigiditate conform HSM.	153
Fig. 4.33. Variația hiperbolică a modurilor de rigiditate din încercarea tri-axială (HSM).	154
Fig. 4.34. Definierea $E_{oed}$ conform încercării edometrice (HSM).	155
Fig. 4.35. Schema de interacțiune la nivel de elemente ”șir de grinzi îngropate” (1D) – elemente plane (2D).	158
Fig. 4.36. Schema de interacțiune la nivel de noduri între elemente de tip ”șir de grinzi îngropate” (1D) – elemente plane (2D).	159
Fig. 5.1. Geometrie modelul Hird.	163
Fig. 5.2. Comportarea interfeței la forfecare conform modelului Hird.	163
Fig. 5.3. Tensiuni în echilibru pe zona plasticizată a interfeței.	166

Fig. 5.4. Comportarea interfeței la forfecare model Hird modificat.	167
Fig. 5.5. Diferențe între comportamentul real și comportarea atribuită la forfecare a interfeței.	169
Fig. 5.6. Variante de discretizare domeniu de analiză: L=10m, H=1m.	171
Fig. 5.7. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=100kPa, fără T.C.O.	171
Fig. 5.8. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=200kPa, fără T.C.O.	172
Fig. 5.9. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=300kPa, fără T.C.O.	172
Fig. 5.10. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=400kPa, fără T.C.O.	172
Fig. 5.11. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.8$ , p=100kPa, fără T.C.O.	173
Fig. 5.12. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.8$ , p=200kPa, fără T.C.O.	173
Fig. 5.13. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.8$ , p=300kPa, fără T.C.O.	173
Fig. 5.14. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.8$ , p=400kPa, fără T.C.O.	174
Fig. 5.15. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.6$ , p=100kPa, fără T.C.O.	174
Fig. 5.16. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.6$ , p=200kPa, fără T.C.O.	174
Fig. 5.17. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.6$ , p=300kPa, fără T.C.O.	175
Fig. 5.18. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.6$ , p=400kPa, fără T.C.O.	175
Fig. 5.19. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=100kPa, cu T.C.O.	175
Fig. 5.20. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=200kPa, cu T.C.O.	176
Fig. 5.21. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=300kPa, cu T.C.O.	176
Fig. 5.22. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1$ , p=400kPa, cu T.C.O.	176
Fig. 5.23. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.8$ , p=100kPa, cu T.C.O.	177

Fig. 5.24. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=200\text{kPa}$ , cu T.C.O.	177
Fig. 5.25. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=300\text{kPa}$ , cu T.C.O.	177
Fig. 5.26. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=400\text{kPa}$ , cu T.C.O.	178
Fig. 5.27. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=100\text{kPa}$ , cu T.C.O.	178
Fig. 5.28. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=200\text{kPa}$ , cu T.C.O.	178
Fig. 5.29. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=300\text{kPa}$ , cu T.C.O.	179
Fig. 5.30. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=1\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=400\text{kPa}$ , cu T.C.O.	179
Fig. 5.31. Variante de discretizare domeniu de analiză: $L=10\text{m}$ , $H=0.5\text{m}$ .	179
Fig. 5.32. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=1$ , $p=150\text{kPa}$ , fără T.C.O.	180
Fig. 5.33. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=1$ , $p=300\text{kPa}$ , fără T.C.O.	180
Fig. 5.34. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=1$ , $p=500\text{kPa}$ fără T.C.O.	180
Fig. 5.35. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=1$ , $p=650\text{kPa}$ fără T.C.O.	181
Fig. 5.36. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=150\text{kPa}$ fără T.C.O.	181
Fig. 5.37. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=300\text{kPa}$ fără T.C.O.	181
Fig. 5.38. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=500\text{kPa}$ fără T.C.O.	182
Fig. 5.39. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=650\text{kPa}$ , fără T.C.O.	182
Fig. 5.40. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=150\text{kPa}$ fără T.C.O.	182
Fig. 5.41. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=300\text{kPa}$ fără T.C.O.	183
Fig. 5.42. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5\text{m}$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=500\text{kPa}$ fără T.C.O.	183



Fig. 5.43. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0,5m$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=650kPa$ fără T.C.O.	183
Fig. 5.44. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=1$ , $p=150kPa$ , cu T.C.O.	184
Fig. 5.45. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=1$ , $p=300kPa$ , cu T.C.O.	184
Fig. 5.46. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=1$ , $p=500kPa$ , cu T.C.O.	184
Fig. 5.47. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=1$ , $p=650kPa$ , cu T.C.O.	185
Fig. 5.48. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=150kPa$ cu T.C.O.	185
Fig. 5.49. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=300kPa$ cu T.C.O.	185
Fig. 5.50. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=500kPa$ cu T.C.O.	186
Fig. 5.51. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.8$ , $p=650kPa$ cu T.C.O.	186
Fig. 5.52. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=150kPa$ cu T.C.O.	186
Fig. 5.53. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=300kPa$ cu T.C.O.	187
Fig. 5.54. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=500kPa$ cu T.C.O.	187
Fig. 5.55. Efectul discretizării asupra variației $\tau$ interfață - $H=0.5m$ , $\alpha_r=0.6$ , $p=650kPa$ cu T.C.O.	187
Fig. 5.56. Variația $\sigma_v$ (vertical) $H=0.5m$ , $p=150kPa$ , A-coloană comprimată; B-model analitic.	189
Fig. 5.57. Distribuția $\sigma_n$ , $\tau$ , $\delta_n$ și a punctelor de plasticizare din zona problematică a interfeței.	189
Fig. 5.58. Exemplu de variație $\sigma_x$ (izobare) pe înălțimea solidului elastic.	190
Fig. 5.59. Efectul rezistenței reziduale la forfecare asupra mobilizării zonelor de plasticizare la nivelul interfeței.	191
Fig. 5.60. Efectul rigidității solidului (E) asupra variației $\tau$ interfață - $H=1m$ , $\alpha_r=1;0.8$ , $\tau_p=30kPa$	193
Fig. 5.61. Efectul rigidității solidului (E) asupra variației $\tau$ interfață - $H=1m$ , $\alpha_r=0.6$ , $\tau_p=30kPa$	193

Fig. 5.62. Efectul rigidității solidului (E) asupra variației $\tau$ interfață - H=0.5m, $\alpha_r=1;0.8;0.6$ , $\tau_p=30\text{kPa}$ .	194
Fig. 5.63. Efectul $k_s$ asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=1;0.8$ , $\tau_p=30\text{kPa}$ .	195
Fig. 5.64. Efectul $k_s$ asupra variației $\tau$ interfață - H=1m, $\alpha_r=0.6$ , $\tau_p=30\text{kPa}$ .	195
Fig. 5.65. Efectul $k_s$ asupra variației $\tau$ interfață - H=0.5m, $\alpha_r=1;0.8;0.6$ , $\tau_p=30\text{kPa}$	196
Fig. 5.66. Element prefabricat sistem de sprijin din pământ armat.	199
Fig. 5.67. Aspecte ale punerii în operă a sistemelor de sprijin de pământ armat din elemente prefabricate, [A.206].	199
Fig. 5.68. Domeniu de analiză element prefabricat de ranforsare ("celulă de ranforsare").	200
Fig. 5.69. Variante de modelare detaliu A.	201
Fig. 5.70. Variante de modelare detaliu B.	202
Fig. 5.71. Variante de discretizare utilizate în analize (A1-B1).	202
Fig. 5.72. A1-B1: efectul discretizării asupra variației $N$ panou vertical (a) și asupra $N_{max}$ (b).	203
Fig. 5.73. A1-B1: efectul discretizării asupra variației $\Delta N$ (a), $spor\Delta N$ (b), $sporN_{max}$ (c).	204
Fig. 5.74. A1-B1: efectul discretizării asupra variației $N$ element de armare (a) și asupra $N_f$ (b).	204
Fig. 5.75. A1-B1: efectul discretizării asupra creșterii valorii $N_f$ ( $sporN_f$ ).	205
Fig. 5.76. A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=10\text{kPa}$ .	205
Fig. 5.77. A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=50\text{kPa}$ .	205
Fig. 5.78. A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=100\text{kPa}$ .	206
Fig. 5.79. A1-B1: efectul discretizării asupra variației $\sigma_{n,max}$ (a), $spor\sigma_{n,max}$ (b).	206
Fig. 5.80. A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunii normale (a) și tangențiale (b) mobilizate pe fața elementului vertical.	206
Fig. 5.81. A1-B2: efectul discretizării asupra variației $N$ panou vertical și asupra $N_{max}$ (b).	207
Fig. 5.82. A1-B2: efectul discretizării asupra variației $\Delta N$ (a), $spor\Delta N$ (b), $sporN_{max}$ (c).	208
Fig. 5.83. A1-B2: efectul discretizării asupra variației $N$ element de armare (a) și asupra $N_f$ (b).	208
Fig. 5.84. A1-B2: efectul discretizării asupra variației parametrului $sporN_f$ .	208
Fig. 5.85. A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare : $q=10\text{kPa}$ .	209
Fig. 5.86. A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare : $q=50\text{kPa}$ .	209

Fig. 5.87. A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=100\text{kPa}$ .	209
Fig. 5.88. A1-B2: efectul discretizării asupra variației $\sigma_{n,max}$ (a), $spor\sigma_{n,max}$ (b).	210
Fig. 5.89. A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunii normale (a) și tangențiale (b) mobilizate pe fața elementului vertical.	210
Fig. 5.90. Efectul <i>dme</i> asupra solicitării maxime de compresiune mobilizate în elementul vertical ( $N_{max}$ ).	213
Fig. 5.91. Efectul <i>dme</i> asupra sporului de variație procentuală a solicitării maxime de compresiune din elementul vertical, ( $sporN_{max}$ ).	213
Fig. 5.92. Efectul <i>dme</i> asupra saltului solicitării de compresiune din elementul vertical, ( $\Delta N$ ).	214
Fig. 5.93. Efectul <i>dme</i> asupra valorii solicitării $N_f$ .	214
Fig. 5.94. Efectul <i>dme</i> asupra valorii $\sigma_{n,max}$ .	215
Fig. 5.95. Efectul modelelor de analiză asupra $N$ panou vertical ( $q=10\text{kPa}$ ).	216
Fig. 5.96. Efectul modelelor de analiză asupra $N$ panou vertical ( $q=50\text{kPa}$ ).	217
Fig. 5.97. Efectul modelelor de analiză asupra $N$ panou vertical ( $q=100\text{kPa}$ ).	217
Fig. 5.98. Efectul modelelor de analiză asupra $N_{max}$ panou vertical (a) și asupra $\Delta N$ (b).	218
Fig. 5.99. Efectul modelelor de analiză asupra $N$ (efort axial) element de armare ( $q=10\text{kPa}$ ).	219
Fig. 5.100. Efectul modelelor de analiză asupra $N$ (efort axial) element de armare ( $q=50\text{kPa}$ ).	220
Fig. 5.101. Efectul modelelor de analiză asupra $N$ (efort axial) element de armare ( $q=100\text{kPa}$ ).	220
Fig. 5.102. Efectul modelelor de analiză asupra $N_f$ (efort axial în punctul de legătură) element de armare.	220
Fig. 5.103. Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor pe fața elementului vertical ( $q=10\text{kPa}$ ).	222
Fig. 5.104. Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor pe fața elementului vertical ( $q=50\text{kPa}$ ).	222
Fig. 5.105. Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor pe fața elementului vertical ( $q=100\text{kPa}$ ).	222
Fig. 5.106. Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=10\text{kPa}$ .	224
Fig. 5.107. Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=50\text{kPa}$ .	224
Fig. 5.108. Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: $q=100\text{kPa}$ .	224

Fig. 5.109. Concentrări de tensiuni detaliu A1, $q=100\text{kPa}$ .	226
Fig. 5.110. Concentrări de tensiuni detaliu A2, $q=100\text{kPa}$ .	226
Fig. 5.111. Concentrări de tensiuni detaliu A3, $q=100\text{kPa}$ .	227
Fig. 5.112. Concentrări de tensiuni detaliu A4, $q=100\text{kPa}$ .	227
Fig. 5.113. Concentrări de tensiuni detaliu A5, $q=100\text{kPa}$ .	228
Fig. 5.114. Concentrări de tensiuni detaliu A1 int. totală, $q=100\text{kPa}$ .	228
Fig. 5.115. Concentrări de tensiuni detaliu A1 int. totala I2, $q=100\text{kPa}$ .	229
Fig. 5.116. Efectul rigidității pământului asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	231
Fig. 5.117. Efectul rigidității pământului asupra $N_{max}$ panou vertical (a) și asupra $\Delta N$ (b).	232
Fig. 5.118. Efectul rigidității pământului asupra diagramei $N$ element armare (a) și asupra $Nf$ (b).	232
Fig. 5.119. Efectul rigidității pământului asupra tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) mobilizate pe elementul vertical	233
Fig. 5.120. Efectul rigidității pământului asupra tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) mobilizate pe elementul vertical	233
Fig. 5.121. Efectul variației $k_s$ asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical, A1:I1=I2.	235
Fig. 5.122. Efectul variației $k_s$ asupra $N_{max}$ panou vertical (a) și asupra $\Delta N$ (b), A1:I1=I2.	235
Fig. 5.123. Efectul variației $k_s$ asupra variație $N$ element armare (a) și asupra $Nf$ (b) , A1:I1=I2.	236
Fig. 5.124. Efectul variației $k_s$ asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical, A1:I1=I2.	236
Fig. 5.125. Efectul variației $k_s$ asupra variației tensiunii tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical, A1:I1=I2.	237
Fig. 5.126. Efectul variației $k_n$ (A2:I1=I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	238
Fig. 5.127. Efectul variației $k_n$ (A2:I1=I2) asupra $N_{max}$ panou vertical (a) și asupra $\Delta N$ (b).	238
Fig. 5.128. Efectul variației $k_n$ (A2:I1=I2) asupra variației $N$ element armare (a) și asupra $Nf$ (b).	239
Fig. 5.129. Efectul variației $k_n$ (A2:I1=I2) asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.	239
Fig. 5.130. Efectul variației $k_n$ (A2:I1=I2) asupra variației tensiunii tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.	240
Fig. 5.131. Efectul modificării rigidității I1 (A1:I1 $\neq$ I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	241

Fig. 5.132. Efectul modificării rigidității I1 ( $A1:I1 \neq I2$ ) asupra $N_{max}$ panou vertical(a) și asupra $\Delta N$ (b).	241
Fig. 5.133. Efectul rigidității I1 ( $A1:I1 \neq I2$ ) asupra variației $N$ element armare (a) și asupra $N_f$ (b).	242
Fig. 5.134. Efectul rigidităților interfeței I1 asupra variației $\sigma_n$ pe fața elementului vertical.	242
Fig. 5.135. Efectul rigidităților interfeței I1 ( $A1:I1 \neq I2$ ) asupra variației $\tau$ pe fața elementului vertical.	243
Fig. 5.136. Efectul modificării rigidității I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	244
Fig. 5.137. Efectul modificării rigidității I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra $N_{max}$ panou vertical(a) și asupra $\Delta N$ (b).	245
Fig. 5.138. Efectul rigidității I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra variației $N$ element armare (a) și asupra $N_f$ (b).	245
Fig. 5.139. Efectul rigidităților interfeței I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.	246
Fig. 5.140. Efectul rigidităților interfeței I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.	246
Fig. 5.141. Comportarea la lunecare liniar elastică perfect plastică la nivelul interfeței.	249
Fig. 5.142. Efectul rezistenței la forfecare a interfețelor ( $R1:I1 = I2$ ) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	250
Fig. 5.143. Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor ( $R1:I1 = I2$ ) asupra $N_{max}$ panou vertical(a) și asupra $\Delta N$ (b).	250
Fig. 5.144. Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor ( $R1:I1 = I2$ ) asupra variației $N$ element armare (a) și asupra valorii $N_f$ (b).	251
Fig. 5.145. Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor I2 ( $R1:I1 = I2$ ) asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.	251
Fig. 5.146. Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor I2 ( $R1:I1 = I2$ ) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.	252
Fig. 5.147. Comportarea la lunecare liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală la nivelul interfeței.	253
Fig. 5.148. Efectul rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor ( $R2:I1 = I2$ ) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	254
Fig. 5.149. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor ( $R2:I1 = I2$ ) asupra valorii $N_{max}$ panou vertical(a) și asupra valorii $\Delta N$ (b).	254
Fig. 5.150. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor ( $R2:I1 = I2$ ) asupra variației $N$ element armare (a) și asupra valorii $N_f$ (b).	255

Fig. 5.151. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor (R2:I1=I2) asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.	256
Fig. 5.152. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor (R2:I1=I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.	256
Fig. 5.153. Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I1 (RA1:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	257
Fig. 5.154. Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I1 (RA1:I1≠I2) asupra variației $N$ element armare (a) și asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical (b).	258
Fig. 5.155. Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I1 (RA1:I1≠I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.	258
Fig. 5.156. Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 (RB1:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.	259
Fig. 5.157. Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 asupra variației $N$ element armare(a) și asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical(b).	260
Fig. 5.158. Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 (RB1:I1≠I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.	260
Fig. 5.159. Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I2 (RA2:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical-(a) și în elementul de armare-(b).	261
Fig. 5.160. Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I2 (RA2:I1≠I2) asupra variației tensiunii normale - (a) și tangențiale - (b) pe fața elementului vertical.	261
Fig. 5.161. Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I2 (RB2:I1≠I2) asupra variației tensiunii normale(a) și tangențiale(b) pe fața elementului vertical.	262
Fig. 5.162. Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I2 (RB2:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical(a) și în elementul de armare(b).	263
Fig. 5.163. Deplasări problematice în cadrul sistemelor de sprijin al excavațiilor urbane.	274
Fig. 5.164. Geometrie sistem de sprijin ancorat, conf. H. F. Schweiger, [A.168].	275
Fig. 5.165. Variația $E_s$ pe adâncime.	276
Fig. 5.166. Variante ale discretizării domeniului de analiză sistem de sprijin ancorat pe 3 nivele.	279
Fig. 5.167. Efectul gradului de finețe al discretizării asupra $\Delta h$ diafragmă (a) și $M$ (b).	280
Fig. 5.168. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația $\Delta h.s-d.m.e.$ (a) și variația $\Delta h.s-nr. noduri$ (b).	281
Fig. 5.169. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația $\Delta h.s-d.m.e.$ (a) și variația $\Delta h.s-nr. noduri$ (b).	281
Fig. 5.170. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația $Mmax(+)-d.m.e.$ (a) și variația $Mmax(+)-nr. noduri$ (b).	282

Fig. 5.171. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația $M_{max}(-)-d.m.e.$ (a) și variația $M_{max}(-)-nr. noduri$ (b).	282
Fig. 5.172. Efectul gradului de finețe al discretizării asupra deformației terenului $\Delta v$ din spatele zidului.	283
Fig. 5.173. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația $\Delta v.max -d.m.e.$ (a) și variația $\Delta v.max -nr. noduri$ (b).	283
Fig. 5.174. Efectul gradului de finețe al discretizării asupra umflării fundului săpăturii.	283
Fig. 5.175. Efectul etapelor de analiză asupra $\Delta h$ diafragmă (a) și asupra $M$ (b).	286
Fig. 5.176. Efectul etapelor de analiză asupra deformației terenului , $\Delta v$ , din spatele zidului.	286
Fig. 5.177. Efectul etapelor de analiză asupra umflării fundului săpăturii.	287
Fig. 5.178. Variația: $k_s/E_{ur}- R_{inter}$ (a); $k_s/E_s- R_{inter}$ (b).	289
Fig. 5.179. Efectul variației $R_{inter}$ asupra $\Delta h$ diafragmă model MC (a) și HSM (b).	289
Fig. 5.180. Efectul variației $R_{inter}$ asupra $\Delta h.s$ și asupra $\Delta hmax$ diafragmă.	290
Fig. 5.181. Estimarea deplasării orizontale pe intervalul $R_{inter}=0.6...0.9$ -a, $R_{inter}=0.8...1$ -b.	290
Fig. 5.182. Efectul variației $R_{inter}$ asupra $M$ diafragmă model MC (a) și HSM (b).	291
Fig. 5.183. Efectul variației $R_{inter}$ asupra $M.max(-)$ diafragmă (a) și asupra $M.max(+)$ diafragmă (b).	292
Fig. 5.184. Estimarea momentului încovoietor pe intervalul $R_{inter}=0.6...0.9$ -a, $R_{inter}=0.8...1$ -b.	292
Fig. 5.185. Efectul variației $R_{inter}$ asupra deformației terenului $\Delta v$ din spatele zidului model:MC.	293
Fig. 5.186. Efectul variației $R_{inter}$ asupra deformației terenului $\Delta v$ din spatele zidului model:HSM.	293
Fig. 5.187. Efectul variației $R_{inter}$ asupra $\Delta v.max$ teren.	294
Fig. 5.188. Estimarea $\Delta v$ din spatele zidului pe intervalul $R_{inter}=0.6...0.9$ .	294
Fig. 5.189. Estimarea $\Delta v$ din spatele zidului pe intervalul $R_{inter}=0.8...1$ .	295
Fig. 5.190. Efectul variației $R_{inter}$ asupra umflării fundului săpăturii - model:MC.	296
Fig. 5.191. Efectul variației $R_{inter}$ asupra umflării fundului săpăturii - model:HSM.	296
Fig. 5.192. Efectul variației $R_{inter}$ asupra umflării maxime a fundului săpăturii.	297
Fig. 5.193. Estimarea umflării fundului săpăturii pe intervalul $R_{inter}=0.6...0.9$ .	297
Fig. 5.194. Estimarea umflării fundului săpăturii pe intervalul $R_{inter}=0.8...1$ .	298
Fig. 5.195. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra $\Delta h$ diafragmă: model MC (a) și HSM (b).	300
Fig. 5.196. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței ( $R_{inter}$ ) asupra $\Delta h.max$ și asupra $\Delta h.s$ .	301

Fig. 5.197. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra M diafragmă: model MC (a) și HSM (b).	302
Fig. 5.198. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra ( $R_{inter}$ ) asupra $M.max(-)$ -a și asupra $M.max(+)$ -b.	302
Fig. 5.199. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra deformației terenului $\Delta v$ din spatele zidului model:MC.	303
Fig. 5.200. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra deformației terenului $\Delta v$ din spatele zidului model:HSM.	303
Fig. 5.201. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței (variația $R_{inter}$ ) asupra tasării maxime a terenului din spatele sistemului de sprijin ( $\Delta v.max$ ).	304
Fig. 5.202. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra umflării fundului săpăturii - model:MC.	304
Fig. 5.203. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra umflării fundului săpăturii - model:HSM.	305
Fig. 5.204. Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței (variația $R_{inter}$ ) asupra umflării maxime a fundului săpăturii ( $\Delta v.max$ ).	305
Fig. 5.205. Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra deplasării laterale a diafragmei (a) și asupra momentului încovoietor al diafragmei (b).	307
Fig. 5.206. Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra $\Delta h.max$ și asupra $\Delta h.s$ diafragmă.	308
Fig. 5.207. Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra deformației verticale a terenului $\Delta v$ din spatele zidului.	309
Fig. 5.208. Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra umflării fundului săpăturii.	309
Fig. 5.209. Efectul variației rigidităților elastice ale interfeței ( $v_{t,f}$ ) asupra deplasării laterale a diafragmei (a) și asupra momentului încovoietor a diafragmei (b).	311
Fig. 5.210. Variația $k_s/E_s - \Delta h.s$ : model MC (a); variația $k_s/E_{ur} - \Delta h.s$ :model HSM (b).	312
Fig. 5.211. Variația $k_s/E_s - \Delta h.max$ : model MC (a); variația $k_s/E_{ur} - \Delta h.max$ : model HSM (b).	312
Fig. 5.212. Variația $v_{t,f} - \Delta h.s$ .	313
Fig. 5.213. Efectul variației rigidităților elastice ale interfeței ( $v_{t,f}$ ) asupra deformației verticale a terenului $\Delta v$ din spatele zidului.	314
Fig. 5.214. Efectul variației rigidităților elastice ale interfeței ( $v_{t,f}$ ) asupra umflării fundului săpăturii.	314
Fig. 5.215. Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra deplasării laterale a diafragmei (a) și asupra momentului încovoietor al diafragmei (b).	316
Fig. 5.216. Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra deformației verticale a terenului $\Delta v$ din spatele zidului.	317



Fig. 5.217. Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra umflării fundului săpăturii.	317
Fig. 6.1. Perete de sprijin din piloți cu interspații.	324
Fig. 6.2. Perete de sprijin din piloți tangenți.	324
Fig. 6.3. Perete de sprijin din piloți secanți – piloți primari de rezistență.	324
Fig. 6.4. Perete de sprijin din piloți secanți – piloți primari de etanșare.	325
Fig. 6.5. Schemă de echivalare perete de sprijin din piloți cu interspații.	326
Fig. 6.6. Schematizarea echivalării pereților de sprijin din piloți în analiza 2D.	327
Fig. 6.7. Schemă de echivalare zid de sprijin din piloți secanți.	328
Fig. 6.8. Mobilizarea interfeței reale zid din piloți cu interspații – Modelul 1.	331
Fig.6.9. Efectul configurației geometrice asupra $f_{p,r}$ și $f_{p,k}$ .	333
Fig. 6.10. Efectul $R_{inter.1}$ asupra $R_{inter.e.r}$ și $R_{inter.e.k}$ (a) și efectul unghiului $\omega$ asupra $R_{inter.e.r}$ și $R_{inter.e.k}$ (b).	334
Fig. 6.11. Mobilizarea interfeței laterale zid din piloți cu interspații - Modelul 2 de echivalare.	336
Fig. 6.12. Efectul $\eta$ și $\theta_l$ asupra configurației modelului 2 de interacțiune a unui perete din piloți interspații.	337
Fig. 6.13. Efectul $\eta + R_{inter.2}$ asupra $R_{inter.e.r}$ și $R_{inter.e.k}$ .	341
Fig. 6.14. Efectul $\theta_l + R_{inter.2}$ asupra $R_{inter.e.r}$ și $R_{inter.e.k}$ .	341
Fig. 6.15. Efectul $D$ asupra $R_{inter.e.r}$ și $R_{inter.e.k}$ .	342
Fig. 6.16. Mobilizarea interfeței laterale perete din piloți secanți.	345
Fig. 6.17. Efectul $s.p.$ asupra variației $R_{inter.e.r}$ și $R_{inter.e.k}$ .	348
Fig. 6.18. Schemă de calcul perete de sprijin din piloți în sistem consolă.	352
Fig. 6.19. Tipuri de pereți de sprijin din piloți.	353
Fig. 6.20. Discretizare domeniu de analiză perete din piloți în sistem consolă.	355
Fig. 6.21. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z1 executat în nisip.	356
Fig. 6.22. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra deplasării capătului liber al peretelui Z1-nisip.	357
Fig. 6.23. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor mobilizat în peretele Z1 executat în nisip.	357
Fig. 6.24. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z1 în nisip.	358
Fig. 6.25. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z1 executat în nisip.	358

Fig. 6.26. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z1 executat în argilă.	360
Fig. 6.27. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra deplasării capătului liber al peretelui Z1-argilă.	361
Fig. 6.28. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor a peretelui Z1 realizat în argilă.	361
Fig. 6.29. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z1- argilă.	362
Fig. 6.30. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z1-argilă.	362
Fig. 6.31. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z2 executat în nisip.	364
Fig. 6.32. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra deplasării capătului liber al peretelui Z2-nisip.	365
Fig. 6.33. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor a peretelui Z2 realizat în nisip.	365
Fig. 6.34. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z2 - nisip.	366
Fig. 6.35. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z2-nisip.	366
Fig. 6.36. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z2 executat în argilă.	368
Fig. 6.37. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra deplasării capătului liber al peretelui Z2-argilă.	368
Fig. 6.38. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z2 executat în argilă.	369
Fig. 6.39. Efectul parametrilor $\theta_l$ și $\eta$ asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z2 - argilă.	369
Fig. 6.40. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z2-argilă.	370
Fig. 6.41. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z3 executat în nisip.	371
Fig. 6.42. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a capătului liber ( $\Delta h.s$ ) al peretelui Z3 executat în nisip.	372
Fig. 6.43. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z3 executat în nisip.	372
Fig. 6.44. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z3 executat în nisip.	373

Fig. 6.45. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z3 executat în nisip.	373
Fig. 6.46. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z3 executat în argilă.	375
Fig. 6.47. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării capătului liber al peretelui Z3 executat în argilă.	375
Fig. 6.48. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z3 executat în argilă.	376
Fig. 6.49. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z3 executat în argilă.	376
Fig. 6.50. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z3 executat în argilă.	377
Fig. 6.51. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z4 executat în nisip.	378
Fig. 6.52. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării capătului liber al peretelui Z4- nisip.	379
Fig. 6.53. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z4 executat în nisip.	379
Fig. 6.54. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z4 executat în nisip.	380
Fig. 6.55. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z4 executat în nisip.	380
Fig. 6.56. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z4 executat în argilă.	382
Fig. 6.57. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării capătului liber al peretelui Z4 executat în argilă.	382
Fig. 6.58. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z4 executat în argilă.	383
Fig. 6.59. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z4 executat în argilă.	383
Fig. 6.60. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z4 executat în argilă.	384
Fig. 6.61. Configurație geometrică interfață perete din piloți secanți (a) și din piloți cu interspații (b).	387
Fig. 6.62. Comportarea tangențială ( $\tau$ - $\delta_t$ ) interfețe perete Z2 executat în nisip.	388
Fig. 6.63. Comportarea tangențială ( $\tau$ - $\delta_t$ ) interfețe perete Z2 executat în argilă.	389

## Lista tabelelor

Tabel 3.1 Valori propuse ale coeficienților de diminuare ( $f_\phi$ ; $f_c$ ) conf. J.G. Potyondy [A.40].	80
Tabel 4.1 Valori $r_e$ raportate la parametrii discretizării domeniului de analiză, [A.16]	145
Tabel 4.2 Valori $R_{inter}$ recomandate pentru diferite tipuri de contacte, [A.82].	148
Tabel 5.1 Efectul rezistenței reziduale la forfecare asupra mobilizării zonelor de plasticizare.	191
Tabel 5.2 Efectul fineții discretizării: model A1-B1.	211
Tabel 5.3 Efectul fineții discretizării: model A1-B2.	212
Tabel 5.4 Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza 1.	234
Tabel 5.5 Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza 2.	237
Tabel 5.6 Parametri de input elemente de interfață– Analiza 1(I1≠I2).	240
Tabel 5.7 Parametri de input elemente de interfață– Analiza 2 (I1≠I2).	244
Tabel 5.8 Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza R1.	249
Tabel 5.9 Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza R2.	253
Tabel 5.10 Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RA1.	257
Tabel 5.11 Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RB1.	259
Tabel 5.12 Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RA2.	261
Tabel 5.13 Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RB2.	262
Tabel 5.14 Stratificație și parametrii teren (M.C.).	277
Tabel 5.15 Stratificație și parametrii teren (H.S.M.).	277
Tabel 5.16 Gestiune parametrii de discretizare domeniu de analiză.	279
Tabel 5.17 Gestiune parametrii analize cu variația etapelor de analiză.	285
Tabel 5.18 Gestiune parametrii analize cu variația $R_{inter}$ .	288
Tabel 5.19 Variația parametrilor elementelor de interfață funcție de $R_{inter}$ .	288
Tabel 5.20 Parametri analize variație rezistență la lunecare interfață, $k_s=const$ .	300
Tabel 5.21 Parametrii analize considerând variația rezistenței reziduale la lunecare a interfeței.	307
Tabel 5.22 Parametrii analize considerând variația $k_s$ , $k_n$ .	311
Tabel 5.23 Parametrii analize investigarea alternării modelului constitutiv pământ-interfață.	316
Tabel 6.1 Parametrii pământ model HSM.	351

Tabel 6.2 Parametrii pământ model MC.	352
Tabel 6.3 Gestiunea parametrilor elementelor liniare atribuite peretelui de sprijin.	354
Tabel 6.4 Parametrii material interfață Z1-nisip(HSM).	355
Tabel 6.5 Parametrii material interfață Z1-nisip(MC).	356
Tabel 6.6 Parametrii material interfață Z1-argilă(HSM).	359
Tabel 6.7 Parametrii material interfață Z1-argilă(MC).	359
Tabel 6.8 Parametrii material interfață Z2-nisip(HSM).	363
Tabel 6.9 Parametrii material interfață Z2-nisip(MC).	363
Tabel 6.10 Parametrii material interfață Z2-argilă(HSM).	367
Tabel 6.11 Parametrii material interfață Z2-argilă(MC).	367
Tabel 6.12 Parametrii material interfață Z3-nisip(MC).	370
Tabel 6.13 Parametrii material interfață Z3-nisip(HSM).	371
Tabel 6.14 Parametrii material interfață Z3-argilă(HSM).	374
Tabel 6.15 Parametrii material interfață Z3-argilă(MC).	374
Tabel 6.16 Parametrii material interfață Z4-nisip(HSM).	377
Tabel 6.17 Parametrii material interfață Z4-nisip(MC).	378
Tabel 6.18 Parametrii material interfață Z4-argilă(HSM).	381
Tabel 6.19 Parametrii material interfață Z4-argilă(MC).	381

# CAP. 1. ANALIZA PROBLEMELOR DE INTERACȚIUNE ÎN INGINERIA GEOTEHNICĂ. NOȚIUNI PRINCIPIALE

## 1.1 Generalități

Problemele de analiză ale ingineriei geotehnice includ o analiză a stării de tensiuni și deformații din masivul de pământ precum și o evaluare a stării de tensiune, deformații, eforturi etc, în elementele structurale ce interacționează cu masivul de pământ. Aplicațiile de inginerie geotehnică implică analizarea unui domeniu de analiză sub aspectul tensiunilor și al deformațiilor. Metoda elementului finit (în starea plană de deformații) discretizează, (divizează) în elemente finite domeniul de analiză privit ca și un continuum deformabil. Gradele de libertate (GDL) de la care se pornește, sunt considerate deplasările nodurilor rețelei formate în urma procesului de discretizare (formularea în deplasări). Distribuția necunoscutelor pe punctele domeniului de analiză se realizează în mod continuu, prin intermediul funcțiilor de formă, având variații gradual-progresive. Câmpul de tensiuni și de deformații specifice pe domeniul de analiză este de asemenea continuu cu variații progresiv-graduale.

Cu toate acestea, aplicațiile practice întâlnite în domeniul ingineriei geotehnice includ cazuri în care domeniul de analiză nu poate fi privit ca un domeniu continuu, pe cuprinsul căruia deformațiile și tensiunile variază gradual progresiv, conform funcțiilor de interpolare adoptate de modelul numeric. Astfel survin zone de discontinuitate ale continuumului denumite generic în literatură ”suprafețe de interfață”, ”suprafețe de contact” sau ”suprafețe de separație”. Analiza comportării fizico-mecanice ale unei suprafețe de interfață și influența acesteia asupra comportării fizico-mecanice ale elementelor continue pe care le separă, a fost și este o provocare în ceea ce privește metodele ingineresti de calcul, fiind denumită generic ca ”problema de contact”. Unul dintre factorii importanți privind acuratețea unui model de calcul prin care se simulează comportarea mecanică a unei structuri geotehnice este abilitatea de a surprinde deplasarea relativă de-a lungul interfețelor din cadrul domeniului de analiză. Privind în termeni generali, în structurile geotehnice ingineresti orice perturbare a continuității de material (fisură, fractură, dislocare, falie, rost, joncțiune, încheietură) constituie o interfață. În ceea ce privește conlucrarea dintre pământ și structurile geotehnice (structuri de sprijin, fundații, etc.) ori de câte ori pământul intră în contact cu o structură geotehnică, diferența de rigiditate între cele două materiale se va concretiza în domeniul de analiză, printr-o interfață.

Situații concrete care necesită modelarea unei suprafețe de interfață pot fi următoarele: interacțiunea dintre piloți și terenul de fundare, interacțiunea dintre sisteme de sprijin (din piloți foraj, palplanșe, pereți mulați, etc.) și pământ, interacțiunea dintre fundații și terenul de fundare, interacțiunea dintre pământ și ziduri de sprijin, culei de pod, conducte îngropate, tuneluri, etc. În cazul lucrărilor de pământ armat, evaluarea comportării mecanice a sistemului ranforsat, constă și în evaluarea și modelarea legăturii dintre elementele de ranforsare și matricea globală de material. Simularea lucrărilor de ancoraje și de pământ armat, cu incluziuni flexibile, necesită

adoptarea unor suprafețe de interfață, prin care se modelează interacțiunea pământ-element structural.

În cadrul analizelor de risc a alunecărilor de teren active, cât și pentru dimensionarea unor sisteme de consolidare, modelarea suprafeței de alunecare se poate face prin adoptarea unor elemente de interfață cu proprietăți adecvate.

## 1.2 Comportarea fizică la nivelul suprafețelor de contact

Principial, orice interfață ce descrie suprafața de contact dintre două materiale continue : pământ-pământ, pământ-beton simplu/armat, pământ-element de ranforsare, trebuie să descrie deplasările relative ale celor două materiale ce se află în contact. Altfel spus, în sens numeric, o interfață are drept efect o denaturare a funcțiilor de formă ce descriu câmpul de deplasări, utilizate în cadrul analizei solidului deformabil prin elementele finite clasice. Prin ignorarea comportării specifice a interfeței și utilizarea elementelor finite clasice, analiza FEM va genera o deplasare comună a elementelor învecinate din cadrul celor două corpuri separate. O astfel de comportare contravine cu comportarea fizică reală a contactului structurii geotehnice cu pământul, de unde și derivă necesitatea modelării specifice a comportării suprafeței de separație.

Comportarea fizică în ceea ce privește deformarea materialului de-a lungul unei suprafețe de separație implică patru moduri generale de deformare, C.S. Desai ș.a. [A.58], Mohammad Dalili S. ș.a. [A.44], (Fig. 1.1):

1. Adeziune: lipsa deplasării relative tangențiale/ lunecării, (Fig. 1.1-a).
2. Deplasare relativă tangențială sau lunecare, (Fig. 1.1-b).
3. Deplasare relativă normală ce conduce la separare sau dezlipire, (Fig. 1.1-c).
4. Deplasare relativă normală ce conduce la închiderea separării sau alipire, (Fig. 1.1-d).

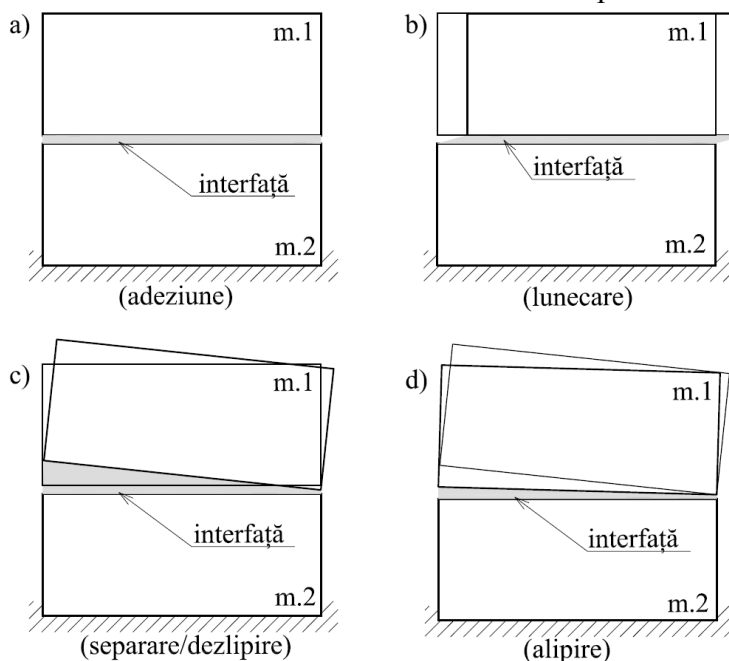


Fig. 1.1 Modele generale de deformare ale unei interfețe (suprafață de separație).

Reprezentarea grafică, schematizată, a celor patru modalități generale de deformare a unei interfețe s-a reprezentat în Figura 1.1. Astfel s-a reprezentat o interfață ce separă două materiale (m.1 și m.2) idealizate ca și corpuri continue, (Fig. 1.1).

Termenul de adeziune se referă la situația în care de-a lungul suprafeței de contact cele două corpuri separate se află în contact intim, respectiv rezistența la lunecare de-a lungul suprafeței de separație este mai mare decât tensiunea tangențială mobilizată. Într-o astfel de situație nu apar deplasări relative între cele două materiale separate. Deplasările relative tangențiale survin în situația în care tensiunile tangențiale de-a lungul interfeței depășesc rezistența la forfecare de-a lungul interfeței. Prin termenul "dezlipire" se descrie situația în care cele două părți ale continuului adiacente interfeței, se îndepărtează separat una față de cealaltă. Ulterior, fenomenul de restabilire a contactului între cele părți ale continuului separat de interfață se poate descrie prin termenul de "alipire".

În cazul interacțiunii dintre pământ și materiale cu rigiditate mult superioară (rocă, elemente structurale din beton simplu sau beton armat), la nivelul suprafeței de contact, oricare dintre cele patru modalități de deformare, descrise mai sus, sunt posibile. În aplicațiile de inginerie geotehnică care implică ranforsarea masei de pământ cu incluziuni relativ flexibile ca materiale geo-sintetice, benzi subțiri de metal, plase de sârmă, modalitățile predominante de deformabilitate a interfeței pământ-element de ranforsare constă în adeziune și/sau lunecare. În aceste situații separarea (dezlipirea) și alipirea la nivelul interfeței pământ-element de ranforsare sunt fenomene relativ rare.



## **CAP. 2. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIU PRIVIND MODELAREA INTERACȚIUNII**

### **2.1 Moduri de abordare a problemei de contact**

De-a lungul timpului au fost propuse mai multe abordări în vederea modelării comportării discontinue la nivelul unei suprafețe de separație. O clasificare generală a acestor abordări poate fi următoarea, [A.156]:

- A) Modelarea interfeței prin metoda omogenizării.
- B) Modelarea interfeței utilizând elemente finite clasice, având legi constitutive standard.
- C) Metode hibride – în care se modelează individual cele două materiale separate de interfață și se interconectează prin anumite ecuații de legătură în vederea asigurării compatibilității în forțe și deplasări de-a lungul interfeței.
- D) Modelarea prin elemente de legătură – în care se consideră conectate perechile opuse de noduri ale elementelor ce flanchează discontinuitatea.
- E) Elemente finite specifice de interfață cu grosime nulă sau cu grosime finită.

### **2.2 Modelarea interfeței prin metoda omogenizării**

În anumite situații în care terenul este ranforsat cu elemente multiple, o metodă prin care se poate lua în calcul efectul elementelor de ranforsare este ”omogenizarea” parametrilor terenului îmbunătățit. Astfel, efectul ranforsării se va regăsi în legea de comportare a noului material rezultat în urma metodei de omogenizare adoptate. Această abordare implică ipoteze de simplificare care lasă netratate anumite aspecte privind comportarea specifică a unei suprafețe de separație.

H.F. Schweiger ș.a. [A.170], investighează efectul îmbunătățirii terenului de fundare cu coloane de balast. Astfel s-a evaluat efectul ranforsării terenului cu coloane asupra tasării și a capacității portante a unui teren de fundare, cât și asupra distribuției tensiunilor și deformațiilor în masivul de pământ îmbunătățit. Încărcarea transmisă pământului se realizează printr-un radier general. Efectul coloanelor de balast se consideră distribuit în mod omogen și uniform în masa de pământ îmbunătățit. A fost utilizat un model constitutiv pentru materialul echivalent care combină legi diferite elasto-plastice. Adicional a fost introdus un pseudo-criteriu de plasticizare în vederea asigurării continuității tensiunilor radiale.

Ca și avantaj major al acestei abordări se poate menționa ușurința cu care se poate utiliza această metodă în procesul de proiectare. Astfel prin implementarea modelului constitutiv al materialului echivalent într-un program de analiză în element finit, modificarea numărului de coloane de balast pe amplasament se surprinde prin modificarea parametrilor de plastifiere fără alte intervenții asupra definiției geometrice a domeniului de analiză sau asupra discretizării

domeniului. Se evită astfel utilizarea unui domeniu de analiză complex prin definirea fiecărei coloane de balast, ce ar necesita o discretizare fină și ar necesita resurse de calcul însemnate.

Dezavantajele abordării sunt multiple și se referă în primul rând la acuratețea comportării fizice a masivului de pământ îmbunătățit. Astfel atât coloanele de balast, cât și pământul înconjurător suferă deformații specifice identice, nefiind surprinsă deplasarea relativă (lunecarea) la interfața dintre pământul natural și coloanele de balast. De asemenea efectul coloanelor de balast este considerat a fi distribuit în mod omogen și uniform în masa de pământ îmbunătățit. Astfel o distribuție neuniformă a coloanelor în plan nu poate fi surprinsă de abordarea în cauză.

G. Canetta, ș.a. [A.22], studiază efectul îmbunătățirii terenului de fundare cu incluziuni verticale sub aspectul tasărilor înregistrate sub un radier rigid. Regularitatea geometrică a coloanelor de îmbunătățire și proprietățile diferite ale pământului existent și al materialului din coloane fac posibilă echivalarea globală a pământului îmbunătățit ca un material omogen, continuu, anizotrop. În acest sens se prezintă o metodă generală de omogenizare a pământului îmbunătățit pornindu-se de la legile constitutive ale materialelor ce îl alcătuiesc, proporția dintre volumul coloanelor raportat la volumul total al pământului îmbunătățit și aplicarea unor relații de compatibilitate și echilibru la nivelul interfeței dintre coloană și teren. Pentru evaluarea rigidității materialului omogenizat se va asigura echilibrul la nivelul interfeței dintre coloană și teren prin echivalarea tensiunilor din coloană și pământ. În mod similar se vor considera egale deformațiile specifice ale coloanei și pământului aferente direcției interfeței. Aplicarea condițiilor de echilibru și compatibilitate într-o analiză incrementală privind starea de tensiuni din teren în urma intervențiilor de îmbunătățire face posibilă determinarea matricei de rigiditate a materialului rezultat în urma procesului de omogenizare. Ca avantaj al acestei abordări se poate aminti ușurința realizării domeniului de analiză în element finit. Astfel pentru zona îmbunătățită se va realiza o regiune căruia i se va atribui materialul rezultat în urma procedurii de omogenizare. Dezavantajele derivă din condițiile de compatibilitate aplicate la nivelul interfeței, prin eliminarea fenomenului de deplasare relativă a coloanei în raport cu pământul omogenizat. Un alt dezavantaj al metodei derivă din ipoteza adoptată în acest studiu, conform căreia prin rigiditatea fundației, va avea loc o redistribuire a tensiunilor în terenul de fundare care va genera un mod de tasare al fundației similar situație în care aceeași fundație ar fi amplasată pe un teren omogen cu rigiditate sporită. Această ipoteză devine fragilă în momentul în care terenul de fundare este încărcat prin intermediul unor fundații cu o încărcare variabilă în plan, respectiv cu încărcări compuse.

Un studiu asemănător este realizat de J.S. Lee ș.a. [A.119], privind echivalarea volumului de pământ îmbunătățit cu coloane rigide cu un material nou a cărui proprietăți fizico-mecanice rezultă în urma unei proceduri de omogenizare. În urma analizelor axi-simetrice (MEF), valorile rezultatele ale tasărilor indică diferențe acceptabile în raport cu rezultatele din măsurători.

## 2.3 Modelarea interfeței utilizând elemente finite clasice

O altă abordare prin care se încearcă simularea comportării interfeței este prin utilizarea de elemente finite plane clasice (patrulaterale – tip Q ; triunghiulare – tip T). Aceste elemente au în principiu legi constitutive clasice pentru descrierea comportării unui material continuu.

D.V. Griffiths [A.83], investighează capacitatea elementelor finite tradiționale rectangulare Q8 pentru a evidenția comportarea fizică specifică unei interfețe. S-a testat capacitatea elementelor în vederea modelării fenomenului de lunecare . Ca parametrii variabili ai analizelor s-au adoptat elemente cu coeficient de aspect geometric diferit (raportul dintre lungimea elementului și grosimea acestuia), și cu rigiditate relativă diferită în raport cu materialul învecinat, sub aspectul modului de deformație liniară,  $E$ , și a coeficientului de deformație transversală,  $\mu$ . Studiile parametrice efectuate au urmărit efectul variației coeficientului de aspect geometric al elementelor și a rigidității relative a materialului atribuit elementelor de interfață în raport cu materialul continuu, asupra criteriului de convergență a algoritmului de plasticizare și asupra rezultatelor obținute pe domeniul de analiză. Elementele utilizate adoptă o comportare convențională de tip elastică – perfect plastică .

S-a evidențiat faptul că pentru elemente subțiri cu coeficient de aspect geometric,  $(L/t)$  mare ( $>1000$ ), convergența algoritmului de plasticizare devine greu de obținut. Pentru elementele cu coeficient de aspect geometric relativ redus ( $100 \dots 1000$ ), fenomenul de lunecare este simulat relativ satisfăcător. Elementele cu coeficient geometric relativ redus implică atribuirea unei grosimi considerabile interfeței, fapt care contravine cu realitatea fizică, conform căreia interfețele au grosimi reduse sau chiar cvasi-nule.

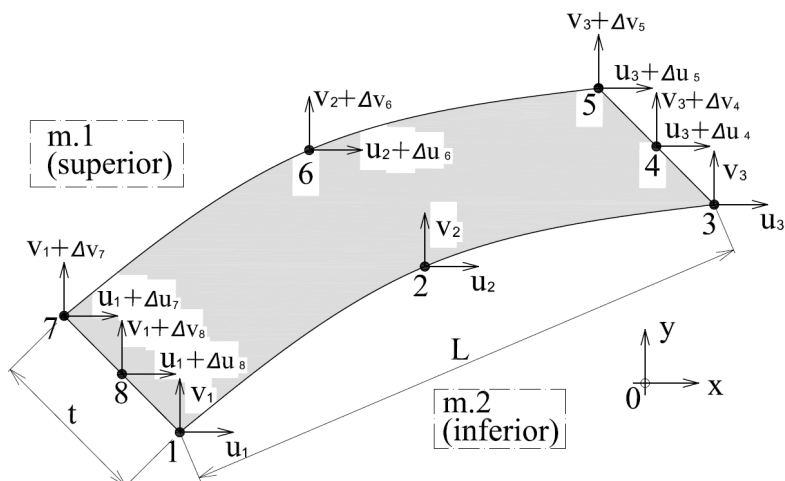
Ca și concluzie, autorul sugerează că elementele plane de tip Q8 pot simula satisfăcător comportarea unei interfețe ca punct de start al unei analize adecvate și sugerează de asemenea necesitatea utilizării elementelor specializate în modelarea interfețelor.

G.N. Pande ș.a.[A.149], investighează posibilitatea modelării comportării unei interfețe utilizând elemente plane, izo-parametrice, parabolice, patrulaterale de tip Q8 tradiționale și elemente plane, izo-parametrice, parabolice, patrulaterale de tip Q8 modificate. Elementul Q8 modificat adoptă utilizarea gradelor de libertate (GDL) ale elementului ca deplasări nodale relative în raport cu latura inferioară a acestuia (Fig.2.1). Astfel, vectorul necunoscutelor, (GDL) ale elementului modificat va fi exprimat astfel:

$$q_e = (u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, \Delta u_4, \Delta v_4, \Delta u_5, \Delta v_5, \Delta u_6, \Delta v_7, \Delta u_8, \Delta v_9)^T \quad (2.1)$$

Vectorul deplasărilor nodale ale elementului ( $d_e$ ) va fi exprimat multiplicând vectorul  $q_e$  cu o matrice de transformare ( $T_{16 \times 16}$ ):

$$d_e = T_{16 \times 16} \times q_e \quad (2.2)$$



**Fig.2.1.** Element patrulater parabolic, izo-parametric Q8 – modificat, [A.149].

Au fost realizate studii parametrice, comparative, privind comportarea elementului convențional parabolic Q8 și a elementului modificat Q8 (Fig.2.1). Analizele s-au realizat pe cele două elemente, urmărindu-se efectul modificării coeficientului de aspect geometric al elementului ( $L/t$ ), și al capabilității calculatorului. În urma analizelor au fost analizate erorile procentuale ale deformațiilor verticale și evaluarea condiționării numerice a matricei de rigiditate prin evaluarea raportului de condiționare numerică,  $K$ , (raportul dintre valoarea proprie maximă a matricei de rigiditate,  $\lambda_{\max}$  și valoarea proprie minimă,  $\lambda_{\min}$ ).

Analizând rezultatele se observă că ordinul raportului de condiționare numerică ( $K$ ), nu variază semnificativ în urma adoptării și implementării elementului parabolic izo-parametric modificat Q8. Se desprinde astfel ideea că un astfel de element formulat în deplasări relative (GDL) nu aduce modificări semnificative în ceea ce privește condiționarea numerică a matricei globale de rigiditate față de elementul tradițional Q8. În cazul elementelor cu coeficient de aspect geometric mare, cele două elemente dau rezultate cvasi-similare pe calculatoare performante. Pentru elemente cu coeficient geometric mai redus, utilizarea unor calculatoare neperformante dau de asemenea rezultate cvasi-similare pentru Q8 tradițional și modificat, fără implicarea unor probleme numerice. În urma adoptării elementului modificat Q8 condiționarea numerică a matricei de rigiditate se îmbunătățește nesemnificativ în raport cu situația adoptării unui element tradițional Q8. Conform celor prezentate anterior, autorii ajung la concluzia că efortul depus prin adoptarea unui element plan formulat în deplasări relative (destinat modelării comportării unei interfețe) nu prezintă avantaje substanțiale în raport un element plan tradițional.

N.C. Koutsabeloulis ș.a. [A.115] investighează posibilitatea modelării unei interfețe utilizând elemente finite plane triunghiulare convenționale cu 15 noduri (T15). Astfel interfața este evidențiată printr-o regiune de tip bandă în domeniul de analiză. Discretizarea pe această regiune va fi realizată mai fin rezultând elemente finite mai mici în raport cu elementele regiunilor învecinate. Autorii utilizează această abordare pentru a modela problema trapei captive ("trap door problem"), pentru a evidenția comportarea pasivă al masivului de pământ și

comportarea activă al masivului de pământ, (Fig.2.2). Au fost realizate analize în element finit în vederea determinării deplasării limită a trapei la care survine colapsul aferent modului pasiv și activ în care reacționează masivul de pământ. Pentru a surprinde efectul parametrilor de compresibilitate ai pământului și dimensiunile domeniului de analiză asupra colapsului, au fost realizate studii parametrice, care au fost mai apoi comparate cu ecuațiile propuse de diverși autori. În termeni generali, rezultatele obținute descriu mecanismele de cedare reale însă în cadrul distribuție stării de tensiuni și de deformații pot apărea anumite discordanțe datorate punctelor singulare de plasticizare ce apar la colțurile trapei. De asemenea interfața de la nivelul trapei și a masivului de pământ rămâne netratată în modelul în cauză.

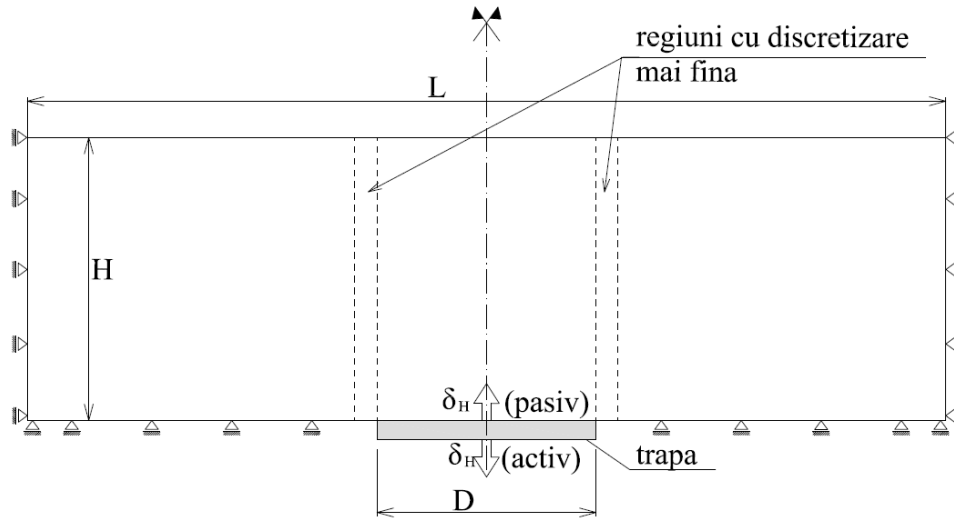


Fig.2.2. Problema trapei captive, [A.115].

## 2.4 Modelarea interfeței prin metode hibride de interconectare a două solide

Abordarea în cauză implică modelarea individuală a celor două corpuri separate printr-o suprafață de contact (Fig.2.3). Discretizarea celor două corpuri se va realiza astfel încât pe latura comună a celor două corpuri nodurile elementelor finite să fie dispuse în mod identic, astfel încât fiecare nod dintr-un corp să aibă corespondent în celălalt corp. Interacțiunea dintre cele două corpuri se va surprinde prin asigurarea interdependenței forțelor nodale și ale deplasărilor nodurilor pereche de-a lungul suprafeței de contact (Fig.2.3). Această interdependență între nodurile pereche se realizează prin implementarea unor ecuații de compatibilitatea a deplasărilor și de echilibru a forțelor nodale ce se vor aplica pentru fiecare pereche de noduri.

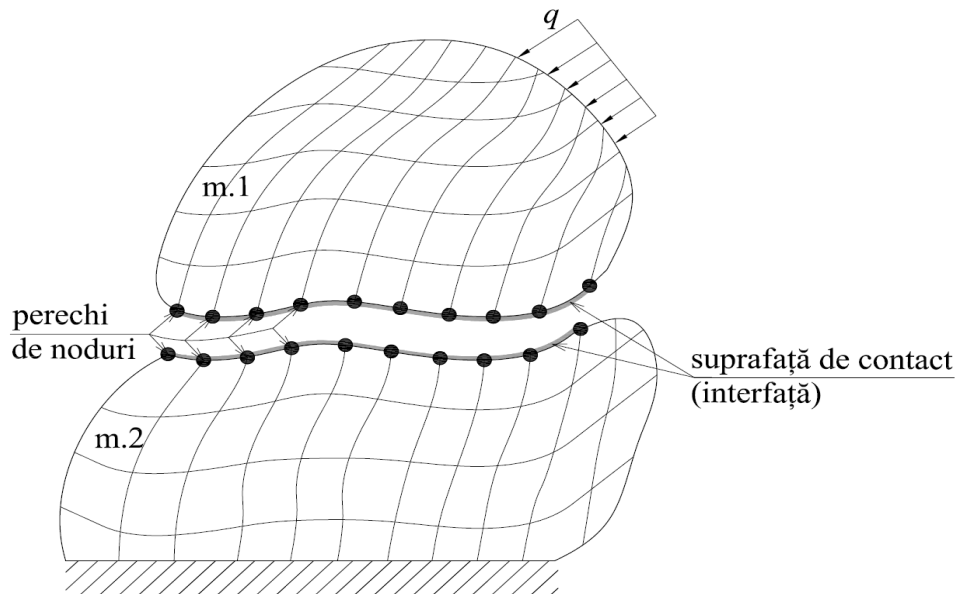


Fig.2.3. Modelarea suprafeței de contact prin interconectarea nodurilor.

Una dintre primele formulări ale comportării suprafeței de contact utilizând o astfel de abordare îi aparține lui A. Francavilla ș.a. [A.71], care formulează problema contactului a două corpuri elastice presate împreună, ignorându-se frecarea pe suprafața de contact. Cele două corpuri (m.1 și m.2) sunt modelate în starea plană de deformății urmărindu-se determinarea suprafeței de contact și a distribuției presiunii de contact pe suprafața de separație dintre cele două corpuri. Problema se tratează prin considerarea a două corpuri elastice fixate prin condițiile de rezemare (m.1 – corp superior și m.2 –corp inferior). Între aceste corpuri intervine un contact odată cu aplicarea unui vector de mișcare de corp solid rigid  $\{\Delta\}$ , reazemelor corpului inferior m.2. Perechile posibile de puncte de-a lungul suprafeței de contact se consideră inițial separate de o distanță pe direcția normală a suprafeței de contact denumită lumină ( $\delta_i^0$ ), unde  $i$  este numărul perechii de puncte aferente suprafeței de contact. Condiționarea contactului se realizează prin aplicarea unor ecuații pentru fiecare pereche de noduri  $i$ , ( $i=1..n$ ).

Astfel ecuația de echilibru a presiunilor de contact se va formula în funcție de forțele nodale ale nodurilor pereche ( $p_i$ ), normale pe suprafața de separație, astfel:

$$-p_i^{m.1} = p_i^{m.2} \quad (2.3)$$

Ecuația de compatibilitate a deplasărilor normale pe suprafața de separație a nodurilor pereche se formulează astfel:

$$\delta_i^{m.1} = \delta_i^{m.2} + \delta_i^0 \quad (2.4)$$

Deplasarea nodurilor aferente corpului superior (m.1) se obține în urma mobilizării presiunilor de contact pe suprafața de contact. Deplasarea nodală a nodului  $i$  ( $\delta_i^{m.1}$ ) se obține prin însumarea efectului tuturor forțelor nodale aplicate nodurilor de pe interfață ( $p_j$ ;  $j=1..n$ ) în funcție de coeficienții de flexibilitate aferenți,  $C_{ij}^{m.1}$ .

$$\delta_i^{m.1} = \sum_{j=1}^n C_{ij}^{m.1} \cdot p_j^{m.1} \quad (2.5)$$

Deplasarea nodurilor aferente corpului inferior (m.2) se obține în urma mobilizării presiunilor de contact pe suprafața de contact și a deplasărilor de corp solid rigid (CSR) a reazemelor corpului ( $\Delta$ ).

$$\delta_i^{m.2} = \sum_{j=1}^n C_{ij}^{m.2} \cdot p_j^{m.2} + [\sigma_c] \cdot \{\Delta\} \quad (2.6)$$

unde:  $[\sigma_c]$  este matricea de transformare cinematică a mișcării CSR.

Ecuția de compatibilitate a deplasărilor poate fi exprimată astfel încât necunoscutele sunt forțele nodale de interacțiune ale nodurilor pereche de-a lungul suprafeței de contact:

$$\sum_{j=1}^n C_{ij}^{m.1} \cdot p_j^{m.1} = \sum_{j=1}^n C_{ij}^{m.2} \cdot p_j^{m.2} + [\sigma_c] \cdot \{\Delta\} + \delta_i^0 \quad (2.7)$$

Se vor forma astfel un sistem de  $n$  ecuații cu  $n+3$  necunoscute ( $n$  forțe nodale și 3 mișcări de CSR). Rezolvarea sistemului se realizează în mod incremental punând condiția ca nodurile de la marginea suprafeței de contact au forțe nodale nule și prin constrângerea deplasărilor CSR. La fiecare pas de iterare se vor verifica forțele nodale să aibă valoare pozitivă și ca la elementele finite din vecinătatea suprafeței de contact să nu apară deformații de tip interpenetrare.

Dezavantajul major al acestei abordări constă în ignorarea fenomenelor de frecare pe suprafața de contact fapt ce conduce la incapacitatea de a simula comportarea la lunecare.

T. D. Sachdeva ș.a. [A.162], aduc îmbunătățiri metodei descrise anterior. Astfel pentru modelarea suprafeței de contact a două corpuri elastice se va considera fixat doar corpul inferior (m.2), în timp ce corpul superior se consideră încărcat pe o zonă cu o presiune exterioară ( $q$ ), prin presiuni nodale echivalente,  $q_l$ , aplicate în punctele  $l$ , ( $l=1 \dots k$ ), unde  $k$  este numărul de noduri încărcate cu forțe exterioare. Condiția compatibilității deplasărilor nodale ale nodurilor de pe suprafața de contact, exprimată în funcție de forțele nodale ce se mobilizează în aceste noduri se va exprima astfel:

$$\sum_{j=1}^n C_{ij}^{m.1} \cdot p_j^{m.1} + \sum_{l=1}^{2k} C_{i,n+l}^{m.1} \cdot q_l^{m.1} = \sum_{j=1}^n C_{ij}^{m.2} \cdot p_j^{m.2} + [\sigma_c] \cdot \{\Delta\} + \delta_i^0 \quad (2.8)$$

Aplicând suplimentar 3 ecuații de echilibru pentru corpul superior (m.1), sistemul de ecuații se va rezolva incremental. Modificările implementate aduc un spor de versatilitate acestei abordări, însă nu elimină dezavantajele menționate în cazul abordării propuse de A. Francavilla ș.a. [A.71].

T. D. Sachdeva ș.a.[A.161] dezvoltă această abordare prin implementarea fenomenului de frecare pe suprafața de contact și aferent prin simularea fenomenului de lunecare a celor două corpuri la interfață. Astfel, între perechile de noduri se consideră că se mobilizează atât forțe nodale normale pe interfață ( $p_j^n$ ) cât și tangențiale ( $p_j^t$ ), respectiv deplasarea nodală va avea două componente: deplasare nodală normală ( $\delta_i^n$ ) și deplasare nodală tangențială ( $\delta_i^t$ ).

Indicativele  $i, j$  variază între 1 și  $n$ , unde  $n$  reprezintă numărul de noduri între care se formează suprafața de contact. Expriarea forțelor nodale pentru fiecare nod din suprafața de contact se face printr-un vector ce va colecta cele două componente nodale (Fig.2.4). Astfel pentru nodurile corpului superior (m.1) forțele nodale se vor exprima prin vectorul  $\{p_j^{m.1}\}$ , respectiv pentru nodurile corpului inferior (m.2) vom avea :  $\{p_j^{m.2}\}$ .

$$\{p_j^{m.1}\} = [p_j^t \quad p_j^n]^T \quad (2.9)$$

$$\{p_j^{m.2}\} = [\bar{p}_j^t \quad \bar{p}_j^n]^T \quad (2.10)$$

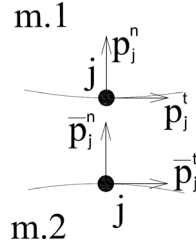


Fig.2.4. Forțele nodale noduri pereche pe suprafața de separație, [A.161].

Vectorii deplasărilor nodale aferente nodurilor pereche sunt formulați în mod analog:

$$\{\delta_i^{m.1}\}, \{\delta_i^{m.2}\}$$

$$\{\delta_i^{m.1}\} = [\delta_i^t \quad \delta_i^n]_{m.1}^T \quad (2.11)$$

$$\{\delta_i^{m.2}\} = [\delta_i^t \quad \delta_i^n]_{m.2}^T \quad (2.12)$$

Compatibilitatea deformațiilor punctelor nodale pereche de-a lungul suprafeței de contact:

$$\{\delta_i^{m.1}\} = \{\delta_i^{m.2}\} + \{\delta_i^0\} \quad (2.13)$$

Termenul,  $\{\delta_i^0\}$ , reprezintă vectorul deplasărilor dintre punctele pereche (include lumina pe direcție normală și distanța pe direcție transversală). Exprimând compatibilitatea deplasărilor nodale în funcție de forțele nodale se va obține următoarea ecuație:

$$\sum_{j=1}^n [C_{ij}^{m.1}] \cdot \{p_j^{m.1}\} + \sum_{l=1}^k [C_{i,n+l}^{m.1}] \cdot \{q_l^{m.1}\} + = \sum_{j=1}^n [C_{ij}^{m.2}] \cdot \{p_j^{m.2}\} + [\sigma_c] \cdot \{\Delta\} + \{\delta_i^0\} \quad (2.14)$$

unde  $[C_{ij}^{m.1}]$  reprezintă o sub-matrice (2x2) ce conține coeficienții de flexibilitate aferenți deplasărilor nodale tangențiale și normale a nodului  $i$  (din corpul  $m.1$ ) datorate forțelor din nodul  $j$ . Vectorul forțelor nodale exterioare,  $\{q_l^{m.1}\}$ , acumulează forțele nodale tangențiale și normale pentru toate nodurile ( $l$ ) cărora li se aplică forțe exterioare;  $l=1 \dots k$ , unde  $k$  este numărul total de noduri cu forțe nodale exterioare aplicate (corp superior,  $m.1$ ).

Pentru toate perechile de noduri aflate în contact, forțele nodale vor fi egale și de semn contrar:

$$\{p_j^{m.1}\} = -\{p_j^{m.2}\} \quad (2.15)$$



Conform ecuației (2.14) se va forma un sistem  $2n$  de ecuații cu un număr de  $2n+3$  necunoscute ( $2n$  forțe nodale și 3 mișcări de CSR aplicate reazemelor fixe ale corpului  $m.2$ ). În vederea rezolvării sistemului de ecuații și eliberarea reazemelor imaginare se vor adăuga 3 ecuații de echilibru pentru corpul  $m.1$ . În vederea determinării punctelor de contact se va adopta o procedură incrementală de rezolvare a ecuației (2.14). La fiecare iterație se vor verifica forțele nodale normale și se va verifica ca forțele nodale tangențiale să nu depășească valoarea limită:

$$\left(p_j^t\right)_{\max} = \mu_f \cdot p_j^n \quad (2.16)$$

Când forța nodală tangențială atinge valoarea maximă are loc fenomenul de lunecare, nodul respectiv nu se mai încarcă cu forțe tangențiale având loc o redistribuire la nodurile învecinate. Autorii studiază efectul frecării asupra distribuției forțelor nodale prin diferite studii parametrice. Această abordare prezintă avantaje față de abordările anterioare prin considerarea frecării pe suprafața de separație. Ca dezavantaje, metoda are anumite limitări prin prisma considerării comportării elastice a corpurilor aflate în contact, respectiv prin adoptarea unei frecări descrise în mod simplist printr-un coeficient de frecare.

J. Y. Lai ș.a. [A.116], propun o metodă prin care simulează comportarea suprafeței de separație dintre o structură geotehnică (piloți/chesoane) și masa de pământ înconjurător. Prin metoda hibridă a forțelor reziduale se poate simula comportarea elasto-plastică a interfeței cu evidențierea cedării la forfecare, dezlipirii, cât și efectul de dilatare al pământului la cedare. Problema se tratează prin modelarea individuală a structurii geotehnice și a pământului înconjurător prin modelarea a două regiuni independente ce for interacționa prin suprafața de contact. Interacțiunea la nivelul suprafeței de contact se realizează prin adoptarea ecuațiilor de compatibilitatea a deplasărilor și de echilibru a forțelor nodale ce aparțin laturii comune. Este adoptată o procedură de analiză incrementală a problemei privind dezechilibrul deplasărilor medii între structură și pământ,  $(\Delta \bar{w})$ , la nivelul interfeței, ec. (2.17) și a condiției de echilibru la interfața pământ-structură, (2.18).

$$\Delta \bar{w} = \Delta \bar{v} - \Delta \bar{u}_a \quad (2.17)$$

$$\bar{P}_s^n + \bar{P}_c^n = 0 \quad (2.18)$$

unde :  $\Delta \bar{v}$  - vectorul incremental ce cumulează deplasările pământului la nivelul interfeței;  $\Delta \bar{u}_a$  - vectorul incremental al deplasărilor înregistrate de structură la nivelul interfeței;  $\bar{P}_s^n$  - vectorul forțelor nodale ale pământului la nivelul interfeței;  $\bar{P}_c^n$  - vectorul forțelor nodale ale structurii la nivelul interfeței.

Exprimând condiția de compatibilitatea a deplasărilor la nivelul interfeței, în funcție de forțele mobilizate pe interfață și adăugând condițiile de echilibru static a structurii se va obține ecuația de interacțiune a terenului cu structura. Se poate astfel obține distribuția forțelor de interacțiune la nivelul interfeței și mai departe efectul acestor forțe asupra pământului și a structurii. Autorii investighează comportarea unui cheson acționat de o forță orizontală la partea superioară considerând comportări diferite ale interfeței cu terenul. Astfel se investighează

distribuția tensiunilor în terenul înconjurător considerând interfața netedă (fără frecare) și aspră (cu posibilitatea mobilizării frecării), adoptând/neadoptând posibilitatea dezlipirii structurii de teren. Rezultatele obținute sunt adecvate privind modul real de comportare a chesoanelor rigide supuse la forțe horizontale dar această abordare rămâne dificil de utilizat în practica curentă.

M. G. Katona [A.108], formulează o abordare diferită prin aplicarea unor ecuații de constrângere a perechilor de noduri situate pe suprafața de contact. Astfel, interfața se consideră o succesiune de perechi de noduri de-a lungul interfeței dintre două regiuni. Inițial aceste noduri se consideră suprapuse iar deplasarea acestora este constrânsă prin anumite ecuații formulate pe baza principiului lucrului mecanic virtual. Prin aceste ecuații de constrângere se realizează o "cuplare" a deplasărilor nodurilor din cadrul perechilor formate de-a lungul interfeței. Echivalarea fizică se poate face prin legarea acestor noduri pereche prin două resorturi aferente deplasărilor normale și tangențiale la interfață. Se poate astfel spune că se formează un tip special de element de legătură ce se poate descrie ca și comportarea, în mod analog cu un element tradițional în starea plană de deformații.

Astfel, una dintre formele primare de elemente de interfață reprezintă o pereche de noduri pereche din succesiunea de perechi formate de-a lungul interfeței. Considerând nodurile aferente unei perechi suprapune în fază inițială (înaintea aplicării încărcărilor), se va realiza o analiză incrementală. La un pas iterativ oarecare,  $k$ , răspunsul interfeței este caracterizat de forțele nodale orientate normal și tangențial la interfață ( $\lambda_n$  și  $\lambda_t$ ) și deplasarea relativă aferentă celor două orientări la pasul iterativ  $k$ , ( $\Delta_n^k$  și  $\Delta_t^k$ ), conform Figurii 2.5. Simularea comportării unei interfețe se configurează prin setarea unor valori implicite (limită) ale incrementului deplasării normale ( $a$ ), a incrementului deplasării tangențiale ( $b$ ), respectiv a valorii incrementului forței nodale transversale sau normale. Astfel situația aferentă contactului perfect (fără alunecare sau desprindere) corespunde unor valori nule ale incrementelor specifice deformațiilor normale și transversale. comportarea aferentă alunecării se caracterizează prin atingerea valorii limită a forței nodale tangențiale la un anumit pas incremental și menținerea valorii nule a incrementului deplasării normale. Valoarea limită a forței tangențiale este determinată în funcție de forța nodală normală și un coeficient de frecare la interfață (Mohr-Coulomb). După atingerea valorii limită a forței nodale tangențiale, perechea de noduri nu se va mai încărca cu forțe nodale tangențiale la următorii pași incrementali având loc o redistribuire la nodurile învecinate, prin suprimarea ecuației de constrângere a deplasării nodurilor pereche pe direcție transversală. Desprinderea structurii de pământ la nivelul interfeței se poate surprinde prin suprimarea ambelor ecuații de constrângere a deplasărilor nodurilor pereche, prin specificarea valorii incrementale nule a forțelor normale și transversale.

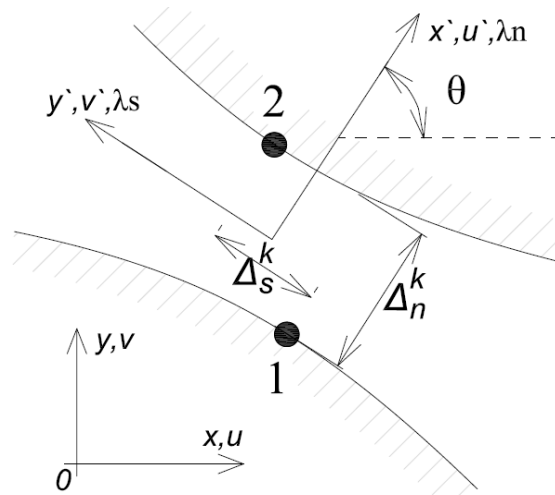


Fig.2.5. Deplasarea la nivelul unei perechi de noduri din cadrul interfeței, [A.108].

Abordarea în cauză a fost aplicată în vederea surprinderii comportării interacțiunii pământ-structură pentru o conductă îngropată, cu rezultate cvasi-identice cu metoda exactă.

Avantajele abordării în cauză constă în posibilitatea implementării într-un program de analiză în element finit convențional (starea plană de deformații), determinarea directă a forțelor la nivelul interfeței fără proceduri de rotunjire a valorilor, respectiv caracterul general dat de principiul lucrului mecanic virtual prin care nu se permite includerea altor sub-sisteme conservative în sistemul de calcul.

Dezavantajul constă în faptul că numărul iterațiilor de convergență este dependent de problema studiată și are un rol sensibil asupra rezultatelor în situațiile în care apar fenomene de separare, relipire sau lunecare inversă. De asemenea problema punctelor singulare de plasticitate rămâne un factor ce perturbază distribuția tensiunilor în terenul învecinat.

Abordarea descrisă de M. G. Katona, [A.108], a fost implementată într-un program de analiză în element finit privind analiza în starea plană de deformații a conductelor circulare îngropate în pământ, [A.109].

Ling H.I și a [A.127], au utilizat abordarea descrisă anterior [A.108], [A.109] pentru a analiza comportarea unui zid de sprijin din pământ armat cu geogriile, cu elevație din blocheți prefabricați. Analiza realizată include modelarea în starea plană de deformații a terenului de fundare și a blocheților din beton prefabricat ca un material cu comportare liniar elastică, pământul de umplutură este modelat ca material cu comportare neliniar elastică, respectiv geogriile sunt modelate ca elemente liniare cu proprietăți neliniare. Au fost modelate suprafețele de contact dintre blocheții de beton respectiv suprafețele de contact dintre umplutură și blocheți (pământ de umplutură-beton). La nivelul geogriilor cu umplutura de pământ nu a fost modelată o interfață. Modelarea suprafeței de contact s-a concretizat prin aplicarea unor condiții de constrângere descrise în [A.108], autorul specificând că această abordare poate fi mai stabilă din punct de vedere numeric față de abordarea aferentă elementelor de interfață cu grosime nulă [A.81]. Determinarea parametrilor necesari comportării interfeței (unghiul de frecare pe suprafața

de contact,  $\delta$  și rezistența la lunecare,  $T_C$ ) s-au determinat în urma încercărilor de forfecare directă pe interfață. Rezultatele obținute în urma analizei modelului de calcul s-au comparat cu măsurătorile realizate pe modelul real, diferențele fiind suficient de reduse în vederea validării modelului de calcul.

Pe baza formulării propuse de M. G. Katona [A.108], H. Zheng ș.a. [A.211], propune ecuații de constrângere mai complexe a nodurilor pereche. Astfel forțele inter-nodale se mobilizează în funcție de deplasările nodale și de creșterile incrementale ale forțelor inter-nodale între doi pași incrementali succesivi. Matricea de constrângere (de rigiditate) a perechii de noduri este formulată în analiză incrementală, atât în funcție de deplasările inter-nodale, cât și în funcție de creșterile incrementale ale forțelor inter-nodale. Prin această abordare complexă se poate atribui o comportare puternic neliniară între deplasările inter-nodale și forțele inter-nodale la nivelul succesiunii perechilor de noduri prin care este definită interfața. Prin asamblarea ecuațiilor de constrângere la nivelul perechilor de noduri se va obține un sistem mixt de ecuații atribuit interfeței. Această abordare este aplicată cu succes de către H. Zheng ș.a. [A.211], în analiza plană de deformații prin modelarea fisurilor din pământ în cazul excavațiilor.

J. Mao [A.131], propune o abordare diferită formulând condițiile de compatibilitate a deplasărilor la nivelul interfeței în funcție de GDL independente în loc de deplasările nodale. Prin această abordare tensiunile tangențiale pe fețele învecinate ce formează o suprafață de contact nu sunt egale și se determină în funcție de tensiunile din blocurile continue ce sunt în contact. Comportarea elasto-plastică la nivelul interfeței se realizează prin relațiile constitutive tensiuni-deformații de tip Mohr-Coulomb. Prin implementarea ecuațiilor la nivelul interfeței în cadrul MEF, s-au realizat simulări cu rezultate adecvate în cazuri practice privind distribuția tensiunilor la nivelul contactului dintre o fundație rigidă și teren de fundare, distribuția presiunilor orizontale asupra unui zid de sprijin, etc.

D. Sheng ș.a. [A.176], utilizează metoda de multiplicare Lagrange combinată cu metoda penalizării în vederea controlului ecuațiilor de constrângere la nivelul contactului. Aplicând principiul lucrului mecanic virtual la nivelul interfeței cu metoda de control nou obținută, sunt obținute ecuații de constrângere la nivelul interfeței prin care se permite dezvoltarea unor deformații transversale mari la nivelul contactului dintre pământ și structura geotehnică. Această metodă a fost implementată la nivelul cadrului general de analiză utilizând MEF și aplicată cu succes în cazul modelării interacțiunii fundație – teren de fundare și modelarea CPT.

## **2.5 Modelarea prin elemente de legătură – între nodurile ce flanchează discontinuitatea**

Această abordare tratează suprafața de separație dintre două corpuri continue deformabile printr-o înșiruire de resorturi discrete ce leagă punctele pereche aferente interfeței. Astfel în faza inițială se vor forma perechi de noduri ale discretizării aferente solidelor învecinate. Conclucrarea

la nivelul interfeței se va realiza prin atribuirea unor resorturi discrete perechilor de noduri pe direcția normală și tangențială interfeței.

O astfel de abordare este formulată de Herrmann [A.88], prin care se formulează interacțiunea plană dintre două corpuri aflate în contact (m.1 și m.2) printr-o succesiune de resorturi discrete, fictive, între nodurile comune ale rețelelor de discretizare aferente celor două corpuri: m.1 și m.2, (Fig.2.6). Astfel de-a lungul suprafeței de contact se va forma o înșiruire de perechi de noduri legate între ele prin două resorturi discrete orientate aferent direcției normale la interfață (cu rigiditatea  $k_n$ ) și direcției tangențiale la interfață cu rigiditatea  $k_s$ , ( Fig.2.6). În stadiu inițial (anterior analizei) nodurile unei perechi se vor considera concurente.

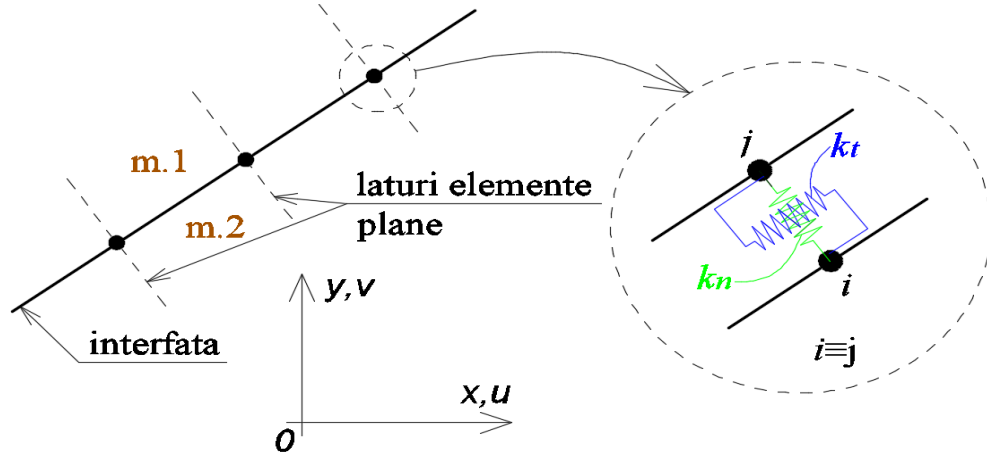


Fig.2.6. Formularea interacțiunii dintre două corpuri conform [A.13].

Laturile elementelor finite dintre perechile de noduri se vor considera "libere", neîncărcate cu tensiuni, respectiv fără constrângeri de orice fel, având comportarea strict condiționată de rigiditatea elementelor plane ale solidului deformabil.

Comportarea interfeței integrate în domeniul de analiză implică deplasarea relativă a celor două noduri ( $i, j$ ). Astfel se va înregistra o deplasare relativă normală ( $\delta_n$ ) și tangențială ( $\delta_t$ ) a nodurilor pereche, (Fig.2.7). Aceste deplasări vor fi condiționate de rigiditățile resorturilor discrete ce asigură interacțiunea dintre nodurile pereche.

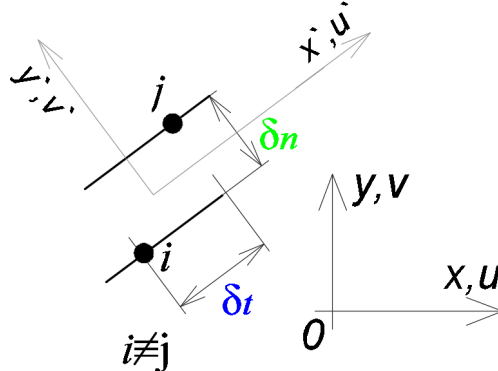


Fig.2.7. Deplasarea relativă a nodurilor pereche, [A.13].

La nivelul unei perechi de noduri ( $i,j$ ) deplasările relative ( $\delta_n, \delta_t$ ) se pot exprima și prin deplasările nodale în sistemul local de coordonate  $x'y'$  (Fig.2.8 – a), respectiv forțele nodale de interacțiune exprimate în sistem local de coordonate  $x'y'$  (Fig.2.8 – b).

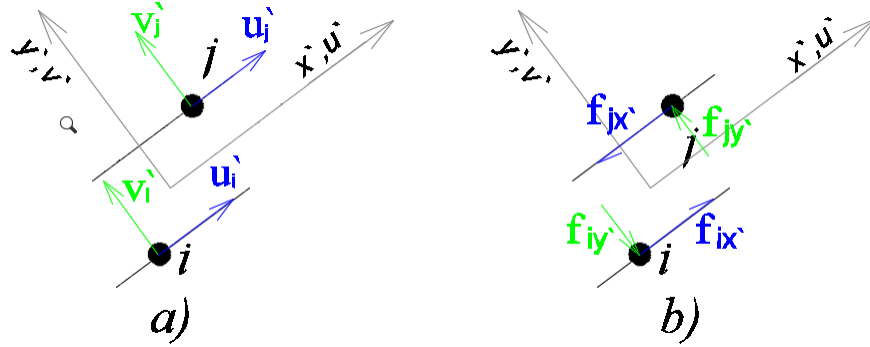


Fig.2.8. Deplasări nodale (a) și forțe nodale (b) în sistem local de coordonate – pereche noduri.

$$\begin{cases} \delta_t = u_j' - u_i' \\ \delta_n = v_j' - v_i' \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} \delta_t \\ \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_j' - u_i' \\ v_j' - v_i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i' \\ v_i' \\ u_j' \\ v_j' \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Forțele nodale aferente deplasărilor nodale se vor condiționa în funcție de rigiditățile resorturilor discrete atribuite fiecărei perechi de noduri:

$$\begin{cases} f_{jx'} = -f_{ix'} = \delta_t \cdot k_t \\ f_{jy'} = -f_{iy'} = \delta_n \cdot k_n \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} -k_t & 0 \\ 0 & -k_n \\ k_t & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_t \\ \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ix'} \\ f_{iy'} \\ f_{jx'} \\ f_{jy'} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} -k_t & 0 \\ 0 & -k_n \\ k_t & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i' \\ v_i' \\ u_j' \\ v_j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ix'} \\ f_{iy'} \\ f_{jx'} \\ f_{jy'} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} k_t & 0 & -k_t & 0 \\ 0 & k_n & 0 & -k_n \\ -k_t & 0 & k_t & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i' \\ v_i' \\ u_j' \\ v_j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ix'} \\ f_{iy'} \\ f_{jx'} \\ f_{jy'} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$[k_p] \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ix'} \\ f_{iy'} \\ f_{jx'} \\ f_{jy'} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

unde:  $[k_p]$  - reprezintă o matrice de rigiditate a perechii de noduri aferentă rigidității resorturilor discrete atribuite direcție transversale și normale interfeței. Formularea acestei matrice corespunde sistemului local de coordonate  $(x'y')$ , Fig.2.9.

În vederea formulării problemei în sistemul global de coordonate  $(x'y)$ , deplasările nodale și forțele nodale se vor obține prin intermediul unei matrice de transformare geometrică,  $[T]$ .

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

unde:  $\alpha$  - reprezintă unghiul făcut de axa locală  $x'$  cu axa globală  $x$ , (Fig.2.9).

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{bmatrix} f_{ix'} \\ f_{iy'} \\ f_{jx'} \\ f_{jy'} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{jx} \\ f_{jy} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Va rezulta :

$$[T]^T \begin{bmatrix} k_t & 0 & -k_t & 0 \\ 0 & k_n & 0 & -k_n \\ -k_t & 0 & k_t & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & k_n \end{bmatrix} [T] \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{jx} \\ f_{jy} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$[k_{pG}] \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{jx} \\ f_{jy} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

unde:  $[k_{pG}]$  - reprezintă o matrice de rigiditate a perechii de noduri aferentă rigidității resorturilor discrete atribuite direcție transversale și normale interfeței, exprimată conform orientării sistemului global de coordonate.

$$[k_{pG}] = [T]^T \begin{bmatrix} k_t & 0 & -k_t & 0 \\ 0 & k_n & 0 & -k_n \\ -k_t & 0 & k_t & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & k_n \end{bmatrix} [T] = [T]^T [k_p] [T] \quad (2.31)$$

$$[k_{pG}] = \begin{bmatrix} k_t a^2 + k_n b^2 & k_t a b - k_n b a & -k_t a^2 - k_n b^2 & -k_t a b + k_n b a \\ & k_t b^2 + k_n a^2 & -k_t a b + k_n b a & -k_t b^2 - k_n a^2 \\ & & k_t a^2 + k_n b^2 & k_t a b - k_n b a \\ sim. & & & k_t b^2 + k_n a^2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

unde:  $a = \cos(\alpha)$ ;  $b = \sin(\alpha)$

Simularea comportării mecanice specifice unei interfețe (lunecare, dezlipire, relipire) se poate realiza, atribuind o lege de forfecare interfeței de tip Mohr Coulomb, în analiza incrementală a problemei. În primul pas incremental se va considera interfața în faza de adeziune ( $\Delta\delta_t = \Delta\delta_n = 0$ ). În momentul în care tensiunea tangențială atinge valoarea limită, resortul aferent direcției transversale se va elimina ( $k_t = 0$ ) simulându-se lunecare la nivel de interfață. Apariția desprinderii se surprinde prin valoarea  $\delta_n$  ( $\delta_n > 0$ ), în acest caz ambele resorturi discrete fiind înlăturate.

Întrucât legăturile la nivelul interfeței se fac la nivel de noduri, tensiunile aferente unei perechi de noduri se pot determina astfel:

$$\begin{cases} \tau_s = f_{jx} / l_{af.ij} \\ \sigma_n = f_{jy} / l_{af.ij} \end{cases} \quad (2.33)$$

unde:  $l_{af.ij}$  - este lungimea interfeței pe care se atribuie perechea de noduri  $ij$ .

Abordarea în cauză este versatilă prin prisma faptului că este compatibilă cu elemente finite plane patrulatere, triunghiulare sau cu elemente finite liniare. Distribuția tensiunilor de-a lungul interfeței este aproximativă. Această problemă se poate remedia prin creșterea fineții discretizării și mărirea numărului de perechi de noduri la nivelul interfeței. Creșterea pasului la care se dispun perechile de noduri va influența rigiditățile resorturilor discrete de legătură. Această problemă se poate surprinde prin atribuirea unei rigidități liniare interfeței pe direcția normală ( $\underline{k}_n$ ) respectiv după direcția tangențială ( $\underline{k}_t$ ). Evaluarea coeficienților de rigiditate a resorturilor discrete atribuite perechii de noduri  $ij$  se va face funcție de pasul de dispunere a nodurilor ( $l_{af.ij}$ ) și valorile liniare ale rigidității atribuite interfeței ( $\underline{k}_n, \underline{k}_t$ ):

$$\begin{cases} k_t = \underline{k}_t \cdot l_{af.ij} \\ k_n = \underline{k}_n \cdot l_{af.ij} \end{cases} \quad (2.34)$$



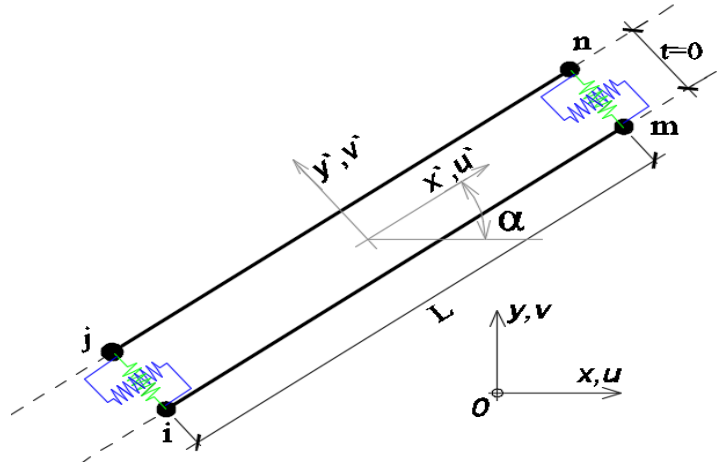


Fig.2.9. "Element" de interfață Herrmann - [A.124]

Utilizând abordarea propusă de Herrmann [A.88], H. H. Havez [A.85], [A.84] investighează comportarea conductelor metalice flexibile îngropate. Este investigată interacțiunea dintre conductă și pământ pentru diferite cazuri de încărcare și la diferite adâncimi de îngropare utilizând ca metodă de calcul metoda elementului finit în starea plană de deformații, cu elemente de interfață de tip resort.

Pe baza abordării propuse de Herrmann [A.88], Jianchao Li ș.a. [A.124] au propus formularea unui "element" de legătură format prin alăturarea a două perechi de noduri învecinate, ( Fig.2.9).

Elementul de interfață se va forma între 2 perechi de noduri învecinate ( $ij ; nm$ ), situate la distanța  $L$ , având grosimea nulă  $t=0$ , ( $i \equiv j$ ;  $n \equiv m$ ), (Fig.2.9). Legând nodurile pereche cu resorturi discrete și formulând problema în mod similar cu cele prezentate anterior, se pot formula relațiile constitutive de comportare a elementului nou formulat.

Considerând deplasările nodale orientate conform sistemului de referință local cumulate în vectorul  $[d'_e]$ , respectiv forțele nodale cumulate în vectorul  $[f'_e]$ , relația de rigiditate a elementului se poate formula astfel:

$$[K]^E [d'_e] = [f'_e] \quad (2.35)$$

unde :

$$[d'_e] = [u'_i \quad v'_i \quad u'_j \quad v'_j \quad u'_m \quad v'_m \quad u'_n \quad v'_n]^T \quad (2.36)$$

$$[f'_e] = [f'_{ix} \quad f'_{iy} \quad f'_{jx} \quad f'_{jy} \quad f'_{mx} \quad f'_{my} \quad f'_{nx} \quad f'_{ny}]^T \quad (2.37)$$

Matricea de rigiditate,  $[K]^E$ , se poate formula în funcție de rigiditățile resorturilor discrete normale și tangențiale atribuită perechilor de noduri.

$$[K]^E = \begin{bmatrix} k_t & 0 & -k_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_n & 0 & -k_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & k_t & 0 & -k_t & 0 \\ & & & & & k_n & 0 & -k_n \\ sim. & & & & & & k_t & 0 \\ & & & & & & & k_n \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Exprimarea  $[K]^E$  în funcție de rigiditățile liniare ale interfeței pe direcția normală ( $k_n$ ) respectiv după direcția tangențială ( $k_t$ ) se va face astfel :

$$[K]^E = \frac{L}{2} \cdot \begin{bmatrix} \underline{k}_t & 0 & -\underline{k}_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \underline{k}_n & 0 & -\underline{k}_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \underline{k}_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \underline{k}_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \underline{k}_t & 0 & -\underline{k}_t & 0 \\ & & & & & \underline{k}_n & 0 & -\underline{k}_n \\ sim. & & & & & & \underline{k}_t & 0 \\ & & & & & & & \underline{k}_n \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Exprimarea ecuației în funcție de sistemul global de coordonate va fi:

$$[K_G]^E [d_e] = [f_e] \quad (2.40)$$

$$[K_G]^E = [T_e]^T [K]^E [T_e] \quad (2.41)$$

unde:  $[T_e]$  este matricea de transformare geometrică a elementului, în funcție de unghiul  $\alpha$ , (Fig.2.9), formulată în mod analog cu matricea  $[T]$  - conform ecuației (2.26).

$$[K_G]^E = \frac{L}{2} \cdot \begin{bmatrix} \underline{k}_t a^2 + \underline{k}_n b^2 & \underline{k}_t ab - \underline{k}_n ba & -\underline{k}_t a^2 - \underline{k}_n b^2 & -\underline{k}_t ab + \underline{k}_n ba & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \underline{k}_t b^2 + \underline{k}_n a^2 & -\underline{k}_t ab + \underline{k}_n ba & -\underline{k}_t b^2 - \underline{k}_n a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \underline{k}_t a^2 + \underline{k}_n b^2 & \underline{k}_t ab - \underline{k}_n ba & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \underline{k}_t b^2 + \underline{k}_n a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \underline{k}_t a^2 + \underline{k}_n b^2 & \underline{k}_t ab - \underline{k}_n ba & -\underline{k}_t a^2 - \underline{k}_n b^2 & -\underline{k}_t ab + \underline{k}_n ba \\ & & & & & \underline{k}_t b^2 + \underline{k}_n a^2 & -\underline{k}_t ab + \underline{k}_n ba & -\underline{k}_t b^2 - \underline{k}_n a^2 \\ sim. & & & & & & \underline{k}_t a^2 + \underline{k}_n b^2 & \underline{k}_t ab - \underline{k}_n ba \\ & & & & & & & \underline{k}_t b^2 + \underline{k}_n a^2 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Comportarea elementului Herrmann este analizată de J. Li și V. N. Kaliakin, [A.124],[A.106],[A.105]. În urma analizelor numerice se observă o capabilitate superioară a

elementului Herrman în ceea ce privește comportarea tangențială a interfeței. În condițiile în care valoarea rigidităților resorturilor aferente direcțiilor tangențiale și normale ale interfeței sunt alese din considerente numerice și nu din considerente fizice s-au observat capacitatea defectuoasă a elementului în ceea ce privește comportarea normală la interfață. Astfel în unele situații, valoarea redusă a  $\underline{k}_n$  și valori mari ale eforturilor unitare normale pe interfață, s-au observat comportări simulate inadecvate în raport cu comportarea fizică reală, prin interpenetrarea nodurilor rețelelor corpurilor solide separate de interfață, evidențiindu-se o inconsistență cinematică privind comportarea pe direcție normală interfeței. Un alt dezavantaj a formulării curente se regăsește în imposibilitatea de a surprinde efectul de dilatanță – contractanță a elementului de rost.

Pe baza formulărilor propuse de Herrmann [A.88], Jianchao Li ș.a. [A.124], A.L.G.A. Coutinho ș.a. [A.42], dezvoltă un nou tip de element de interfață cu resorturi discrete atât pentru analizele 2D, cât și pentru analizele 3D. Principial noul element propus de Coutinho ș.a. [A.42], pornește de la elementul Herrmann [A.88] peste care suprapune un element de legătură cu un resort discret dispus la jumătatea lungimii elementului,  $L$ , (Fig.2.10). Deplasările nodale ale elementului, exprimate în sistem local de coordonate, se vor cumula în vectorul  $[d'_e]$ , respectiv forțele nodale, exprimate în sistem local de coordonate, se vor cumula în vectorul  $[f'_e]$ ,

$$[d'_e] = [u'_1 \ v'_1 \ u'_2 \ v'_2 \ u'_3 \ v'_3 \ u'_4 \ v'_4]^T \quad (2.43)$$

$$[f'_e] = [f_{1x'} \ f_{1y'} \ f_{2x'} \ f_{2y'} \ f_{3x'} \ f_{3y'} \ f_{4x'} \ f_{4y'}]^T \quad (2.44)$$

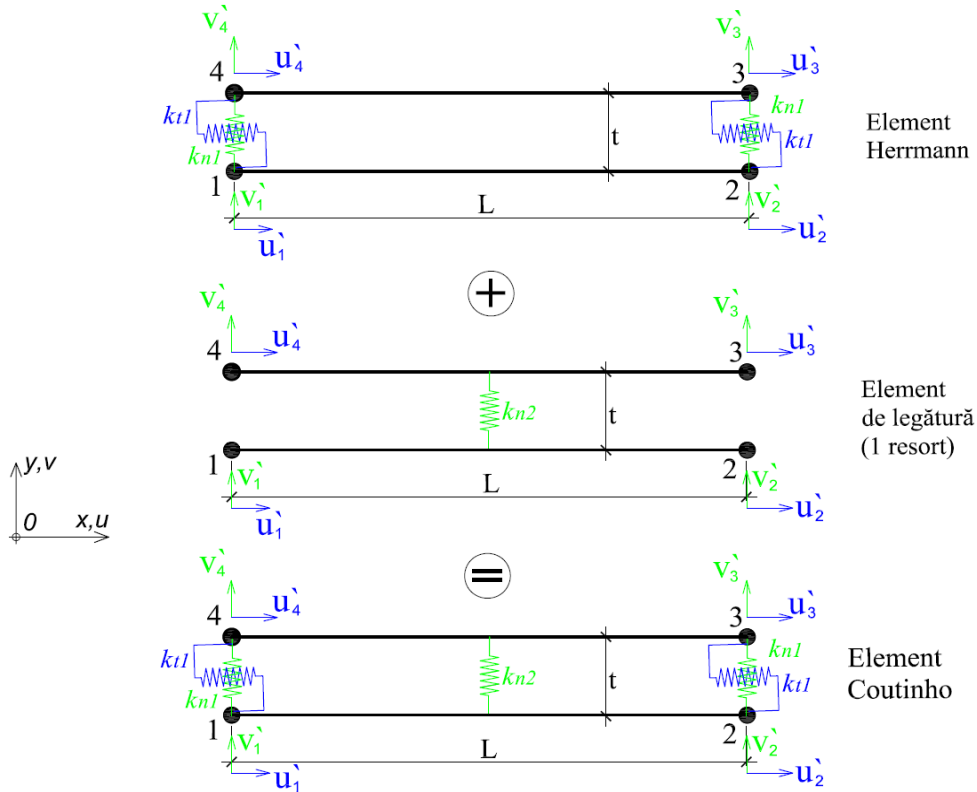


Fig.2.10. Formularea conceptuală element de interfață Coutinho (2D) - [A.42].

Matricea de rigiditate a elementului Herrman, exprimată în sistemul local de coordonate, cu notațiile utilizate de Coutinho ș.a. [A.42], (Fig.2.10), se va exprima astfel:

$$[K]_{(Herrmann)}^E = \begin{bmatrix} k_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{t1} & 0 \\ & k_{n1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{n1} \\ & & k_{t1} & 0 & -k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{n1} & 0 & -k_{n1} & 0 & 0 \\ & & & & k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & k_{n1} & 0 & 0 \\ sim. & & & & & & k_{t1} & 0 \\ & & & & & & & k_{n1} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Matricea de rigiditate a elementului de legătură cu un resort, exprimată în sistemul local de coordonate, cu notațiile utilizate de Coutinho ș.a. [A.42], (Fig.2.10), se va exprima astfel:

$$[K]_{(1 \text{ resort})}^E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{n2}/4 & 0 & k_{n2}/4 & 0 & -k_{n2}/4 & 0 & -k_{n2}/4 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{n2}/4 & 0 & -k_{n2}/4 & 0 & -k_{n2}/4 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & k_{n2}/4 & 0 & k_{n2}/4 \\ sim. & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & k_{n2}/4 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Matricea de rigiditate a elementului Coutinho, exprimată în sistemul local de coordonate, cu notațiile utilizate în Figura 2.10, se va exprima astfel:

$$[K]_{(Coutinho)}^E = [K]_{(Herrmann)}^E + [K]_{(1 \text{ resort})}^E \quad (2.47)$$

$$[K]_{(Coutinho)}^E = \begin{bmatrix} k_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{t1} & 0 \\ & k_{n1} + k_{n2}/4 & 0 & k_{n2}/4 & 0 & -k_{n2}/4 & 0 & -(k_{n1} + k_{n2}/4) \\ & & k_{t1} & 0 & -k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{n1} + k_{n2}/4 & 0 & -(k_{n1} + k_{n2}/4) & 0 & -k_{n2}/4 \\ & & & & k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & k_{n1} + k_{n2}/4 & 0 & k_{n2}/4 \\ sim. & & & & & & k_{t1} & 0 \\ & & & & & & & k_{n1} + k_{n2}/4 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

În mod similar Coutinho ș.a. [A.42], propune un element de interfață pentru problemele de contact 3D dezvoltat pe baza principiilor formulate anterior de Herrman [A.88], (Fig.2.11).

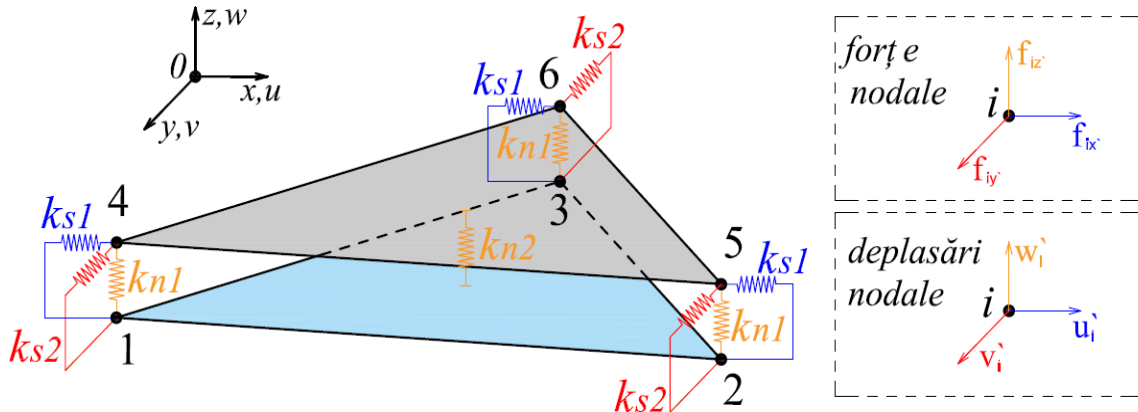


Fig.2.11. Element de interfață Coutinho (3D) - [A.42].

Elementul de interfață Coutinho își dovedește superioritatea în raport cu elementul Herman prin reducerea inconsistenței cinematice, J. Li și V. N. Kaliakin, [A.105].

## 2.6 Modelarea interfeței prin elemente finite speciale cu grosime nulă, virtuală sau cu grosime finită

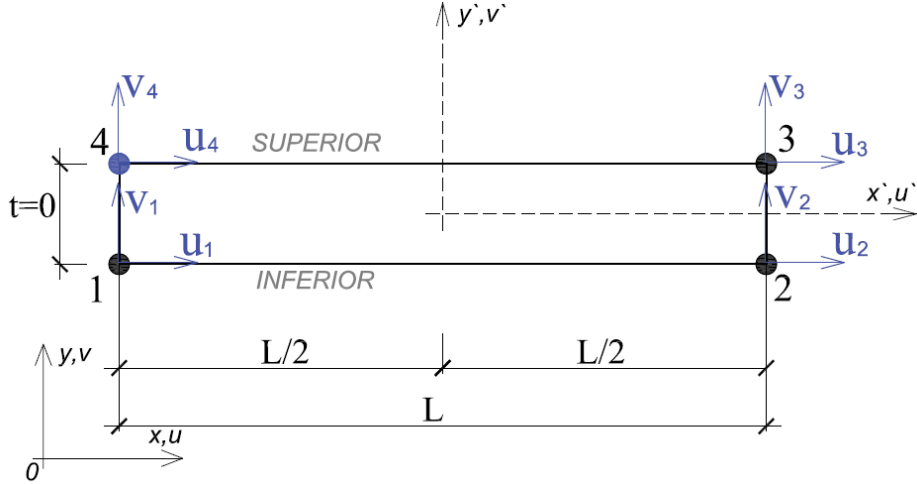
O abordare cu caracter general prin care se încearcă simularea comportării unei interfețe este prin introducerea unor elemente finite speciale. Aceste elemente se vor dispune de-a lungul suprafeței de interacțiune dintre două corpuri, fiind formulate astfel încât să fie compatibile cu elementele aferente corpurilor aflate în contact și să poată fi incorporate în sistemul global de analiză. Elementele cu grosime nulă reprezintă elemente dreptunghiulare cu grosime zero, în timp ce elementele cu grosime finită se pot compara cu elemente dreptunghiulare "zvelte", a căror grosime este mai mică în comparație cu lungimea.

Una dintre primele abordări îi aparține lui R.E. Goodman ș.a. [A.81]. Se propune un element finit dreptunghiular cu 4 noduri având grosimea nulă ( $t=0$ ) și lungimea,  $L$ , compatibil cu elemente plane (T3 și Q4) utilizate în analize în starea plană de deformății. Formularea elementului se realizează în deplasările relative normale și tangențiale la interfață. Cuantificarea formulării se realizează pe un element a cărui sistem de coordonate local coincide cu sistemul global de coordonate, (Fig.2.12).

Comportarea elementului de interfață se formulează în funcție de deplasările relative,  $[w]$ , normale ale elementului ( $w_n$ ), de-a lungul axei perpendiculare pe interfață ( $y'$ ), și în funcție de deplasările relative tangențiale ale elementului ( $w_s$ ), de-a lungul axei tangente la interfață ( $x'$ ).

$$[w] = \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$[w] = \begin{bmatrix} w_s^{\text{sup}} - w_s^{\text{inf}} \\ w_n^{\text{sup}} - w_n^{\text{inf}} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$



**Fig.2.12.** Elementul de rost (interfață) propus de Goodman ș.a. [A.81].

Considerând vectorul deplasărilor nodale aferente sistemului global de coordonate  $[d_e]$  identic cu vectorul deplasărilor nodale aferente axelor de coordonate locale ale elementului  $[d'_e]$  se va trece la formularea deplasării tangențiale și normale a elementului la partea inferioară  $(w_s^{\text{inf}}, w_n^{\text{inf}})$ , respectiv la partea superioară a elementului  $(w_s^{\text{sup}}, w_n^{\text{sup}})$  ca și câmpuri continue de variabile pe domeniul elementului.

$$[d_e] = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4]^T \quad (2.51)$$

$$[d'_e] = [u'_1 \ v'_1 \ u'_2 \ v'_2 \ u'_3 \ v'_3 \ u'_4 \ v'_4]^T \quad (2.52)$$

$$[d'_e] = [d_e] \quad (2.53)$$

$$\begin{bmatrix} w_s^{\text{inf}} \\ w_n^{\text{inf}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [d'_e] \quad (2.54)$$

$$\begin{bmatrix} w_s^{\text{sup}} \\ w_n^{\text{sup}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} [d'_e] \quad (2.55)$$

$$[w] = \begin{bmatrix} w_s^{\text{sup}} \\ w_n^{\text{sup}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_s^{\text{inf}} \\ w_n^{\text{inf}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} [d'_e] \quad (2.56)$$

$$[w] = [B][d'_e] \quad (2.57)$$

unde:  $N_1$  și  $N_2$  reprezintă funcții de formă:

$$N_1 = \frac{1}{2} - \frac{x'}{L} \quad (2.58)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{x'}{L} \quad (2.59)$$

$[B]$  este matricea funcțiilor de formă care determină variația deplasărilor relative tangențiale și normale pe lungimea elementului în funcție de vectorul deplasărilor nodale. În

condițiile în care deplasările relative se pot privi ca deformații specifice, matricea  $[B]$  are drept echivalent matricea derivată a funcțiilor de formă din formularea tradițională a elementelor plane.

$$[B] = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Relația între eforturi și deplasări se va formula în funcție de rigiditatea tangențială ( $k_s$ ) și normală ( $k_n$ ) pe unitatea de lungime. Rigiditatea normală ( $k_n$ ) reprezintă panta drepte de variație dintre forța normală aplicată elementului de rost raportată la lungimea acestuia ( $F_n/L$ ) și deplasarea relativă normală în domeniu elastic. Rigiditatea tangențială ( $k_s$ ) reprezintă panta drepte de variație dintre forța normală aplicată elementului de rost raportată la lungimea acestuia ( $F_t/L$ ) și deplasarea relativă tangențială în domeniu elastic. Forța normală pe element distribuită pe unitatea de lungime se va nota cu  $\sigma_n$ , respectiv forța tangențială distribuită pe unitatea de lungime se va nota cu  $\tau_s$ . Aceste două mărimi a forțelor normale și tangențiale distribuite pe lungimea elementului ( $\sigma_n, \tau_s$ ) se vor denumi generic în ceea ce urmează drept "tensiuni".

$$\begin{bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{bmatrix} = [k][w] = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Considerând vectorul deplasărilor relative,  $[w]$ , un vector de deformații generalizate, energia internă de deformare a unui astfel de element se poate exprima cu relațiile:

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} [w]^T \begin{bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{bmatrix} dx \quad (2.62)$$

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} [w]^T [k][w] dx \quad (2.63)$$

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} [d'_e]^T [B]^T [k][B][d'_e] dx \quad (2.64)$$

Astfel acest tip de element se poate implementa într-un sistem tradițional de analiză bazat pe principiu energiei potențiale minime. Matricea de rigiditate a elementului se poate formula în mod analog cu abordarea tradițională astfel:

$$[K]^E = \int_{-L/2}^{L/2} [B]^T [k][B] dx \quad (2.65)$$

$$[B]^T [k][B] = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 \\ -N_2 & 0 \\ 0 & -N_2 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \\ N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$[B]^T [k][B] = \begin{bmatrix} k_s(N_1)^2 & 0 & N_1N_2k_s & 0 & -N_1N_2k_s & 0 & -(N_1)^2k_s & 0 \\ & k_n(N_1)^2 & 0 & N_1N_2k_n & 0 & -N_1N_2k_n & 0 & -(N_1)^2k_n \\ & & k_s(N_2)^2 & 0 & -k_s(N_2)^2 & 0 & -N_1N_2k_s & 0 \\ & & & k_n(N_2)^2 & 0 & -k_n(N_2)^2 & 0 & -N_1N_2k_n \\ & & & & k_s(N_2)^2 & 0 & N_1N_2k_s & 0 \\ & sim & & & & k_n(N_2)^2 & 0 & N_1N_2k_n \\ & & & & & & k_s(N_1)^2 & 0 \\ & & & & & & & k_n(N_1)^2 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Exprimând forma integrată a matricei  $[B]^T [k][B]$  pe intervalul de integrare  $-L/2 \dots L/2$  și utilizând ecuațiile funcțiilor de formă conform ecuațiilor 2.58 și 2.59 se obține expresia matricei de rigiditate a elementului ca funcție de lungimea elementului și rigiditatea normală și tangențială.

$$[K]^E = \frac{L}{6} \cdot \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -2k_s & 0 \\ & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ & & 2k_s & 0 & -2k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n \\ & & & & 2k_s & 0 & k_s & 0 \\ & sim & & & & 2k_n & 0 & k_n \\ & & & & & & 2k_s & 0 \\ & & & & & & & 2k_n \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Ecuția de rigiditate a elementului se poate scrie astfel:

$$[K]^E [d'_e] = [f'_e] \quad (2.69)$$

unde:  $[f'_e]$  reprezintă vectorul forțelor nodale ale elementului reprezentat în Figura 2.12, orientate conform sistemului local de coordonate  $(x'y')$ , pe direcție normală și tangențială la interfață.

$$[f'_e] = [f_{1x'}, f_{1y'}, f_{2x'}, f_{2y'}, f_{3x'}, f_{3y'}, f_{4x'}, f_{4y'}]^T \quad (2.70)$$

$$\frac{L}{6} \cdot \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -2k_s & 0 \\ 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ k_s & 0 & 2k_s & 0 & -2k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n \\ -k_s & 0 & -2k_s & 0 & 2k_s & 0 & k_s & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n \\ -2k_s & 0 & -k_s & 0 & k_s & 0 & 2k_s & 0 \\ 0 & -2k_n & 0 & -k_s & 0 & k_n & 0 & 2k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_1 \\ v'_1 \\ u'_2 \\ v'_2 \\ u'_3 \\ v'_3 \\ u'_4 \\ v'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1x'} \\ f_{1y'} \\ f_{2x'} \\ f_{2y'} \\ f_{3x'} \\ f_{3y'} \\ f_{4x'} \\ f_{4y'} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$



Prin dezvoltarea ecuație anterioare se pot exprima forțele nodale normale și tangențiale ale elementului de rost. Variația acestora va fi liniară de-a lungul elementului astfel:

$$f_{3x'} = f_{2x'} = \frac{L \cdot k_s}{6} (-u_1' - 2u_2' + 2u_3' + u_4') \quad (2.72)$$

$$f_{4x'} = f_{1x'} = \frac{L \cdot k_s}{6} (-2u_1' - u_2' + u_3' + 2u_4') \quad (2.73)$$

$$f_{3y'} = f_{2y'} = \frac{L \cdot k_n}{6} (-v_1' - 2v_2' + 2v_3' + v_4') \quad (2.74)$$

$$f_{4y'} = f_{1y'} = \frac{L \cdot k_n}{6} (-2v_1' - v_2' + v_3' + 2v_4') \quad (2.75)$$

”Tensiunile” medii la nivelul interfeței se pot exprima în funcție de forțele nodale astfel:

$$\tau_s = \frac{f_{3x'} + f_{4x'}}{L} \quad (2.76)$$

$$\sigma_n = \frac{f_{3y'} + f_{4y'}}{L} \quad (2.77)$$

Exprimarea în funcție de deplasările nodale vor fi:

$$\tau_s = \frac{k_s}{2} (-u_1' - u_2' + u_3' + u_4') \quad (2.78)$$

$$\sigma_n = \frac{k_n}{2} (-v_1' - v_2' + v_3' + v_4') \quad (2.79)$$

Conform formulării anterioare, orientarea elementului de rost coincide cu orientarea sistemului global de coordonate. În situațiile de practică curentă această situație reprezintă un caz particular, în marea majoritate a situațiilor suprafața de separație se dezvoltă plan la un anumit unghi ( $\alpha$ ) față de axa orizontală a sistemului global de coordonate (Fig.2.13).

Într-o astfel de situație atât deplasările nodale, cât și forțele nodale ale elementului se vor exprima diferit în funcție de sistemul de coordonate la care ne raportăm. Pentru un nod oarecare  $i$ , trecerea de la GDL locale, la GDL globale se va face astfel:

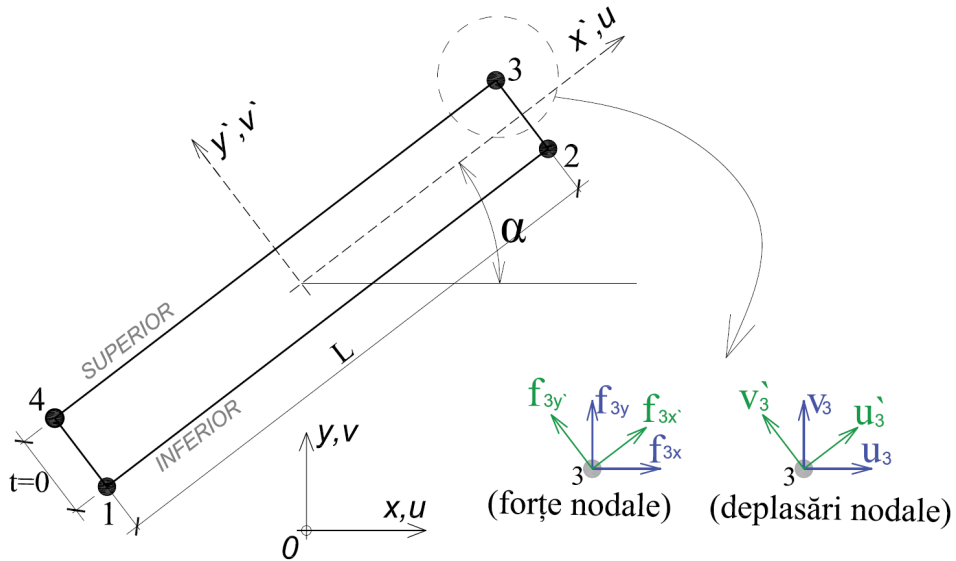
$$u_i = \cos(\alpha) \cdot u_i' - \sin(\alpha) \cdot v_i' \quad (2.80)$$

$$v_i = \sin(\alpha) \cdot u_i' + \cos(\alpha) \cdot v_i' \quad (2.81)$$

Procedeul invers, respectiv trecerea de la GDL globale la GDL locale se va face astfel:

$$u_i' = \cos(\alpha) \cdot u_i + \sin(\alpha) \cdot v_i \quad (2.82)$$

$$v_i' = -\sin(\alpha) \cdot u_i + \cos(\alpha) \cdot v_i \quad (2.83)$$



**Fig.2.13.** Elementul de rost cu orientare diferită față de sistemul global de coordonate XOY.

În mod uzual se urmărește formularea în sistemul global de coordonate. Astfel se adoptă ca și convenție exprimarea deplasărilor nodale aferente sistemului local de coordonate,  $[d'_e]$ , în funcție de deplasările nodale aferente sistemului global de coordonate,  $[d_e]$ .

$$[d'_e] = [T][d_e] \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} u'_1 \\ v'_1 \\ u'_2 \\ v'_2 \\ u'_3 \\ v'_3 \\ u'_4 \\ v'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$[f'_e] = [T][f_e] \quad (2.86)$$

unde:  $[T]$  reprezintă matricea de transformare geometrică. Formulând procedeul invers deplasările nodale în sistem local de coordonate se vor obține utilizând transpusa matricei de transformare geometrică,  $[T]^T$ :

$$[d_e] = [T]^T [d'_e] \quad (2.87)$$

$$[f_e] = [T]^T [f'_e] \quad (2.88)$$

Formularea elementului de interfață în funcție de deplasările nodale raportate la sistemul global de coordonate se poate realiza aplicând matricea de transformare geometrică în ecuația energie interne de deformare :

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} [d_e]^T [B]^T [k][B][d_e] dx \quad (2.89)$$

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} [d_e]^T [B]^T [k][B][d_e] dx = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} [d_e]^T [T]^T [B]^T [k][B][T][d_e] dx \quad (2.90)$$

Matricea de rigiditate a elementului formulată în funcție de deplasările nodale globale ale elementului va fi :

$$[K_G]^E = \int_{-L/2}^{L/2} [T]^T [B]^T [k][B][T] dx \quad (2.91)$$

$$[K_G]^E = [T]^T [K]^E [T] \quad (2.92)$$

Respectiv, ecuația de rigiditate a elementului se poate scrie astfel:

$$[K_G]^E [d_e] = [f_e] \quad (2.93)$$

Simularea comportării unei interfețe se realizează prin analiză incrementală a întregului domeniu de analiză. Astfel în faza incipientă, fiecărui element de interfață  $i$  se atașează o rigiditate normală ( $k_n$ ) și o rigiditate tangențială ( $k_s$ ). După determinarea matricei de rigiditate a fiecărui element de rost, se va asambla matricea de rigiditate globală a sistemului compus din elemente tradiționale și elementele de rost. La fiecare pas incremental, fiecare element de rost se va verifica prin intermediul unei subrutine locale pentru a se putea identifica modurile de comportare specifică a unei interfețe. În momentul în care apare forfecarea interfeței, respectiv tensiunea tangențială,  $\tau_s$ , depășește o valoare limită,  $\tau_{lim}$ , valoarea rigidității tangențiale inițiale (elastice,  $k_s$ ) este înlocuită cu rigiditatea tangențiale reziduale,  $k_{sr}$ , ( $k_{sr} < k_s$ ) simulându-se astfel fenomenul de lunecare. Valoarea limită a rezistenței la lunecare a interfeței este obținută utilizând modelul de cedare Mohr-Coulomb. În cazul adoptării unui comportări al interfeței de tip elastice - perfect plastice, se poate adopta o valoare nulă a rigidității tangențiale reziduale,  $k_{sr} = 0$ . În situația în care tensiunile normale la nivelul interfeței sunt aferente unui fenomen de întindere, ambele rigidități ale interfeței sunt anulate (devin nule), simulându-se astfel fenomenul de dezlipire. În situația în care după apariția acestei situații, la un pas incremental ulterior, tensiunea normală la interfață simulează compresiunea, interfața simulează alipirea, iar rigiditățile interfeței iau valorile inițiale elastice ( $k_n$ ,  $k_s$ ).

Unul dintre dezavantajele elementului Goodman în formulare inițială constă în faptul că rigiditatea tangențială și normală a unei interfețe sunt considerate parametri de material independenți. Astfel nu se poate simula fenomenul de dilatare/contractare a materialului în momentul plasticizării.

Utilizarea elementelor de interfață în vederea modelării interacțiunii dintre materiale continue a facilitat realizarea analizei în deformații discontinue a unui domeniu de analiză, realizându-se astfel simularea fisurilor din cadrul masivelor de rocă, F. E. Heuzé ș.a. [A.90].

Pentru a putea surprinde efectul real de dilatare/contractare care poate surveni în momentul forfecării, R.E. Goodman ș.a. [A.80], au formulat un element de rost dilatant. S-a

urmărit formularea unui element de rost care în momentul forfecării poate descrie o comportare generică de îngroșare sau de subțiere, ca descriere doar, întrucât elementul de rost va avea grosime nulă. Considerând un element de rost sollicitat la eforturi normale ( $\sigma_n = \sigma$ ) și la eforturi tangențiale ( $\tau_s = \tau$ ), acesta se va deforma înregistrând o deplasare normală ( $w_n = v$ ) și o deplasare tangențială ( $w_s = u$ ). Fenomenul de dilatanță/contractanță se caracterizează prin faptul că atât deplasarea normală cât și deplasarea tangențială sunt influențate atât de eforturile la forfecare cât și de eforturile normale. Formularea matricei coeficienților de rigiditate a elementului,  $[k]$ , va fi formulată într-o manieră care să surprindă acest lucru. Implementarea comportării unui astfel de element s-a realizat utilizând un algoritm de tip ”metoda perturbării” aplicat fiecărui element la fiecare pas incremental, pentru a se putea surprinde relațiile constitutive neliniare aferente inter-dependenței dintre deplasări - forțe nodale / eforturi-deformații. Formularea generală este următoarea:

$$\begin{bmatrix} \tau - \tau_0 \\ \sigma - \sigma_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sn} \\ k_{ns} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

sau

$$\begin{bmatrix} \tau_s - \tau_{s,0} \\ \sigma_n - \sigma_{n,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sn} \\ k_{ns} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

unde:  $\tau_0$  și  $\sigma_0$  descriu starea de eforturi inițială, anterioară. Coeficienții de rigiditate  $k_{ss}$  și  $k_{nn}$  exprimă rata de modificarea a efortului de forfecare în raport cu deformația tangențială, respectiv rata modificării efortului normal raportată la deformația normală a elementului de rost.

Coeficienții de rigiditate  $k_{sn}$  și  $k_{ns}$  depind de  $\tau - \tau_0$ ,  $\sigma - \sigma_0$ ,  $u$ ,  $v$  și se determină în funcție de acești parametri aferenți iterației anterioare. Determinarea acestor coeficienți de rigiditate se poate face în urma încercării de forfecare directă înregistrând deplasările normale și tangențiale ale probei în raport cu tensiunile normale și tangențiale aplicate. Printr-un control al forțelor aplicare și variind condițiile de margine, se pot determina coeficienții de rigiditate astfel:

$$\begin{aligned} k_{ss} &= \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_v & ; & & k_{nn} &= \left( \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right)_u \\ k_{sn} &= \left( \frac{\partial \tau}{\partial v} \right)_u & ; & & k_{ns} &= \left( \frac{\partial \sigma}{\partial u} \right)_v \end{aligned} \quad (2.96)$$

Formulându-se problema în mod analog cu elementul ne-dilatant Goodman [A.81], efectul dilatanței/contractanței la forfecare se poate surprinde prin matricea de rigiditate a elementului,  $[K]^E$ .

$$[K]^E = \int_{-L/2}^{L/2} [B]^T [k][B] dx \quad (2.97)$$

unde :

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sn} \\ k_{ns} & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

$$[B]^T [k] [B] = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 \\ -N_2 & 0 \\ 0 & -N_2 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \\ N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sn} \\ k_{ns} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

$$[B]^T [k] [B] = \begin{bmatrix} k_{ss}(N_1)^2 & k_{sn}(N_1)^2 & N_1N_2k_{ss} & N_1N_2k_{sn} & -N_1N_2k_{ss} & -N_1N_2k_{sn} & -(N_1)^2k_{ss} & -(N_1)^2k_{sn} \\ & k_{nn}(N_1)^2 & N_1N_2k_{ns} & N_1N_2k_{nn} & -N_1N_2k_{ns} & -N_1N_2k_{nn} & -(N_1)^2k_{ns} & -(N_1)^2k_{nn} \\ & & k_{ss}(N_2)^2 & (N_2)^2k_{sn} & -(N_2)^2k_{ss} & -(N_2)^2k_{sn} & -N_1N_2k_{ss} & -N_1N_2k_{sn} \\ & & & k_{nn}(N_2)^2 & -(N_2)^2k_{ns} & -(N_2)^2k_{nn} & -N_1N_2k_{ns} & -N_1N_2k_{nn} \\ & & & & k_{ss}(N_2)^2 & (N_2)^2k_{sn} & N_1N_2k_{ss} & N_1N_2k_{sn} \\ & sim & & & & k_{nn}(N_2)^2 & N_1N_2k_{ns} & N_1N_2k_{nn} \\ & & & & & & k_{ss}(N_1)^2 & (N_1)^2k_{sn} \\ & & & & & & & k_{nn}(N_1)^2 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

Exprimând forma integrată a matricei  $[B]^T [k] [B]$  pe intervalul de integrare  $-L/2 \dots L/2$  și utilizând ecuațiile funcțiilor de formă, conform ecuațiilor (2.58) și (2.59) se obține expresia matricei de rigiditate a elementului în funcție de lungimea elementului (L) și coeficienții de rigiditate  $k_{ss}$ ,  $k_{nn}$ ,  $k_{sn}$  și  $k_{ns}$ .

$$[K]^E = \frac{L}{6} \cdot \begin{bmatrix} 2k_{ss} & 2k_{sn} & k_{ss} & k_{sn} & -k_{ss} & -k_{sn} & -2k_{ss} & -2k_{sn} \\ & 2k_{nn} & k_{ns} & k_{nn} & -k_{ns} & -k_{nn} & -2k_{ns} & -2k_{nn} \\ & & 2k_{ss} & 2k_{sn} & -2k_{ss} & -2k_{sn} & -k_{ss} & -k_{sn} \\ & & & 2k_{nn} & -2k_{ns} & -2k_{nn} & -k_{ns} & -k_{nn} \\ & & & & 2k_{ss} & 2k_{sn} & k_{ss} & k_{sn} \\ & sim & & & & 2k_{nn} & k_{ns} & k_{nn} \\ & & & & & & 2k_{ss} & 2k_{sn} \\ & & & & & & & 2k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

Matricea de rigiditate a elementului formulată în funcție de deplasările nodale globale  $[K_G]^E$  ale se va determina conform ecuație (2.92), în funcție de orientarea elementului (unghiul  $\alpha$ ) prin intermediul matricei de transformare geometrică,  $[T]$ , conform ecuație (2.84) și (2.85).

Unul dintre dezavantajele elementului Goodmann reprezintă inconsistența cinematică privind comportarea elementului pe direcție tangențială interfeței. Studiile realizate de V. N. Kaliakin ș.a. [A.105], denotă un răspuns deficitar al elementului privind răspunsul tangențial al elementului Goodman supus la forțe nodale tangențiale inegale pe lungimea elementului. Ca soluție la aceste impedimente, Kaliakin, [A.105], propune un macro-element de interfață cu grosime nulă format prin asamblarea a două elemente Goodmann cu lungimi egale, conf. Fig.2.14.

Matricea de rigiditate a elementului formulată în sistem local de coordonate se va realiza în urma procedurii de asamblare a matricelor de rigiditate a celor 2 elemente Goodman alăturate, după care se va trece la condensarea gradelor de libertate ale nodurilor 5 și 6, ( Fig.2.14).

$$[K]_{\text{Kaliakin}}^E = \frac{L}{48} \cdot \begin{bmatrix} 7k_s & 0 & -k_s & 0 & k_s & 0 & -7k_s & 0 \\ & 7k_{nn} & 0 & -k_{nn} & 0 & k_{nn} & 0 & -7k_{nn} \\ & & 7k_{ss} & 0 & -7k_{ss} & 0 & k_{ss} & 0 \\ & & & 7k_{nn} & 0 & -7k_{nn} & 0 & k_{nn} \\ & \text{sim} & & & 7k_{ss} & 0 & -k_{ss} & 0 \\ & & & & & 7k_{nn} & 0 & -k_{nn} \\ & & & & & & 7k_{ss} & 0 \\ & & & & & & & 7k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

$$[K]_{\text{Kaliakin}}^E \cdot [d'_e] = [f'_e] \quad (2.103)$$

După procedeul de condensare (eliminarea nodurilor 6 și 5) vectorii  $[d'_e]$ , și  $[f'_e]$  vor avea forma:

$$[d'_e]' = [u'_1 \quad v'_1 \quad u'_2 \quad v'_2 \quad u'_3 \quad v'_3 \quad u'_4 \quad v'_4]^T \quad (2.104)$$

$$[f'_e]' = [f_{1x'} \quad f_{1y'} \quad f_{2x'} \quad f_{2y'} \quad f_{3x'} \quad f_{3y'} \quad f_{4x'} \quad f_{4y'}]^T \quad (2.105)$$

În urma aplicării elementului Kaliakin, [A.105], pe problema modelării numerice a interacțiunii fundație-teren de fundare și testul smulgerii unei geo-membrane dintr-un masiv de pământ, s-a evidențiat dispariția inconsistenței cinematice a noului element în comparație cu elementul Goodman [A.81] și elementul Herrmann [A.88].

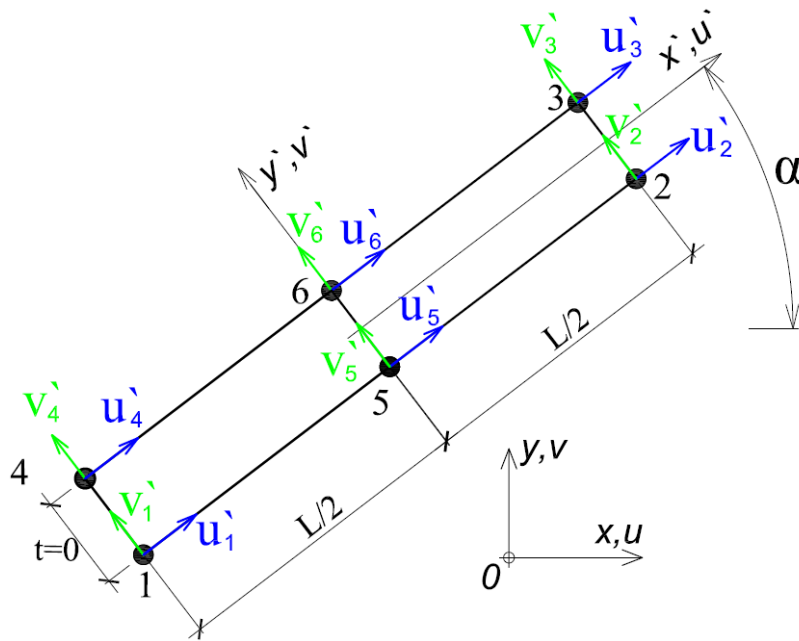
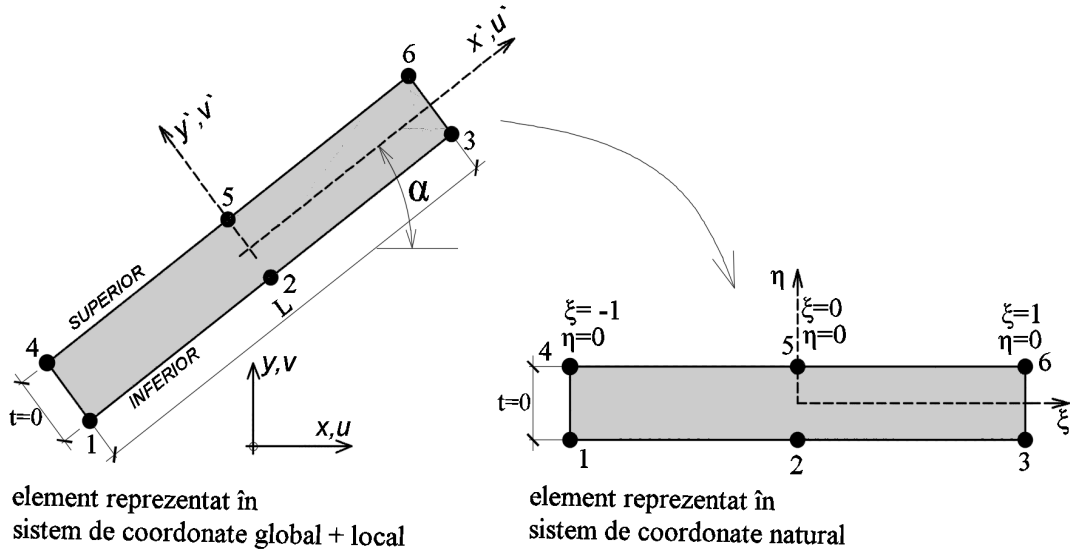


Fig.2.14. "Macro-element" de interfață Kaliakin, [A.105].

Elementul Goodman a fost dezvoltat ulterior la un element de rost de grosime nulă cu 6 noduri (Fig.2.15). Acest tip de element este compatibil cu elemente plane triunghiulare T6, și elemente patrulatere Q8. K. Sekiguchi, [A.171], prezintă formularea unui element de rost cu grosime nulă cu 6 noduri cu comportare nedilatantă.



element reprezentat în sistem de coordonate global + local

element reprezentat în sistem de coordonate natural

Fig.2.15. Elementul de rost cu 6 noduri de grosime nulă.

Se vor considera deplasările nodale aferente sistemului local de coordonate a interfeței cumulate în vectorul  $[d^e]$ , respectiv forțele nodale cumulate în vectorul  $[f^e]$ .

$$[d^e] = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4 \ u_5 \ v_5 \ u_6 \ v_6]^T \quad (2.106)$$

$$[f'_e] = [f_{1x}, f_{1y}, f_{2x}, f_{2y}, f_{3x}, f_{3y}, f_{4x}, f_{4y}, f_{5x}, f_{5y}, f_{6x}, f_{6y}]^T \quad (2.107)$$

Deplasările normale și tangențiale ale unui punct situat pe latura inferioară se vor exprima în funcție de deplasările nodale a punctelor situate pe latura inferioară prin intermediul unor funcții de formă (de interpolare):  $N_1, N_2, N_3$ , exprimate în sistemul de coordonate natural, (Fig.2.15).

$$\begin{bmatrix} u'_{\text{inf}} \\ v'_{\text{inf}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} [d'_e] \quad (2.108)$$

În mod similar pentru fața superioară a elementului deplasările normale și tangențiale a unui punct oarecare se vor exprima în funcție de deplasările nodale a punctelor situate pe latura inferioară prin intermediul unor funcții de formă (de interpolare):  $N_4, N_5, N_6$ , exprimate în sistemul de coordonate natural, (Fig.2.15).

$$\begin{bmatrix} u'_{\text{sup}} \\ v'_{\text{sup}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_4 & 0 & N_5 & 0 & N_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_4 & 0 & N_5 & 0 & N_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [d'_e] \quad (2.109)$$

Funcțiile de interpolare se vor exprima în sistemul natural de coordonate ( $-1 \leq \xi \leq 1$ ):

$$\begin{cases} N_1 = (1/2) \cdot \xi \cdot (\xi + 1) = -\xi(1 - \xi) / 2 \\ N_2 = (1 - \xi) \cdot (1 + \xi) = (1 - \xi^2) \\ N_3 = (1/2) \cdot \xi \cdot (\xi - 1) = \xi(1 + \xi) / 2 \end{cases} \quad (2.110)$$

Considerând modul de variație al deplasărilor de pe fața inferioară identic cu modul de variație a deplasărilor pe fața superioară :

$$\begin{cases} N_1 = N_4 \\ N_2 = N_5 \\ N_3 = N_6 \end{cases} \quad (2.111)$$

Elementul se va formula în funcție de deplasările relative tangențiale:  $w_s$  și normale:  $w_n$  (privite ca deformații specifice).

$$[w] = \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u'_{\text{sup}} \\ v'_{\text{sup}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u'_{\text{inf}} \\ v'_{\text{inf}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u'_{\text{sup}} - u'_{\text{inf}} \\ v'_{\text{sup}} - v'_{\text{inf}} \end{bmatrix} = [B][d'_e] \quad (2.112)$$

Unde matricea  $[B]$  se poate compara cu matricea de operare deplasări-deformații specifice conform formulării tradiționale a elementelor plane.

$$[B] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & -N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & -N_3 \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

Forța normală pe element distribuită pe unitatea de lungime se va nota cu  $\sigma_n$ , respectiv forța tangențială distribuită pe unitatea de lungimea se va nota cu  $\tau_s$ , denumi generic în ceea ce urmează drept ”tensiuni”.



$$\begin{bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{bmatrix} = [k][w] = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

Energia internă de deformare a unui astfel de element se poate formula astfel:

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_0^L [w]^T \begin{bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{bmatrix} dx \quad (2.115)$$

$$\Phi_e = \frac{1}{2} \int_0^L [d'_e]^T [B]^T [k][B][d'_e] dx \quad (2.116)$$

Respectiv matricea de rigiditate a elementului

$$[K]^E = \int_{-1}^1 [B]^T [k][B] |J| d\xi \quad (2.117)$$

unde :  $|J|$  este determinantul operatorului Jacobian.

$$|J| = \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi} \cdot x'_1 + \frac{\partial N_2}{\partial \xi} \cdot x'_2 + \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \cdot x'_3 \quad (2.118)$$

$$|J| = \xi(x'_1 - x'_2 + x'_3 - x'_2) - 0.5(x'_1 - x'_3) \quad (2.119)$$

Conform Figurii 2.15:  $x'_1 - x'_2 = -L/2$ ;  $x'_3 - x'_2 = L/2$  și  $x'_1 - x'_3 = -L$ , rezultând:

$$|J| = \xi \left( -\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \right) - 0.5(-L) = L/2 \quad (2.120)$$

Matricea  $[B]^T [k][B]$  va avea valoarea:

$$[B]^T [k][B] = \begin{bmatrix} k_s N_1^2 & 0 & k_s N_1 N_2 & 0 & k_s N_1 N_3 & 0 & -k_s N_1^2 & 0 & -k_s N_1 N_2 & 0 & -k_s N_1 N_3 & 0 \\ k_n N_1^2 & 0 & k_n N_1 N_2 & 0 & k_n N_1 N_3 & 0 & -k_n N_1^2 & 0 & -k_n N_1 N_2 & 0 & -k_n N_1 N_3 & 0 \\ k_s N_2^2 & 0 & k_s N_2 N_3 & 0 & -k_s N_1 N_2 & 0 & -k_s N_2^2 & 0 & -k_s N_2 N_3 & 0 & -k_s N_2 N_3 & 0 \\ k_n N_2^2 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 & -k_n N_1 N_2 & 0 & -k_n N_2 N_3 & 0 & -k_n N_2 N_3 & 0 & -k_n N_2 N_3 & 0 \\ k_s N_3^2 & 0 & -k_s N_1 N_3 & 0 & -k_s N_2 N_3 & 0 & -k_s N_3^2 & 0 & -k_s N_3^2 & 0 & -k_n N_3^2 & 0 \\ k_n N_3^2 & 0 & -k_n N_1 N_3 & 0 & -k_n N_2 N_3 & 0 & -k_n N_3^2 & 0 & -k_n N_2 N_3 & 0 & -k_n N_3^2 & 0 \\ k_s N_1^2 & 0 & k_s N_1 N_2 & 0 & k_s N_1 N_3 & 0 & k_s N_1 N_3 & 0 & k_s N_1 N_3 & 0 & k_n N_1 N_3 & 0 \\ k_n N_1^2 & 0 & k_n N_1 N_2 & 0 & k_n N_1 N_3 & 0 & k_n N_1 N_3 & 0 & k_n N_1 N_3 & 0 & k_n N_1 N_3 & 0 \\ k_s N_2^2 & 0 & k_s N_2 N_3 & 0 & k_s N_2 N_3 & 0 & k_s N_2 N_3 & 0 & k_s N_2 N_3 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 \\ k_n N_2^2 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 & k_n N_2 N_3 & 0 \\ k_s N_3^2 & 0 & k_s N_3^2 & 0 & k_s N_3^2 & 0 & k_s N_3^2 & 0 & k_s N_3^2 & 0 & k_n N_3^2 & 0 \\ k_n N_3^2 & 0 & k_n N_3^2 & 0 & k_n N_3^2 & 0 & k_n N_3^2 & 0 & k_n N_3^2 & 0 & k_n N_3^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

Pentru determinarea matricei de rigiditate a elementului,  $[K]^E$  sunt necesare determinarea formei integrate a funcțiilor de interpolare:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \int_{-1}^1 N_1 \cdot N_1 d\xi = \frac{4}{15} & \int_{-1}^1 N_1 \cdot N_2 d\xi = \frac{2}{15} \\ \int_{-1}^1 N_2 \cdot N_2 d\xi = \frac{16}{15} & \int_{-1}^1 N_1 \cdot N_3 d\xi = -\frac{1}{15} \\ \int_{-1}^1 N_3 \cdot N_3 d\xi = \frac{4}{15} & \int_{-1}^1 N_2 \cdot N_3 d\xi = -\frac{2}{15} \end{array} \right. \quad (2.122)$$

$$[K]^E = \int_{-1}^1 [B]^T [k][B] |J| d\xi = \frac{L}{30} \begin{bmatrix} 4k_s & 0 & 2k_s & 0 & -k_s & 0 & -4k_s & 0 & -2k_s & 0 & k_s & 0 \\ & 4k_n & 0 & 2k_n & 0 & -k_n & 0 & -4k_n & 0 & -2k_n & 0 & k_n \\ & & 16k_s & 0 & 2k_s & 0 & -2k_s & 0 & -16k_s & 0 & -2k_s & 0 \\ & & & 16k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -16k_n & 0 & -2k_n \\ & & & & 4k_s & 0 & k_s & 0 & -2k_s & 0 & -4k_s & 0 \\ & & & & & 4k_n & 0 & k_n & 0 & -2k_n & 0 & -4k_n \\ & & & & & & 4k_s & 0 & 2k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & & & & & & & 4k_n & 0 & 2k_n & 0 & -k_n \\ & & & & & & & & 16k_s & 0 & 2k_s & 0 \\ & & & & & & & & & 16k_n & 0 & 2k_n \\ & & & & & & & & & & 4k_s & 0 \\ & & & & & & & & & & & 4k_n \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

Comportarea elementului formulată în funcție de deplasările și forțele nodale orientate conform sistemului local de coordonate (direcție tangentă și normală la interfață) se poate descrie prin următoarea relație:

$$[K]^E [d_e] = [f_e] \quad (2.124)$$

În vederea formulării elementului în raport cu sistemul global de coordonate relația anterioară va deveni:

$$[K_g]^E [d_e] = [f_e] \quad (2.125)$$

unde :

$$[d_e] = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4 \ u_5 \ v_5 \ u_6 \ v_6]^T \quad (2.126)$$

$$[f_e] = [f_{1x} \ f_{1y} \ f_{2x} \ f_{2y} \ f_{3x} \ f_{3y} \ f_{4x} \ f_{4y} \ f_{5x} \ f_{5y} \ f_{6x} \ f_{6y}]^T \quad (2.127)$$

$$[K_g]^E = [T]^T [K]^E [T] \quad (2.128)$$

unde :  $[T]_{12 \times 12}$  este matricea de transformare geometrică, fiind o matrice diagonală, cu elemente formate din sub-matrici de transformare geometrică nodală,  $[T_\alpha]_{2 \times 2}$ . Astfel matricea de transformare se va prezenta în forma expandată ca o matrice de tip bandă, cu elemente nenule dispuse în jurul diagonale principale.

$$[T] = \begin{bmatrix} [T_\alpha] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & [T_\alpha] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & [T_\alpha] & 0 & 0 & 0 \\ & & & [T_\alpha] & 0 & 0 \\ & sim. & & & [T_\alpha] & 0 \\ & & & & & [T_\alpha] \end{bmatrix} \quad (2.129)$$

$$[T_\alpha] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.130)$$

V.N. Kaliakin ș.a.[A.105], [A.124], [A.106] prezintă studii numerice realizate asupra elementelor de interfață Herrman/ Goodman (cu 4 și 6 noduri), respectiv prezintă un element de interfață cu 4 noduri ("macroelement") compus prin condensarea a două elemente Goodman alăturate. A fost de asemenea investigată comportarea acestor elemente la lunecare prin studii parametrice considerând o comportare de tip elastică – perfect plastică al elementelor. Rezultatele obținute nu prezintă diferențe semnificative între tipurile de elemente utilizate, dar se observă că odată cu creșterea numărului de elemente (scăderea lungimii acestora) tensiunea tangențială prezintă o variație fără oscilații bruște.

O formulare mult mai generală a elementelor de rost cu 6 noduri este prezentată de David M. Potts ș.a. [A.156]. Se prezintă astfel elementele de rost cu grosime nulă în formulare izo-parametrică, pe baza principiilor și a formulărilor lui I. Carol ș.a. [A.23], creându-se astfel o formulare generală pentru "familia de elemente de rost izo-parametrice cu grosime nulă". Deformațiile specifice ale elementului de interfață,  $[\varepsilon]_e$ , sunt considerate deplasările relative tangențiale,  $w_s$ , și normale,  $w_n$ . Deplasările relative (tangențiale și normale) se vor determina ca diferența dintre deplasările aferente feței inferioare a elementului și deplasările aferente feței superioare a elementului de interfață sub forma:

$$[\varepsilon]_e = \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u'_{\text{inf}} - u'_{\text{sup}} \\ v'_{\text{inf}} - v'_{\text{sup}} \end{bmatrix} \quad (2.131)$$

unde: deplasările tangențiale interfeței ( $u'$ ) respectiv deplasările normale interfeței ( $v'$ ) se pot formula în funcție de deplasarea orizontală globală ( $u$ ) și deplasarea verticală globală ( $v$ ) reprezentate în sistemul global de coordonate  $xy$ , (Fig.2.16):

$$\begin{cases} u' = v \sin(\alpha) + u \cos(\alpha) \\ v' = v \cos(\alpha) - u \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2.132)$$

respectiv :

$$\begin{cases} \gamma = w_s = (v_{\text{inf}} - v_{\text{sup}}) \sin(\alpha) + (u_{\text{inf}} - u_{\text{sup}}) \cos(\alpha) \\ \varepsilon = w_n = (v_{\text{inf}} - v_{\text{sup}}) \cos(\alpha) - (u_{\text{inf}} - u_{\text{sup}}) \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2.133)$$

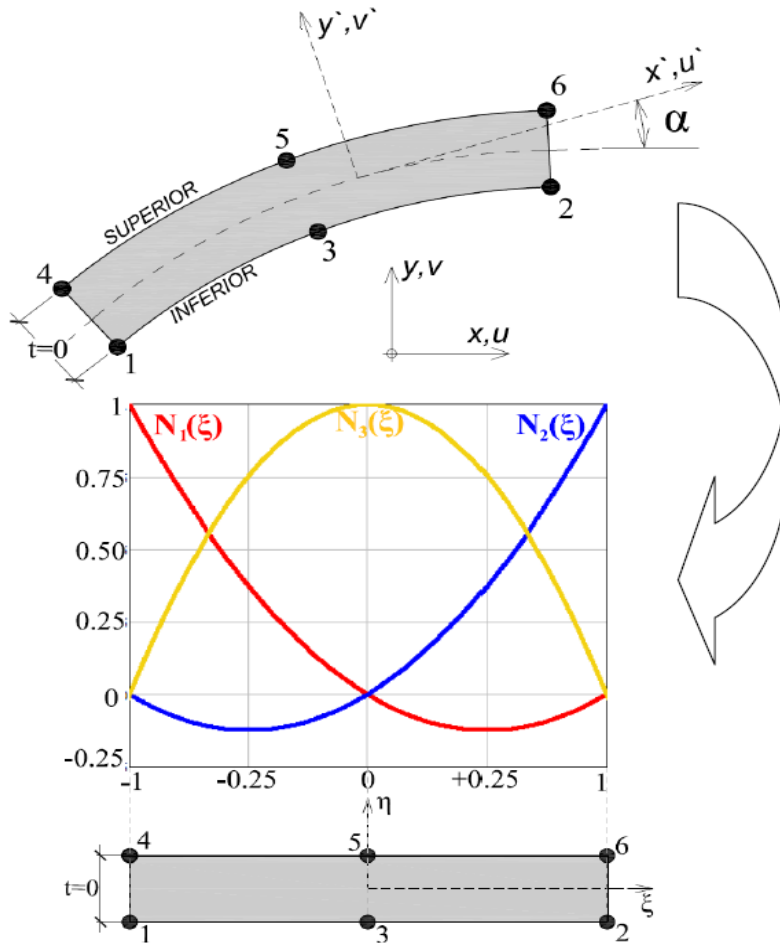


Fig.2.16. Elementul de rost izo-parametric cu 6 noduri, de grosime nulă.

Deplasările globale ( $u, v$ ) pentru orice punct de pe față (superioară / inferioară) ale elementului de interfață se pot exprima în funcție de deplasările globale nodale ale elementului prin intermediul funcțiilor de formă izo-parametrice  $N_i$  astfel:

$$\begin{cases} u_{\text{inf}} = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 \\ u_{\text{sup}} = N_4 u_4 + N_5 u_5 + N_6 u_6 \end{cases} \quad (2.134)$$

$$\begin{cases} v_{\text{inf}} = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 \\ v_{\text{sup}} = N_4 v_4 + N_5 v_5 + N_6 v_6 \end{cases} \quad (2.135)$$

Funcțiile de interpolare se vor exprima în sistemul natural de coordonate ( $-1 \leq \xi \leq 1$ ;  $\eta = 0$ ), considerându-se o variație identică a deplasărilor pe cele două fețe ale elementului:

$$\begin{cases} N_1 = N_4 = (1/2) \cdot \xi \cdot (\xi + 1) = -\xi(1 - \xi) / 2 \\ N_3 = N_5 = (1 - \xi) \cdot (1 + \xi) = (1 - \xi^2) \\ N_2 = N_6 = (1/2) \cdot \xi \cdot (\xi - 1) = \xi(1 + \xi) / 2 \end{cases} \quad (2.136)$$

În formă matriceală, câmpul deplasărilor relative în cadrul elementului se pot defini astfel:

$$[\varepsilon]_e = \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} = [B][d_e] \quad (2.137)$$

unde  $[d_e]$  reprezintă vectorul ce cumulează deplasările nodale globale ale elementului de interfață, conform ecuației (2.126), respectiv  $[B]$  - reprezintă matricea de operare deplasări-deformații specifice (deplasări relative).

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & -N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & -N_3 \end{bmatrix} \quad (2.138)$$

Matricea de rigiditate a elementului  $[K_g]^E$  va fi :

$$[K_g]^E = \int_{-1}^1 [B]^T [k][B] |J| d\xi \quad (2.139)$$

unde  $[k]$  - este matricea ce descrie comportarea de material a interfeței. În cadrul acestei matrice se poate surprinde comportarea dilatantă sau non-dilatantă a interfeței la forfecare, conform formulărilor descrise anterior. Termenul  $|J|$  este determinantul operatorului Jacobian definit astfel:

$$|J| = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} \quad (2.140)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi} \cdot x_1 + \frac{\partial N_2}{\partial \xi} \cdot x_2 + \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \cdot x_3 \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi} \cdot y_1 + \frac{\partial N_2}{\partial \xi} \cdot y_2 + \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \cdot y_3 \end{cases} \quad (2.141)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} = \xi - \frac{1}{2} \\ \frac{\partial N_2}{\partial \xi} = \xi + \frac{1}{2} \\ \frac{\partial N_3}{\partial \xi} = -2\xi \end{cases} \quad (2.142)$$

Respectiv:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \xi(x_1 + x_2 - x_3) + 0.5(x_2 - x_1) = a_x \cdot \xi + b_x \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} = \xi(y_1 + y_2 - y_3) + 0.5(y_2 - y_1) = a_y \cdot \xi + b_y \end{cases} \quad (2.143)$$

$$\begin{aligned} |J| &= \sqrt{(a_x \cdot \xi + b_x)^2 + (a_y \cdot \xi + b_y)^2} = \\ &= \sqrt{\xi^2 (a_x^2 + a_y^2) + 2\xi (a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y) + b_x^2 + b_y^2} \end{aligned} \quad (2.144)$$

Formulara  $|J|$  și a funcțiilor trigonometrice  $\cos(\alpha)$ ,  $\sin(\alpha)$  din cadrul matricei  $[B]$ , se face în mod analog cu formularea descrisă de R. A. Day ș.a. [A.51]. Astfel funcțiile trigonometrice:  $\cos(\alpha)$  și  $\sin(\alpha)$  se pot exprima în felul următor:

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{1}{|J|} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \sin(\alpha) = \frac{1}{|J|} \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{cases} \quad (2.145)$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{\xi(x_1 + x_2 - x_3) + 0.5(x_2 - x_1)}{\sqrt{[\xi(x_1 + x_2 - x_3) + 0.5(x_2 - x_1)]^2 + [\xi(y_1 + y_2 - y_3) + 0.5(y_2 - y_1)]^2}} \\ \sin(\alpha) = \frac{\xi(y_1 + y_2 - y_3) + 0.5(y_2 - y_1)}{\sqrt{[\xi(x_1 + x_2 - x_3) + 0.5(x_2 - x_1)]^2 + [\xi(y_1 + y_2 - y_3) + 0.5(y_2 - y_1)]^2}} \end{cases} \quad (2.146)$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{\xi \cdot a_x + b_x}{\sqrt{\xi^2(a_x^2 + a_y^2) + 2\xi(a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y) + b_x^2 + b_y^2}} \\ \sin(\alpha) = \frac{\xi \cdot a_y + b_y}{\sqrt{\xi^2(a_x^2 + a_y^2) + 2\xi(a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y) + b_x^2 + b_y^2}} \end{cases} \quad (2.147)$$

Pe baza formulării familiei elementelor de interfață cu rigiditate nulă, G. Beer,[A.5], dezvoltă elemente de rost pentru analizele tri-dimensionale (3D) și axi-simetrice.

Evaluarea variației tensiunilor de contact la nivelul interfeței s-a dovedit a fi puternic influențată de modul de determinare a matricei de rigiditate a elementului. Conform X. Qiu ș.a. [A.158], determinarea matricei  $[K_g]^E$  prin integrare directă poate conduce la o oscilație parazitară a tensiunilor de contact, în special a tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței. Acest aspect poate fi înlăturat (diminuat) prin adoptarea metodelor numerice de integrare reduse în anumite puncte de integrare. Conform X. Qiu ș.a. [A.158], investighează efectul adoptării a două scheme de integrare a matricei de rigiditate a unui element de rost cu noduri cu grosime nulă, asupra modului de distribuție a tensiunilor normale de-a lungul suprafeței de contact. Schemele de integrare adoptate sunt schema de integrare Gauss în 3 puncte și schema de integrare Newton-Cotes în 3 puncte pentru element de interfață cu 6 noduri, respectiv schema de integrare Gauss în 2 puncte și schema de integrare Newton-Cotes în 2 puncte pentru element de interfață cu 4 noduri. Concluzia rezultată în urma analizelor realizate, evidențiază superioritatea schemei de integrare Newton-Cotes prin reducerea oscilațiilor bruște a variației tensiunilor de contact de-a lungul interfeței.

Un studiu mai aprofundat privind integrarea numerică a elementelor de interfață este realizat de J. C. J. Schellekens ș.a. [A.166]. Se investighează capacitatea elementelor de interfață de a descrie distribuția tensiunilor de-a lungul interfeței în funcție soluția adoptată pentru determinarea matricei de rigiditate elementare. Ca modalități de determinare a matricei de

rigiditate a elementului se adoptă schema localizării centrale nodale ("Nodal lumping scheme"), schema de integrare Gauss și schema de integrare Newton-Cotes /Lobatto, (Fig.2.17).

În cadrul schemelor de integrare, evaluarea formei integrate a matricei de rigiditate a elementului se face prin însumare ponderată :

$$[K_g]^E = \sum_{ip=1}^{ip=n} \alpha_{ip} A [B]_{ip}^T [k]_{ip} [B]_{ip} \quad (2.148)$$

unde :  $ip$  – reprezintă punctul de  $i$  integrare. Poziția și numărul punctelor de integrate este dată de metoda de integrare adoptată. Fiecărui punct de integrare îi corespunde un factor de pondere  $\alpha_{ip}$ , respectiv o matrice  $[B]_{ip}$ , în funcție de schema de integrare adoptată (Fig.2.17).

Termenul  $A$  reprezintă aria elementului formată principial din produsul lungimii elementului ( $L$ ) și lățimea acestuia  $b$ , care reprezintă lățimea profilului analizat în starea plană de deformații, (având valoarea unitară). Exprimarea ariei în funcție de coordonatele normale se poate exprima astfel:

$$A = b \cdot \int_{-1}^1 |J| d\xi \quad (2.149)$$

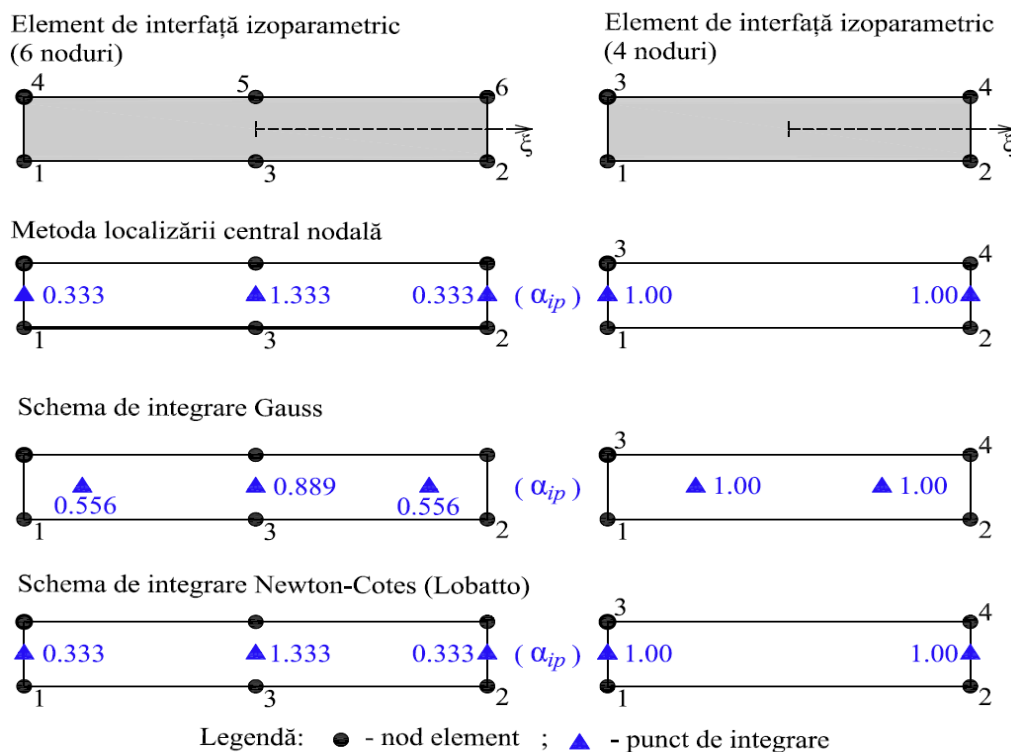


Fig.2.17. Localizarea și valoarea factorului de pondere a punctelor de integrare – elemente de interfață cu grosime nulă.

În urma analizelor efectuate de către J. C. J. Schellekens ș.a. [A.166], se poate remarca ușoara superioritate a schemei de integrare Newton-Cotes în raport cu celelalte metode investigate. În urma aplicării schemei de integrare Newton-Cotes (Lobatto), s-au obținut profile de variație a tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței fără variații bruște. În cazul folosirii

altor metode de determinare a matricei de rigiditate a elementului de rost se observă legătura directă dintre rigiditatea elastică normală a interfeței ( $k_n$ ) și variațiile frânte ale profilelor de variație a tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței. Astfel, în cazul adoptării schemei localizării centrale nodale, variațiile frânte se intensifică odată cu adoptarea unor valori reduse a  $k_n$ , respectiv, în cazul adoptării schemei de integrare Gauss se observă apariția variațiilor frânte odată cu adoptarea unor valori ridicate a  $k_n$ . Trebuie menționat faptul că aceste concluzii sunt trase pe baza analizelor în element finit (2D și 3D) cu comportare liniar elastică atribuită elementelor de interfață.

Un studiu asemănător cu cel efectuat de J. C. J. Schellekens ș.a. [A.166] este realizat ulterior de J. Vignollet ș.a [A.197]. Se realizează un studiu numeric privind evaluarea profilului de variație a tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței în urma adoptării schemelor de integrare a matricei de rigiditate a elementelor izo-parametrice. Tendințele de variație confirmă concluziile formulate anterior de J. C. J. Schellekens ș.a. [A.166].

A. Gens ș.a. [A.74], investighează comportarea elementelor de interfață de grosime nulă aplicate în problema interacțiunii dintre pământ și un elemente de ranforsare, realizându-se modelarea testului de smulgere. Se investighează astfel variația tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței elementului de ranforsare, adoptându-se elemente de interfață izo-parametrice cu 6 noduri cu comportare elasto-plastică sribuită. Evaluarea profilelor de variație a tensiunilor tangențiale s-a făcut prin analize incrementale la diferite deplasări orizontale ale capătului elementului de ranforsare, simulându-se astfel fenomenul de smulgere. Au fost realizate studii numerice comparative pe elemente de interfață cu scheme de integrare Gauss și Newton-Cotes, cu comportare elastică – perfect plastică la diferite deplasări orizontale ale elementului de ranforsare. Legea de comportare a elementului de interfață implică o funcție de plasticizare hiperbolică formulată pe baza cedării de tip Mohr-Coulomb. În urma analizelor efectuate se observă apariția oscilațiilor parazitare în cazul adoptării schemei de integrare Gauss, ceea ce denotă variații nesatisfăcătoare ale tensiunilor tangențiale de-a lungul planului de smulgere. Aceste variații bruște ale tensiunilor tangențiale se diminuează semnificativ odată cu creșterea deplasării orizontale a elementului de ranforsare, respectiv cu creșterea numărului de elemente plasticizate din vecinătatea capătului smuls al elementului de ranforsare și redistribuirea corespunzătoare a tensiunilor pe domeniul de analiză.

R.A. Day ș.a. [A.50], investighează comportarea elementelor de interfață cu grosime nulă utilizate în exemple numerice ce corespund unor situații practice, evidențiind dificultățile numerice ce pot fi întâlnite. Instabilitatea numerică poate surveni ca efect al condiționării numerice defectuoase a matricei de rigiditate a elementului sau al variațiilor mari ale tensiunilor la nivelul interfeței. Contrar așteptărilor, R.A. Day ș.a. [A.50] arată că superioritatea schemei de integrare Newton-Cotes în raport cu schema de integrare Gauss dispare odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării. Astfel probleme aferente instabilității numerice se elimină odată cu adoptarea unei mărimi suficient de reduse a elementelor de interfață, respectiv adoptarea schemei de integrare Newton-Cotes nefiind pretabilă. Tendința de ”corectare” a diagramei de variație a tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței odată cu creșterea gradului de finețe a



discretizării se poate observa și din rezultatele obținute de N. Kaliakin ș.a.[A.105], [A.124], [A.106].

Un cadrul general privind noțiunile principiale de formulare a familiei de elemente de interfață cu grosime nulă, implementarea acestora în programe de analiză în MEF cât și aplicabilitatea acestora pe probleme practice este prezentat de A. Gens ș.a. [A.75].

Reducerea oscilațiilor parazitare ale tensiunilor de-a lungul unei interfețe implică creșterea gradului de discretizare a rețelei de elemente finite, fapt care atrage după sine creșterea numărului de noduri, respectiv creșterea matricei globale de rigiditate și a sistemului de ecuații global. Acest lucru atrage după sine creșterea timpului de calcul sau necesitatea unei mașini de calcul superioare.

X. Lei [A.121], formulează un element de interfață de grosime nulă cu 6 noduri (2D) în vederea simulării și modelării fenomenului de frecare la nivelul contactului dintre terenul de fundare și structura geotehnică. Trăsătura distinctivă a acestui element constă în faptul că matricea de rigiditate a elementului se obține printr-o procedură de contopire a rigidității de material ( $k_s$ ,  $k_n$ ) și a condițiilor de constrângere cinematică la nivelul interfeței. Un alt element distinctiv în formularea acestui element este considerarea tensiunilor la nivelul contactului ca necunoscute, fapt ce conduce la obținerea unor profilelor de variație mai precise a tensiunilor la nivelul interfeței reducându-se astfel probleme asociate inconsistenței cinematice. Implementând acest tip de element într-un cadru global de analiză MEF, în urma unor analize numerice pe probleme practice, Lei observă superioritatea schemei de integrare Newton-Cotes în raport cu schema de integrare Gauss privind profilul de variație a tensiunilor la nivelul interfeței prin reducerea oscilațiilor parazitare atât în cazul tensiunilor normale, cât și în cazul tensiunilor tangențiale.

R. F. Barros ș.a. [A.4], prezintă un studiu privind comportarea elasto-plastică a elementelor de interfață cu grosime nulă. Prin implementarea numerică în programul ANLOG, se realizează studii numerice parametrice, observându-se apariția inconsistenței cinematice a elementelor de interfață în anumite condiții de încărcare.

Diminuarea considerabilă a oscilațiilor parazitare (bruște) ale tensiunilor de-a lungul unei interfețe fără creșterea gradului de discretizare reprezintă una din provocările actuale în cercetările privind modelarea comportării discontinuităților la nivelul unui material. Astfel W. Zhang ș.a. [A.210], propune abordarea elementelor de interfață cu grosime nulă formulate în cadrul metodei elementelor finite cu deformații specifice cu variații netede (Smoothed Finite Element Method: SFEM). SFEM reprezintă o îmbunătățire a MEF convențional prin incorporarea unei tehnologii de aplatizare a variației deformațiilor specifice. Această abordare nouă implica înlocuirea ariei de integrare a unui element plan cu linii de integrare de-a lungul marginilor elementului prin înlocuirea punctelor de integrare Gauss cu sub-celule de integrare (SFEM). Avantajele obținute prin implementarea SFEM în raport cu MEF tradițional pot fi următoarele:

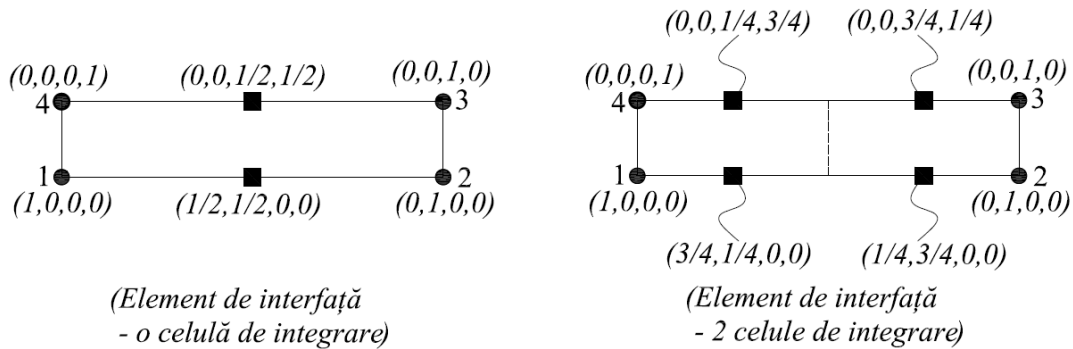
- Insensibilitate față de distorsiunea elementelor din cadrul rețelei de discretizare.

- Flexibilitatea în ceea ce privește generarea rețelei de elemente finite.
- Absența formulării izo-parametrice.
- Utilizarea unor funcții de formă concise.
- Absența necesității derivării funcțiilor de formă.
- Eficiență și acuratețe mai mare, în linii generale.

În cadrul procesului de implementare numerică, sunt necesare doar funcțiile de formă ale elementului de-a lungul marginilor elementului. Aceste funcții de formă se pot determina considerând o variație liniară a deplasărilor de-a lungul marginilor elementului.

În studiul curent discontinuitățile la nivelul materialului s-au evidențiat prin utilizarea elementelor de interfață cu grosime nulă, cu 4 noduri formulate conform SFEM. Elementul de interfață a fost formulat în 2 situații:

- Utilizând o sub-celulă de integrare
- Utilizând două sub-celule de integrare.



**Fig.2.18.**Funcții de formă ale elementului de interfață formulat cu 1 / 2 celule de integrare (SFEM).

În urma studiilor efectuate se prezintă formularea unui element de interfață cu grosime nulă și lungime  $L$ , cu 4 noduri, având comportare ne-dilatantă / ne-contractantă în domeniul elastic. În prima situație, o celulă de integrare (Fig.2.18), matricea de rigiditate elementară formulată în raport cu sistemul local de coordonate ( $[K]^E$ ), este următoarea:

$$[K]^E = \frac{L}{4} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 & k_{ss} & 0 & k_{ss} & 0 & -k_{ss} & 0 \\ & k_{nn} & 0 & k_{nn} & 0 & -k_{nn} & 0 & -k_{nn} \\ & & k_{ss} & 0 & -k_{ss} & 0 & -k_{ss} & 0 \\ 0 & & & k_{nn} & 0 & -k_{nn} & 0 & -k_{nn} \\ & & & & k_{ss} & 0 & k_{ss} & 0 \\ & sim & & & & k_{nn} & 0 & k_{nn} \\ & & & & & & k_{ss} & 0 \\ & & & & & & & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.150)$$

În a doua situație, 2 celule de integrare (Fig.2.18), matricea de rigiditate elementară formulată în raport cu sistemul local de coordonate ( $[K]^E$ ) este următoarea:

$$[K]^E = \frac{L}{16} \cdot \begin{bmatrix} 5k_{ss} & 0 & 3k_{ss} & 0 & 3k_{ss} & 0 & -5k_{ss} & 0 \\ & 5k_{nn} & 0 & 3k_{nn} & 0 & -3k_{nn} & 0 & -5k_{nn} \\ & & 5k_{ss} & 0 & -5k_{ss} & 0 & -3k_{ss} & 0 \\ & & & 5k_{nn} & 0 & -5k_{nn} & 0 & -3k_{nn} \\ & & & & 5k_{ss} & 0 & 3k_{ss} & 0 \\ & sim & & & & 5k_{nn} & 0 & 3k_{nn} \\ & & & & & & 5k_{ss} & 0 \\ & & & & & & & 5k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.151)$$

Matricea de rigiditate a elementului de interfață exprimată în raport cu sistemul global de coordonate ( $[K_g]^E$ ) se va exprima utilizând matricea de transformare geometrică,  $[T]_{8 \times 8}$ .

$$[K_g]^E = [T]^T [K]^E [T] \quad (2.152)$$

unde:  $[T]_{8 \times 8}$  este matricea de transformare geometrică, o matrice diagonală, cu elemente formate din sub-matrici de transformare geometrică nodală,  $[T_\alpha]_{2 \times 2}$ .

$$[T] = \begin{bmatrix} [T_\alpha] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [T_\alpha] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [T_\alpha] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [T_\alpha] \end{bmatrix} \quad (2.153)$$

$$[T_\alpha] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.154)$$

unde:  $\alpha$  este unghiul dintre axa locală a elementului ( $x'$ ) și axa global orizontală, ( $x$ ) conform Figurii 2.13.

În urma aplicării acestor elemente în exemple numerice s-a desprins o ușoară superioritate în raport cu analiza în FEM convențional privind reducerea timpului necesar procesului de discretizare, respectiv prin dispariția procesului de creștere a fineții rețelei de noduri din zonele aferente interfeței. Un alt avantaj constă în faptul că elemente finite distorsionate se pot utiliza fără probleme ceea ce duce la îmbunătățirea capacității unor astfel de elemente de a fi utilizate în analiza deformațiilor mari.

Reducerea volumului de calcule matematice în vederea modelării interfeței se poate realiza prin reducerea bruscă a densității rețelei de discretizare a materialelor aflate în contact. Acest aspect este investigat și implementat de către Y. Qu ș.a. [A.159], prin formularea unui element de interfață cu grosime nulă cu noduri asimetriche. Principial, se pleacă de la elementul de grosime nulă Goodman, se utilizează metoda de reducere Guyan, obținându-se astfel un element de interfață cu noduri asimetriche de-a lungul suprafeței de separație ce poate descrie caracteristicile interfeței dintre o structură geotehnică și pământul înconjurător. Acest tip de element realizează tranziția la nivelul interfeței dintre o regiune discretizată grosier – teren și o regiune discretizată fin – structura geotehnică. Acest lucru se poate realiza ca urmare a faptului că pe cele două fețe ale elementului există un număr diferit de noduri ce se conectează la rețelele de

elemente finite (cu grad diferit de finețe) aferente celor două fețe ale interfeței. Acuratețea elementului derivă din faptul că punctele de integrare Gauss sunt mai multe decât în cazul elementului de interfață cu grosime nulă Goodman clasic.

Procedeul numeric adoptat conform Y. Qu ș.a. [A.159], implică divizarea unui element de interfață cu grosime nulă de lungime L (Fig.2.19-a) într-un număr de  $n-1$  de sub-elemente clasice Goodman ( $e_1 \dots e_{n-1}$ ), cu lungimi  $l_i, i=1 \dots n-1$ , (Fig.2.19-a). Cunoscându-se matricea de rigiditate elementală a fiecărui sub-element Goodman ( $[K]_i^E$  ( $4 \times 4$ );  $i=1 \dots n-1$ ), se va determina matricea de rigiditate a celor  $n-1$  elemente Goodman ( $[K']^E$   $4n \times 4n$ ). În următoarea etapă se vor elimina punctele intermediare de pe o față a elementului :  $2' \dots n'-1$ ; (Fig.2.19-b).

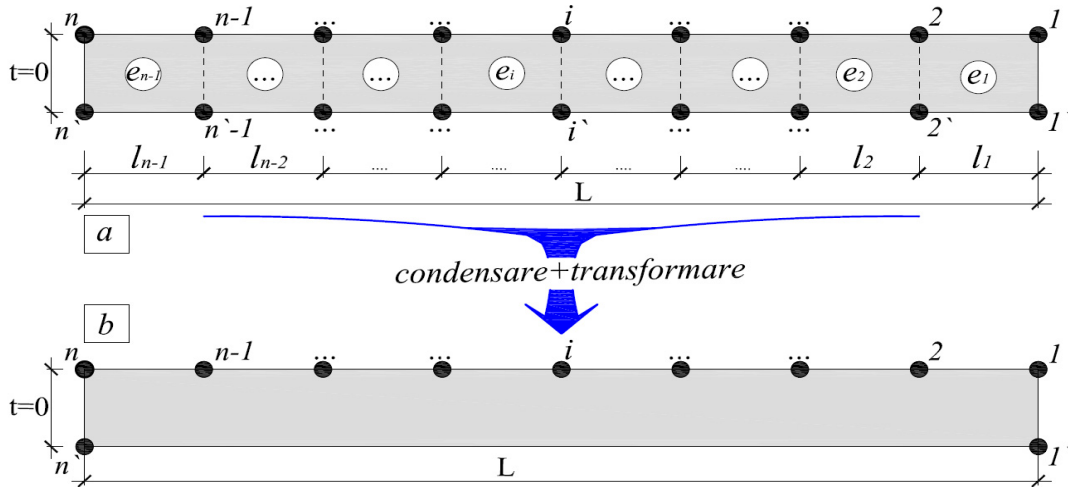


Fig.2.19.Element de interfață de grosime nulă cu noduri asimetrice.

Astfel matricea  $[K']^E$  ( $4n \times 4n$ ) se va transforma în matricea elementală a elementului cu noduri asimetrice, exprimată în sistem local de coordonate:  $[K]_{[(2n+4) \times (2n+4)]}^E$ . Transformarea se realizează prin intermediul matricei de transfer,  $[T_N]_{[4n \times (2n+4)]}$ :

$$[K]^E = [T_N]^T [K']^E [T_N] \quad (2.155)$$

Determinarea matricei de rigiditate a elementului raportată la sistemul global de coordonate,  $[K_g]^E$ , se va realiza prin intermediul matricei de transformare geometrică,  $[T]_{[(n+2) \times (n+2)]}$  - matrice diagonală cu elemente formate din sub-matrice  $[T]_\alpha$ .

$$[T]_\alpha = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

unde  $\alpha$  reprezintă unghiul dintre axa locală a elementului ( $x'$ ) și axa globală orizontală,  $x$  (Fig.2.13). (2.156)

$$[T]_{(n+2) \times (n+2)} = \begin{bmatrix} [T]_\alpha & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & [T]_\alpha & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & [T]_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & [T]_\alpha \end{bmatrix} \quad (2.157)$$

$$[K_g]^E = [T]^T [K]^E [T] = [T]^T [T_N]^T [K']^E [T_N] [T] \quad (2.158)$$

Punctele de integrare Gauss dintr-un element de interfață cu noduri asimetrice se vor ”moșteni” de la sub-elementele Goodman utilizate în procesul de obținere a matricei de rigiditate a elementului nou obținut, (Fig.2.20 a și b).

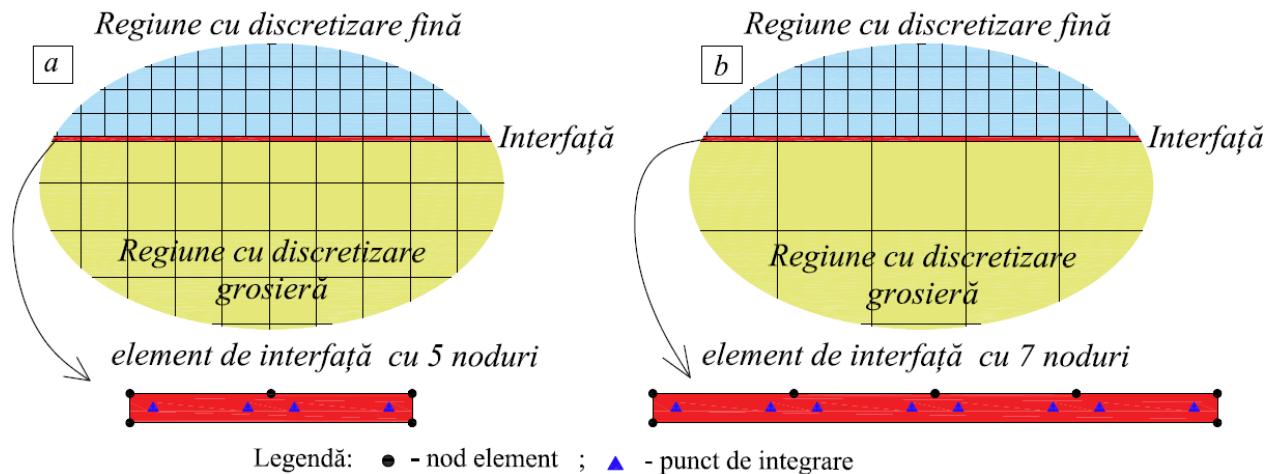


Fig.2.20.Utilizarea elementelor de interfață cu 5 și 7 noduri.

Utilizarea elementelor de interfață cu noduri asimetrice se pretează problemelor de contact dintre două materiale, în situația în care într-unul dintre aceste materiale se urmărește surprinderea concentrărilor și variațiilor de tensiuni. Materialul (modelat ca regiune) în care se urmărește surprinderea în detaliu a variațiilor de tensiuni se va discretiza cât mai fin, respectiv materialul învecinat, ce nu reprezintă o zonă de interes major se va modela ca o regiune cu discretizare grosieră. Această abordare a problemei duce la optimizarea mărimii matricei de rigiditate globală, respectiv reducerea numărului de noduri a modelului, reducerea sistemului de ecuații și implicit reducerea timpului de calcul. Altfel spus elementele de interfață cu noduri asimetrice pe lângă faptul că surprind comportarea discontinuă a deformațiilor în zona de contact dintre două materiale, sunt și elemente ce asigură tranziția dintre două rețele de discretizare cu grad de finețe diferit. Cu cât elementele de interfață încorporează mai multe noduri cu atât raportul  $L/l$  este mai mare (Fig.2.20) respectiv se va putea asigura tranziția între două discretizări cu grad de finețe cât mai diferit. Utilizarea elementelor de interfață cu 5 noduri;  $L/l=2$ ; (Fig.2.20 – a) facilitează tranziția între două rețele de discretizare cu o densitate a nodurilor de două ori mai mare la nivel de interfață, respectiv utilizarea elementelor de interfață cu 7 noduri  $L/l=4$ ; (Fig.2.20 – b) facilitează conectarea între două rețele de discretizare cu o densitate a nodurilor de patru ori mai mare. Abordarea tradițională (elemente Goodman clasice) implică valoarea raportului  $L/l=1$ , respectiv prin utilizarea acestor elemente se va facilita conectarea a două rețele de discretizare cu aceeași densitate a nodurilor la nivelul interfeței. Într-o astfel de abordare,

reducerea numărului de noduri se va realiza gradual, cu reducerea progresivă a densității nodurilor odată cu îndepărtarea de suprafața de separație, ( Fig.2.21).

Avantajele obținute prin implementarea acestor elemente cu noduri asimetrice derivă din reducerea numărului de noduri ale modelului rezultate în urma procesului de discretizare. Plecându-se de la densitatea nodurilor din regiunea cu discretizare fină, prin utilizarea elementelor de interfață cu noduri asimetrice cu 5 și 7 noduri s-au obținut reduceri ale numărului total de noduri (ale modelului de calcul) de 51% (elemente de interfață cu 5 noduri) și de 75% (elemente de interfață cu 7 noduri) în raport cu abordarea clasică cu elemente tradiționale Goodman cu reducere progresivă a densității numărului de noduri (conform studiilor realizate de Y. Qu ș.a. [A.159]). Modelul numeric analizat de Y. Qu ș.a. [A.159], utilizează elemente plane Q4 și se aplică în cazul unui baraj cu fața expusă acumulării de apă protejată prin plăci de beton (regiunea cu discretizare fină).

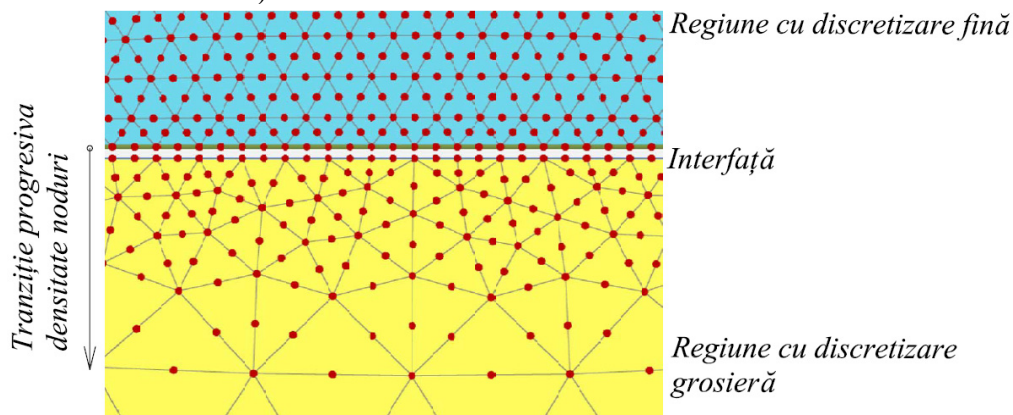


Fig.2.21. Tranziția progresivă a densității nodurilor conform Plaxis 2D (elemente plane T6).

Z. Yuan ș.a. [A.204] prezintă un element de interfață cu grosime virtuală, dezvoltat pe baza elementelor cu grosime nulă. Trebuie menționat că în formularea actuală, grosimea elementului ( $t$ ), reprezintă o mărime virtuală, fiind utilizată în vederea obținerii vectorului de deformații specifice în cadrul elementului de interfață. Astfel se propune modelarea comportării unei suprafețe de contact printr-o înșiruire de elemente finite cărora le este atribuită o grosime virtuală ( $t$ ) mult mai redusă în raport cu lungimea a elementului  $L$ , (Fig.2.22).

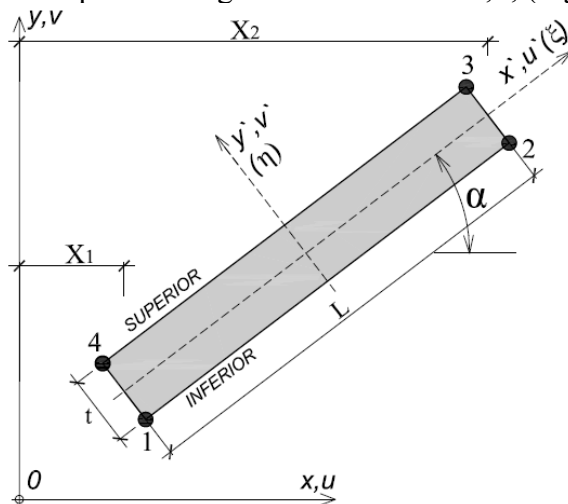


Fig.2.22. Element de interfață cu grosime virtuală (4 noduri), [A.204].

Elementul astfel format se poate descrie ca și comportare cu un dreptunghi realizat dintr-un material cu anizotropie transversă (ortotropie), cu coeficient de deformație transversală,  $\mu$ , nul, în cadrul căruia se pot mobiliza doar tensiuni normale și tangențiale. Se prezintă astfel formularea unui element format din 4 noduri, de lungime  $L$  și grosime virtuală  $t$ , (Fig.2.22). Întrucât lățimea elementului se consideră mult mai mică în raport cu lungimea acestuia, se adoptă ipoteza conform căreia tensiunile și deformațiile sunt constante de-a lungul grosimii. Funcțiile de interpolare de-a lungul lungimii elementului de interfață sunt:

$$N_1 = \frac{1}{2} - \frac{\xi}{L} \quad (2.159)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{\xi}{L} \quad (2.160)$$

Câmpul deplasărilor nodale relative aferente sistemului local de coordonate ( $w_s, w_n$ ) se poate determina astfel:

$$w_s = u'_r = N_1(u'_4 - u'_1) + N_2(u'_3 - u'_2) \quad (2.161)$$

$$w_n = v'_r = N_1(v'_4 - v'_1) + N_2(v'_3 - v'_2) \quad (2.162)$$

$$[w] = \begin{bmatrix} w_s \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u'_r \\ v'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} [d'_e] \quad (2.163)$$

$$[w] = \begin{bmatrix} u'_r \\ v'_r \end{bmatrix} = [N][d'_e] \quad (2.164)$$

unde  $[N]$  este matricea funcțiilor de formă și  $[d'_e]$  este vectorul ce cumulează deplasările nodale ale elementului, exprimate în sistemul local de coordonate .

$$[d'_e] = [u'_1 \quad v'_1 \quad u'_2 \quad v'_2 \quad u'_3 \quad v'_3 \quad u'_4 \quad v'_4]^T \quad (2.165)$$

Considerând grosimea elementului ( $t$ ) foarte mică câmpul deformațiilor specifice tangențiale ( $\gamma$ ) și normale ( $\varepsilon$ ) ale elementului vor fi evaluate astfel:

$$\gamma = \frac{\partial u'}{\partial \eta} + \frac{\partial v'}{\partial \xi} \cong \frac{u'_r}{t} = \frac{w_s}{t} \quad (2.166)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial v'}{\partial \eta} \cong \frac{v'_r}{t} = \frac{w_n}{t} \quad (2.167)$$

$$[\varepsilon_e] = \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} [d'_e] = \frac{1}{t} [N][d'_e] \quad (2.168)$$

Matricea de operare deformații specifice – deplasări  $[B]$  se va defini astfel:

$$[B] = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{t} [N] \quad (2.169)$$

Formularea constitutivă a elementului prin care se formulează interdependența dintre tensiuni și deformații specifice se face în mod similar cu elementele de interfață cu grosime nulă:

$$\begin{bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{bmatrix} = [k][\varepsilon_e] \quad (2.170)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss}t & 0 \\ 0 & k_{mm}t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.171)$$

În situația în care se va lua în considerare comportarea dilatantă / contractantă la forfecare al elementului de rost, în matricea constitutivă de elasticitate,  $[k]$  se vor opera modificări conform ecuației (2.98). Matricea de rigiditate a elementului se determină în conformitate cu formularea de tip convențională a elementului finit în deplasări. Astfel matricea de rigiditate a elementului formulată în raport cu sistemul local de coordonate se obține ca formă integrată pe volumul elementului ( $v$ ) :

$$[K]^E = \int_v [B]^T [k][B] dv \quad (2.172)$$

$$[K]^E = \int_{-L/2}^{-L/2} [B]^T [k][B] X d\xi \quad (2.173)$$

unde :  $X$  se poate exprima în funcție de funcțiile de formă și de coordonatele globale ale nodurilor 1 și 2:

$$X = N_1 X_1 + N_2 X_2 = (X_1 + X_2) / 2 + [(X_1 - X_2) / 2] \xi \quad (2.174)$$

$$[K]^E = \int_{-L/2}^{-L/2} \begin{bmatrix} k_{ss}X(N_1)^2 & 0 & N_1N_2Xk_{ss} & 0 & -N_1N_2Xk_{ss} & 0 & -(N_1)^2Xk_{ss} & 0 \\ & k_{mm}X(N_1)^2 & 0 & N_1N_2Xk_{mm} & 0 & -N_1N_2Xk_{mm} & 0 & -(N_1)^2Xk_{mm} \\ & & k_{ss}X(N_2)^2 & 0 & -k_{ss}X(N_2)^2 & 0 & -N_1N_2Xk_{ss} & 0 \\ & & & k_{mm}X(N_2)^2 & 0 & -k_{mm}X(N_2)^2 & 0 & -N_1N_2Xk_{mm} \\ & & & & k_{ss}X(N_2)^2 & 0 & N_1N_2Xk_{ss} & 0 \\ & sim & & & & k_{mm}X(N_2)^2 & 0 & N_1N_2Xk_{mm} \\ & & & & & & k_{ss}X(N_1)^2 & 0 \\ & & & & & & & k_{mm}X(N_1)^2 \end{bmatrix} d\xi \quad (2.175)$$

$$\int_{-L/2}^{-L/2} X(N_1)^2 d\xi = \int_{-L/2}^{-L/2} \left\{ (X_1 + X_2) / 2 + [(X_1 - X_2) / 2] \xi \right\} \left( \frac{1}{2} - \frac{\xi}{L} \right)^2 d\xi = \frac{L}{4} \left( X_1 + \frac{X_1}{3} \right) \quad (2.176)$$

$$\int_{-L/2}^{-L/2} X(N_2)^2 d\xi = \int_{-L/2}^{-L/2} \left\{ (X_1 + X_2) / 2 + [(X_1 - X_2) / 2] \xi \right\} \left( \frac{1}{2} + \frac{\xi}{L} \right)^2 d\xi = \frac{L}{4} \left( X_2 + \frac{X_2}{3} \right) \quad (2.177)$$



$$\int_{-L/2}^{-L/2} X \cdot N_1 \cdot N_2 d\xi = \int_{-L/2}^{-L/2} \left\{ (X_1 + X_2)/2 + [(X_1 - X_2)/2] \xi \right\} \left( \frac{1}{2} - \frac{\xi}{L} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{\xi}{L} \right) d\xi =$$

$$= \frac{L}{12} (X_1 + X_2) \quad (2.178)$$

Forma integrată a matricei de rigiditate a unui element ne-dilatant este:

$$[K]^E = \frac{L}{4} \begin{bmatrix} k_{ss} C_1 & 0 & k_{ss} C_2 & 0 & -k_{ss} C_2 & 0 & -k_{ss} C_1 & 0 \\ & k_{nn} C_1 & 0 & k_{nn} C_2 & 0 & -k_{nn} C_2 & 0 & -k_{nn} C_1 \\ & & k_{ss} C_3 & 0 & -k_{ss} C_3 & 0 & -k_{ss} C_2 & 0 \\ & & & k_{nn} C_3 & 0 & -k_{nn} C_3 & 0 & -k_{nn} C_2 \\ & & & & k_{ss} C_3 & 0 & k_{ss} C_2 & 0 \\ & sim & & & & k_{nn} C_3 & 0 & k_{nn} C_2 \\ & & & & & & k_{ss} C_1 & 0 \\ & & & & & & & k_{nn} C_1 \end{bmatrix} \quad (2.179)$$

unde:

$$C_1 = X_1 + (X_2 / 3) \quad (2.180)$$

$$C_2 = (X_1 + X_2) / 3 \quad (2.181)$$

$$C_3 = X_2 + (X_1 / 3) \quad (2.182)$$

Considerând un element cu comportare dilatantă / contractantă, matricea de rigiditate elementară va fi:

$$[K]^E = \frac{L}{4} \begin{bmatrix} k_{ss} C_1 & k_{sn} C_1 & k_{ss} C_2 & k_{sn} C_2 & -k_{ss} C_2 & -k_{sn} C_2 & -k_{ss} C_1 & -k_{sn} C_1 \\ & k_{nn} C_1 & k_{ns} C_2 & k_{nn} C_2 & -k_{ns} C_2 & -k_{nn} C_2 & -k_{ns} C_1 & -k_{nn} C_1 \\ & & k_{ss} C_3 & k_{sn} C_3 & -k_{ss} C_3 & -k_{sn} C_3 & -k_{ss} C_2 & -k_{sn} C_2 \\ & & & k_{nn} C_3 & -k_{ns} C_3 & -k_{nn} C_3 & -k_{ns} C_2 & -k_{nn} C_2 \\ & & & & k_{ss} C_3 & k_{sn} C_3 & k_{ss} C_2 & k_{sn} C_2 \\ & sim & & & & k_{nn} C_3 & k_{ns} C_2 & k_{nn} C_2 \\ & & & & & & k_{ss} C_1 & k_{sn} C_1 \\ & & & & & & & k_{nn} C_1 \end{bmatrix} \quad (2.183)$$

Procedura prezentată de Z. Yuan ș.a. [A.204] reprezintă o alternativă privind determinarea matricei de rigiditate a elementului prezentat de R.E. Goodman ș.a. [A.81], conform ecuație (2.68). De asemenea se propune o alternativă formulării propuse de F. E. Heuze ș.a. [A.89] în vederea determinării matricei locale de rigiditate a unui element de interfață cu 4 noduri, conform ecuație (2.184).

$$[K]^E = \frac{L(X_1 + X_2)}{8} \cdot \begin{bmatrix} k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -k_n \\ & & k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & & & k_n & 0 & -k_n & 0 & -k_n \\ & sim & & & k_s & 0 & k_s & 0 \\ & & & & & k_n & 0 & k_n \\ & & & & & & k_s & 0 \\ & & & & & & & k_n \end{bmatrix} \quad (2.184)$$

M.N. Viladkar, ș.a. [A.196], utilizează un element de interfață izoparametric cu 6 noduri, în vederea modelării comportării mecanice la nivelul contactului dintre o fundație continuă /grindă de fundare (modelată prin elemente liniare de tip bară cu rigiditate la încovoiere cu 3 noduri) și terenul de fundare (modelat prin elemente plane patrulatere Q8). Acest tip de element de interfață are o grosime virtuală și se evidențiază prin faptul că poate cupla elemente liniare cu 3 GDL per nod și elemente plane cu 2 GDL per nod. Astfel latura superioară a unui astfel de element de interfață se va învecina cu un element liniar de tip bară cu rigiditate la încovoiere cu 3 GDL per nod, respectiv latura inferioară a elementului de interfață se va învecina cu elemente plane (Q8 sau T6) cu 2 GDL per nod, (Fig.2.23). Vectorul deplasărilor nodale ale elementului cu 6 noduri cumulează 15 GDL (12 deplasări și 3 rotiri) :

$$[d_e] = [u_1^{sup} \quad v_1^{sup} \quad \theta_1^{sup} \quad u_2^{sup} \quad v_2^{sup} \quad \theta_2^{sup} \quad u_3^{sup} \quad v_3^{sup} \quad \theta_3^{sup} \quad u_1^{inf} \quad v_1^{inf} \quad u_2^{inf} \quad v_2^{inf} \quad u_3^{inf} \quad v_3^{inf}]^T \quad (2.185)$$

Considerând nodurile din cadrul perechilor cu coordonate identice, se pot atribui pe fiecare pereche de noduri 3 grade de libertate exprimate ca deplasări/rotiri relative și cumulate în vectorul  $[\Delta_e]$  sau  $[\delta_e]$ .

$$[\Delta_e] = [\Delta u_1 \quad \Delta v_1 \quad \Delta \theta_1 \quad \Delta u_2 \quad \Delta v_2 \quad \Delta \theta_2 \quad \Delta u_3 \quad \Delta v_3 \quad \Delta \theta_3]^T \quad (2.186)$$

$$\text{unde: } \Delta u_i = u_i^{sup} - u_i^{inf}; \quad \Delta v_i = v_i^{sup} - v_i^{inf}; \quad \Delta \theta_i = \theta_i^{sup}.$$

$$[\Delta_e]_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{9 \times 15} \cdot [d_e]_{15 \times 1} \quad (2.187)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.188)$$

Utilizând notația:

$$[T_N] = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \quad (2.189)$$

Vectorul deplasărilor relative exprimate în sistemul global de coordonate,  $[\Delta_e]$  se va exprima:

$$[\Delta_e] = [T_N] \cdot [d_e] \quad (2.190)$$

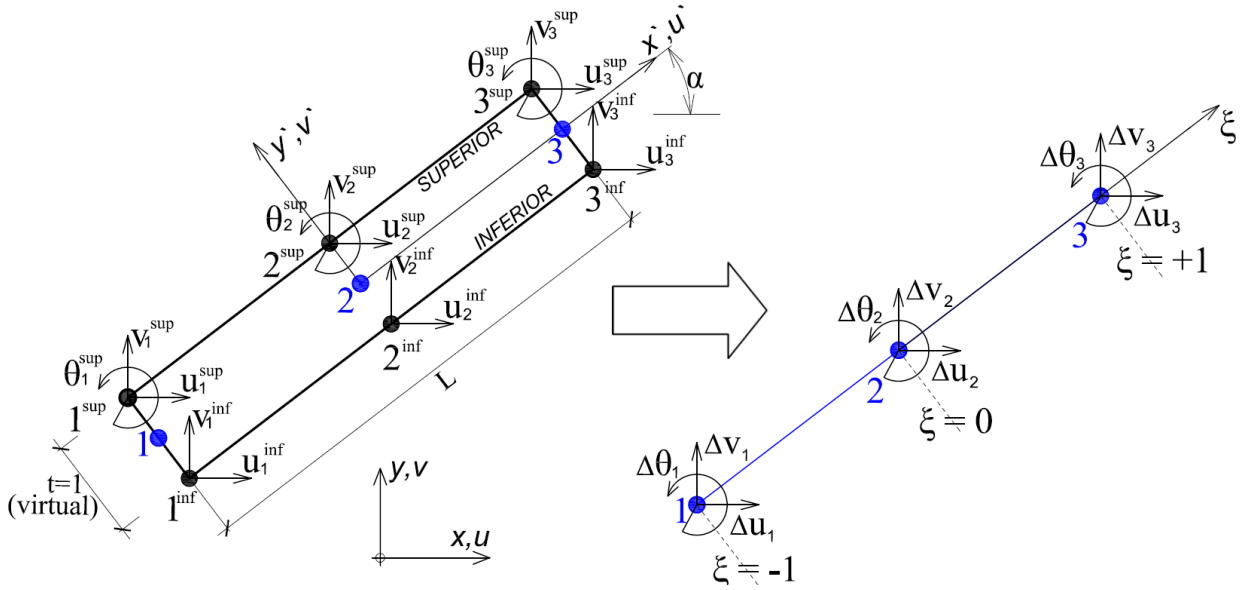


Fig.2.23. GDL element de interfață în sistem global de coordonate conf. [A.196].

Vectorul deplasărilor relative exprimate în sistemul local de coordonate (Fig.2.24) ,  $[\Delta'_e]$  se va exprima:

$$[\Delta'_e] = [T_e][\Delta_e] = [T_e] \cdot [T_N] \cdot [d_e] \quad (2.191)$$

unde :  $[T_e]$  reprezintă matricea de transformare geometrică a deplasărilor relative:

$$[T_e] = \begin{bmatrix} [R] & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & [R] \end{bmatrix} \quad (2.192)$$

unde :

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{|J|} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{1}{|J|} \frac{\partial y}{\partial \xi} & 0 \\ -\frac{1}{|J|} \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{1}{|J|} \frac{\partial x}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.193)$$

$$|J| = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} \quad (2.194)$$

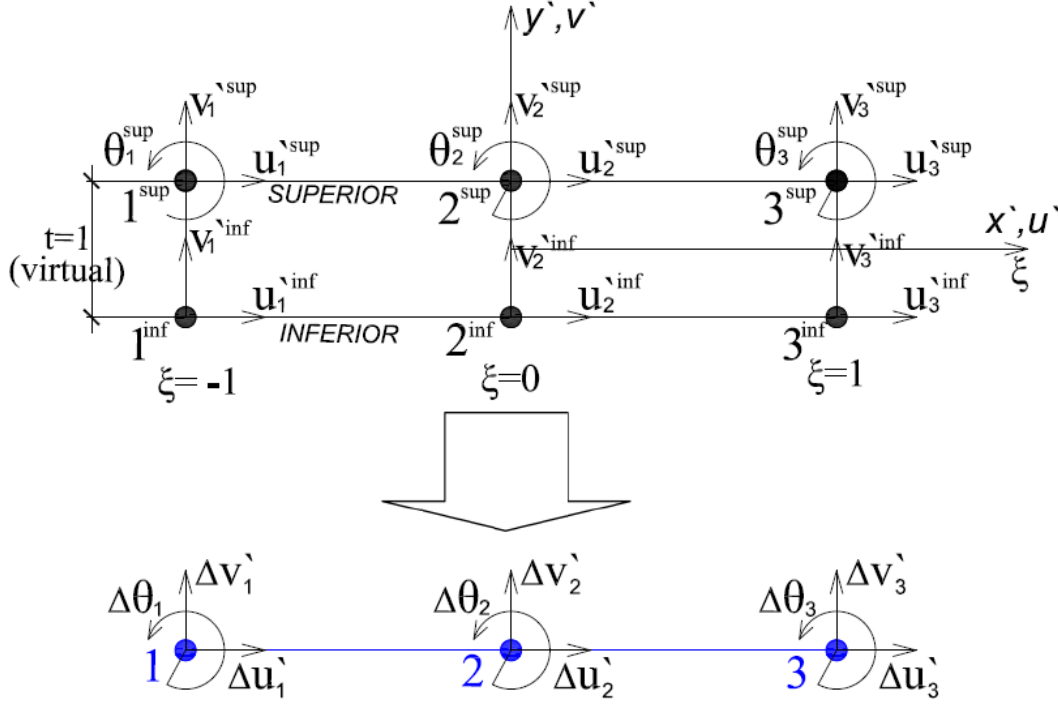


Fig.2.24. GDL element de interfață în sistem natural de coordonate conf. [A.196].

Trecerea de la deplasări relative  $[\Delta]$  la deformații specifice  $[\varepsilon]$  se realizează prin intermediul grosimii virtuale a elementului de interfață ( $t$ ).

$$[\varepsilon] = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \cdot [\Delta_e] = \frac{1}{t} [T_e] \cdot [N] \cdot [T_N] \cdot [d_e] = [B]_J \cdot [d_e] \quad (2.195)$$

unde :  $N_1, N_2, N_3$  sunt funcții de formă.

$$\begin{cases} N_1 = -\xi(1-\xi)/2 \\ N_2 = (1-\xi^2) \\ N_3 = \xi(1+\xi)/2 \end{cases} \quad (2.196)$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{s1} \\ \varepsilon_n \\ \varepsilon_{s2} \end{bmatrix} = [B]_J \cdot [d_e] \quad (2.197)$$

unde :  $\varepsilon_n$  reprezintă deformația specifică normală cauzată de deplasarea relativă  $\Delta v$  respectiv  $\varepsilon_{s1}$  și  $\varepsilon_{s2}$  reprezintă deformațiile specifice tangențiale cauzate de deplasarea relativă  $\Delta u$  și rotirea  $\Delta \theta$ .

Relația tensiuni – deformații specifice se poate exprima astfel:

$$[\sigma] = [D] \cdot [\varepsilon] \quad (2.198)$$

unde :  $[D]$  reprezintă matricea de rigiditate a materialului și  $[\sigma]$  vectorul tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței.

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \sigma_n \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & k_{ss2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{s1} \\ \varepsilon_n \\ \varepsilon_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & k_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & k_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{s1} \\ \varepsilon_n \\ \varepsilon_{s2} \end{bmatrix} \quad (2.199)$$

unde :  $\tau$  - tensiunea tangențială la nivelul interfeței,  $\sigma_n$  - tensiunea normală la nivelul interfeței,  $M$  - momentul încovoietor;  $k_{ss1} = k_{ss2} = k_{ss}$  reprezintă rigiditatea de material pe direcția tangențială elementului;  $k_{nn}$  reprezintă rigiditatea de material pe direcția normală elementului.

Matricea de rigiditate a elementului va fi:

$$[K]^E = \int [B]_J^T \cdot [D] \cdot [B]_J dv \quad (2.200)$$

$$[K_g]^E = \int [B]^T \cdot [R]^T \cdot [D] \cdot [R] \cdot [B] dv \quad (2.201)$$

Exprimată în forma sa explicită, matricea de rigiditate a elementului de interfață va avea următoarea formă:

$$[K]^E = \frac{L}{15} \begin{bmatrix} 2k_{ss} & 0 & 0 & k_{ss} & 0 & 0 & -k_{ss}/2 & 0 & 0 & 2 \cdot k_{ss} & 0 & -k_{ss} & 0 & k_{ss}/2 & 0 \\ & 2k_{nn} & 0 & 0 & k_{nn} & 0 & 0 & -k_{nn}/2 & 0 & 0 & 2k_{nn} & 0 & -k_{nn} & 0 & k_{nn}/2 \\ & & 2k_{ss} & 0 & 0 & k_{ss} & 0 & 0 & -k_{ss}/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 8k_{ss} & 0 & 0 & k_{ss} & 0 & 0 & -k_{ss} & 0 & -8k_{ss} & 0 & -k_{ss} & 0 \\ & & & & 8k_{nn} & 0 & 0 & k_{nn} & 0 & 0 & -k_{nn} & 0 & -8k_{nn} & 0 & -k_{nn} \\ & & & & & 8k_{ss} & 0 & 0 & k_{ss} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 2k_{ss} & 0 & 0 & k_{ss}/2 & 0 & -k_{ss} & 0 & -2k_{ss} & 0 \\ & & & & & & & 2k_{nn} & 0 & 0 & k_{nn}/2 & 0 & -k_{nn} & 0 & -2k_{nn} \\ & & & & & & & & 2k_{ss} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 2k_{ss} & 0 & k_{ss} & 0 & -k_{ss}/2 & 0 \\ & & & & & & & & & & 2k_{nn} & 0 & k_{nn} & 0 & -k_{nn}/2 \\ & & & & & & & & & & & 8k_{ss} & 0 & k_{ss} & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 8k_{nn} & 0 & k_{nn} \\ & & & & & & & & & & & & & 2k_{ss} & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & 2k_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.202)$$

*sim.*

M.N. Viladkar, ș.a. [A.196] atribuie elementului un model constitutiv de tip hiperbolic și utilizează elementul de interfață la contactul dintre grinda de fundare a unui cadru plan P+4E și terenul de fundare. În urma studiului parametric realizat se observă scăderea momentului încovoietor în grinda de fundare odată cu creșterea rigidității normale a elementelor de interfață ( $k_{nn}$ ). Studii asemănătoare adoptând o abordare identică a interfeței fundație –teren de fundare sunt realizare de J. Noorzaei ș.a. [A.144], [A.143].

J. Ghaboussi ș.a. [A.77], propune un element finit cu grosime finită (reală),  $t$ , pentru investigarea și modelarea comportării interfeței dintre două solide aflate în contact :  $m.1$  și  $m.2$ ; (Fig.2.25). Elementul Ghaboussi utilizează drept GDL deplasările relative tangențiale ( $w_s = \Delta u^s$ )

și normale ( $w_n = \Delta v'$ ) ale nodurilor situate la jumătatea grosimii elementului, reprezentate în sistem local de coordonate  $x'y'$ , (Fig.2.25).

Deplasările nodale globale ale celor 4 noduri între care se formează elementul de interfață se pot scrie în funcție de deplasările relative globale (Fig.2.25) :

$$\begin{cases} v_1^{\text{sup}} = v_1^{\text{inf}} + \Delta v_1 \\ u_1^{\text{sup}} = u_1^{\text{inf}} + \Delta u_1 \end{cases} \quad (2.203)$$

$$\begin{cases} v_2^{\text{sup}} = v_2^{\text{inf}} + \Delta v_2 \\ u_2^{\text{sup}} = u_2^{\text{inf}} + \Delta u_2 \end{cases} \quad (2.204)$$

unde :  $\Delta v_1, \Delta u_1, \Delta v_2, \Delta u_2$  sunt deplasările relative ale nodurilor pereche exprimate în sistemul global de coordonate.

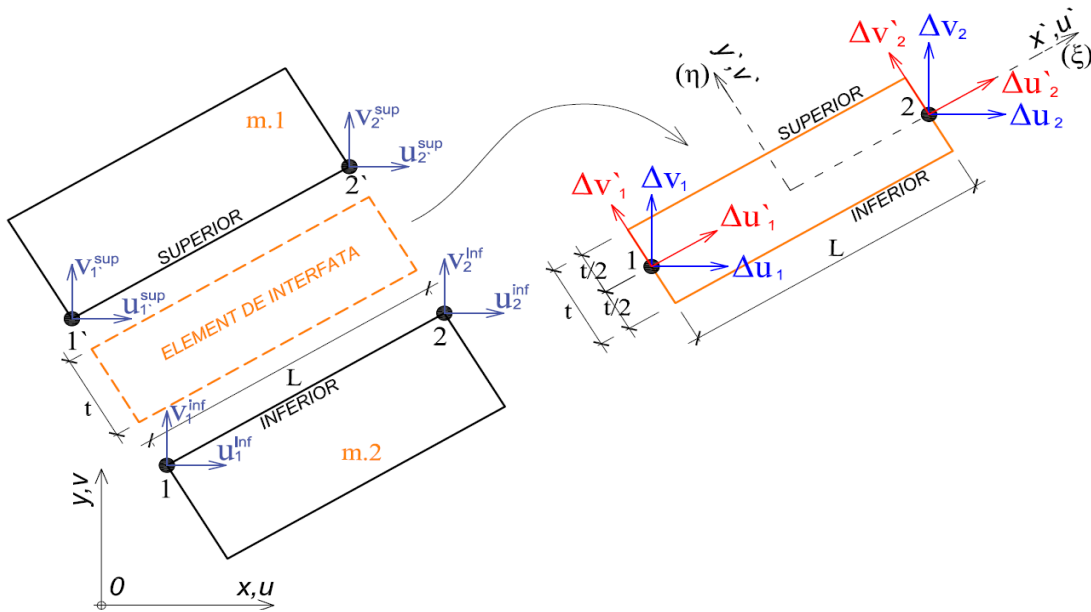


Fig.2.25. Formularea geometrică element de interfață cu grosime finită, [A.77].

Deplasările nodale, exprimate în sistemul local de coordonate al elementului (Fig.2.25.), sunt:

$$\begin{cases} v_1^{\text{sup}} = v_1^{\text{inf}} + \Delta v_1' \\ u_1^{\text{sup}} = u_1^{\text{inf}} + \Delta u_1' \end{cases} \quad (2.205)$$

$$\begin{cases} v_2^{\text{sup}} = v_2^{\text{inf}} + \Delta v_2' \\ u_2^{\text{sup}} = u_2^{\text{inf}} + \Delta u_2' \end{cases} \quad (2.206)$$

unde :  $\Delta v_1', \Delta u_1', \Delta v_2', \Delta u_2'$  sunt deplasările relative ale nodurilor pereche exprimate în sistemul local de coordonate al elementului.

Deplasări relative se vor considera GDL în formularea elementului de interfață, putând fi simbolizate schematic în punctele aferente perechilor de noduri, situate la jumătatea grosimii elementului, (Fig.2.26).

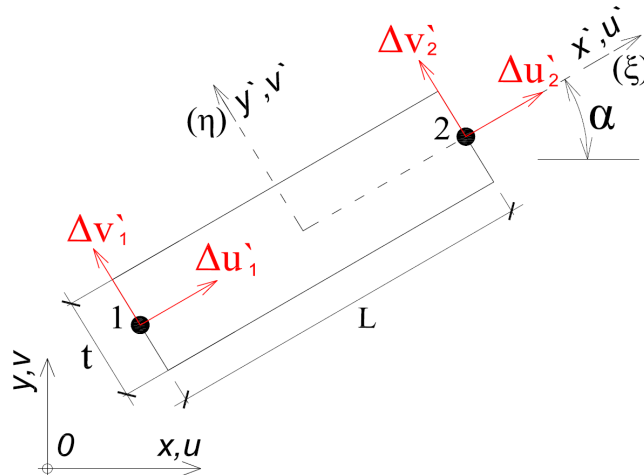


Fig.2.26.GDL - element de interfață cu grosime finită, [A.77].

Considerând deplasări relative cu variații liniare pe element, prin intermediul funcțiilor de formă  $N_1$  și  $N_2$  se poate exprima câmpul deplasărilor relative:

$$\begin{cases} \Delta u' = w_s = N_1 \cdot \Delta u'_1 + N_2 \cdot \Delta u'_2 \\ \Delta v' = w_n = N_1 \cdot \Delta v'_1 + N_2 \cdot \Delta v'_2 \end{cases} \quad (2.207)$$

unde:

$$N_1 = \frac{1}{2} - \frac{\xi}{L} \quad (2.208)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{\xi}{L} \quad (2.209)$$

Sau în exprimare matriceală:

$$[\Delta'] = \begin{bmatrix} w_n \\ w_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta v' \\ \Delta u' \end{bmatrix} = [N][\Delta']_{element} \quad (2.210)$$

$$[\Delta'] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v'_1 \\ \Delta u'_1 \\ \Delta v'_2 \\ \Delta u'_2 \end{bmatrix} \quad (2.211)$$

unde  $[\Delta']_{element}$  este vectorul ce cumulează deplasările relative exprimate în sistemul local de coordonate ale perechilor de noduri din cadrul elementului de interfață. În ceea ce privește deformațiile specifice, se consideră că elementul de rost poate avea două deformații specifice: deformații specifice normale, ( $\varepsilon_n$ ) și deformații specifice de forfecare, ( $\varepsilon_s$ ).

$$\begin{cases} \varepsilon_n = \Delta v' / t \\ \varepsilon_s = \Delta u' / t \end{cases} \quad (2.212)$$

Sau în exprimare matriceală:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \end{bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v'_1 \\ \Delta u'_1 \\ \Delta v'_2 \\ \Delta u'_2 \end{bmatrix} \quad (2.213)$$

$$[\varepsilon] = [B][\Delta']_{element} \quad (2.214)$$

Relația dintre tensiuni și deformații specifice, exprimate în funcție de sistemul local de coordonate, se realizează cu ajutorul unei matrice de material  $[C']$ , echivalentă cu matricea de rigiditate a materialului,  $[k]$ , conform formulării elementelor cu grosime nulă.

$$[\sigma] = [C'][\varepsilon] \quad (2.215)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} \\ k_{sn} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \end{bmatrix} \quad (2.216)$$

Matricea de rigiditate a elementului formulată în sistemul local de coordonate al elementului ( $x'y'$ ) se va determina în forma integrată:

$$[K]^E = \int_v [B]^T [C'] [B] dv \quad (2.217)$$

Matricea de rigiditate a elementului în raport cu sistemul global de coordonate,  $[K_g]^E$  se formulează prin intermediul matricei de transformare geometrică  $[T]$ , în funcție de unghiul  $\alpha$ , (Fig.2.26).

$$\begin{bmatrix} \Delta v' \\ \Delta u' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta u \end{bmatrix} \quad (2.218)$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} = \frac{y_2 - y_1}{L} \\ \sin(\alpha) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} = \frac{x_2 - x_1}{L} \end{cases} \quad (2.219)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \quad (2.220)$$

$$[K_g]^E = [T]^T [K]^E [T] \quad (2.221)$$

$$[K_g]^E = \frac{L}{6 \cdot t} \cdot \begin{bmatrix} 2(A_1 - 2B_1) & 2(A_3 + B_2) & (A_1 - 2B_1) & (A_3 + B_2) \\ & 2(A_2 + 2B_1) & (A_3 + B_2) & (A_2 + 2B_1) \\ & & 2(A_1 - 2B_1) & 2(A_3 + B_2) \\ sim. & & & 2(A_2 + 2B_2) \end{bmatrix} \quad (2.222)$$



unde :

$$\begin{cases} A_1 = k_{ss} \cdot a^2 + k_{nn} \cdot b^2 \\ A_2 = k_{ss} \cdot b^2 + k_{nn} \cdot a^2 \\ A_3 = (k_{nn} - k_{ss}) \cdot a \cdot b \\ B_1 = k_{ns} \cdot a \cdot b \\ B_2 = k_{ns} \cdot (a^2 - b^2) \end{cases} \quad (2.223)$$

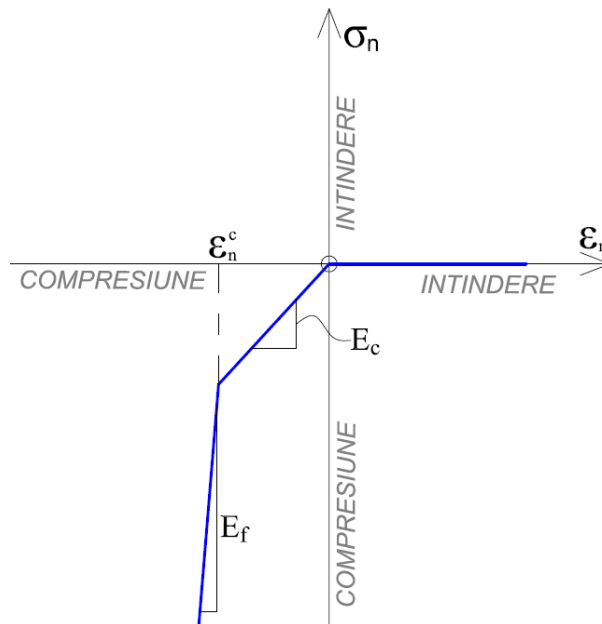
respectiv:

$$\begin{cases} a = \cos(\alpha) \\ b = \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2.224)$$

În cazul în care se adoptă o comportare ne-dilatantă/contractantă al elementului de rost, matricea de material,  $[C']$ , va avea următoarea formă:

$$[C'] = \begin{bmatrix} k_{nn} & 0 \\ 0 & k_{ss} \end{bmatrix} \quad (2.225)$$

unde:  $k_{nn}$  reprezintă rigiditatea materialului pe direcția normală interfeței, respectiv  $k_{ss}$  reprezintă rigiditatea materialului pe direcția tangențială interfeței.



**Fig.2.27.** Interdependența tensiuni normale și deformații specifice normale la nivelul interfeței.

Comportarea elementului pe direcție normală interfeței se poate descrie prin situații:

1. Separarea  $k_{nn} = k_{ss} = 0$  pentru situația în care  $\epsilon_n \geq 0$  (întindere), ( Fig.2.27) .
2. Zdrobirea iregularităților de la nivelul suprafeței de contact survenită ca urmare a tensiunilor de compresiune normale pe direcția interfeței  $\longrightarrow k_{nn} = E_c$  pentru situația în care  $\epsilon_n^c < \epsilon_n < 0$ , (Fig.2.27). În cazul modelării interfeței dintre o structură

geotehnică și pământul înconjurător, pentru suprafețele de contact netede, iregularitățile (asperitățile) suprafeței de separație nu există, în consecință  $\varepsilon_n^c = 0$ .

3. Contact perfect la nivelul interfeței  $k_{nn} = E_f$ , aferent condiției  $\varepsilon_n < \varepsilon_n^c$ , (Fig.2.27). În cazul modelării suprafeței de contact dintre o structură geotehnică și terenul înconjurător pentru evitarea interpenetrării la nivelul interfeței se pot atribui valori mari parametrului  $E_f$ , ( $E_f \rightarrow \infty$ ), fără apariția problemelor numerice privind formularea numerică defectuoasă a elementului.

Comportarea elementului pe direcție tangențială interfeței se poate condiționa printr-o lege de cedare de tip Mohr-Coulomb. Astfel în cazul atribuirii unui comportări de tip elastic-perfect plastic al elementului pe direcție tangențiale, cu funcția de plasticizare de tip Mohr-Coulomb, comportarea tangențială al elementului se poate evalua în două situații:

1. Element în domeniul elastic  $k_{ss} = G \rightarrow \tau_s < c + \sigma_n \cdot \tan(\varphi)$
2. Elementul în domeniu plastic  $k_{ss} = 0$ , s-a atins valoarea limită a tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței :  $\tau_s = c + \sigma_n \cdot \tan(\varphi)$

În formularea anterioară,  $c$  se va considera adeziunea la nivelul interfeței (echivalentul coeziunii),  $\varphi$  se va considera unghi de frecare la nivelul interfeței (echivalentul unghiului de frecare internă) și  $G$  este modulul de deformație transversală.

În cazul în care se adoptă o comportare dilatantă/contractantă al elementului de rost, problema se poate formula în mai multe modalități. Considerându-se o suprafață de contact dintre o structură geotehnică și terenul înconjurător cu asperități (iregularități) exprimate geometric prin unghiul  $\theta$ , ( Fig.2.28).

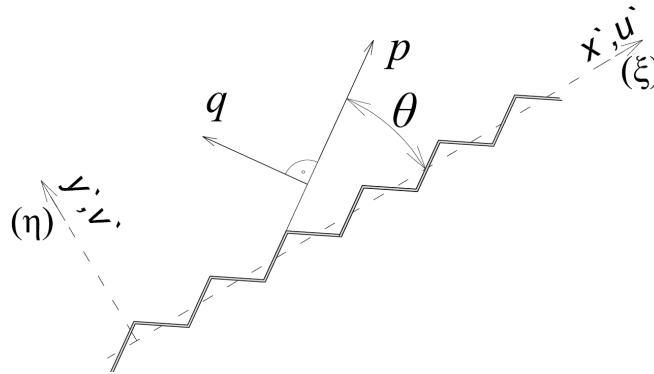


Fig.2.28.Element de rost cu comportare dilatantă.

Valoarea unghiului  $\theta$  se adoptă în conformitate cu unghiul planului frânt al suprafeței de contact în raport cu axa tangențială a interfeței din cadrul sistemului de coordonate local al elementului de rost, (Fig.2.28). Matricea de rigiditate a materialului  $[C']$ , se va formula în acest caz în funcție de unghiul  $\theta$ ; de rigiditatea materialului pe direcția normală axei  $q$ ,  $k_{qq}$  și de rigiditatea la forfecare (tangențială) aferentă direcției date de axa  $p$ ,  $k_{pp}$ , ( Fig.2.28).

$$[C'] = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} \\ k_{sn} & k_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{qq} \cdot c^2 + k_{pp} \cdot s^2 & (k_{qq} - k_{pp}) \cdot s \cdot c \\ (k_{qq} - k_{pp}) \cdot s \cdot c & k_{qq} \cdot s^2 + k_{pp} \cdot c^2 \end{bmatrix} \quad (2.226)$$

unde :  $c = \cos(\theta)$  și  $s = \sin(\theta)$  . Conform aceste abordări, dilatarea / contractanța elementului de rost se evaluează în funcție de proprietățile intrinseci ale materialului  $k_{qq}$ ,  $k_{ss}$  și de geometria asperităților suprafeței de separație, evaluată numeric prin unghiul  $\theta$  .

O altă modalitate de evaluare a comportării dilatante/contractante al elementului de rost se poate realiza prin adoptarea și utilizarea teoriei durificării deformațiilor plastice ("strain hardening"). Limitele de plasticizare ale tensorului deviator de deformații sunt reprezentate printr-o funcție de plasticizare ( $f_1$ ) și o funcție de limitare a zonei de plasticizare ("capac") , notată cu  $f_2$ , ( Fig.2.29).

$$\begin{cases} f_1(\sigma_n, \tau_s) = 0 \\ f_2(\sigma_n, \tau_s, \kappa) = 0 \end{cases} \quad (2.227)$$

unde :  $\kappa$  - este un parametru de rigidizare (întărire) a deformațiilor ("strain hardening").

Conform abordării în cauză componentele vectorului de deformații specifice  $\varepsilon_n$ ,  $\varepsilon_s$  sunt compuse din două componente :

- componenta elastică a deformațiilor specifice normale  $\varepsilon_n^e$ , și tangențiale  $\varepsilon_s^e$  pe direcția interfeței
- componenta plastică a deformațiilor specifice normale  $\varepsilon_n^p$  și tangențiale  $\varepsilon_s^p$  pe direcția interfeței

Formularea incrementală a deformațiilor specifice se poate exprima astfel:

$$\begin{cases} d\varepsilon_n = d\varepsilon_n^e + d\varepsilon_n^p \\ d\varepsilon_s = d\varepsilon_s^e + d\varepsilon_s^p \end{cases} \quad (2.228)$$

$$[d\varepsilon] = [d\varepsilon^e] + [d\varepsilon^p] \rightarrow \begin{bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\varepsilon_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\varepsilon_n^e \\ d\varepsilon_s^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_n^p \\ d\varepsilon_s^p \end{bmatrix} \quad (2.229)$$

Creșterile incrementale ale componentelor plastice a deformațiilor specifice se for formula pe baza regulii de curgere plastică potențială, fiind cumulate în vectorul incremental al deformațiilor specifice plastice,  $[d\varepsilon^p]$  .

$$[d\varepsilon^p] = \begin{bmatrix} d\varepsilon_n^p \\ d\varepsilon_s^p \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \frac{df}{d\sigma_n} \\ \frac{df}{d\tau_s} \end{bmatrix} \quad (2.230)$$

unde :  $\lambda$  este un parametru scalar, respectiv funcția  $f$  poate lua valoarea  $f_1$  sau  $f_2$  în funcție de suprafața pe care se situează vectorul de tensiuni. Starea de tensiuni asociată limitei de plasticizare dată de funcția  $f_1$  se asociază cu dilatarea elementului de rost, respectiv limita de plasticizare  $f_2$  caracterizează comportarea contractantă a elementului de rost, (Fig.2.29) .

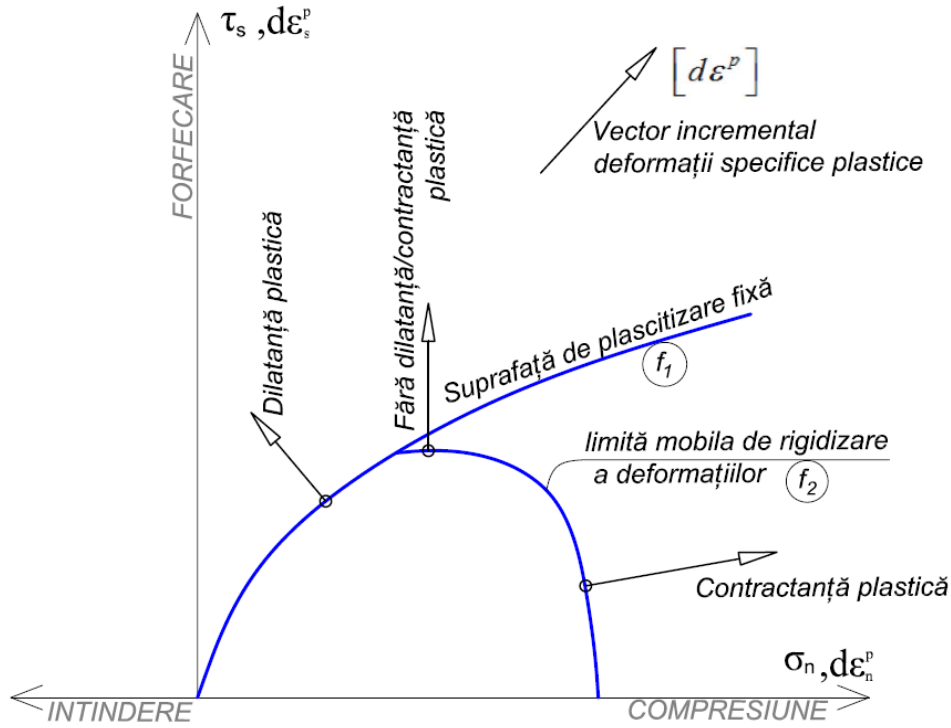


Fig.2.29. Aplicarea modelului de plasticizare la elementele de rost.

Parametrul de rigidizare (întărire) a deformațiilor ("strain hardening parameter"),  $\kappa$ , se poate defini astfel încât funcția de plasticizare  $f_2$ , ("capac") se va deplasa aferent direcției de compresiune  $\sigma_n$  în cursul dilatării elementului de rost, respectiv va induce o deplasare a funcției  $f_2$  aferentă direcției de întindere  $\sigma_n$  în cursul contractării elementului de rost.

Pe baza ipotezelor expuse anterior, formularea incrementală a relației dintre tensiuni și deformații specifice se poate face astfel:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_n \\ d\tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} - \frac{(k_{nn})^2 f_n}{D} & \frac{-k_{ss} \cdot k_{nn} \cdot f_s \cdot f_n}{D} \\ \frac{-k_{ss} \cdot k_{nn} \cdot f_s \cdot f_n}{D} & k_{ss} - \frac{(k_{ss})^2 f_s}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_n \\ d\epsilon_s \end{bmatrix} = [C']_{ep} \begin{bmatrix} d\epsilon_n \\ d\epsilon_s \end{bmatrix} \quad (2.231)$$

$$[C']_{ep} = \begin{bmatrix} k_{nn} - \frac{(k_{nn})^2 f_n}{D} & \frac{-k_{ss} \cdot k_{nn} \cdot f_s \cdot f_n}{D} \\ \frac{-k_{ss} \cdot k_{nn} \cdot f_s \cdot f_n}{D} & k_{ss} - \frac{(k_{ss})^2 f_s}{D} \end{bmatrix} \quad (2.232)$$

unde  $[C']_{ep}$  este matricea ce reflectă comportarea elasto-plastică a materialului;  $k_{nn}$ ,  $k_{ss}$  coeficienții de rigiditate (domeniu elastic) aferenți direcție normale și tangențiale elementului de rost, respectiv:

$$\begin{cases} f_n = \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} \longrightarrow f = f_1 \text{ sau } f = f_2 \\ f_s = \frac{\partial f}{\partial \tau_s} \longrightarrow f = f_1 \text{ sau } f = f_2 \end{cases} \quad (2.233)$$

$$D = k_{ss} f_n^2 + k_{nn} f_n^2 - f_\kappa F^P \quad (2.234)$$

$$f_\kappa = \frac{\partial f_2}{\partial \kappa} \quad (2.235)$$

unde  $F^P$  - reprezintă o funcție empirică, (formulată în funcție de deformația plastică), ce se alege empiric, pentru calibrarea datelor experimentale cu modelul numeric.

În cazul în care funcția de plasticizare fixă  $f_1$  este definită în funcție de unghiul de dilatanță  $\psi$ , atunci:

$$f_n = \frac{\partial f_1}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_n} \text{ pentru } f = f_1 \quad (2.236)$$

K.G. Sharma ș.a. [A.175], propune un element finit de interfață cu 6 noduri și cu grosime finită, bazat pe ipoteza conform căreia există o zonă (bandă) de pământ din proximitatea interfeței care influențează comportarea (Fig.2.30). Această bandă se va forma în corpul realizat dintr-un material cu proprietăți fizico-mecanice inferioare. Astfel spus, în cazul interacțiunii dintre structurile geotehnice și terenul înconjurător, la nivelul suprafeței de contact se va mobiliza o bandă de grosime redusă în cadrul pământului care se va comporta diferit față de masivul de pământ în profunzimea domeniului de analiză.

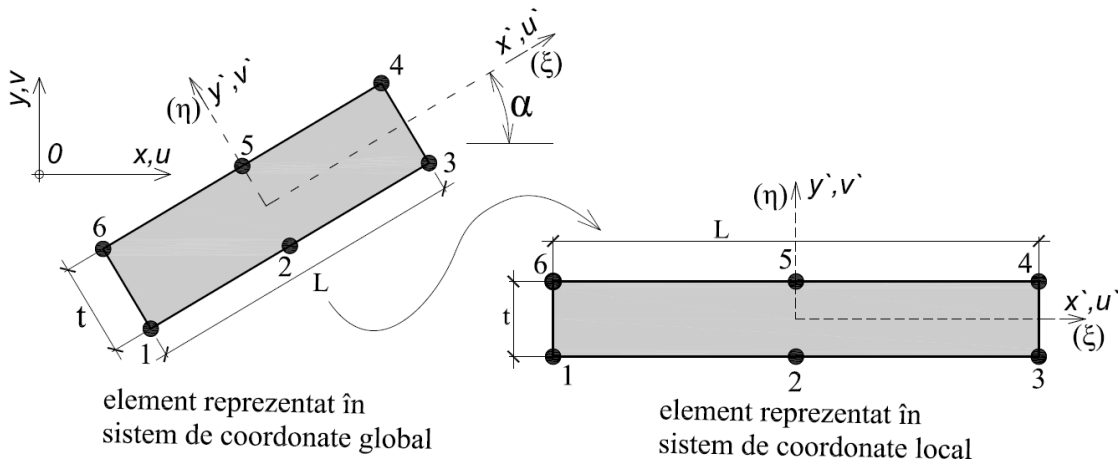


Fig.2.30. Element de interfață cu grosime finită (subțire), [A.175].

Conform formulării în deplasări (starea plană de deformații), tensorul de deformații specifice  $[\varepsilon]$ , exprimat în raport cu sistemul global de coordonate este:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.237)$$

Exprimarea deformațiilor specifice în raport cu sistemul local de coordonate al elementului,  $[\varepsilon']$ , este:

$$[\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \varepsilon'_x \\ \varepsilon'_y \\ \gamma'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial y'} \\ \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} \end{bmatrix} \quad (2.238)$$

Tensorul de tensiuni orientat conform sistemului local de coordonate  $[\sigma']$ , se poate exprima astfel:

$$[\sigma'] = \begin{bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.239)$$

Deformațiile specifice ale elementului de interfață sunt condiționate de diferența mare dintre grosimea și lungii elementului,  $t \ll L$ , (Fig.2.31). Astfel un element de rost subțire în starea deformată, va putea cumula deformații specifice pe direcția normală,  $\varepsilon_n$ , și deformații specifice unghiulare,  $\gamma$ . Aferent modului de deformare, tensorul tensiunilor la nivelul interfeței este format din două componente: tensiunea normală la interfață ( $\sigma_n$ ) și tensiunea tangențială interfeței ( $\tau_s$ ).

$$\begin{cases} \varepsilon'_x \cong 0 \\ \sigma'_x = 0 \end{cases} \quad (2.240)$$

$$\begin{cases} \varepsilon'_y = \varepsilon_n = \frac{\Delta v'}{t} \\ \sigma'_y = \sigma_n \end{cases} \quad (2.241)$$

$$\begin{cases} \gamma'_{xy} = \gamma = \frac{\Delta u'}{t} \\ \tau'_{xy} = \tau_s \end{cases} \quad (2.242)$$

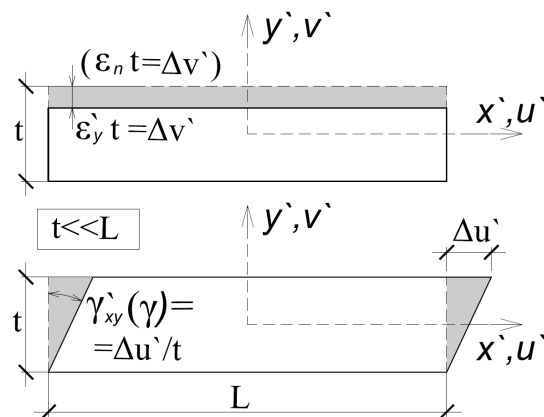


Fig.2.31.Deformații specifice element de interfață subțire (grosime finită).

Formularea incrementală a unui elementului de rost cu grosime finită, în raport cu sistemul local de coordonate este:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_n \\ d\tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} \\ k_{sn} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial\Delta v' \\ \partial\Delta u' \end{bmatrix} \quad (2.243)$$

$$\begin{bmatrix} \partial\Delta v' \\ \partial\Delta u' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (2.244)$$

Respectiv:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_n \\ d\tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} \\ k_{sn} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (2.245)$$

$$\begin{bmatrix} d\sigma_n \\ d\tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tk_{nn} & tk_{ns} \\ tk_{sn} & tk_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\gamma \end{bmatrix} = [C'] \begin{bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (2.246)$$

sau

$$[d\sigma'] = [C'] [d\varepsilon'] \quad (2.247)$$

În cazul elementelor de interfață cu comportare nedilatantă/necontractantă matricea de comportare a materialului formulată în sistemul local de coordonate (matricea tangentă)  $[C']$ , va avea următoarea formă:

$$[C'] = \begin{bmatrix} tk_{nn} & 0 \\ 0 & tk_{ss} \end{bmatrix} \quad (2.248)$$

Echivalarea dintre parametri de deformabilitate ( $E$ ,  $G$ ,  $\mu$ ) a unui material și coeficienții de rigiditate a interfeței ( $k_{nn}$ ,  $k_{ss}$ ) se realizează ca o funcție de grosimea elementului,  $t$ .

$$\begin{cases} k_{nn} \cong E/t \\ k_{ss} \cong G/t \end{cases} \quad (2.249)$$

Formularea incrementală a elementului în sistemul global de coordonate se realizează prin echivalarea tensiunilor și a deformațiilor specifice (sistemul local-global de coordonate). Deformațiile specifice normale și unghiulare a elementului de interfață (sistem local de

coordonate) se pot exprima în funcție de deformațiile specifice globale prin intermediul matricei de transformare geometrică a deformațiilor specifice,  $[T_\varepsilon^\alpha]$ , formulată pentru elementul de interfață.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_x \\ \varepsilon'_y \\ \gamma'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.250)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [T_\varepsilon^\alpha] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.251)$$

sau

$$[\varepsilon'] = [T_\varepsilon^\alpha][\varepsilon] \quad (2.252)$$

unde  $s = \sin(\alpha)$  și  $c = \cos(\alpha)$ , (Fig.2.30).

În mod echivalent tensiunile la nivelul elementului de interfață exprimate în sistemul local de coordonate se pot exprima în funcție de tensiunile globale prin intermediul matricei de transformare geometrică a tensiunilor,  $[T_\sigma^\alpha]$ , formulată pentru elementul de interfață.

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.253)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T_\sigma^\alpha] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.254)$$

sau

$$[\sigma'] = [T_\sigma^\alpha][\sigma] \quad (2.255)$$

Formularea incrementală se poate exprima astfel:

$$[T_\sigma^\alpha][d\sigma] = [C'] [T_\varepsilon^\alpha][d\varepsilon] \quad (2.256)$$

$$[d\sigma] = [T_\sigma^\alpha]^T [C'] [T_\varepsilon^\alpha][d\varepsilon] = [C][d\varepsilon] \quad (2.257)$$

unde  $[C]$  este matricea de comportare a materialului formulată în raport cu sistemul global de coordonate.

$$[C] = [T_\sigma^\alpha]^T [C'] [T_\varepsilon^\alpha] \quad (2.258)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} tk_{mm} & 0 \\ 0 & tk_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.259)$$



Adoptarea formulării incrementale permite analiza elasto-plastică, respectiv permite surprinderea plasticizării și evoluția zonelor de plasticizare în cadrul elementelor de interfață. Astfel matricea de material  $[C]$  - sistem global de coordonate și  $[C']$  - sistem local de coordonate poate fi elastică ( $[C]^e; [C']^e$ ) sau elasto-plastică ( $[C]^{ep}; [C']^{ep}$ ). Evaluarea matricei de material se face în funcție de starea de tensiuni și deformații, de o funcție de plasticizare și de o funcție de potențial plastic.

Matricea de rigiditate a elementului de interfață se va obține în forma integrată:

$$[K]^E = \int_v [B]^T [C] [B] dv \quad (2.260)$$

unde  $[B]$  - matricea operator deplasări-deformații specifice.

C. S. Desai ș.a. [A.57], investighează comportarea elementelor de rost subțiri cu grosime finită,  $t$ , în vederea simulării interfeței dintre structurile geotehnice și pământul înconjurător. Studiile și investigațiile efectuate pleacă de la ipoteza de bază, conform căreia comportarea mecanică a sistemului în proxima vecinătate a unei suprafețe de separație implică o zonă de grosime finită (bandă de material), a cărei proprietăți influențează deplasările relative ale celor două materiale aflate în contact. Astfel se susține ideea prin care adoptarea unei grosimi finite atribuite elementelor de interfață este în concordanță cu comportarea reală, întrucât în comportarea suprafeței de contact dintre o structură geotehnică și pământul înconjurător participă un strat de pământ subțire din proxima vecinătate a suprafeței de separație. Adoptând o astfel de abordare, se poate încorpora în modelul de calcul efectul degradării (remodelării) terenului din zona de interfață dintre o structură geotehnică și terenul înconjurător. Acest fenomen de degradare sau remodelare a unui strat subțire de pământ de la nivelul contactului cu o structură geotehnică poate surveni în urma proceselor de execuție. Rigiditățile elementelor de interfață se determină urmând principial aceeași procedură utilizată și în cazul elementelor finite plane. Comportarea elementelor de interfață (elemente cu 6 noduri și 4 puncte de integrare Gauss) este investigată prin studii comparative aplicate pe probleme practice. Evaluarea calitativă a elementelor de interfață se investighează sub aspectul alegerii grosimii elementelor, și prin incorporarea a diferite modele de deformare. Sub aspectul modelului constitutiv au fost adoptate elemente de interfață cu comportare liniar-elastică, neliniar-elastică respectiv cu comportarea elastică-perfect plastică. Alegerea grosimii elementului ( $t$ ) s-a dovedit că joacă un rol major în comportarea elementelor de interfață. Astfel în situația în care grosimea este relativ mare în raport cu lungimea elementului ( $L$ ), elementul de rost tinde să se comporte în mod similar cu un element clasic plan, respectiv în cazul alegerii unei grosimi subțiri în raport cu lungimea pot surveni dificultăți numerice. În concordanță cu analizele parametrice realizate s-a observat că elementele de rost cu grosime finită au o comportare adecvată, dacă raportul dintre grosimea și lungimea elementului ( $t/L$ ) este între 0.01 și 0.1.

C. S. Desai ș.a. [A.56], implementează elementele de interfață cu grosime finită în formulare hibridă. Conform acestei abordări se pot asuma ca variabile independente atât deplasărilor cât și tensiunilor. Prin utilizarea acestei proceduri hibride se pot obține variații superior calitative ale tensiunilor și ale deformațiilor specifice de-a lungul interfeței. În ceea ce privește aplicarea acestei abordări în situații de practică curentă C. S. Desai ș.a. [A.56], modelează interacțiunea dintre teren și sistemul de sprijin șpraițuit al unei excavații urbane. În

vederea surprinderii evoluției stării de tensiuni și de deformații ale masivului sprijinit și sistemului de sprijin s-a efectuat o analiză MEF în stagii (formulare hibridă). Rezultate obținute sunt în concordanță cu rezultate obținute prin măsurători.

P.C.F. Ng, ș.a. [A.141] investighează capabilitățile de modelare a interacțiunii dintre pereții unei conducte îngropare și terenul învecinat prin intermediul a 3 tipuri de elemente:

Tip 1. Element de interfață cu grosime finită (conf. CRISP90) cu 8 noduri având atribuite modele de variație liniară a deformațiilor de-a lungul lungimii elementului și valori constante a deformațiilor de-a lungul grosimii elementului.

Tip 2. Element de interfață cu grosime nulă cu 6 noduri de tip Goodman.

Tip 3. Element plan patrulater cu 8 noduri. Modelul constitutiv atribuit tuturor elementelor este un model de tip elastic – perfect plastic (Fig.2.32).

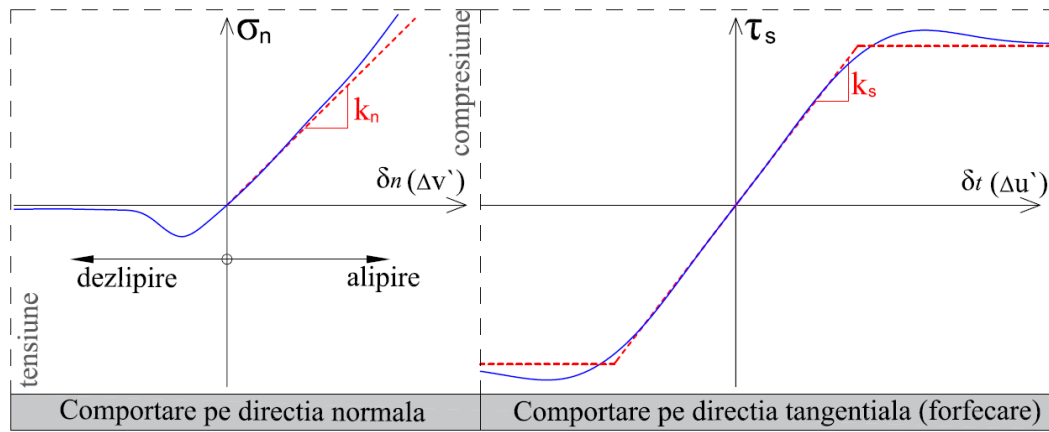


Fig.2.32. Comportarea la nivel de interfață relații tensiuni-deplasări relative – Model liniar elastic perfect plastic.

Evaluarea elementelor investigate se face în vederea capabilităților acestora de a descrie 5 moduri distincte de comportare (Fig.2.33) :

1) Adeziune la nivelul interfeței (sau lipsa alunecării) – elementul se comportă elastic cu o rigiditate normală,  $k_n$  și o rigiditate tangențială,  $k_s$ .

2) Alunecarea a nivelului interfeței – tensiunea tangențială atinge valoarea limită (conf. relației Mohr-Coulomb), se vor înregistra deformații (deplasări) relative excesive, iar  $k_s$  este setat la o valoare mică.

3) Descărcarea – în situațiile în care apare o descărcare la nivelul interfeței valoarea  $k_s$  revine la valoare inițială (anterior alunecării).

4) Dezlipirea (separarea la nivelul interfeței), survine în situațiile în care tensiunea normală descrie fenomenul de întindere (tensiune) -  $k_n$  este setat la o valoare mică, respectiv tensiunea normală și tangențială sunt setate de asemenea la o valoare mică.

5) Alipirea – în cazul în care posterior dezlipirii la un pas incremental de încărcare ulterior apare reluarea contactului la nivelul interfeței (tensiunea normală descrie fenomenul de compresiune), valorile rigidităților  $k_n$  și  $k_s$  sunt readuse la valorile originale (inițiale).

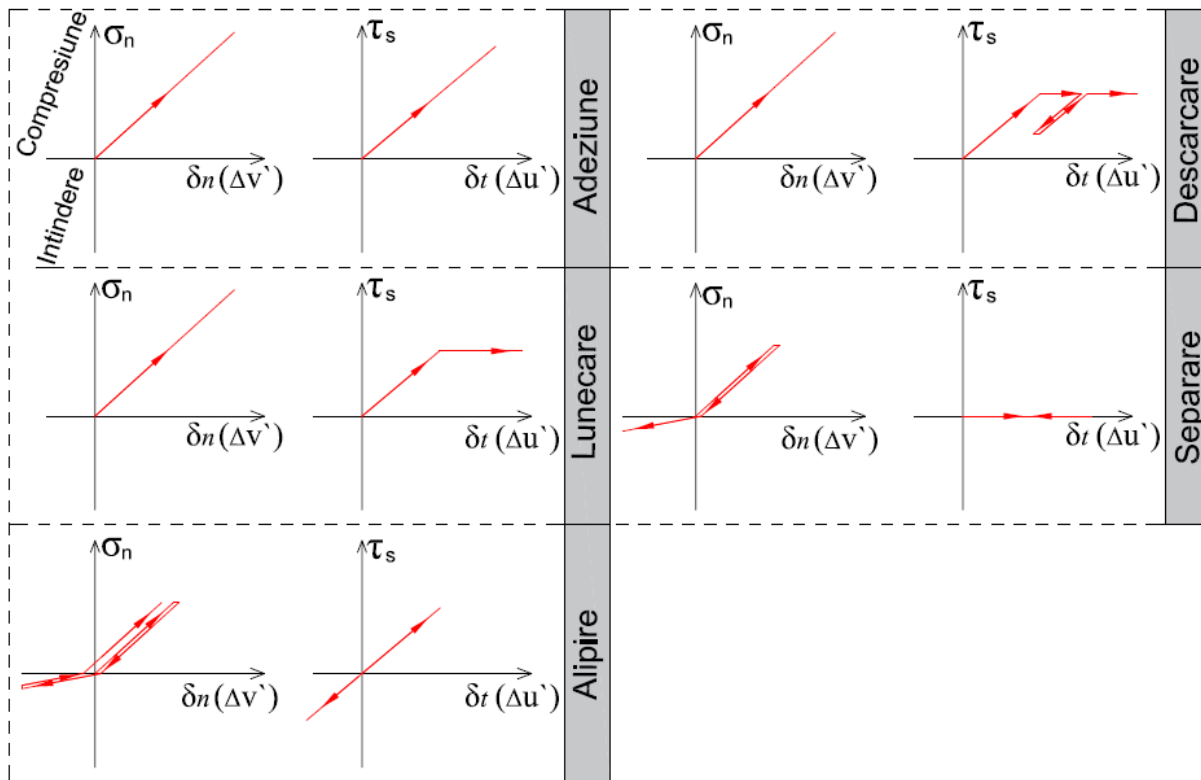


Fig.2.33. Moduri specifice de comportare la nivel de interfață.

Comportarea identică a celor 3 tipuri de elemente s-a realizat prin echivalarea proprietăților de rigiditate, prin relații de echivalență între cele 3 abordări.

Echivalare element cu grosime finită – element cu grosime nulă (Goodman):

$$\begin{cases} K_n = k_n \cdot t \\ K_s = k_s \cdot t \end{cases} \quad (2.261)$$

unde  $k_n$  și  $k_s$  reprezintă rigiditatea normală și tangențială a elementului cu grosime nulă (u.m. :  $kN / m^3$ );  $K_n$ ,  $K_s$  reprezintă modulii de deformație normală și tangențială a elementului cu grosime finită ( $t$ ) având ca unitate de măsură  $kN / m^2$ .

Echivalare element cu grosime finită – element 2D starea plană de deformații:

$$\begin{cases} K_n = k_n \cdot t = [E \cdot (1 - \mu)] / [(1 + \mu) \cdot (1 - 2 \cdot \mu)] \\ K_s = k_s \cdot t = E / [2(1 + \mu)] = G \end{cases} \quad (2.262)$$

unde  $E$  - modul de deformație liniară (Young),  $\mu$  - coeficientul de deformație transversală (Poisson),  $G$  - modul de deformație transversală, conform legii lui Hooke (afereent elementului 2D formulat în starea plană de deformații). Corelarea inversă se poate formula astfel:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{K_s \cdot (3 \cdot K_n - 4 \cdot K_s)}{K_n - K_s} = \left[ \frac{k_s \cdot (3 \cdot k_n - 4 \cdot k_s)}{k_n - k_s} \right] \cdot t \\ \mu = \frac{K_n - 2 \cdot K_s}{2 \cdot (K_n - K_s)} = \frac{k_n - 2 \cdot k_s}{2 \cdot (k_n - k_s)} \end{array} \right. \quad (2.263)$$

În urma analizelor efectuate cu cele 3 tipuri de elemente se desprinde concluzia conform căreia elementul de tip 1 ,cu grosime finită, prezintă comportarea cea mai apropiată de modurile specifice de comportare la nivelul interfeței (Fig.2.33). Elementul cu grosime nulă (Element 2) – de tip Goodmann, prezintă deficiențe în ceea ce privește fenomenul de descărcare / reîncărcare la nivelul interfeței, respectiv fenomenul de dezlipire/alipire. Elementul 3 (element 2D în starea plană de deformații) are o comportare bună în ceea ce privește simularea forfecării la nivelul interfeței, dar este incapabil să simuleze fenomenul de dezlipire/ alipire. Elementul de interfață cu grosime finită prezintă anumite deficiențe în simularea anumitor situații, acesta fiind modificat. Modificările aduse elementului îmbunătățesc capabilitatea acestuia de a simula fenomenul de alipire (închiderea golului format în pași incrementali anteriori), respectiv se îmbunătățește comportarea acestuia pe direcția normală, prin introducerea unei valori limită a efortului normal de întindere. Astfel prin introducerea unei adeziuni ce echivalează cu o rezistență la întindere, punctul de formare a golului (desprinderea) nu coincide cu valoarea nulă a tensiunii normale de pe ramura de descărcare. Adoptarea unor astfel de modificări asupra elementului cu grosime finită conduc la o comportare adecvată pe întreg spectrul de modele specifice de comportare (Fig.2.33).

D.A. Karabatakis ș.a. [A.107] implementează comportarea aferentă deformațiilor reologice ale interfeței (curgerile lente ale interfeței) utilizând 3 metode de modelare a interfeței :elemente de interfață cu grosime virtuală, cu grosime finită și elemente convenționale plane Q4. Atribuind elementelor un model constitutiv adecvat deformațiilor reologice se analizează capabilitatea celor 3 metode de a simula curgerea lentă la nivelul contactului dintre două corpuri. Întrucât grosimea elementului de interfață afectează câmpul tensiunilor și al deformațiilor în cadrul elementului, au fost realizate studii parametrice aferente celor 3 metode avânt ca parametru de input variabil: grosimea interfeței. Observațiile rezultate în urma analizelor reflectă rolul redus al grosimii asupra comportării reologice în cazul elementului de interfață cu grosime virtuală. Pe lângă acest lucru se observă flexibilitatea elementului de interfață cu grosime finită în ceea ce privește utilizarea acestuia în astfel de probleme. Astfel elementul de interfață cu grosime finită apare ca metodă de tranziție între elementul cu grosime virtuală și elementul plan în formulare tradițională, întrucât pe anumite intervale ale grosimii elementului există similitudini între comportarea elementului cu grosime virtuală și cel cu grosime finită, respectiv între comportarea elementului cu grosime finită și elementul plan clasic.

M.H. Mayer ș.a. [A.133], investighează capabilitatea elementelor de interfață cu grosime finită și cu grosime nulă în vederea simulării interacțiunii dintre două solide aflate în contact direct, supuse la solicitări ciclice. Prin atribuirea unui model de comportare de tip hysteresis și efectuarea unor analize comparative M.H. Mayer ș.a. [A.133], subliniază faptul că elementul de

interfață cu grosime nulă prezintă o comportare mai adecvată în cazul unor astfel de probleme. Conform autorilor, [A.133], această superioritate derivă din faptul că în formularea elementului de interfață cu grosime nulă, gradul de aproximare al câmpului tensiunilor la nivelul contactului este identic cu gradul de aproximare al câmpului deplasărilor, pe când în cazul elementelor de interfață cu grosime finită gradul de aproximare al câmpului tensiunilor la nivelul contactului este inferior cu un ordin față de gradul de aproximare al câmpului deplasărilor, [A.133].

X. Wang ș.a. [A.198], utilizează elemente de interfață cu grosime finită cu 4 noduri în vederea modelării interacțiunii dintre două corpuri (*m.1* și *m.2*) ce implică deformații transversale mari la nivelul interfeței. Interfața dintre două materiale este modelată prin elemente de interfață cu grosime finită ( $t_e$ ) ale căror configurație se va reînnoi după obținerea soluției convergente la fiecare pas incremental, (Fig.2.34). Reînnoirea configurației elementelor de interfață după obținerea soluției convergente pentru fiecare pas incremental de încărcare se va face utilizându-se elemente continue triunghiulare: T3 și patrulater: Q3, (Fig.2.34) asigurându-se astfel menținerea configurației adecvate ale elementelor de interfață pe parcursul procesului incremental de aplicare a încărcărilor. Prin utilizarea acestei proceduri se evită fenomenul de distorsionare a elementelor adesea întâlnit în formularea tradițională MEF.

Deformațiile specifice aferente sistemului local de coordonate atribuite interfeței pe direcție normală  $n$  și pe direcție tangențială  $t$ , (Fig.2.34) sunt formulate conform abordării convenționale a deformațiilor mici, (Fig.2.34) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{nt} = \frac{\partial u'}{\partial n} + \frac{\partial v'}{\partial t} \\ \varepsilon_{nn} = \frac{\partial v'}{\partial n} \\ \varepsilon_{tt} = \frac{\partial u'}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.264)$$

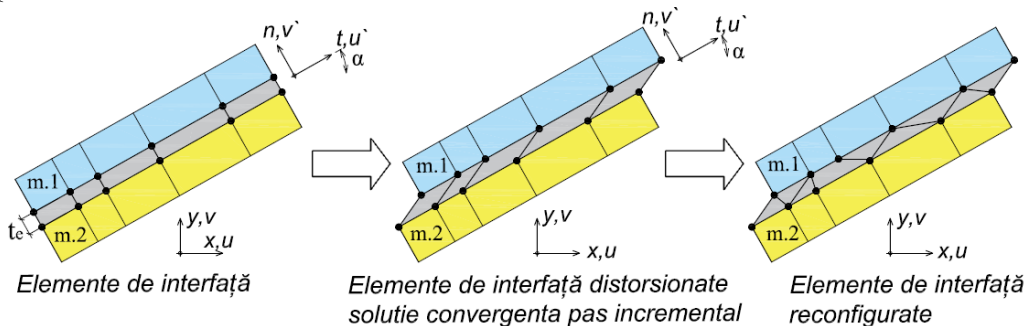


Fig.2.34. Modelarea interfeței prin elemente propuse de X.Wang, [A.198].

Considerând grosimea benzii interfeței ( $t_e$ ) mică deformația specifică unghiulară  $\gamma_{nt}$ , deformația specifică normală interfeței,  $\varepsilon_{nn}$ , și tangențială  $\varepsilon_{tt}$  se pot exprima astfel:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \gamma_{nt} \\ \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u' / t_e \\ \Delta v' / t_e \\ \partial u' / \partial t \end{bmatrix} \quad (2.265)$$

unde  $\Delta u'$  este deplasarea relativă tangențială interfeței și  $\Delta v'$  este deplasarea relativă normală interfeței. Tensiunile la nivelul interfeței sunt cumulate în vectorul  $[\sigma]$ . Relația tensiuni ,  $[\sigma]$ , deformații specifice,  $[\varepsilon]$ , în domeniul elastic este realizată prin atribuirea unui model elastic cu anizotropie transversă aferentă direcției normale și tangențiale interfeței.

$$[\sigma] = [D_e][\varepsilon] \rightarrow \begin{bmatrix} \tau_{nt} \\ \sigma_{nn} \\ \sigma_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & D_{23} \\ 0 & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{nt} \\ \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{tt} \end{bmatrix} \quad (2.266)$$

Matricea  $[D_e]$  reprezintă matricea de elasticitate a materialului ortotrop având următoarele elemente componente:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{11} = 2 \cdot G_{nt} \\ D_{22} = A \cdot (1 - \mu_{nt}^2) \\ D_{23} = D_{32} = A \cdot \mu_{nt} \cdot (1 + \mu_{tt}) \\ D_{33} = A \cdot \left( \frac{E_{tt}}{E_{nn}} - \mu_{nt}^2 \right) \end{array} \right. \quad (2.267)$$

$$A = E_{tt} / \left\{ (1 + \mu_{tt}) \left[ E_{tt} / E_{nn} (1 - \mu_{tt}) - 2 \cdot \mu_{nt} \right] \right\}$$

unde  $E_{tt}$  reprezintă modulul de deformație liniară pe direcția de încărcare aferentă direcție tangențiale interfeței (t),  $E_{nn}$  reprezintă modulul de deformație liniară pe direcția de încărcare aferentă direcție normale interfeței (n),  $\mu_{nt}$  reprezintă coeficientul lui Poisson ce descrie deformația înregistrată pe o axă din cadrul planului tangențial interfeței ca efect al încărcării aplicate pe direcția unei axe din cadrul planului tangențial interfeței normale pe axa de deformare.

Efectul deformațiilor în cadrul planului tangențial ca efect al încărcărilor aplicate în planul normal interfeței este surprins prin intermediul coeficienților  $\mu_{nt}$  și  $\mu_{tt}$ . Efectul deformațiilor specifice normale interfeței ( $\varepsilon_{nn}$ ) asupra tensiunilor normale în planul tangențial al interfeței ( $\sigma_{tt}$ ) se poate neglija, astfel  $\mu_{nt} = 0$ . Parametrul  $G_{nt}$  reprezintă modulul de deformație transversală și definește relație dintre deformațiile specifice unghiulare la nivelul interfeței ( $\gamma_{nt}$ ) și tensiunile tangențiale la nivelul interfeței ( $\tau_{nt}$ ). O echivalare între parametri de material ai interfeței utilizați în abordările anterioare ( $k_{nn}$ ,  $k_{ss}$ ) și parametri de deformabilitate  $E_{nn}$  și  $G_{nt}$  ar putea fi următoarea:

$$\begin{cases} E_{nn} = t_e \cdot k_{nn} \\ G_{nt} = t_e \cdot k_{ss} \end{cases} \quad (2.268)$$

Această abordare care constă în reînnoirea configurației elementelor și atribuirea unei comportări ortotrope în raport cu direcția normală și tangențială interfeței cu atribuirea unui model constitutiv liniar – perfect plastic s-a dovedit aplicabilă cu succes în situațiile care necesită modelarea unei interfețe cu deformații unghiulare (tangențiale) mari. În urma modelării testului de smulgere s-au obținut diagrame de variații ale tensiunii tangențiale fără oscilații parazitare. Un factor important privind valorile limita ale forțe de smulgere și distribuția tensiunilor de contact de-a lungul interfeței este grosimea benzii de contact (grosimea elementelor). În urma analizelor efectuate se observă că odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării, valoarea forței de smulgere se reduce, respectiv rezultatele obținute numeric tind să convergă spre rezultatele obținute experimental. Astfel acest tip de element își dovedește superioritatea în raport cu celelalte elemente de interfață privind modelarea situațiilor care necesită simularea unor deformații unghiulare mari la nivelul interfeței.

N. K. Samadhiya ș.a. [A.163] propune un element de interfață destinat modelărilor 3D cu grosime variabilă. Elementul de tip ”sandwich” are 16 noduri, fiecărei pereche de noduri fiindu-i atribuită o anumită grosime. Utilizând funcțiile de formă se poate astfel determina variația grosimii elementului pe tot conturul acestuia. Elementul în cauză se poate cupla cu elemente de volum de tip bloc cu 16 sau 20 de noduri, fiind adecvat în modelarea masivelor de roci cu fisuri și rosturi umplute cu material diferit ce se dezvoltă neregulat pe toate cele 3 direcții.

M. Dalili Shoaie ș.a. [A.43], propune un element cu grosime finită, formulat pe aceleași principii utilizate de către M.N. Viladkar, ș.a. [A.196], J. Noorzaei ș.a. [A.144], [A.143]. Se propune astfel un element de interfață cu grosime finită în vederea modelării interacțiunii între sistemul de fundare modelat prin elemente de tip bară cu 2 noduri cu rigiditate la încovoiere și terenul de fundare modelat prin elemente plane patrulatere sau triunghiulare având 3 noduri per latură (T6, Q8). În consecință noul element de rost va avea 5 noduri și 12 GLD : 2 rotații și 10 deplasări, (Fig.2.35).

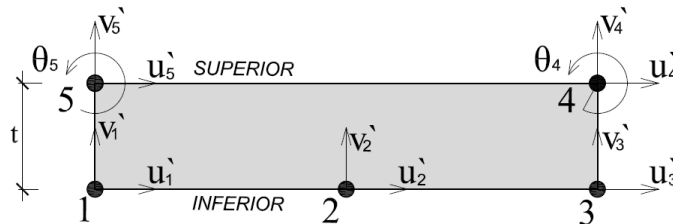


Fig.2.35.Element de interfață propus de M.D. Shoaie ș.a. [A.43].

Matricea de comportare a materialului (orientată conform sistemului local de coordonate) va fi următoarea:

$$[C'] = \begin{bmatrix} k_{ss1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & k_{ss2} \end{bmatrix} \quad (2.269)$$

În sistemul global de coordonate, matricea de comportare a materialului va avea următoarea formulare (afectată de matricea de transformare geometrică) :

$$[C]_G = \begin{bmatrix} c^2 - s^2 & -cs & 0 \\ 2cs & c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{ss1} & 0 & 0 \\ 0 & k_m & 0 \\ 0 & 0 & k_{ss2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^2 - s^2 & 2cs & 0 \\ -cs & c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \quad (2.270)$$

unde:  $s = \sin(\alpha)$  și  $c = \cos(\alpha)$ , (Fig.2.30). Matricea de rigiditate a elementului se obține în forma integrată:

$$[K] = \int [B_J]^T \cdot \frac{1}{t} \cdot [C]_G \cdot [B_J] dv = \int_{-1}^1 \int_0^t [B_J]^T \cdot \frac{1}{t} \cdot [C]_G \cdot [B_J] \cdot |J| d\eta d\xi \quad (2.271)$$



### CAP 3. STUDII EXPERIMENTALE PRIVIND COMPORTAREA LA NIVEL DE INTERFAȚĂ

Comportarea la nivelul discontinuității dintre două materiale (pământ-pământ, pământ – structură geotehnică) evidențiază anumite elemente specifice privind atât modul de deformare cât și modul de cedare la nivelul interfeței. Comportarea fizică în ceea ce privește deformarea materialului de-a lungul unei suprafețe de separație implică patru modele generale de deformare, [A.58] :

1. Adeziune (lipsa deplasărilor relative).
2. Deplasare relativă tangențială ce conduce la alunecare.
3. Deplasare relativă normală ce conduce la separare sau dezlipire.
4. Deplasare relativă normală ce conduce la închiderea separării sau alipire.

Atribuirea unui model constitutiv elementelor prin care se modelează interfața trebuie să surprindă modurile de cedare aferente,(Fig. 1.1).

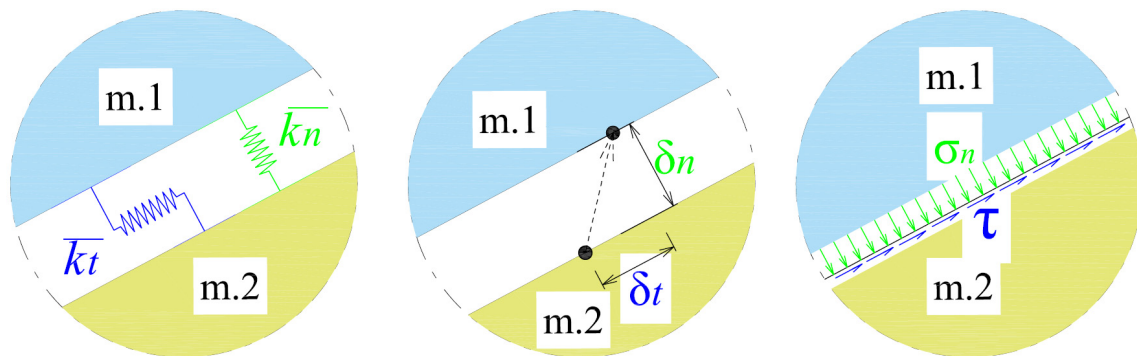


Fig.3.1. Rigiditate, deplasări și tensiuni la nivel de interfață.

Surprinderea comportării elasto-plastice la nivel de interfață necesită adoptarea unui model constitutiv adecvat în ceea ce privește comportarea atât în domeniu elastic cât și în domeniul plastic. Principal, modelul constitutiv la nivelul interfeței trebuie să surprindă următoarele elemente și eventuale relații de interdependență între acestea:

- rigiditatea tangențială ( $\bar{k}_t$ ) și normală ( $\bar{k}_n$ ) la nivelul contactului (suprafeței de separație) dintre două materiale ( $m_1, m_2$ ), (Fig.3.1)
- deplasările relative tangențiale ( $\delta_t$ ) și normale ( $\delta_n$ ) la nivelul interfeței dintre două materiale ( $m_1, m_2$ ), ( Fig.3.1),
- tensiunile tangențiale ( $\tau$ ) și normale ( $\sigma_n$ ) la nivelul interfeței dintre două materiale ( $m_1, m_2$ ), (Fig.3.1).

Comportarea la nivel de interfață, aferentă direcției transversale este direct influențată de valoarea tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) mobilizate. Adeziunea sau lipsa lunecării, este caracterizată prin faptul că valoarea tensiunii tangențiale este inferioară valorii limită / maxime a tensiunii tangențiale ( $\tau_{lim}; \tau_{max}$ ). Lunecarea apare în momentul în care tensiunea tangențială atinge valoarea limită. Comportarea pe direcție tangențială la nivelul interfeței se poate exprima în termeni de tensiuni tangențiale:

$$\begin{cases} \tau < \tau_{lim} \rightarrow \text{adeziune} \\ \tau \geq \tau_{lim} \rightarrow \text{lunecare} \end{cases} \quad (3.1)$$

Surprinderea comportării reale la nivel de interfață s-a realizat prin programe experimentale ce cuprind, în esență, izolarea și monitorizarea comportării fizico-mecanice la nivelul suprafeței de contact investigate. Întrucât utilizarea elementelor de interfață se regăsește la o gamă largă de probleme inginerești cu comportări sensibil diferite, încercările de laborator se pot sistematiza în mai multe categorii:

- i) Încercări privind investigarea interfeței dintre pământ și material de construcție tradițional (beton, metal, lemn, etc.)
- ii) Încercări privind investigarea interfeței dintre pământ și material geo-sintetic (geo-textile, geogrilă, geo-membrane, geo-celule, etc.)
- iii) Încercări privind investigarea interfeței ce se formează la nivelul rocilor fisurate
- iv) Încercări privind investigarea interfeței ce se formează între două materiale (roci, pământuri compacte) separate printr-un rost subțire dintr-un material particular (asemănător rosturilor din zidărie)

Comportarea la nivelul suprafeței de contact (interfeței) dintre un material de construcție și pământ se poate evidenția prin încercări de forfecare directă. Conform E. Evgin ș.a. [A.66], încercarea de forfecare directă se poate realiza prin impunerea unor condiții de margine. Aceste condiții se referă, în principal, la elementele aferente direcției normale pe suprafața de separație ( $\bar{k}_n, \delta_n, \sigma_n$ ), (Fig.3.1). Se pot astfel evidenția 3 condiții de margine specifice, aplicate pe direcția normală interfeței ( Fig.3.2) :

- a) Încercare de forfecare directă realizată sub efort normal constant ( $\sigma_n = const.$ ) și aferent cu rigiditate normală nulă ( $\bar{k}_n = 0$ ), ( Fig.3.2 – a).
- b) Încercare de forfecare directă realizată sub volum constant al probei de pământ ( $\delta_n = const.$ ) și aferent cu rigiditate normală infinită ( $\bar{k}_n = \infty$ ), ( Fig.3.2 – b).
- c) Încercare de forfecare directă realizată sub rigiditatea normală constantă ( $\bar{k}_n = const.$ ), și aferent cu efort normal ( $\sigma_n$ ) și deplasare relativă normală ( $\delta_n$ ) variabilă ca urmare al comportării dilatant/contractant al interfeței forfecate, (Fig.3.2 – c).

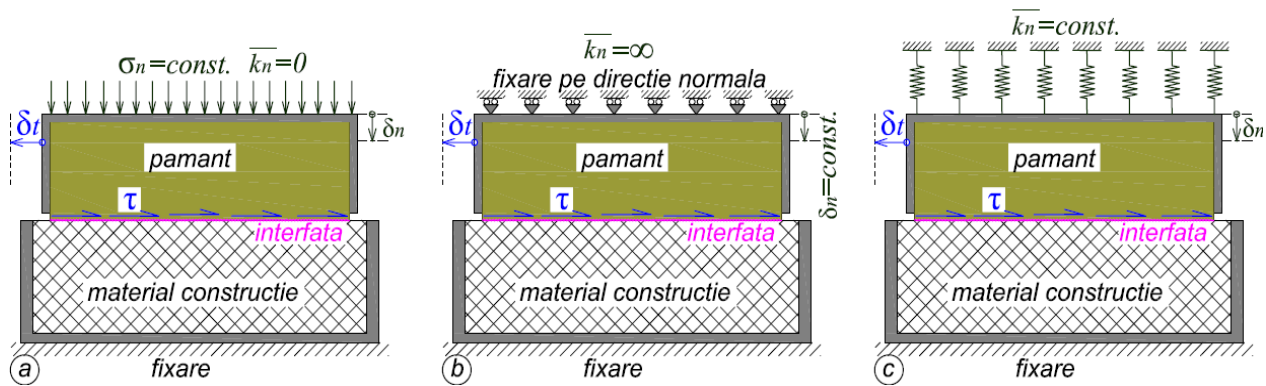


Fig.3.2. Condiții de margine aplicate încercării de forfecare directă a interfeței.

În urma determinărilor realizate de E. Evgin ș.a. [A.66], se poate observa comportarea diferită în funcție de rigiditate normală ( $\bar{k}_n$ ) atribuită încercării de forfecare.

Determinarea valorii limită a tensiunii tangențiale (rezistenței la forfecare) la nivelul interfeței a constituit obiectul de studiu a numeroase programe experimentale. J.G. Potyondy [A.157], investighează rezistența la forfecare aferentă direcției planului de contact (interfeței) dintre diferite tipuri de pământ și diferite tipuri de materiale folosite în construcții (oțel, lemn, beton), caracterizate prin rugozități diferite ale suprafeței de contact. În urma determinărilor se observă următoarele tendințe:

- rezistența la forfecare la nivelul interfeței are valori inferioare rezistenței la forfecare a pământului utilizat în programul experimental;
- rezistența la forfecare la nivelul interfeței prezintă o tendință de creștere odată cu creșterea rugozității suprafeței materialului de construcție;
- rezistența la forfecare la nivelul interfeței prezintă o tendință de descreștere odată cu creșterea umidității probei de pământ utilizată în încercările experimentale.

Exprimarea rezistenței la forfecare la nivelul interfeței s-a realizat utilizând metoda clasică de cedare, tip Mohr-Coulomb. Parametrii de material atribuiți la nivelul interfeței corespund parametrilor pământului încercat (Fig.3.3).

$$\begin{cases} \tau_{lim.p} = \sigma_n \cdot \tan(\varphi) + c \rightarrow \text{pământ} - \text{pământ} \\ \tau_{lim.i} = \sigma_n \cdot \tan(\delta) + c_i \rightarrow \text{pământ} - \text{alt material} \end{cases} \quad (3.2)$$

unde :  $\varphi$  - unghi de frecare internă a pământului,  $c$  - coeziunea pământului,  $\delta$  - unghi de frecare la nivelul interfeței,  $c_i$  - coeziunea (adeziunea) la nivelul interfeței (Fig.3.3).

$$\begin{cases} \delta = f_\varphi \cdot \varphi \\ c_i = f_c \cdot c \end{cases} \quad (3.3)$$

unde :  $f_\varphi$  reprezintă coeficientul de diminuare a unghiului de frecare internă a pământului,  $f_c$  - coeficient de diminuare a coeziunii pământului.

Conform rezultatelor obținute în urma programului experimental, unghiul de frecare la nivelul interfeței se poate exprima ca o fracțiune a unghiului de frecare internă a pământului,

respectiv adeziunea la nivelul interfeței se poate exprima ca o fracțiune a coeziunii pământului. Valorile coeficienților de diminuare a parametrilor de forfecare ai interfeței în raport de parametrii de forfecare ai pământului ( $f_\varphi = \delta / \varphi$ ;  $f_c = c_i / c$ ) sunt în funcție de granulometria pământului, umiditatea, consistența, rugozitatea și tipul suprafeței de contact a materialului de construcție. Legea de forfecare la nivelul interfeței se poate astfel exprima în funcție de parametrii de forfecare ai pământului și de coeficienții de diminuare ( $f_\varphi$ ;  $f_c$ )

$$\tau_{lim.i} = \sigma_n \cdot \tan(f_\varphi \cdot \varphi) + f_c \cdot c \quad (3.4)$$

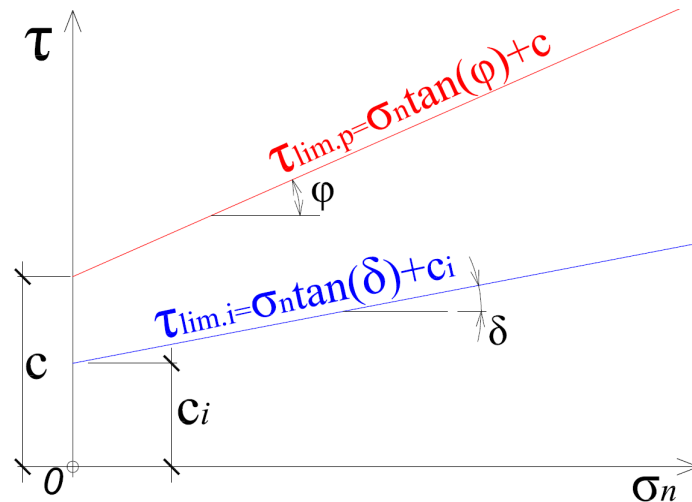


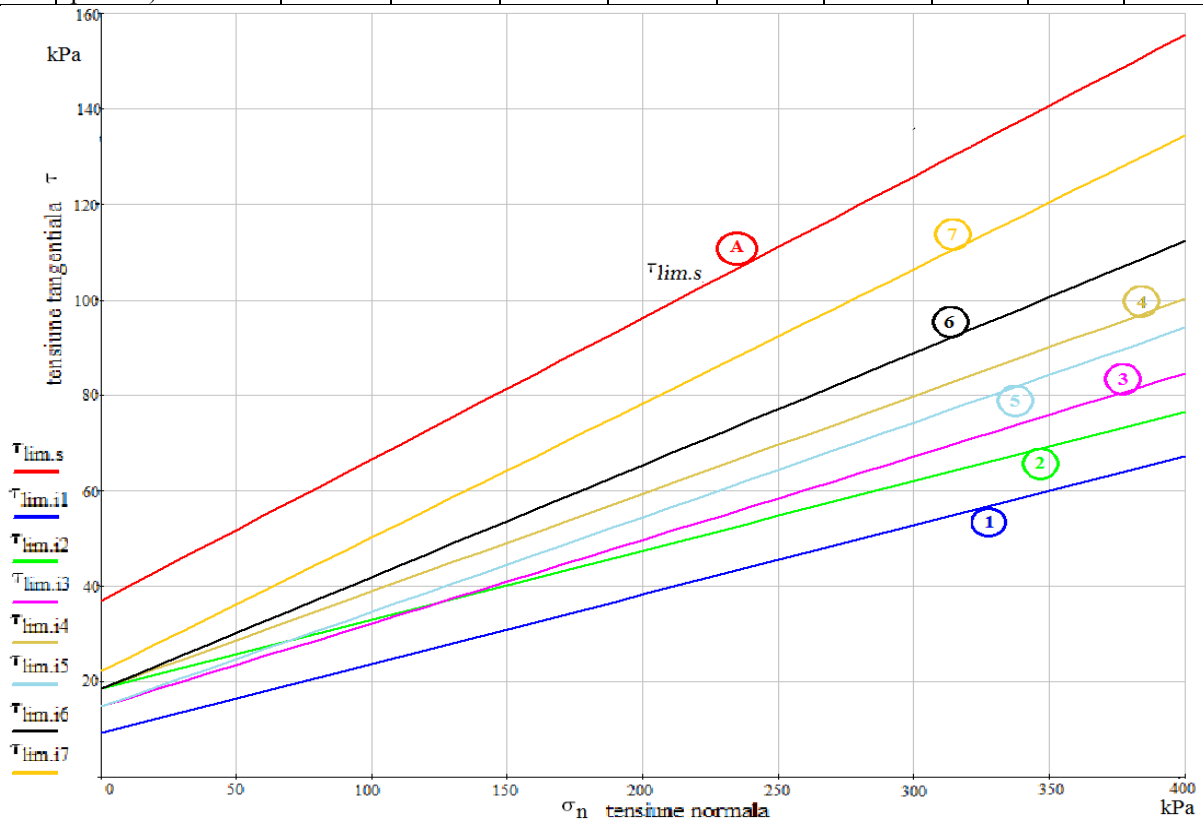
Fig.3.3. Rezistența la forfecare pământ ( $\tau_{lim.s}$ ) - interfață ( $\tau_{lim.i}$ ).

În urma programului experimental, J.G. Potyondy [A.157], propune seturi de valori ale coeficienților de diminuare ( $f_\varphi$ ;  $f_c$ ), în vederea formulării unui cadru general al rezistenței la forfecare la nivelul interfeței. Aceste valori propuse sunt prezentate în Tabel 3.1.

Evaluarea rezistența la forfecare la nivelul interfeței se poate exprimată ca o funcție liniară de tip Mohr-Coulomb pe baza coeficienților de diminuare propuși de J.G. Potyondy [A.157], (Tabel 3.1). Considerându-se o argilă ( $I_c = 0.8$ ) aflată în contact cu oțel cu suprafață netedă (1), aspră (2); cu lemn având direcția de forfecare / lunecare paralelă cu direcția fibrelor (3), respectiv perpendiculară pe direcția fibrelor (4); cu beton cu suprafață netedă (5), cu asperități (6), aspră (7), în Figura 3.4 se poate observa efectul rugozității și a naturii suprafeței de contact asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței. În Figura 3.5 se exemplifică variația tensiunii tangențiale maxime la nivelul interfeței la nivelul contactului dintre un nisip saturat, îndesat și diferite materiale de construcție, diferențiate prin natura și rugozitatea suprafeței de contact. Conform Figurii 3.4 și Figurii 3.5 dreapta notată cu "A" reprezintă dreapta Mohr-Coulomb a pământului ( $\tau_{lim.s}$ ).

**Tabel 3.1** Valori propuse ale coeficienților de diminuare ( $f_\varphi$ ;  $f_c$ ) conf. J.G. Potyondy [A.40]

Material de construcție	Tip suprafață	Nisip (Sa)		Praf necoeziv (Si)			Nisip+Argilă (Sa+Cl)		Argilă(Cl)	
		$0.06 < D_p < 2.0[mm]$		$0.002 < D_p < 0.06 [mm]$			$50\%Cl + 50\%Sa$		$D_p < 0.002[mm]$	
		$S_r \cong 0$	$S_r \cong 1$	$S_r \cong 0$	$S_r \cong 1$		$I_c = 0.5 \div 1$		$I_c = 0.73 \div 1$	
		Îndesat		Îndesat	Afănat	Îndesat				
		$f_\varphi$	$f_\varphi$	$f_\varphi$	$f_\varphi$	$f_\varphi$	$f_\varphi$	$f_c$	$f_\varphi$	$f_c$
Oțel	Netedă (lustruită)	0.54	0.64	0.79	0.40	0.68	0.40	-	0.50	0.25
	Aspră (ruginită)	0.76	0.80	0.95	0.48	0.75	0.65	0.35	0.50	0.50
Lemn	Paralel cu fibrele	0.76	0.85	0.92	0.55	0.87	0.80	0.20	0.60	0.40
	Perpendicular cu fibrele	0.88	0.89	0.98	0.63	0.95	0.90	0.40	0.70	0.50
Beton	Netedă (cofraj de metal)	0.76	0.8	0.92	0.50	0.87	0.84	0.42	0.68	0.40
	Cu asperități (cofraj de oțel)	0.88	0.88	0.98	0.62	0.96	0.90	0.58	0.80	0.50
	Aspră (cofraj: pământ)	0.98	0.9	1.00	0.79	1.00	0.95	0.80	0.95	0.60



**Fig.3.4.** Interfață argilă – material de construcție cu suprafețe de contact de diferite rugozități.

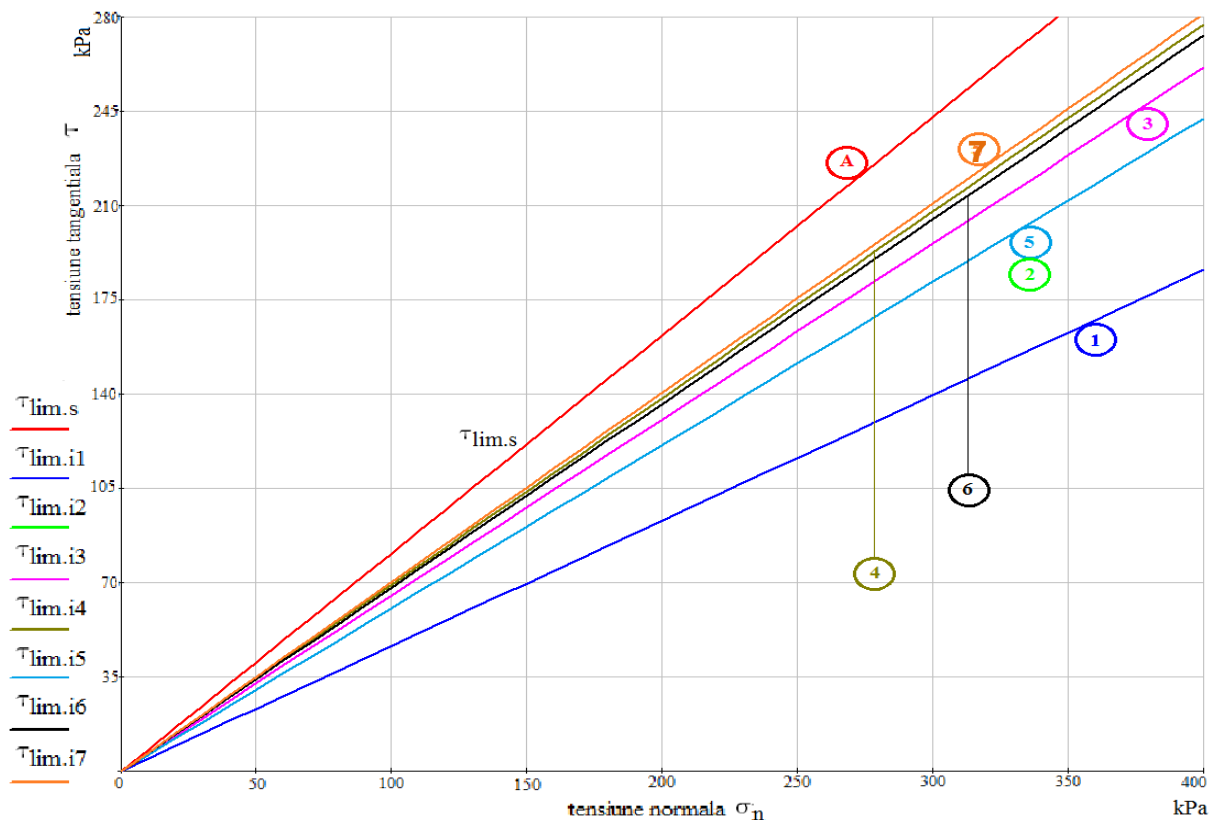


Fig.3.5. Interfață nisip îndesat, saturat – material de construcție cu suprafețe de contact de diferite rugozități.

### 3.1. Studii experimentale privind comportarea la nivelul contactului dintre pământuri necoezive și diverse materiale.

Binod Tiwari ș.a [A.185] investighează rezistența la forfecare dintre probe de nisip uscate și saturate la diferite grade de îndesare și diferite materiale utilizate în construcții (beton, lemn, metal). În urma rezultatelor obținute se observă o diminuare maximă a rezistenței la forfecare la nivelul interfeței (în raport cu rezistența la forfecare a probei de pământ) în cazul contactului metal-pământ, respectiv o diminuare minimă pentru contactul beton-pământ. Un alt aspect observat este o diminuare suplimentară a rezistenței la forfecare în cazul probelor saturate, respectiv o relație neliniară  $\tau_{lim,i} \leftrightarrow \sigma_n$  ce prezintă o ușoară aplatizare odată cu creșterea tensiunii normale.

Norman F. Rinne [A.160], studiază frecarea la nivelul interfeței dintre diverse materiale utilizate în construcții și 2 tipuri de nisip cu particule cu aspecte diferite dar cu curbe granulometrice cvasi-identice. În urma programului experimental, se observă următoarele tendințe:

- a) În cazul interfeței nisip – geomembrane, valorile  $\delta$  și  $\delta_{stationar}$  sunt între 65-55 % din  $\varphi_{cv}$  (nisip 1), respectiv între 90-65 % din  $\varphi_{cv}$  (nisip 2 – nisip cu muchii ascuțite). Parametrul  $\varphi_{cv}$  reprezintă valoarea reziduală a unghiului de frecare internă a pământului.
- b) În cazul interfeței nisip – oțel, valorile  $\delta$  sunt direct influențate de rugozitatea suprafeței, pentru suprafețe lise (netede)  $\delta = (0.55 \div 0.70) \cdot \varphi_{cv}$ , respectiv pentru suprafețe rugoase  $\delta = (0.75 \div 0.80) \cdot \varphi_{cv}$ , atât pentru nisip1 cât și pentru nisip 2.
- c) În cazul interfeței nisip – beton,  $\delta \cong \delta_{stationar} \cong 0.97 \cdot \varphi_{cv}$  (pentru nisip1 și nisip 2).

H. S. Aksoy ș.a. [A.1], studiază variația dintre unghiul de frecare internă a pământurilor necoezive ( $\varphi$ ) și unghiul de forfecare la nivelul interfeței ( $\delta$ ) cu suprafața metalică / lemn prin intermediul unor diagrame, conform Figurii 3.6.

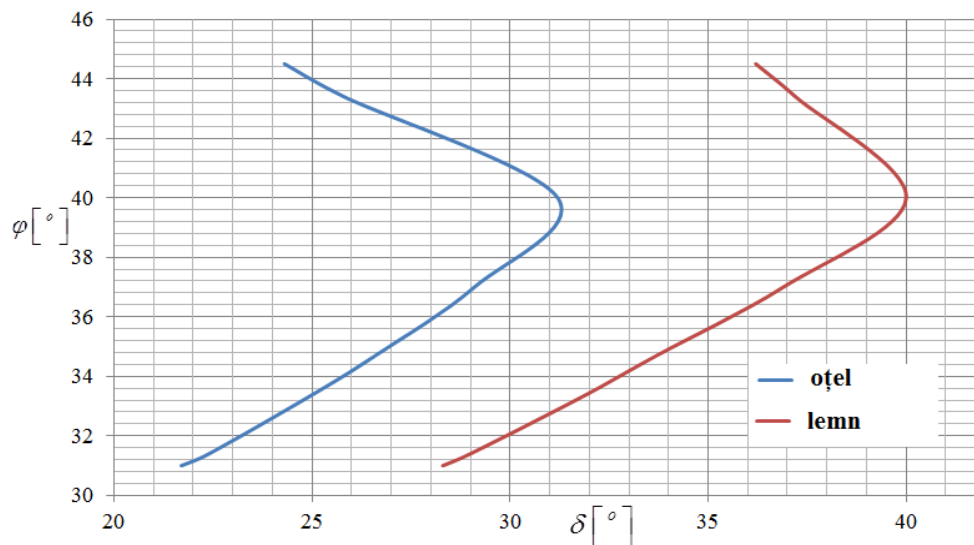


Fig.3.6. Diagrame de variație  $\varphi - \delta$ , conf. [A.1].

M. L. Lopes ș.a. [A.129] studiază printr-un program experimental, comportarea la nivel de interfață dintre un geotextil ranforsat cu filamente din PET și un pământ necoeziv. Testele de laborator sunt de tip smulgere fiind evidențiate variațiile dintre forța la smulgere a geotextilului și deplasările orizontale. De asemenea autorii propun anumite modificări normativului european EN ISO 12957-1 (2004) în vederea surprinderii mai fidele a fenomenului de forfecare la nivelul interfeței dintre pământ și geo-sintetice.

T. Nakamura ș.a. [A.140], evidențiază elementele necesare a fi simulate într-o încercare de forfecare la nivelul interfeței dintre geogriurile și pământ (nisip). Astfel se evidențiază efectul parametrilor de control al unei încercări asupra rezultatelor obținute.

K.M. Lee ș.a. [A.120], studiază forfecarea dintre 3 tipuri de geo-textile și nisip prin intermediul încercărilor de forfecare directă. În urma programului experimental, se observă o variație a coeficientului de eficacitate a interfeței ( $\tan(\delta) / \tan(\varphi)$ ) între 0.78 și 0.85. Studii cvasi-simulare sunt realizate de către S.C. Tuna, ș.a. [A.189].

Roman D. Hryciw ș.a. [A.92], studiază comportarea la forfecare a pământurilor necoezive aflate în contact cu o suprafață de separație striată, rigidă. Striațiile sunt liniare cu secțiuni rectangulară sau trapezoidală dispuse la diferite intervale, fiind investigat modul de deplasarea a pământului în vecinătatea acestor striatii în momentul în care apare forfecare la nivelul interfeței.

Studii experimentale cvasi-similare mai aprofundate au fost realizate de către J. E. Dove ș.a. [A.61], care consideră că pe măsură de deplasarea relativă tangențială ( $\delta_t$ ) crește rezistența la forfecare la nivelul interfeței atinge două etape: rezistența la vârf, și rezistența reziduală. Valoarea de vârf a unghiului de frecare la nivelul interfeței,  $\delta$ , se va obține la deplasări tangențiale mici după care, odată cu creșterea  $\delta_t$ , și liniarizarea variației  $\tau_{lim.i} - \delta_t$ , se va observa o scădere a unghiului de frecare la nivelul interfeței ajungând la o valoare constantă -  $\delta_{stationar}$ . Diferența între aceste două valori reprezintă unghiul de dilatanță la nivelul interfeței,  $\psi_i$ .

$$\delta = \delta_{stationar} + \psi_i \quad (3.5)$$

Conform experimentelor, caracterul dilatant al interfeței (exprimat prin valoarea  $\psi_i$ ) variază în funcție de înălțimea maximă a asperităților de la nivelul suprafeței de contact, distanțele dintre striatii, unghiul asperităților în raport cu planul median al suprafeței de contact, respectiv curba granulometrică a nisipului. Ca și caz particular, pentru o suprafață de contact netedă ( $R_n \rightarrow 0$ ), interfața prezintă o comportare ne-dilatantă ( $\psi_i \rightarrow 0$ ).

M.S. Dietz ș.a. [A.59], studiază evoluția rezistența la forfecare la nivelul interfeței după depășirea punctului de vârf. În urma procesării rezultatelor experimentale autorii propun o relație empirică de forma:

$$\delta = \delta_{stationar} + 0.75 \cdot \psi_i \quad (3.6)$$

S. Y. Peng ș.a. [A.150], studiază efectul dilatanței asupra comportării la nivelul interfeței dintre un pilot și terenul înconjurător. Comportarea la nivel de interfață este incorporat în modelul global de determinare a rezistenței pilotului dată de frecarea pe suprafața laterală.

B. Farhadi ș.a. [A.68] studiază influența anizotropiei intrinseci a nisipului (indusă prin planuri de stratificație) asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței cu suprafețe metalice cu rugozități diferite. Programul experimental urmărește surprinderea variației comportării la forfecare la nivelul interfeței (rezistență de vârf și reziduală) sub influența unor diferite rugozități ( $R_n$ ) ale suprafeței metalice, la variația unghiului de orientare ( $\theta$ ) a planelor de stratificație a nisipului măsurat în sens anti-orar față de planul de forfecare și la variația gradului de îndesare a nisipului. În urma rezultatelor încercărilor de forfecare se evidențiază anumite aspecte. În primul rând rezistența la forfecare reziduală la nivelul interfeței obținută pentru fiecare rugozitate este independentă și neinfluențabilă de orientarea planurilor de stratificație ale nisipului. În schimb se observă influența anizotropiei induse nisipului (prin unghiul  $\theta$ ) asupra unghiului de frecare la nivelul interfeței  $\delta$  și asupra unghiului de dilatanță  $\psi_i$ . Subliniind efectele antagonice ale anizotropiei trebuie menționat că valorile maxime  $\delta$  și  $\psi_i$  s-au obținut pentru  $\theta \cong 0^\circ$  și  $\theta \cong 180^\circ$ , respectiv valorile minime  $\delta$  și  $\psi_i$  s-au obținut pentru  $\theta \cong 30^\circ$  și  $\theta \cong 150^\circ$ .



M. Uesugi ș.a. [A.191] studiază factorii ce influențează rezistența la forfecare la nivelul interfeței dintre nisipurile uscate și suprafețele metalice. Rezistenței la forfecare (maximă) se evaluează pe baza coeficientului de frecare ( $\mu_f$ ), ( Fig.3.7), unde coeficientul de frecare se poate echivala conform cedării de tip Mohr-Coulomb a materialelor necoezive cu tangenta unghiului de frecare la nivelul interfeței ( $\delta$ ).

$$\tau_{lim.i} = \sigma_n \cdot \mu_f = \sigma_n \cdot \tan(\delta) \quad (3.7)$$

$$\mu_f = \tan(\delta) \quad (3.8)$$

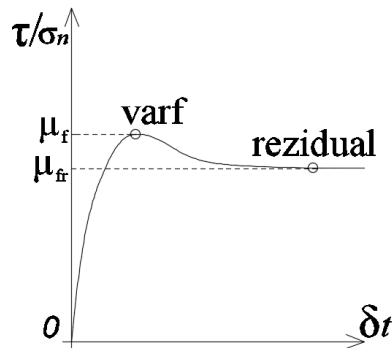


Fig.3.7. Coeficientului de frecare maxim /vârf ( $\mu_f$ ) și rezidual ( $\mu_{fr}$ ).

În urma programului experimental efectuat se poate observa că valoarea coeficientului de frecare ( $\mu_f$ ) este direct influențat de rugozitatea suprafeței de contact (a metalului) și natura nisipului (prin prisma curbei granulometrice). Rugozitatea suprafeței de contact este evaluată prin prisma înălțimii maxime ( $R_{max}$ ) evaluată pe o anumită lungime de măsurare ( $L_m$ ). Factorul  $R_{max}(L_m)$  se obține ca media înălțimilor maxime ( $h_i$ ) măsurate pe intervale de lungime  $L_m$ , ( Fig.3.8).

$$R_{max}(L_m) = \frac{\sum_{i=1}^n h_i(L_m)}{n} \quad (3.9)$$

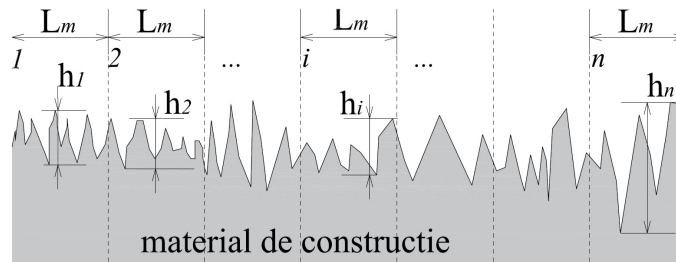


Fig.3.8. Cuantificarea schematică a rugozității suprafeței de contact.

Un rol important îl constă și granulometria nisipului cu care metalul este adus în contact, întrucât între micro-protuberanțele de la nivelul suprafeței de contact vor pătrunde particulele din cadrul material granular. Parametri prin care se caracterizează granulometria unui pământ sunt :  $d_{50}$  - diametrul particulei care corespunde conținutului de 50% din curba granulometrică,  $d_{10}$  - diametrul particulei care corespunde conținutului de 10% din curba granulometrică,  $d_{60}$  -

diametrul particulei care corespunde conținutului de 60% din curba granulometrică,  $d_{30}$  - diametrul particulei care corespunde conținutului de 30% din curba granulometrică  $C_u$  - coeficientul de uniformitate  $C_u = d_{60} / d_{10}$ ,  $C_c$  - factorul de curbură  $C_c = (d_{30})^2 / (d_{10} \cdot d_{60})$ .

Concluziile în urma programului experimental relevă faptul că rezistența la forfecare la nivelul interfeței dintre un nisip uscat și suprafață metalică, crește odată cu creșterea rugozității suprafeței de contact evaluate prin prisma factorilor  $R_{\max} (L_m = 0.2mm)$  și  $R_{\max} (L_m = 2.5mm)$ , respectiv crește odată cu scăderea valorii mediane din curba granulometrică a nisipului:  $d_{50}$ .

K. Kishida ș.a. [A.114] investighează efectul rugozității suprafeței de contact la nivelul interfeței dintre nisipuri și metal efectuând teste de forfecare directă la nivelul suprafeței de separație. În urma determinărilor se surprinde efectul rugozității suprafeței de contact, evaluată prin  $R_{\max} (L_m = 0.2mm)$  și  $R_n$ , asupra rezistenței la forfecare la vârf (evaluată prin  $\mu_f$ , conf. Figurii 3.7). Parametrul  $R_n$  reprezintă rugozitatea normalizată a suprafeței de contact și acesta încorporează date privind rugozitatea suprafeței de contact, și granulometria nisipului (pământului).

$$R_n = \frac{R_{\max}(L_m = d_{50})}{d_{50}} \quad (3.10)$$

Efectul rugozității suprafeței de contact,  $R_{\max} (L_m = 2.5mm)$ , asupra rezistenței la forfecare ( $\mu_f$ ) se poate observa în Figura 3.9. Considerând și efectul granulozității nisipului, se poate observa influența rugozității normalizate a suprafeței de contact ( $R_n$ ) asupra rezistenței la forfecare exprimată grafic în Figura 3.10.

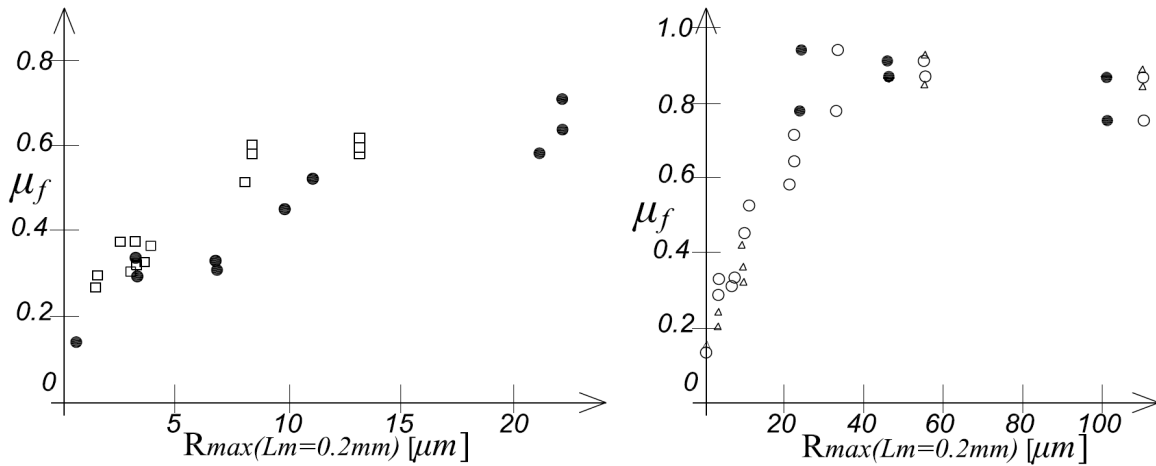
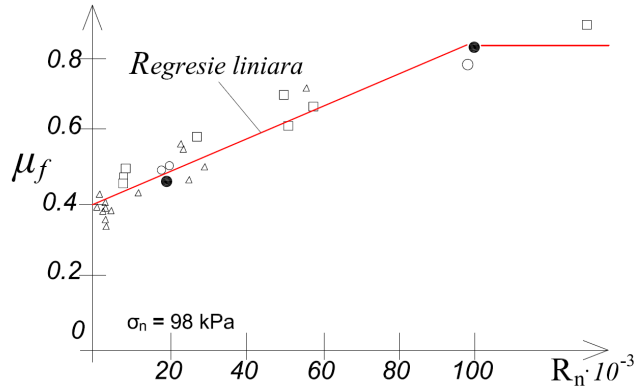


Fig.3.9. Efectul rugozității asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței, [A.114].

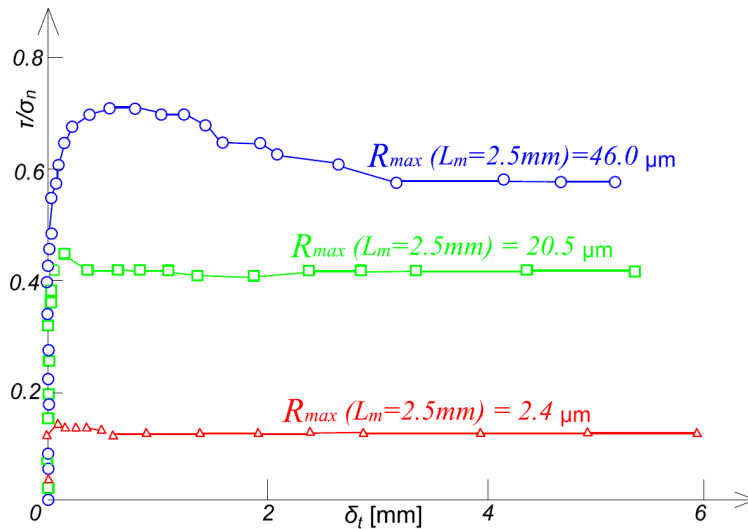


**Fig.3.10.** Efectul rugozității normalizate  $R_n$  asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței, [A.114].

Este investigată și mobilizarea tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței în raport cu deplasarea relativă tangențială ( $\delta_t$ ) și aferent, efectul rugozității suprafeței de contact, evaluată prin  $R_{max}$  ( $L_m = 0.2mm$ ), asupra raportului dintre efortul tangențial și efortul normal la nivelul interfeței ( $\tau / \sigma_n$ ). Valoarea maximă a efortului tangențial, corespunde rezistenței la forfecare la nivelul interfeței,  $\tau_{lim.i} = \max(\tau)$ , respectiv coeficientul de frecare la nivelul interfeței reprezintă valoarea maximă a raportului  $\tau / \sigma_n$ , considerând tensiunea normală constantă. Graficul de variație  $\tau / \sigma_n \leftrightarrow \delta_t$  în funcție de  $R_{max}$  ( $L_m = 0.2mm$ ), se poate observa în Figura 3.11.

$$\mu_f = \tau_{lim.i} / \sigma_n = \max(\tau) / \sigma_{n.const.} \quad (3.11)$$

$$\delta = a \tan(\mu_f) = a \tan(\tau_{lim.i} / \sigma_n) = a \tan(\max(\tau) / \sigma_{n.const.}) \quad (3.12)$$



**Fig.3.11.** Efectul rugozității normalizate asupra variației  $\tau/\sigma_n - \delta_t$ , [A.114].

M. Uesugi ș.a. [A.190] continuă cercetările experimentale privind comportarea la nivelul interfeței dintre nisip uscat și oțel. Expriarea coeficientului de frecare se va face în funcție de un singur parametru, respectiv în funcție de rugozitatea normalizată a suprafeței de contact ( $R_n$ ). Un alt aspect urmărit în acest program experimental constă în efectul formei particulelor de nisip

asupra forfecării la nivelul interfeței. Efectul formei particulelor s-a evaluat prin rotunjimea modificată,  $\bar{R}$ . Nisipurile ale căror particule au forme apropiate de sfere, au o valoare mare a rotunjimii modificate ( $\bar{R}$ ), respectiv nisipurile ale căror particule tind spre forme aciculare sunt descrise de o valoare redusă a rotunjimii modificate ( $\bar{R}$ ). Variația coeficientului de frecare ( $\mu_f$ ), în funcție de rugozitatea normalizată a suprafeței de contact ( $R_n$ ) cu surprinderea efectului rotunjimii modificate,  $\bar{R}$ , este evidențiată în Figura 3.12.

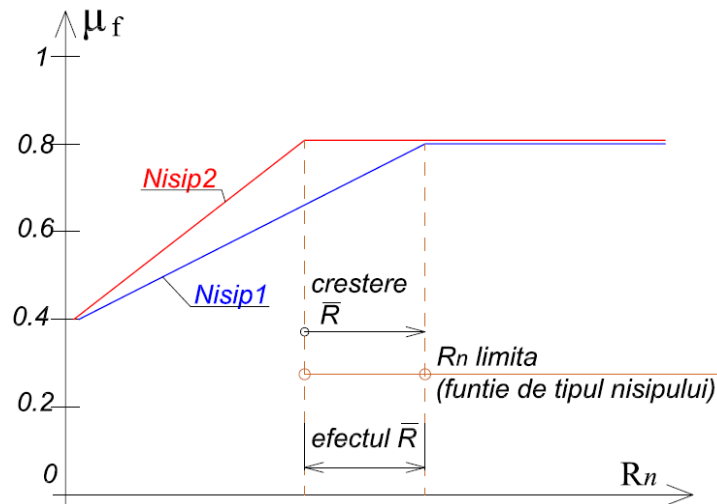


Fig.3.12. Variația a coeficientului de frecare,  $\mu_f$ .

D. Porcino ș.a.[A.154], realizează un program experimental privind forfecarea la nivelul interfeței dintre nisip și plăci metalice, pe un aparat de forfecare ce asigură o rigiditate normală constantă la nivelul interfeței ( $\bar{k}_n = const.$ ). În urma programului experimental s-au conturat următoarele aspecte generale privind forfecarea la nivelul interfeței:

a) Valoarea coeficientului de frecare crește odată cu creșterea rugozității normalizate a suprafeței de contact ( $R_n$ ), până la o valoare limită, după care  $\mu_f$  rămâne constant.

b) În ceea ce privește comportarea dilatantă/contractantă la nivelul interfeței în momentul forfecării, se observă că parametrii care influențează predominant această comportare sunt rugozitatea suprafeței de contact și rigiditatea normală ( $\bar{k}_n$ ).

Comportarea particulelor de nisip la nivelul interfeței cu o suprafață metalică este investigată de către M. Uesugi ș.a. [A.192]. În urma programului experimental, prin fotografiere a zonei de contact se observă că zona de forfecare la nivelul interfeței se dezvoltă pe o grosime de aproximativ  $5 \cdot d_{50}$ , fiind influențată de rugozitatea suprafeței de contact și de curba granulometrică a pământului. G. Zhang ș.a. [A.207], efectuează un program experimental în vederea studierii și măsurării mișcării particulelor de nisip de la nivelul interfeței cu un material de construcție forfecate. Evaluarea comportării particulelor de pământ din proxima vecinătate a suprafeței de contact s-a realizat utilizându-se aparatură digitală performantă cu programe specifice de procesare digitală, capabile să înregistreze atât mișcarea de translație cât și mișcarea de rotație a particulelor.

Un studiu cvasi-similar este realizat de J. T. DeJong ș.a. [A.53] prin care se studiază mecanismul de transfer și interacțiune la nivelul contactului dintre suprafețe metalice de diferite rugozități și diferite tipuri de nisipuri. S-au efectuat încercări de forfecare directă monotone sub forma unor studii experimentale parametrice variind următorii parametri: gradul de îndesare al nisipului,  $I_D = (e_{\max} - e) / (e_{\max} - e_{\min})$ ; forma particulelor de nisip; curba granulometrică a nisipului; rugozitatea suprafeței; tensiunea normală pe interfață,  $\sigma_n$ ; rigiditatea normală la nivelul interfeței ( $\bar{k}_n$ ). Evaluarea rugozității interfeței s-a evaluat prin termenul  $R_{\max} (L_m = d_{50})$  și fiind realizate 3 tipuri de suprafețe metalice: a) suprafață netedă:  $R_{\max} = 6\mu m$ ; b) suprafață intermediară:  $R_{\max} = 55\mu m$  și c) suprafață rugoasă (aspră):  $R_{\max} = 700\mu m$ . Valoarea normalizată a rugozității  $R_n$  se determină în funcție de compoziția granulometrică a nisipului și variază între 0.058 și 0.95. În urma programului experimental realizat se poate observa că particulele granulare aflate în contact direct cu elementul structural vor exercita o comportare dilatantă la forfecare evidențiindu-se o zonă de forfecare și o zonă de dilatare la nivelul contactului cu suprafața de separație. Zona de forfecare, descrisă prin înălțimea benzii de forfecare se extinde (crește) odată cu creșterea  $I_D$ , cu creșterea aspectului particulelor spre forme colțuroase sau așchioase, respectiv cu creșterea rugozității suprafeței de contact. În sens opus zona de forfecare se reduce odată cu: creșterea durității particulelor de nisip; creșterea tensiunii normale aplicate interfeței,  $\sigma_n$ ; creșterea rigidității normale la nivelul interfeței ( $\bar{k}_n$ ). Conform studiilor efectuate, grosimea benzii de forfecare variază de la o valoare nesemnificativă până la  $9 \cdot d_{50}$ . Zona de dilatare (bandă) descrie același comportare ca și zona de forfecare; ca și particularitate fiind mai mare decât zona de forfecare în cazul materialelor îndesate și mai mică în cazul materialelor afânate. În consecință, se poate observa că grosimea benzii de forfecare variază de la valoarea de  $1 \cdot d_{50}$  până la  $12 \cdot d_{50}$ .

M. L. Lings ș.a. [A.128] studiază rezistență la forfecare la nivelul interfeței dintre o suprafață metalică și nisip, cât și rolul dilatanței la nivel de interfață. Programului experimental cu multiple încercări de forfecare directă la nivelul interfeței și variația următorilor parametri: rugozitatea suprafeței metalice de contact, distribuția granulometrică a nisipului utilizat, gradul de îndesare al nisipului. Influența dilatanței la nivelul interfeței s-a cuantificat prin valoarea unghiului de dilatanță la nivel de interfață,  $\psi_i$ . Tangenta unghiului de dilatanță la nivelul interfeței de poate defini ca raportul dintre variația deplasării relative normale ( $\partial\delta_n$ ) și variația deplasării relative tangențiale ( $\partial\delta_t$ ) la nivelul interfeței. Întrucât valoarea unghiului de dilatanță variază în funcție de deplasarea tangențială relativă la nivelul interfeței, cuantificarea efectului dilatanței se va raporta la punctul de maxim a curbei ( $\tau - \delta_t$ ).

$$\tan(\psi_i) = \partial\delta_n / \partial\delta_t \quad (3.13)$$

În urma rezultatelor experimentale se pot desprinde anumite tendințe ale variației rezistenței la forfecare în funcție de variația parametrilor folosiți la experimente. Rugozitatea suprafeței joacă un rol esențial în ceea ce privește comportarea la nivel de interfață. Se poate observa existența unei valori distinctive a rugozității relative ( $R_n = 0.03$ ) care delimitează comportarea dilatantă a interfeței de comportarea non-dilatantă. În situațiile în care suprafața de

contact este caracterizată printr-o rugozitate normalizată inferioară ( $R_n \leq 0.03$ ) avem de a face cu o comportare non-dilatantă, respectiv pentru valori ale rugozității normalizate superioare ( $R_n > 0.03$ ), avem de a face cu o comportare dilatantă (particulele se rotesc / rostogolesc în momentul forfecării). Pentru suprafețele puternic rugoase cu  $R_n > 0.8$  rezistența la forfecare mobilizată la nivel de interfață este identică cu rezistența la forfecare a pământului ( $\delta \cong \varphi_{nisip}$ ).

Tendința de variație a unghiului de dilatație la nivelul interfeței  $\psi_i$  în raport cu rugozitatea normalizată la nivelul interfeței ( $R_n$ ) este schematizată sistematic în Figura 3.13, alături de variația valorii de vârf a unghiului de frecare la nivelul interfeței ( $\delta$ ) în funcție de  $R_n$ .

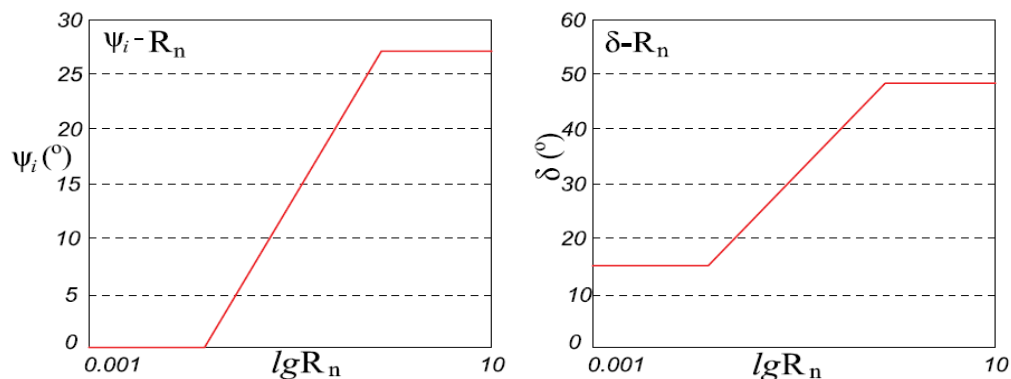


Fig.3.13. Tendințe de variație  $\psi_i - R_n$  și  $\delta - R_n$ , conf. [A.128].

Un alt factor de influență a valorii de vârf a unghiului de frecare la nivelul interfeței ( $\delta$ ) și a unghiului de dilatație la nivelul interfeței  $\psi_i$ , este gradul de îndesare ( $I_D$ ) al nisipului.

Creșterea valorii  $I_D$  duce la creșterea atât a  $\delta$ , cât și al  $\psi_i$ . Se observă o variație liniară  $\delta \leftrightarrow I_D$ ,  $\psi_i \leftrightarrow I_D$ , cu efecte mai semnificative asupra  $\psi_i$ . Efectul creșterii tensiunii normale aplicate interfeței ( $\sigma_n$ ) se evidențiază prin reducerea  $\delta$  și  $\psi_i$ . În urma procesării rezultatelor obținute prin regresie liniară se propune următoarea relație de interdependență  $\delta - \psi_i$  ( Fig.3.14) :

$$\delta = 25^\circ + \psi_i \tag{3.14}$$

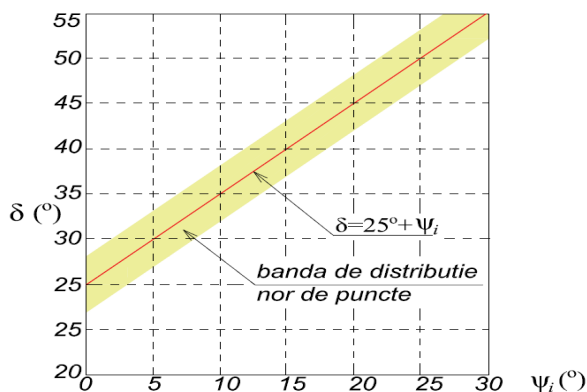


Fig.3.14. Interdependența  $\delta - \psi_i$ , conf. [A.128].

Katarzyna Dolzyk-Szypcio [A.60], propune o relație similară ecuației 3.14:

$$\delta = 22.8^\circ + \psi_i \quad (3.15)$$

K. S. Subba Rao ș.a. [A.184], studiază printr-un program experimental rezistența la forfecare la nivelul interfeței dintre nisip și o suprafață solidă. În vederea cuantificării rugozității suprafeței de contact s-a utilizat parametrul denumit rugozitatea relativă a interfeței ( $R$ ).

$$R = R_a / d_{av} \quad (3.16)$$

unde :  $R_a$  - reprezintă rugozitatea medie obținându-se ca media aritmetică dintre distanțele vârfurilor (superioare / inferioare) ale profilului suprafeței (Fig.3.8) și linia mediană a profilului (linia dusă la jumătatea distanței dintre punctul de maximă și minimă amplitudine). Parametrul  $d_{av}$  descrie distribuția granulometrică a pământului fiind obținut ca medie ponderată a diametrelor particulelor conform curbei granulometrice. În urma programului experimental se propune o relație empirică ce descrie  $\delta$  ca funcție neliniară față de unghiul de frecare internă a pământului (valoarea de vârf),  $\varphi_p$ , și  $R$ , (Fig.3.15, Fig.3.16) :

$$\delta = \varphi_p \cdot [1 - 0.8 \cdot \exp(-15 \cdot R^{0.54})] \quad (3.17)$$

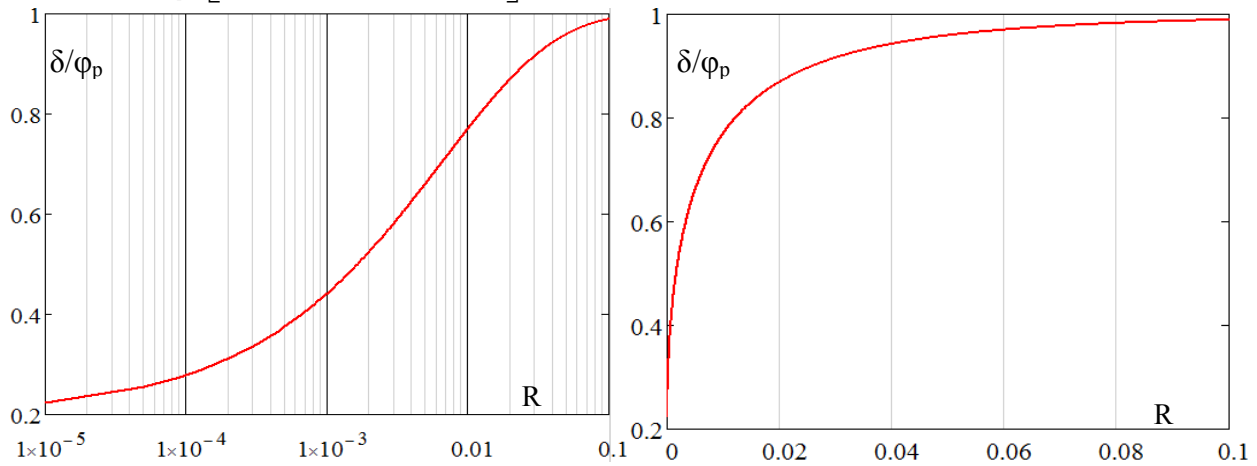


Fig.3.15. Interdependența  $\delta / \varphi_p - R$ , conf. [A.184].

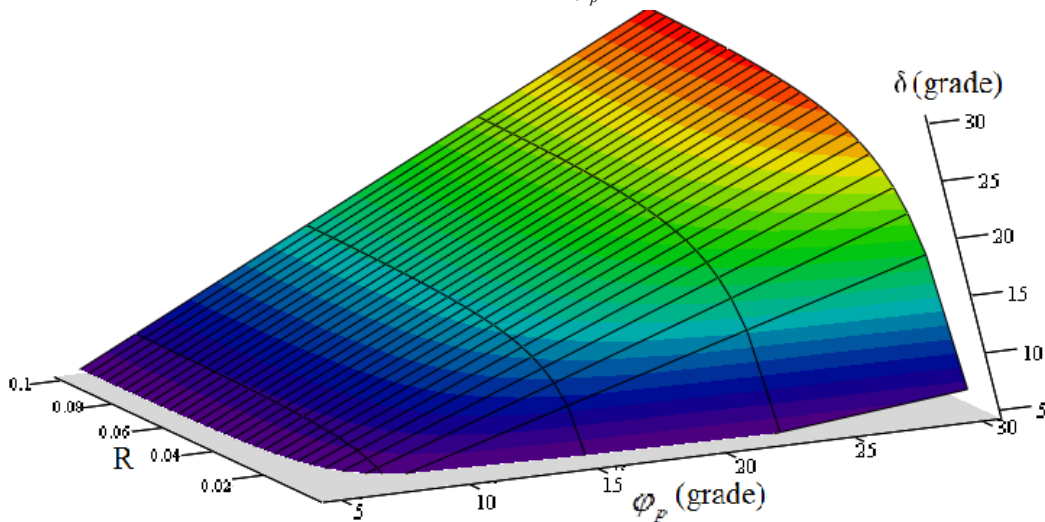


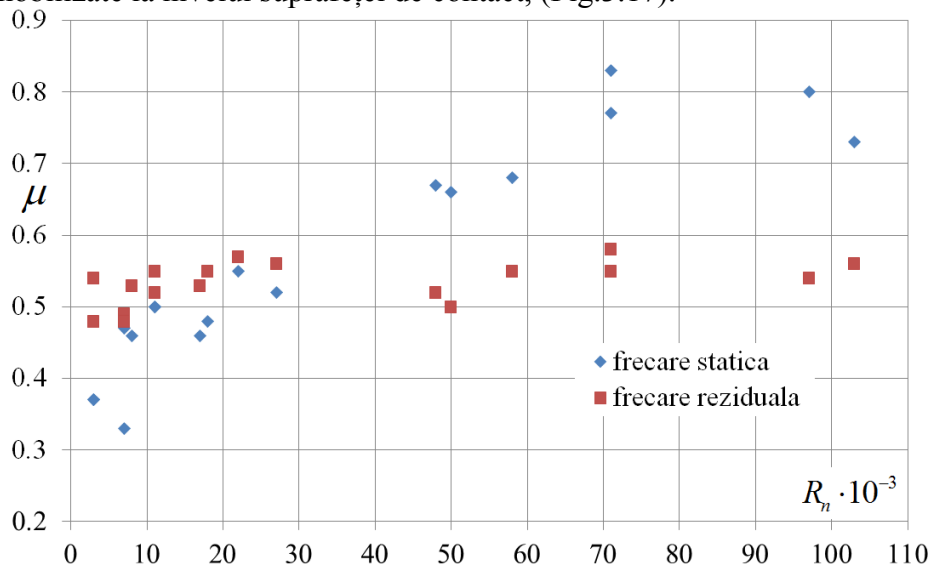
Fig.3.16. Interdependența  $\delta - \varphi_p - R$ , conf. [A.184].

Grosimea pe care se dezvoltă deformațiile specifice forfecării de la nivelul interfeței înspre volumul de pământ (nisip) cu care se află în contact a fost investigată și de J. T. DeJong ș.a. [A.52], prin încercări de forfecare ciclice monotone la nivelul interfeței. G. Mortara ș.a. [A.137], investighează evoluția rezistenței la forfecare la nivelul interfeței la încercări ciclice monotone. Se observă că rugozitatea normalizată a interfeței, lungimea cursei de forfecare, cât și valoarea  $\bar{k}_n$  joacă un rol definitoriu privind comportarea și evoluția rezistenței la forfecare la nivelul interfeței supusă încercărilor ciclice monotone de forfecare. Comportarea la încercări ciclice s-a evaluat prin factorul de degradare:  $D_\tau = \tau_{\text{lim},i,n} / \tau_{\text{lim},i,1}$ , unde  $\tau_{\text{lim},i,1}$  este rezistența la forfecare la revenirea pe primul ciclu de forfecare, respectiv  $\tau_{\text{lim},i,n}$  este rezistența la forfecare la revenirea pe ciclu  $n$  de forfecare. Conform programului experimental se pot desprinde următoarele concluzii: factorul de degradare ( $D_\tau$ ) scade odată cu :

- creșterea numărului de cicluri monotone de forfecare,
- scăderea rigidității normale constante ( $\bar{k}_n$ ) asignată încercării,
- creșterea cursei unui ciclu de forfecare,
- scăderea rugozității normalizate a suprafeței de contact ( $R_n$ ).

Pe baza încercărilor efectuate G. Mortara ș.a. [A.136] propune ulterior un model privind comportarea ciclică la nivel de interfață nisip-oțel determinat în urmă încercărilor de forfecare ciclice monotone în condiții aferente rigidității normale constante ( $\bar{k}_n = \text{const.}$ ) și efortului unitar normal constant ( $\sigma_n = \text{const.}$ ).

M. Uesugi ș.a. [A.193] studiază forfecarea la nivelul contactului dintre nisip și oțel, prin încercări de forfecare ciclică evidențiind variația valorii de vârf și a valorii reziduale a rezistenței la lunecare mobilizate la nivelul suprafeței de contact, (Fig.3.17).



**Fig.3.17.** Variația a coeficientului de frecare de vârf,  $\mu_f$  și rezidual,  $\mu_{fr}$ , în funcție de rugozitatea normalizată a suprafeței de contact,  $R_n$ , (nisip – metal), conf. [A.193].

În urma încercărilor, este evidențiat faptul că, coeficientul de frecare la încercări ciclice ( $\mu_{f,ciclic}$ ) converge spre valoarea reziduală a coeficientului de frecare rezidual obținut prin



încercarea de forfecare static monotonă ( $\mu_{fr}$ ), (Fig.3.7). În urma programului experimental realizat, se observă influența rugozității normalizate a suprafeței de contact ( $R_n$ ) asupra frecării în regim rezidual/ciclic, ( $\mu_{f.ciclic} \cong \mu_{fr}$ ) și asupra frecării maxime ( $\mu_f$ ). Se observă astfel o valoarea critică a rugozității normalizate a suprafeței de contact care delimitează două moduri de comportare. Astfel pentru valori ale rugozității normalizate a suprafeței de contact mai mici de valoarea critică ( $R_n \cong 40 \cdot 10^{-3}$ ), se observă că frecarea reziduală este mai mare decât frecarea statică de vârf ( $\mu_f < \mu_{fr}$ ), respectiv pentru valori ale rugozității normalizate a suprafeței de contact mai mari de valoarea critică ( $R_n \cong 40 \cdot 10^{-3}$ ) se observă o comportare opusă ( $\mu_f > \mu_{fr}$ ), (Fig.3.17).

E. Evgin ș.a. [A.65], studiază comportarea privind forfecarea la interfața dintre nisip-suprafață metalică la solicitări ciclice cu ajutorul unui aparat de forfecare rotațional. O altă investigație privind comportarea la forfecare la nivelul interfeței dintre pământ granular și o suprafață striată îi aparține lui G. Zhang ș.a. [A.209]. Se studiază comportarea la forfecare monotonă și ciclică pe interfața dintre două tipuri de pietrișuri (și suprafețe de oțel striate, cu un profil zimțat constant caracterizat prin înălțimi diferite ale striațiilor ( $R$ ), (Fig.3.18).

Este studiat efectul rugozității suprafeței de contact ( $R$ ) și a granulometriei pietrișului la încercări monotone de forfecare (Fig.3.18), respectiv mobilizarea deformațiilor specifice de forfecare în pământul din vecinătatea interfeței și comportarea interfeței la solicitări de forfecare ciclice sub rigiditatea normală constantă sub aspectul rezistenței la forfecare (Fig.3.19).

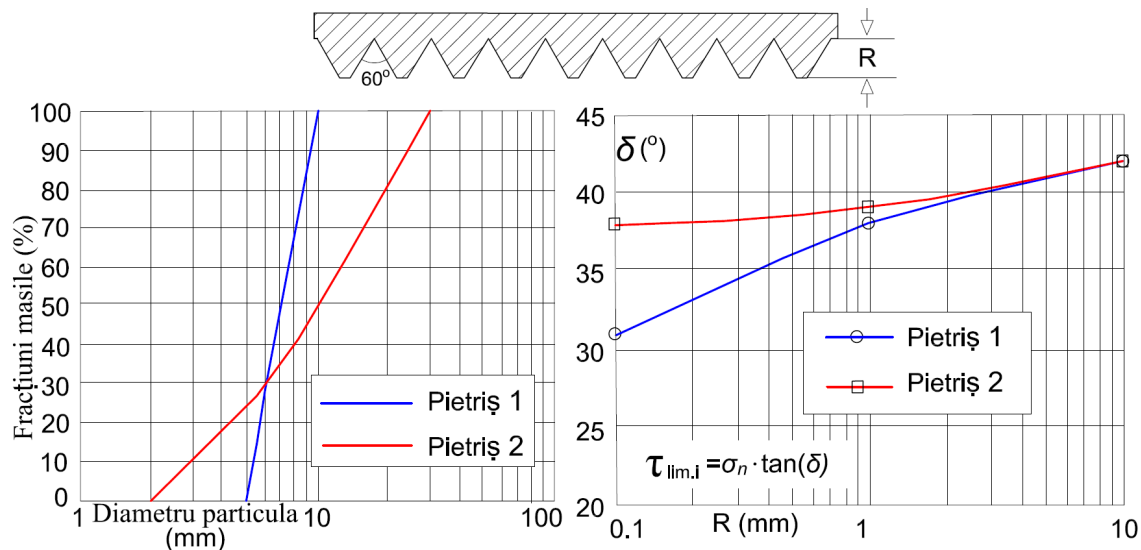


Fig.3.18. Rezultate experimentale forfecare interfață, conf. [A.209].

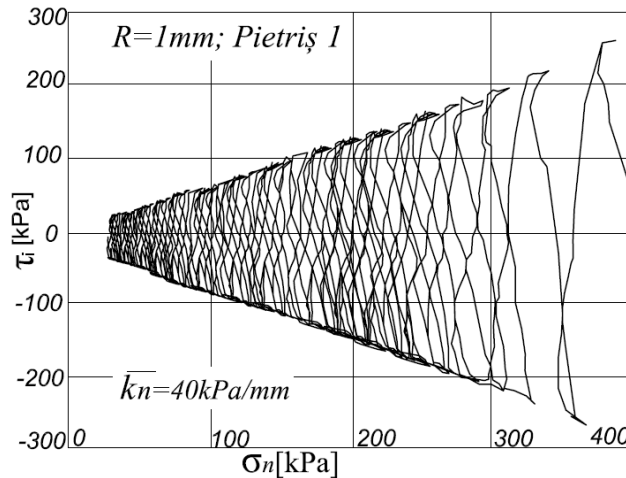


Fig.3.19. Variația  $\tau_i - \sigma_n$  în încercarea de forfecare ciclică, conf. [A.209].

G. Zhang ș.a. [A.208] studiază dilatanța ca fenomen ce survine la nivelul contactului dintre un pietriș și o suprafață metalică striată în momentul forfecării. Programul experimental realizat cuprinde încercări de forfecare directă monotone și ciclice sub efort normal constant ( $\sigma_n = const.$ ;  $\bar{k}_n = 0$ ). Mecanismul de transfer la nivelul interfeței implică mobilizarea unei benzi de forfecare (de grosime  $t$ ) în pământ în proxima vecinătate cu suprafața de contact. Pe această zonă pământul se va comporta sensibil diferit în raport cu restul masivului. Astfel deplasarea relativă tangențială aplicată ( $\delta_t$ ) este compusă din deplasarea tangențială din alunecare la nivelul suprafeței de contact ( $\delta_{ts}$ ) și din deplasarea tangențială mobilizată în pământul din zona benzii de forfecare pe grosimea  $t$ , ( $\delta_{td}$ ), (Fig.3.20).

$$\delta_t = \delta_{ts} + \delta_{td} \quad (3.18)$$

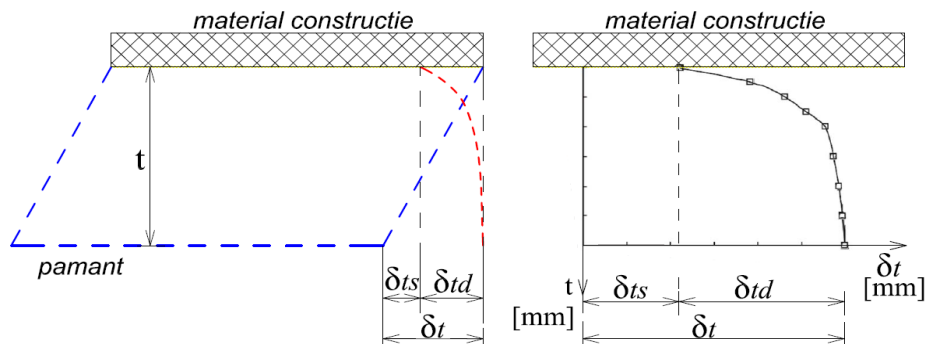


Fig.3.20. Mobilizarea deplasărilor tangențiale la nivelul interfeței, conf. [A.208].

Efectul de dilatanță/contractanță este datorat comportării pământului din vecinătatea suprafeței de contact și se datorează deplasării tangențiale aferente pământului de pe grosimea interfeței, ( $\delta_{td}$ ). Acest tip de comportare implică o deformare volumică datorată forfecării. Această deformare volumică se va surprinde prin variația deplasării relative normale ( $\delta_n$ ) în funcție de deplasarea tangențială ( $\delta_t$ ) sau mai precis a componente ( $\delta_{td}$ ). Surprinderea

fenomenului de dilatare/contractare la nivelul interfeței în urma încercării de forfecare directă monotonă se poate vizualiza în Figura 3.21. Semnul pozitiv al  $\delta_n$  semnaleză contractia, respectiv semnul negativ al  $\delta_n$  semnaleză dilatarea.

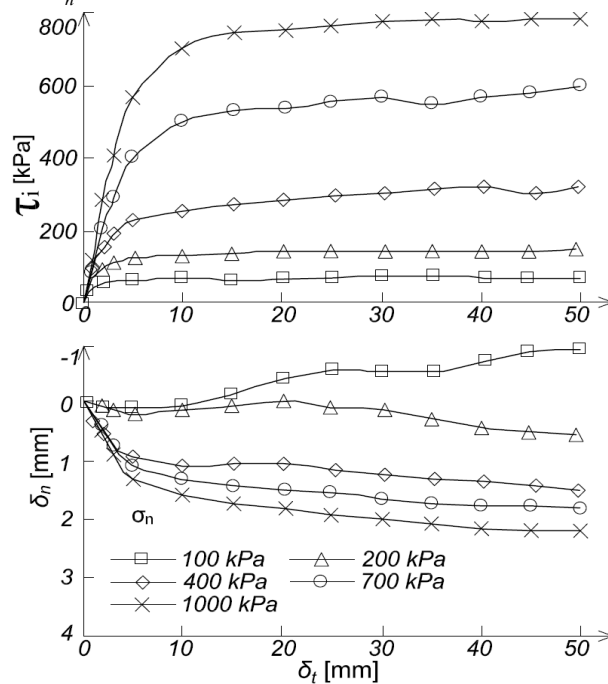


Fig.3.21. Dilatanța/contractanța la nivelul interfeței (forfecare monotonă), [A.208].

Surprinderea fenomenului de dilatare/contractare la nivelul interfeței în urma încercării de forfecare directă ciclice se prezintă în Figura 3.22. Deformația normală la nivelul interfeței din fenomenul de dilatare/contractare ( $\delta_{n,d}$ ) se consideră formată din două componente:

- Deformația normală dilatantă/contractilă ireversibilă ( $\delta_{n,ir}$ )
- Deformația normală dilatantă/contractilă reversibilă ( $\delta_{n,re}$ )

$$\delta_{n,d} = \delta_{n,ir} + \delta_{n,re} \quad (3.19)$$

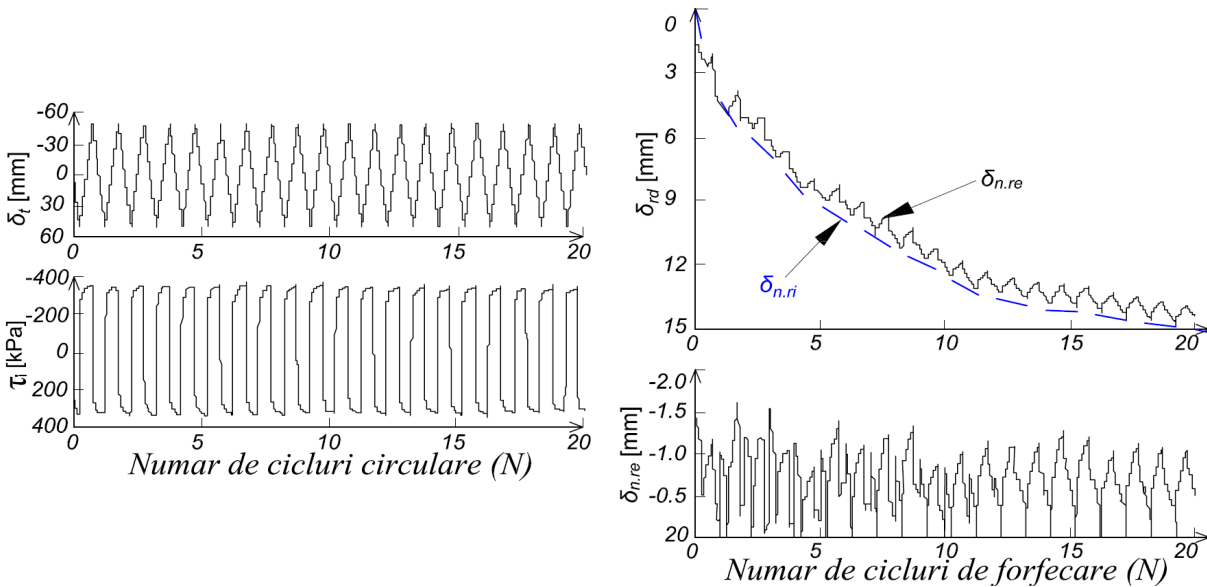
$$\delta_{n,ir} = N \cdot \left[ \frac{N}{\delta_{n,ir,ult}} + \alpha \left( \frac{\sigma_n}{p_a} \right)^{-\beta} \right]^{-1} \quad (3.20)$$

$$\delta_{n,ir} = N \cdot \left[ \frac{N}{\delta_{n,ir,ult}} + \alpha \left( \frac{\sigma_n}{p_a} \right)^{-\beta} \right]^{-1} \quad (3.21)$$

$$\Delta \delta_{n,re} = \Delta \delta_t \cdot \frac{1}{\mu} \left( \psi_i - \frac{|\tau_i|}{\sigma_n} \right) \quad (3.22)$$

unde:  $N$  - număr de cicluri de forfecare,  $\delta_{n,ir,ult}$  - deformația de dilatare/contractare ,  $\alpha$  și  $\beta$  sunt parametri ce reflectă creșterea ratei fenomenului de dilatare/contractare ireversibile în raport cu efortul normal  $\sigma_n$ ,  $p_a$  - presiunea atmosferică,  $\Delta \delta_t$  - rata de creștere a deplasării

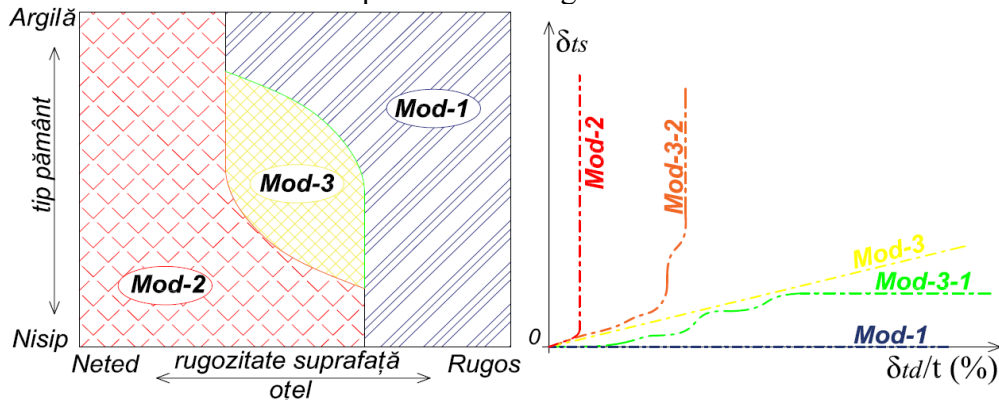
relative tangențiale ce se poate exprima și prin  $\Delta\delta_{td}$ ,  $\psi_i$  - unghi de dilatanță la nivelul interfeței,  $\mu$  - coeficient de ajustare a valorii dilatanței.



**Fig.3.22.** Dilatanța/contractanța la nivelul interfeței (forfecare ciclică), [A.208].

Studii asemănătoare sunt realizate de D.-K. Feng ș.a. [A.70], prin încercări ciclice de forfecare pe două direcții sub rigiditate normală constantă, aplicate la interfața dintre teren și o suprafață rigidă.

Y. Tsubakihara ș.a. [A.188] propune o clasificare generală și conceptuală a modurilor de cedare la forfecare la nivelul interfeței în 3 moduri generale. Clasificarea are la bază mobilizarea celor două tipuri de deplasări relative tangențiale la nivelul interfeței  $\delta_{ts}$  și  $\delta_{td}$  (Fig.3.20), raportate la tipul de pământ și rugozitatea suprafeței de contact. Modul 1 de cedare, corespunde cedării prin forfecare a pământului din proxima vecinătate a interfeței  $\delta_{ts} \rightarrow 0$ ;  $\delta_t = \delta_{td}$ . Modul 2 de cedare, corespunde cedării prin lunecarea pământului la nivelul suprafeței de contact  $\delta_{td} \rightarrow 0$ ;  $\delta_t = \delta_{ts}$ . În modul 3 de cedare,  $\delta_{ts}$  și  $\delta_{td}$  cresc simultan  $\delta_t = \delta_{td} + \delta_{ts}$ , iar cedarea propriu zisă se poate realiza prin forfecarea benzii de pământ din vecinătatea suprafeței de contact (Mod 3-1) sau prin lunecarea pământului la nivelul suprafeței de contact (Mod 3-2). Schema conceptuală de clasificare a modurilor de cedare este prezentată în Figura 3.24.



**Fig.3.23.** Clasificare conceptuală a modurilor de cedare la nivelul interfeței, [A.188].

### 3.2. Studiul experimental privind comportarea la nivelul contactului dintre pământuri coezive și diverse materiale

R. R. Shakir ș.a.[A.174] observă în urma încercărilor de forfecare la nivelul interfeței dintre pământ și o suprafață de beton bifurcarea comportării la nivel de interfață în două moduri. Interfața dintre un pământ argilos și o suprafață de beton va ceda la forfecare conform modului 2 de cedare, respectiv interfața dintre o argilă nisipoasă și beton va ceda la forfecare conform modului 1 de cedare (Fig.3.23).

R. R. Shakir ș.a. [A.173], studiază comportarea la nivelul contactului dintre beton și argilă compactată printr-un program experimental ce cuprinde încercări de forfecare directă la nivelul suprafeței de contact. Suprafața de beton este realizată în două variante:suprafață lisă și suprafață rugoasă. Se observă o tranziție a modului de cedare Mod-2 → Mod-3-2 → Mod-3-1 (Fig.3.23) ca urmare a creșterii umidității probei de argilă și a tensiunii normale la nivelul interfeței ( $\sigma_n$ ). Astfel atât creșterea umidității, cât și creșterea efortului normal la nivelul interfeței conduc la tranziția modului de cedare de la Modul 2 spre Modul 3-1.

X.Chen, ș.a. [A.26] studiază rezistența la forfecare la nivelul interfeței dintre argilă și o suprafață de beton, cu luarea în considerație a variației rugozității suprafeței de contact. Programul experimental s-a realizat pe suprafețe de beton a căror rugozitatea s-a controlat prin forma cofrajului în care s-au turnat. Suprafața netedă implică o formă plană a cofrajului, iar creșterea rugozității se realizează prin realizarea unor șanțuri cu secțiuni de semicerc orientate normal pe direcția de forfecare. Prin creșterea numărului și a adâncimii acestor striții se cuantifică rugozitatea suprafeței de contact. În urma programului experimental se pot desprinde anumite concluzii. Astfel, se poate adopta la nivelul interfeței o lege de forfecare de tip Mohr-Coulomb, parametrii de forfecare la nivelul interfeței  $\delta$  și  $c_i$ , fiind direct influențați de rugozitatea suprafeței, (Fig.3.24 –a). Un alt aspect analizat este rezistența la forfecare reziduală,  $\tau_{lim.ir}$ , caracterizat prin unghiul de frecare rezidual la nivelul interfeței  $\delta_r$  și adeziunea reziduală  $c_{ir}$ .

$$\tau_{lim.ir} = \sigma_n \cdot \tan(\delta_r) + c_{ir} \quad (3.23)$$

Variația rezistenței la forfecare a pământului ( $\tau_{lim.p}$ ); și la nivelul interfeței ( $\tau_{lim.i}$ ) respectiv a rezistenței la forfecare reziduală ( $\tau_{lim.ir}$ ), la nivelul interfeței este exemplificată în Figura 3.24-b.. Diferența  $\tau_{lim.i} \leftrightarrow \tau_{lim.ir}$  este proporțională cu rugozitatea suprafeței, respectiv în cazul suprafeței de contact netedă, diferențele între parametrii de forfecare maximi și parametrii de forfecare reziduali sunt ne semnificative :  $\tau_{lim.i} \cong \tau_{lim.ir}$ . Efectul creșterii rugozității suprafeței de contact este relevant asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței ( $\tau_{lim.i}$ ) neavând însă o influență asupra rezistenței la forfecare reziduală ( $\tau_{lim.ir}$ ).

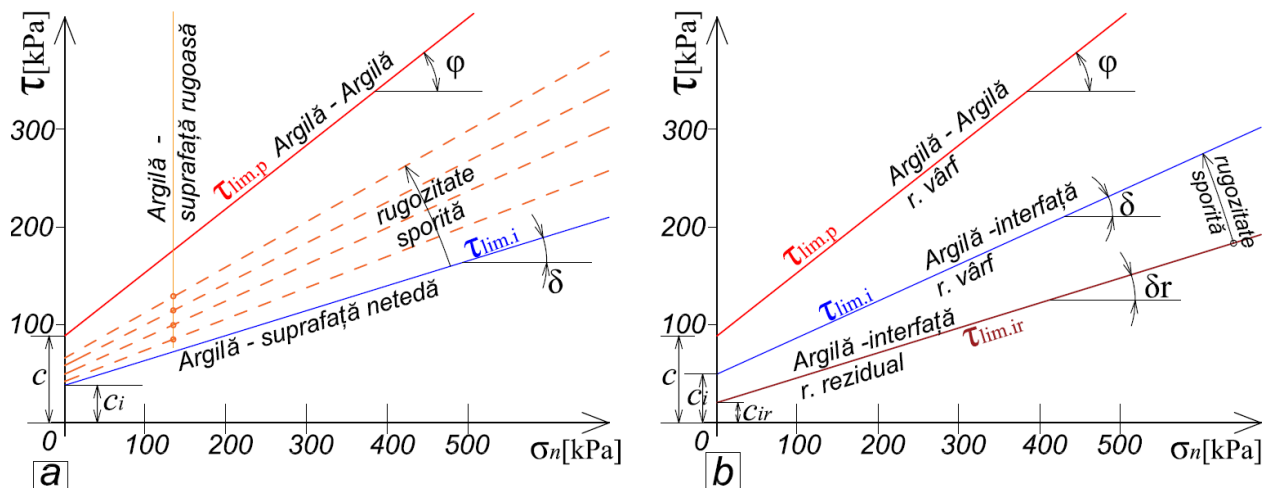


Fig.3.24. Variația rezistenței la forfecare la interfața argilă – suprafață de beton.

R. R. Shakir ș.a. [A.172], continuă studiul interfeței beton-pământ, urmărind efectul umectării superficiale a terenului cu suspensie bentonitică la nivelul interfeței cu betonul. Această investigație se justifică prin prisma tehnologiilor de execuție a forajelor sub fluid de suspensie. Cuantificarea modului de cedare la nivelul suprafeței de contact se va realiza prin intermediul coeficientului de alunecare ( $S_l$ ).

$$S_l = \delta_{ts} / (\delta_{ts} + \delta_{td}) \quad (3.24)$$

Valoarea  $S_l$  variază între 0 (Modul 1 de cedare-forfecare în masa de pământ) și 1 (Modul 2 de cedare – forfecare prin alunecare la nivelul interfeței), iar pentru valoarea mediană  $S_l = 0.5$  ar corespunde Modul 3 de cedare. Modul de cedare 3-1 corespunde pentru  $0 < S_l < 0.5$ , respectiv modul 3-2 corespunde pentru  $0.5 < S_l < 1$ . În urma încercărilor de forfecare se poate observa efectul noroiului bentonitic prin generarea unei scăderi 23 % a rezistenței la forfecare dintre beton-argilă grasă, respectiv prin generarea unei spor de 10% a rezistenței la forfecare dintre beton-argilă nisipoasă. Efectul suspensiei polimerice asupra rezistenței la forfecare a interfeței dintre beton-argilă grasă a fost o diminuare cu 17%, respectiv asupra rezistenței la forfecare a interfeței dintre beton-argilă nisipoasă a fost un spor cu 10%. În ceea ce privește modul de comportare la nivelul interfeței prin utilizarea suspensiei bentonitice se observă o scădere a coeficientului de alunecare cu 50-60% în cazul argilei grase, respectiv se observă o creștere a coeficientului de alunecare cu 44-56% în cazul argilei nisipoase.

T. Ivšić ș.a.[A.102] studiază efectul umidității și a gradului de compactare al pământului asupra rezistenței la forfecare la nivelul contactului dintre geo-membrană și argilă. Conform așteptărilor, în urma programului experimental valorile cele mai reduse ale rezistenței la forfecare sunt obținute pentru cel mai redus grad de compactare combinat cu cea mai mare umiditate folosită.

L.J.L. Lemos ș.a. [A.122] studiază rezistența la alunecare la nivelul suprafeței de contact dintre argilă și diverse materiale de construcții. Evaluarea rezistenței la forfecare se face prin

raportul dintre tensiunea tangențială maximă raportată la tensiunea normală pe interfață aferent stării critice  $\mu_f = \tau_{\text{lim},i} / \sigma_n$  și aferent stării reziduale,  $\mu_{fr} = \tau_{\text{lim},ir} / \sigma_n$ . Se consideră astfel că forfecarea la nivelul interfeței se realizează strict din frecare ( $\delta$  și  $\delta_r$ ). Rugozitatea suprafeței de contact (sticlă, oțel) este cuantificată prin rugozitatea medie  $R_a$ , iar rezistența la forfecare la nivelul interfeței (critică) se va raporta la rezistența la forfecare la nivelul interfeței dintre argilă-argilă (rezidual).

În urma programului experimental se pot observa anumite tendințe privind comportarea la nivel de interfață pământ argilos-material de construcție:

i) În situația în care pământul argilos are un conținut ridicat de argilă, rezistența la forfecare de vârf la nivelul interfeței nu depinde decisiv de rugozitatea suprafeței și are o valoare cvasi-identică cu rezistența la forfecare reziduală obținută pe interfața pământ-pământ. În situația în care suprafața de contact este foarte netedă (situație rar întâlnită în practică), rezistența la forfecare la nivelul interfeței poate fi chiar inferioară rezistenței reziduale obținută la contactul dintre pământ-pământ.

ii) În situația în care avem de a face cu o argilă nisipoasă rugozitatea suprafeței de contact joacă un rol major în ceea ce privește mobilizarea rezistenței la forfecare la nivelul interfeței. Când rugozitatea suprafeței de contact are o valoare apropiată de dimensiunile particulelor de nisip din matricea de argilă, rezistența la forfecare la nivelul interfeței tinde spre valoarea rezistenței la forfecare reziduală, obținută la nivelul contactului dintre pământ-pământ.

Y. Tsubakihara ș.a. [A.188], studiază frecarea la nivelul interfeței dintre pământuri coezive și suprafețe metalice. Frecare la nivelul interfeței este descrisă prin coeficientul de frecare la deplasări relative tangențiale mici (valoarea de vârf,  $\mu_f$ ) respectiv prin coeficientul de frecare la deplasări relative tangențiale mari (valoarea reziduală,  $\mu_{fr}$ ), conform Figurii 3.7. În urma programului experimental se desprind următoarele tendințe:

a) nu se observă o influență clară a rugozității oțelului asupra valorilor  $\mu_f$  respectiv o creștere a valorii  $\mu_{fr}$  odată cu creșterea rugozității suprafeței;

b) deși  $\mu_f > \mu_{fr}$  diferența dintre aceste două valori este nesemnificativă în situațiile argilelor cu umiditate redusă (aprox. 22%) și crește odată cu creșterea umidității probei de argilă.

Y. Tsubakihara ș.a. [A.187], continuă studiul referitor la fenomenul de forfecare la nivelul interfeței dintre argilă și suprafețe metalice. În urma cercetărilor se observă existența unei rugozități critice a suprafeței de contact, descrisă prin  $R_{\text{max}} (L_m = 0.2\text{mm}) = 10\mu\text{m}$  care divide comportarea la nivel de interfață. Astfel pentru valori ale rugozității inferioare valorii critice forfecarea, se propagă la nivelul interfeței, iar valoarea  $\mu_f$  este direct proporțională cu rugozitatea suprafeței. Pentru valori superioare ale rugozității, fenomenul de forfecare se dezvoltă în interiorul probei de argilă, respectiv  $\mu_f$  are o valoare constantă cvasi-identică cu valoarea coeficientului de frecare al argilei. Valoarea critică a rugozității suprafeței nu depinde de factori ce pot influența încercarea (aparatura de încercare, condiții de drenare, viteza de forfecare), depinzând doar de tipul de pământ (granulometrie) și de rugozitatea suprafeței de contact.

H. T. Eid ș.a. [A.63], efectuează studii experimentale în vederea evaluării rezistenței la forfecare la nivelul contactului dintre o suprafață solidă și terenuri fine. Încercările de forfecare directă sunt realizate în condiții drenate sub o tensiune normală efectivă redusă (3-7 kPa), la nivelul interfeței pământ-material solid și pământ-pământ. În urma încercărilor experimentale, s-a observat că rezistența de vârf se atinge la deplasări tangențiale de sub 5 mm, respectiv rezistența reziduală se atinge după o deplasare tangențială de aprox. 200 mm. În urma prelucrării rezultatelor, autorii propun relații empirice de corelare a unghiului de frecare rezidual a pământului,  $\varphi'_{stationar} = \varphi'_{cv}$ , respectiv a unghiului de frecare rezidual la nivelul interfeței,  $\delta'_{stationar} = \delta'$ , cu relația:

$$\varphi'_{cv} = 34^\circ \cdot e^{-0.014 \cdot I_p} \quad (3.25)$$

$$\begin{cases} \tan(\delta'_{stationar}) = \tan(\varphi'_{cv}) \cdot 0.7 \cdot R_a^{0.12} \\ \delta'_{stationar} = a \tan[\tan(34^\circ \cdot e^{-0.014 \cdot I_p}) \cdot 0.7 \cdot R_a^{0.12}] \end{cases} \quad (3.26)$$

unde :  $e = 2.718$  - numărul lui Euler,  $I_p$  - indicele de plasticitate al pământului,  $R_a$  - rugozitatea medie a suprafeței de contact. Valorile orientative  $R_a$  pentru diferite materiale sunt pe următoarele intervale: conducte tratate lise (netede)  $R_a = (0.04 - 5) \mu m$ ; geomembrane lise  $R_a \leq 2 \mu m$ ; oțeluri utilizate în construcții  $R_a = (0.06 - 2.5) \mu m$ , etc., conf. K. S. Subba Rao ș.a. [A.184], F. Hammoud, ș.a. [A.87], F. F. Farshad ș.a. [A.69].

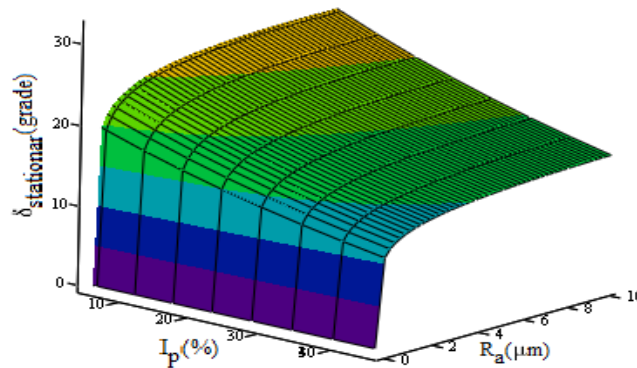


Fig.3.25.  $\delta'_{stationar}$  în funcție de  $I_p$  și  $R_a$  conf. [A.63].

### 3.3. Studiul experimental privind comportarea la nivelul contactului dintre pământuri nesaturate și diverse materiale.

În ultimii 10-15 ani mai mulți cercetători au studiat comportarea la nivelul suprafeței de contact dintre un material de construcție și pământ nesaturat. În aceste studii se urmărește aplicarea principiilor mecanicii pământurilor nesaturate la problemele specifice comportării la nivel de interfață, D.G Fredlund ș.a. [A.72]. O primă analiză constă în dezvoltarea de aparatură



capabilă să gestioneze atât rezistența la forfecare cât și umiditatea la nivelul interfeței. În această problemă L. Borana ș.a. [A.10], prezintă un aparat de forfecare directă capabil să controleze suțțiunea matriceală la nivel de interfață.

J.S. Sarma ș.a. [A.164], studiază rezistența la forfecare în regim nesaturat la nivelul interfeței dintre pământ și geo-membrană. Interdependența umiditate – suțțiune matriceală se exprimă prin intermediul ecuației de interacțiune pământ-apă. Ecuația matematică de descriere a relației umiditate volumetrică ( $\theta$ ) – suțțiune matriceală pământ,  $\psi = (u_a - u_w)$ , cunoaște diverse exprimări, propuse de-a lungul timpului de diverși autori. Descrierea rezistenței la forfecare la nivelul interfeței se realizează prin următoarea formulare:

$$\tau_f = c_i + \sigma'_n \cdot \tan(\delta) = c_i + (\sigma_n - \chi \cdot u_w) \cdot \tan(\delta) \quad (3.27)$$

$$\chi = \frac{\tan(\varphi^b)}{\tan(\varphi')} \quad (3.28)$$

unde:  $c_i$  - adeziunea (coeziunea) la nivelul interfeței,  $\delta$  - unghi de frecare la nivelul interfeței,  $\sigma_n$  - efort normal total la nivelul interfeței,  $\sigma'_n$  - tensiunea normală efectivă la nivelul interfeței,  $u_w$  - presiunea apei din porii pământului la nivelul suprafeței de contact,  $\varphi'$  - unghi de frecare internă efectiv al pământului din zona de contact,  $\varphi^b$  - unghiul anvelopei extinse de cedare Mohr-Coulomb în planul  $\tau_f - (u_a - u_w)$ , ([A.72]).

În urma încercărilor de laborator realizate de către J.S. Sarma ș.a. [A.164], se poate observa că rezistența la forfecare de vârf și reziduală la nivelul interfeței nu prezintă aceeași pantă,  $\tan(\delta)$ , în spațiul  $\tau_f - \sigma_n$ . Altfel spus, între parametrii de forfecare de vârf și reziduali în regim nesaturat, nu se înregistrează un raport identic.

T.B. Hamid ș.a. [A.86], investighează rezistența la forfecare la nivelul interfeței urmărind influența umidității/suțțiunii matriceale și rugozității suprafeței de contact. Exprimarea rezistenței la forfecare la nivelul interfeței se face sub următoarea formulare:

$$\tau_f = c'_i + (\sigma_n - u_a) \cdot \tan(\delta') + (u_a - u_w) \tan(\delta^b) \quad (3.29)$$

$$\tau_f = c'_i + (\sigma_n - u_a) \cdot \tan(\delta') + (u_a - u_w) \cdot \tan(\delta') \cdot \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (3.30)$$

unde:  $c'_i$  reprezintă adeziunea efectivă la nivelul interfeței,  $\delta'$  - unghiul de frecare efectiv la nivelul interfeței,  $\sigma_n - u_a$  - tensiunea normală netă la nivelul interfeței,  $u_a$  - presiunea aerului din porii pământului la nivelul interfeței,  $u_w$  - presiunea apei din porii pământului la nivelul interfeței,  $\delta^b$  - unghi ce descrie panta de variație dintre rezistența la forfecare la nivelul interfeței și suțțiunea matriceală ( $\tau_f - (\sigma_n - u_a)$ ),  $\theta_r$  - umiditate volumetrică reziduală a pământului,  $\theta_s$  - umiditatea volumetrică de saturație a pământului. Efectul suțțiunii matriceale asupra rezistenței la forfecare se poate echivala cu un spor asupra adeziunii,  $\Delta c_i(\psi)$ . În consecință pentru o suprafață de separație, dreptele de forfecare pentru diferite suțțiunii matriceale sunt paralele.

Sporul de coeziune este însă influențat în mod direct de rugozitatea suprafeței de contact prin valoarea  $\delta'$ .

$$\Delta c_i(\psi) = (u_a - u_w) \cdot \tan(\delta') \cdot \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (3.31)$$

Utilizând abordarea descrisă anterior, T.B. Hamid ș.a. [A.86], C. N. Khoury ș.a. [A.111], studiază efectul nesaturării (sucțiunii matriceale) asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței dintre pământ și materiale geo-textile. C. N. Khoury ș.a. [A.112] continuă cercetările privind rezistența la forfecare în condiții nesaturate la nivelul contactului pământ - geotexil. În vederea descrierii efectului sucțiunii matriceale, se realizează suprafața de forfecare ce descrie valoarea rezistenței la forfecare la nivelul interfeței în funcție de tensiunea normală netă ( $\sigma_n - u_a$ ) pe interfață și sucțiunea matriceală ( $u_a - u_w$ ). Determinarea variației sucțiunii matriceale în interiorul domeniului de analiză se poate realiza prin metode numerice de analiză a infiltrațiilor (condiții staționare sau tranzitorii) sau prin metode analitice simplificate, (Chiorean V.F., [A.37]).

### 3.4. Studiul experimental privind comportarea contactului de tip rost umplut cu material diferit.

O situație mai specifică întâlnită în ingineria geotehnică, o reprezintă rosturile umplute cu material diferit. Aceste rosturi apar ca fisuri umplute cu material sedimentar ce separă două materiale mult mai rigide (raportate la materialul de umplere).

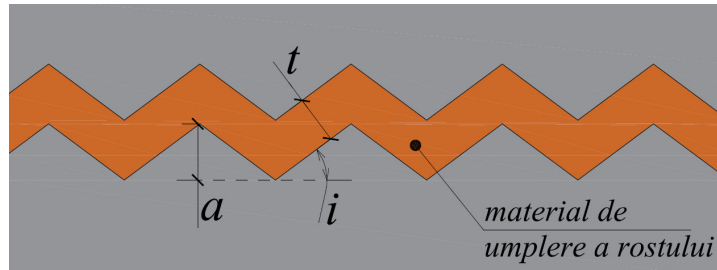


Fig.3.26. Rost zimțat regulat (idealizat) cu material diferit de umplere.

O modalitate pragmatică de descriere a acestor rosturi (sub aspect geometric) este propusă de către B. Indraratna ș.a. [A.97], prin idealizarea geometrică a rostului, ca rost zimțat regulat descris prin 3 parametri:  $t$  - grosimea rostului (a materialului de umplere),  $a$  - înălțimea asperităților,  $i$  - unghiul inițial al asperităților, măsurat în raport cu planul orizontal, (Fig. 3.26).

B. Indraratna ș.a. [A.101] studiază rezistența la forfecare ( $\tau_f$ ) la nivelul unui rost idealizat umplut cu material diferit (Fig.3.26). În urma încercărilor de laborator [A.97], se propune o ecuație prin care se poate evalua rezistența la forfecare la nivelul rostului în condițiile unei rigidități normale constante,  $\bar{k}_n = const.$ , (Fig.3.2).

$$\mu_f = \tau_f / \sigma_n = A + B \quad (3.32)$$

$$A = \begin{cases} \tan(\varphi_b + i) \cdot \left[ 1 - \frac{(t/a)}{(t/a)_{cr}} \right]^\alpha & \text{pentru } (t/a) \leq (t/a)_{cr} \\ 0 & \text{pentru } (t/a) > (t/a)_{cr} \end{cases} \quad (3.33)$$

$$B = \begin{cases} 0 & \text{pentru } (t/a) = 0 \\ \tan(\varphi_{fill}) \cdot \left\{ 2 / \left[ 1 + \frac{(t/a)_{cr}}{(t/a)} \right] \right\}^\beta & \text{pentru } 0 < (t/a) \leq (t/a)_{cr} \\ \tan(\varphi_{fill}) & \text{pentru } (t/a) > (t/a)_{cr} \end{cases} \quad (3.34)$$

unde:  $\varphi_b$  reprezintă unghiul de frecare la nivelul contactului dintre materialele separate de rost (pe suprafață de separație plană);  $\varphi_{fill}$  - unghiul de frecare (valoare de vârf) a materialului de umplere a rostului;  $\alpha, \beta$  - coeficienți de formă a funcțiilor  $A$  și  $B$  (empirici);  $t, a, i$  - parametri geometrici a rostului idealizat (Fig.3.26);  $(t/a)_{cr}$  - raportul critic între grosimea rostului și înălțimea asperităților rostului idealizat. Raportul  $(t/a)_{cr}$  delimitează comportarea la forfecare a rostului în două modalități :

- 1)  $(t/a) < (t/a)_{cr}$  - suprafața de forfecare se consideră frântă;
- 2)  $(t/a) \geq (t/a)_{cr}$  - suprafața de forfecare se consideră plană, în volumul materialului de umplere, fără a fi influențată de asperitățile rostului.

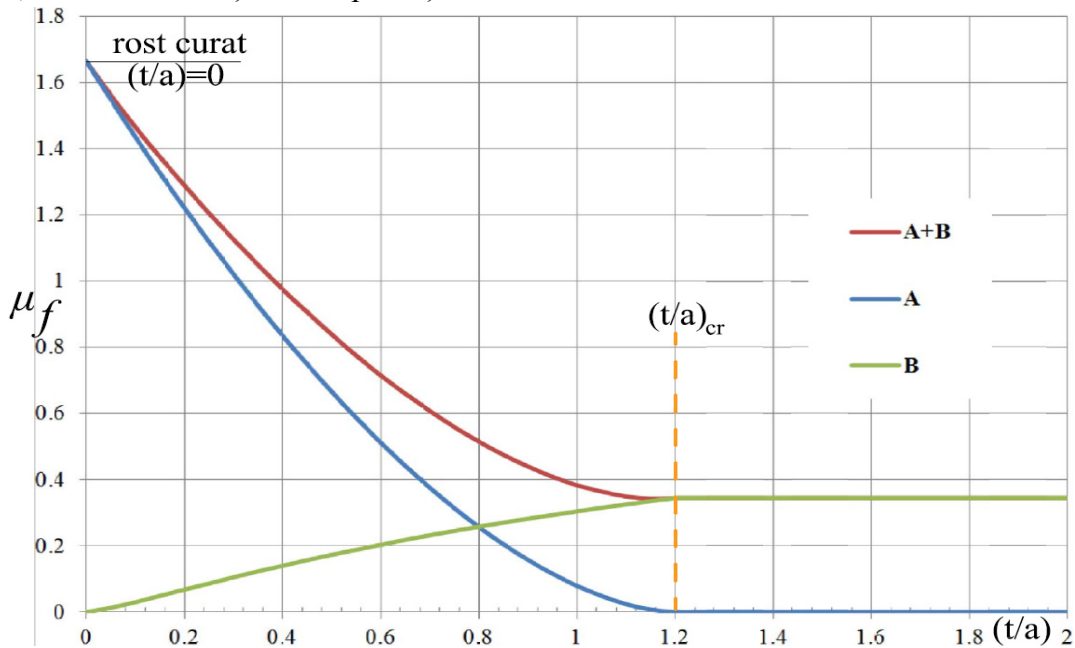


Fig.3.27. Variația coeficientului de frecare la nivelul rostului idealizat.

Un caz special se regăsește în situația aferentă rosturilor curate (fără material de umplere),  $(t/a)=0$ , unde funcția  $A=0$ . Exprimarea grafică a funcțiilor A, B, cât și variația coeficientului de frecare a rostului:  $\mu_f = A + B$ , (Fig.3.27).

Formularea propusă de către B. Indraratna ș.a. [A.101] înglobează efectele parametrilor geometrici ai rostului idealizat ( $i$ ), a parametrilor de forfecare ai materialului de umplere a rostului ( $\varphi_{fill}$ ), a unghiului de frecare la nivelul contactului dintre materialele separate de rost ( $\varphi_b$ ), respectiv, a valorii critice  $(t/a)_{cr}$ , (Fig.3.28).

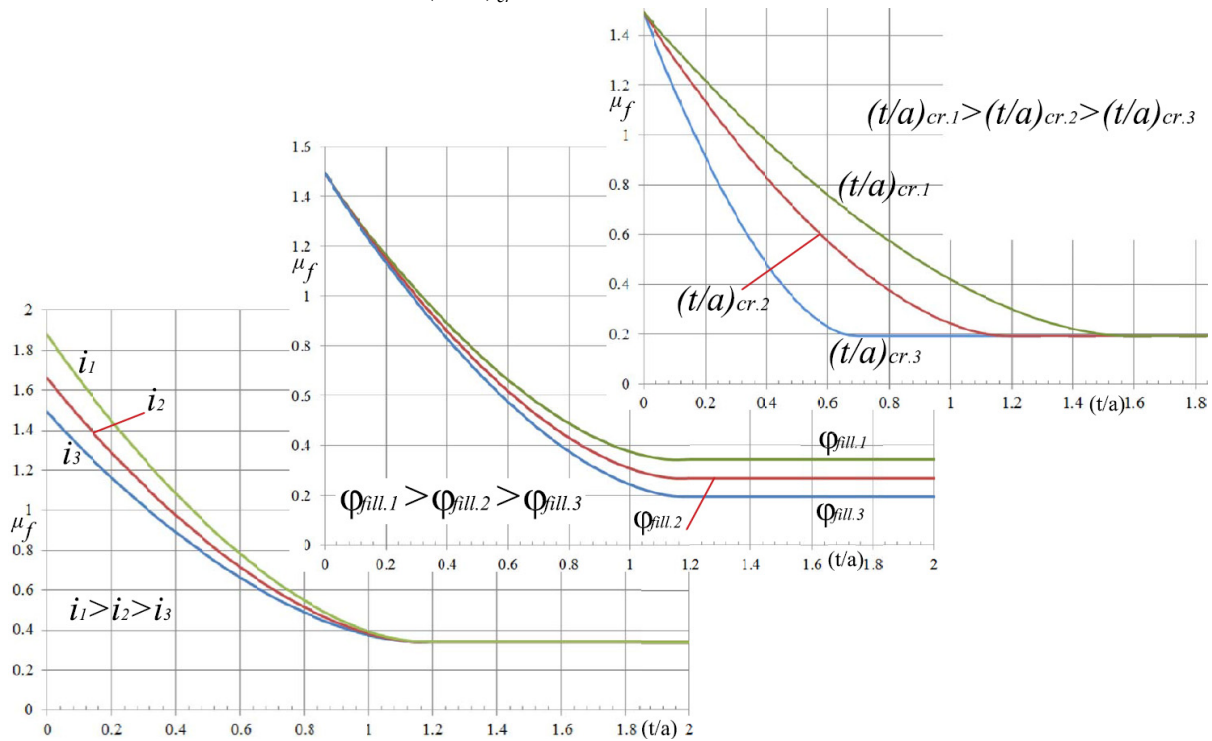


Fig.3.28. Influența parametrilor rostului idealizat asupra coeficientului de frecare ( $\mu_s$ ).

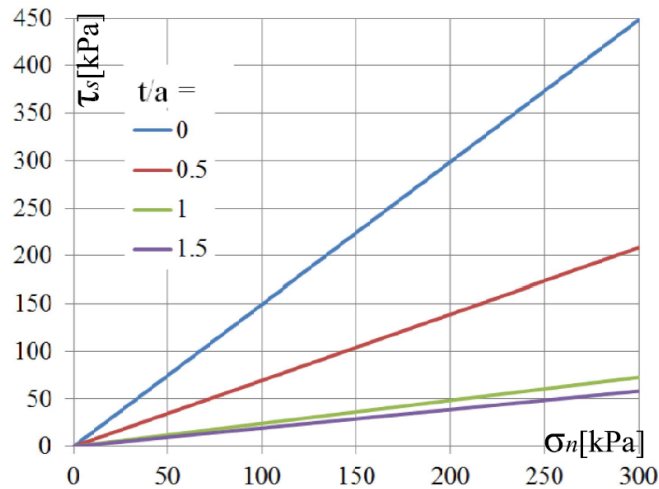


Fig.3.29. Efectul raportului  $t/a$  asupra rezistenței la forfecare la nivelul rostului.

Efectul raportului  $t/a$  asupra rezistenței la forfecare la nivelul interfeței,  $\tau_f$ , exprimată ca o funcție de efortul normal,  $\sigma_n$  se poate observa în Figura 3.29.

B. Indraratna ș.a. [A.98], continuă cercetarea rosturilor umplute cu material diferit, efectuând investigații referitoare la efectul raportului de supraconsolidare (OCR) a argilei, care umple spațiul dintre cele două materiale separate. În urma încercărilor experimentale s-a stabilit influența raportului de supraconsolidare asupra comportării la nivel de rost. Astfel s-a stabilit că raportul critic între grosimea rostului și înălțimea asperităților rostului idealizat este direct influențată de OCR :

$$\left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n} = \left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.1} - 0.67 \cdot \log(OCR) \quad (3.35)$$

Unde :  $\left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n}$  - este raportul critic a rostului idealizat pentru  $OCR=n$ ;  $\left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.1}$  - este raportul critic a rostului idealizat pentru  $OCR=1$ . Rezistența la forfecare la nivelul rostului se poate exprima astfel în mod cvasi-similar formulării anterioare, cu încorporarea efectului raportului de supraconsolidare:

$$\mu_f = \tau_f / \sigma_n = A + B \quad (3.36)$$

$$A = \begin{cases} \tan(\varphi_b + i) \cdot \left[ 1 - \frac{\left(\frac{t}{a}\right)}{\left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n}} \right]^\alpha & \text{pentru } \left(\frac{t}{a}\right) \leq \left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n} \\ 0 & \text{pentru } \left(\frac{t}{a}\right) > \left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n} \end{cases} \quad (3.37)$$

$$B = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \left(\frac{t}{a}\right) = 0 \\ \tan(\varphi_{fill}) \cdot OCR^{\alpha_1} \cdot \left\{ 2 / \left[ 1 + \frac{\left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n}}{\left(\frac{t}{a}\right)} \right] \right\}^\beta & \text{pentru } 0 < \left(\frac{t}{a}\right) \leq \left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n} \\ \tan(\varphi_{fill}) \cdot OCR^{\alpha_1} & \text{pentru } \left(\frac{t}{a}\right) > \left(\frac{t}{a}\right)_{cr-OCR.n} \end{cases} \quad (3.38)$$

unde :  $\alpha_1$  - este o constantă empirică.

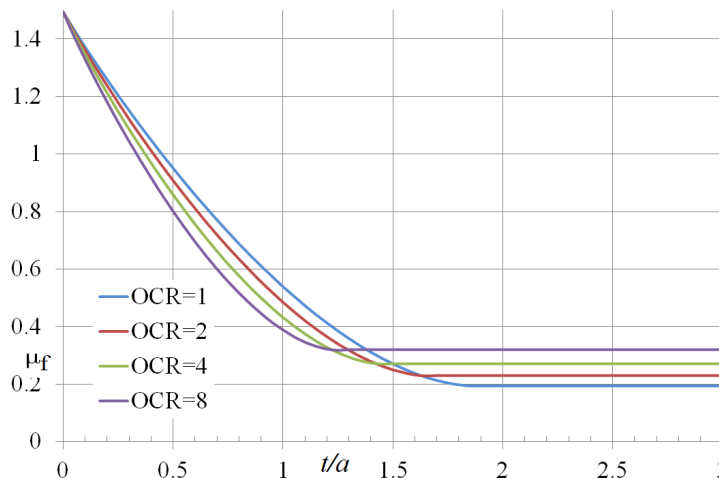


Fig.3.30. Efectul raportului de supraconsolidare (OCR) asupra rezistenței la forfecare la nivelul rostului.

Conform formulării propuse și a rezultatelor obținute se poate observa că  $OCR$  influențează rezistența la forfecare la nivelul rostului prin modificarea raportului critic dintre grosimea rostului și înălțimea asperităților rostului idealizat ,  $(t/a)_{cr-OCR.n}$  , respectiv prin influențarea aportului dat de rezistența materialului de umplere asupra rezistenței rostului (funcția  $B$ ). O exprimare grafică a influenței  $OCR$  asupra rezistenței la forfecare a rostului este exprimată în Figura 3.30. În graficul superior din Figura 3.30 sunt prezentați coeficienții empirici de formă a funcțiilor A și B,  $(\alpha, \beta)$  diferiți pentru fiecare caz (pentru  $OCR$  cu valori diferite). În graficul inferior din Figura 3.30 sunt prezentate valorile constante ale coeficienților  $\alpha, \beta$  pentru toate situațiile definite de  $OCR$  cu valori diferite.

B. Indraratna ș.a. [A.99], propune un model matematic prin care se descrie variația rezistenței la forfecare în raport cu deplasarea tangențială la nivelul unui rost idealizat umplut cu material diferit. Relația generală propusă este următoarea:

$$\tau'_f = \left( \sigma_{n0} + \frac{\bar{k}_n \cdot \delta_{n.dil}}{A_r} \right) \cdot \left\{ \left[ \frac{\tan(\tan(\varphi_b) + \tan(i_0))}{1 - \tan(\varphi_b) \cdot \tan(i)} \right] \cdot \eta + \tan(\varphi_{fill} + i) \cdot (1 - \eta) \right\} + c_{fill} \quad (3.39)$$

$$i = \left[ \tan \left( \frac{\Delta \delta_{n.dil}}{\Delta \delta_t} \right) \right]^{-1} \quad (3.40)$$

$$A_r = \left[ \frac{\tan(\varphi_b) + \tan(i_0)}{1 - \tan(\varphi_b) \cdot \tan(i)} \right] \cdot \eta \quad (3.41)$$

unde :  $\varphi_{fill}$  și  $c_{fill}$  sunt parametrii de forfecare ai materialului de umplere;  $\varphi_b$  - unghiul de frecare la nivelul contactului dintre materialele separate de rost;  $\bar{k}_n$  - rigiditatea pe direcția normală a rostului;  $A$  - aria elementului de rost;  $i_0$  - unghiul inițial al asperităților rostului;  $\delta_{n.dil}$  - dilatarea rostului;  $\delta_t$  - deplasarea tangențială la nivelul rostului;  $\sigma_{n0}$  - tensiunea normală inițială pe elementul de rost;  $\eta$  - factor ce descrie modificarea grosimii rostului ( $t$ ) pe parcursul desfășurării procesului de forfecare a rostului.

B. Indraratna ș.a. [A.100], continuă cercetarea comportării rosturilor umplute cu material, considerând efectul nesaturării materialului de umplere a rostului asupra rezistenței la forfecare. Efectul nesaturării este astfel încorporat în formularea generală utilizată anterior prin modificarea funcției  $B$ .

$$\tau_f = A + B \quad (3.42)$$

$$B = \begin{cases} 0 & \text{pentru } (t/a) = 0 \\ \left[ c'_{fill} + \Delta c(\psi) \right] + \left[ (\sigma_n - u_a) \cdot \tan(\varphi'_{fill}) \right] \cdot \left\{ 2 / \left[ 1 + \frac{(t/a)_{cr}}{(t/a)} \right] \right\}^\beta & \text{pentru } 0 < (t/a) \leq (t/a)_{cr} \\ \left[ c'_{fill} + \Delta c(\psi) \right] + \left[ (\sigma_n - u_a) \cdot \tan(\varphi'_{fill}) \right] & \text{pentru } (t/a) > (t/a)_{cr-OCR.n} \end{cases} \quad (3.43)$$

unde:  $\varphi'_{fill}$  și  $c'_{fill}$  sunt parametrii efectivi de forfecare a materialului de umplere,  $\Delta c(\psi)$  - sporul coeziunii materialului de umplere datorat sucțiunii matriceale.

$$\Delta c(\psi) = \Delta c(u_a - u_w) = (u_a - u_w) \cdot \tan(\varphi'_{fill}) \cdot \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) = (u_a - u_w) \cdot \tan(\varphi'_{fill}) \cdot \left( \frac{S_r - S_{r.rez}}{S_{r.sat} - S_{r.rez}} \right) \quad (3.44)$$

unde:  $S_r$  este gradul de saturare al materialului de umplere,  $S_{r.sat}$  - gradul de saturare aferent stării de saturare ( $S_{r.sat} \cong 1$ ),  $S_{r.rez}$  - gradul de saturare rezidual. Echivalarea  $(u_a - u_w) \leftrightarrow \theta$  se realizează prin intermediul ecuației curbei caracteristice de interacțiune sol-apă (*SWCC*), [A.72].

Funcția  $A$  ( $\tau_f = A + B$ ) descrie efectul dat de configurația rostului ignorând efectul materialului de umplere. În cazul rostului idealizat de tip zimțat funcția  $A$  are următoarea formă :

$$A = \begin{cases} \sigma_n \cdot \tan(\varphi_b + i) \cdot \left[ 1 - \frac{(t/a)}{(t/a)_{cr}} \right]^\alpha & \text{pentru } (t/a) \leq (t/a)_{cr} \\ 0 & \text{pentru } (t/a) > (t/a)_{cr} \end{cases} \quad (3.45)$$

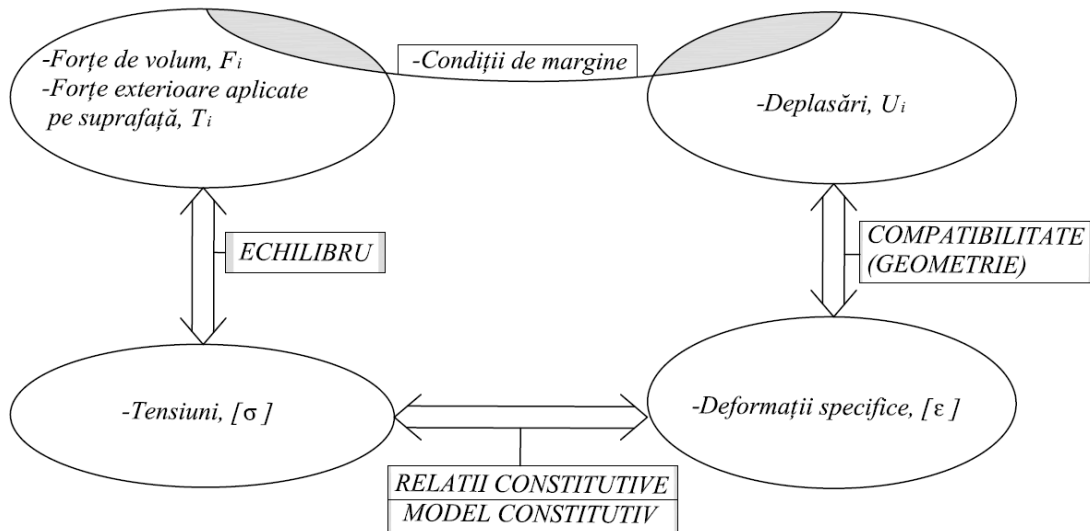
Respectiv, pentru rosturi cu configurație neregulată (ne-idealizat) funcția  $A$  poate lua următoarea formă:

$$A = \begin{cases} \left\{ \sigma_n \cdot [\tan(\varphi_b) + JRC \cdot \log(JCS / \sigma_n)] \right\} \cdot \left[ 1 - \frac{(t/a)}{(t/a)_{cr}} \right]^\alpha & \text{pentru } (t/a) \leq (t/a)_{cr} \\ 0 & \text{pentru } (t/a) > (t/a)_{cr} \end{cases} \quad (3.46)$$

unde:  $JRC$  - este coeficientul de rugozitate a rostului,  $JCS$  - este rezistența la compresiune a rostului.

## CAP. 4. MODELE CONSTITUTIVE COMPATIBILE CU COMPORTAREA INTERFEȚEI

Modelul constitutiv al unui material este reprezentat printr-o relație matematică între tensiunile și deformațiile specifice. Modelele constitutive au grad variabil de complexitate, depinzând de parametrii fizici ai materialului și/sau de condițiile la care este supus materialul. Comportarea reală a pământurilor prezintă un grad ridicat de complexitate. Utilizarea unor aproximații drastice și a unor simplificări sunt esențiale în vederea formulării matematice ale unui model constitutiv aproximativ real al pământului, utilizate pentru obținerea de soluții, pentru cazuri concrete întâlnite în practica inginerescă (Wai-Fah Chen ș.a., [A.25]; Cosmin G. Chiorean, [A.35], [A.33], [A.194], [A.151]). Într-o formulare generală, dacă comportarea materialului este stabilă, se poate rezolva problema mecanicii solidului deformabil, prin utilizarea de metode numerice, conform schemei logice din Figura 4.1.



**Fig.4.1.** Schema generală privind interdependența variabilelor din cadrul soluției solidului deformabil.

Abilitatea metodelor numerice de a reflecta comportarea reală depinde în mod esențial de abilitatea modelelor constitutive care descriu comportarea reală a materialelor, respectiv de atribuirea unor condiții de margine adecvate, D.M. Potts [A.155].

Evaluarea și controlul comportării fizice la nivelul unei suprafețe de contact se poate realiza odată ce se cunosc relațiile de interdependență dintre cei 4 parametrii fizici : deplasările relative normale ,  $\delta_n$  ; tangențiale ,  $\delta_t$  , respectiv tensiunile normale ,  $\sigma_n$  și tangențiale ,  $\tau$  , (Fig.4.2). Eficiența formulării matematice a unui model constitutiv la nivel de interfață se reflectă în capacitatea acestuia de a descrie 4 moduri specifice de comportare la nivelul interfeței: adeziune/lipire, lunecare/forfecare, separare/dezlipire, alipire, ( Fig.4.2).



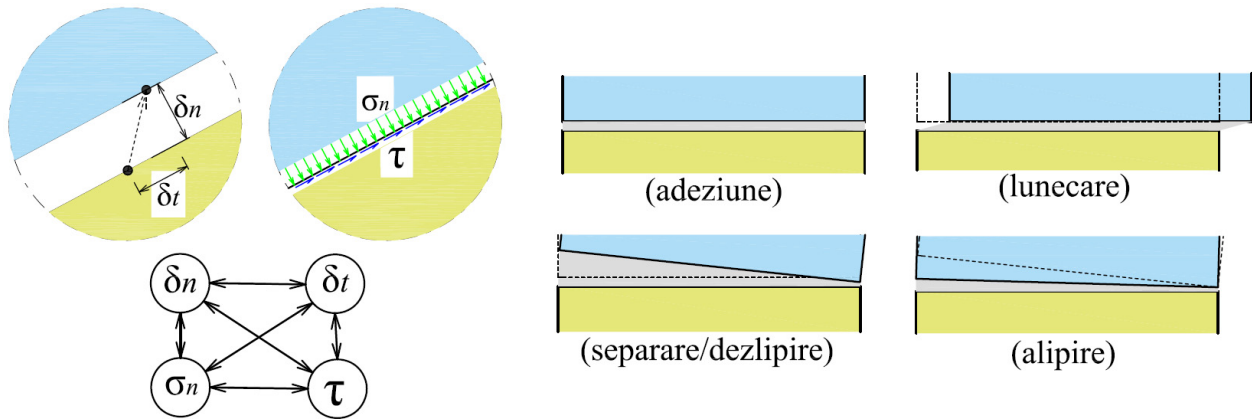


Fig.4.2. Schemă generală – parametrii și comportarea la nivel de interfață.

#### 4.1. Formularea matematică la nivelul interfeței

O formulare a comportării elementelor de interfață cu grosime nulă îi aparține lui Kaliakin ș.a. [A.105],[A.124], care prezintă o schemă logică de decizie prin care se pot simula modurile de comportare la nivelul interfeței (Fig.4.2). Analiza se face prin modificarea valorilor elementelor matricei de rigiditate a elementului de interfață. Abordarea propusă este utilizată în cadrul unei analize incrementale, iar legea de comportare utilizată pentru elementele de interfață implică o comportare ne-dilatantă cu rigiditățile elastice  $k_{ss}$ ,  $k_{nn}$  :

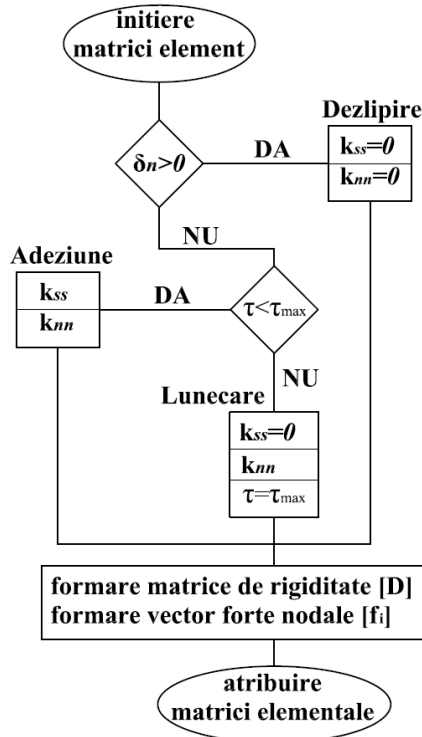
$$[\sigma] = [k] \cdot [\delta] \Rightarrow \begin{bmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_t \\ \delta_n \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Considerând o rezistență la întindere nulă la nivelul interfeței și o comportare elastică perfect plastică cu valoarea limită la forfecare  $\tau_{max}$ , se propune schema logică prezentată în Figura 4.3., aplicabilă pentru fiecare pas incremental al analizei. Ipotezele care stau la baza schemei de decizie sunt următoarele:

- Separarea la nivelul interfeței se surprinde prin intermediul deplasării relative normale între nodurile pereche:  $\delta_n > 0$ . Odată cu separarea, nodurile pereche devin libere, interacțiunea la nivelul contactului dispare:  $k_{ss} = 0$ ;  $k_{nn} = 0$ .
- Adeziunea la nivelul interfeței apare prin deplasarea normală relativă între nodurile pereche:  $\delta_n \leq 0$  și prin verificarea relației de limitare a tensiunilor tangențiale:  $\tau < \tau_{max}$ . Într-o astfel de situație, nodurile pereche sunt în contact, având interacțiunea tangențială și normală identice cu valorile elastice  $k_{ss}$ ;  $k_{nn}$ .
- Lunecarea la nivelul interfeței se surprinde prin intermediul deplasării normale relative între nodurile pereche:  $\delta_n \leq 0$  și prin invalidarea relației de limitare a tensiunilor tangențiale:  $\tau > \tau_{max}$ . Într-o astfel de situație tensiunea tangențială capătă

valoarea limită  $\tau = \tau_{\max}$ , iar nodurile pereche își pierd interacțiunea pe direcția tangențială,  $k_{ss} = 0$  și își păstrează interacțiunea pe direcția normală,  $k_{nn}$ .

- Alipirea la nivelul interfeței poate surveni în cazul analizei în stadii de lucru, într-un pas incremental ulterior apariției dezlipirii ca urmare a modificării încărcărilor exterioare aplicate domeniului de analiză sau prin modificarea condițiilor de margine. Alipirea se poate surprinde și prin condiționarea deplasărilor relative normale  $\delta_n \leq 0$ , urmând a se face verificările privind modul de comportare datorat tensiunilor tangențiale cu consecințe în atribuirea modului de interacțiune ( $k_{ss}, k_{nn}$ ).



**Fig.4.3.** Schemă logică de decizie asociată comportării elementului de interfață.

M. Boulon [A.11], prezintă principial formularea conceptuală a comportării la nivelul interfeței pământ-structură geotehnică. Pe baza observațiilor experimentale, M. Boulon [A.11], formulează în linii generale comportarea la nivelul interfeței ca una definită pe baza drumului încărcărilor la nivelul suprafeței de contact. Astfel se adoptă o formulare în pași incrementali prin vectorul ratelor de modificare ale tensiunilor la nivelul suprafeței de contact  $[\dot{\sigma}] = [\dot{\tau} \quad \dot{\sigma}_n]^T$ , respectiv, prin vectorul creșterilor incrementale ale deplasărilor relative  $[\dot{\delta}] = [\dot{\delta}_t \quad \dot{\delta}_n]^T$ , (Fig.4.2). Se propune o formulare generală care să poată cuprinde toate variantele posibile ale drumului de încărcare prin definirea unor parametrii tangenți de încărcare:  $[\lambda \quad \mu]^T$ , respectiv a unor parametrii tangenți de răspuns,  $[\xi \quad \eta]^T$ , definite astfel:

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \frac{1}{\|[\dot{\delta}]\|} \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} \quad \text{respectiv} \quad \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \frac{1}{\|[\dot{\delta}]\|} \begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

unde :

$$\|[\dot{\delta}]\| = \sqrt{(\dot{\delta}_t)^2 + (\dot{\delta}_n)^2} \quad (4.3)$$

Răspunsul incremental la nivelul interfeței  $[\xi \ \eta]^T$  este în funcție de parametrii incrementali de încărcare  $[\lambda \ \mu]^T$ ;  $\lambda^2 + \mu^2 = 1$  și se poate determina în funcție răspunsurile obținute experimental.

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N W_i \cdot \begin{bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

unde :  $W_i$  - funcțiile de formă ( $\sum_{i=1}^N W_i = 1$ ) aferente interpolării liniare între parametrii incrementali de răspuns determinați experimental,  $[\xi_i \ \eta_i]^T$ . Considerând  $\dot{\tau}$  și  $\dot{\sigma}_n$  funcții continue omogene de ordinul 1 în raport cu  $\dot{\delta}_t$ ;  $\dot{\delta}_n$  și  $s_k$  unde  $s_k$  este un set de parametrii prin care se definește răspunsul la nivelul interfeței la începutul încărcărilor incrementale. Se poate formula o exprimare incrementală generală a comportării la nivelul interfeței:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tau}(\dot{\delta}_t, \dot{\delta}_n, s_k) \\ \dot{\sigma}_n(\dot{\delta}_t, \dot{\delta}_n, s_k) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

unde :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\tau}}{\partial \dot{\delta}_t} & \frac{\partial \dot{\tau}}{\partial \dot{\delta}_n} \\ \frac{\partial \dot{\sigma}_n}{\partial \dot{\delta}_t} & \frac{\partial \dot{\sigma}_n}{\partial \dot{\delta}_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

M. Boulon și R. Nova [A.14], prezintă o comparație dintre un model de comportare la nivelul interfeței de tip elastic-plastic cu ecruisare și un model de tip lege incrementală. Modelul elastic-plastic cu ecruisare atribuit interfeței consideră funcția de plasticizare,  $F$ , identică cu funcția de potențial plastic,  $G$ :

$$F(\sigma_n, \tau, \sigma_c) = G(\sigma_n, \tau, \sigma_c) \quad (4.7)$$

unde :  $\sigma_c$  - reprezintă tensiunea normală maximă, fiind un parametru prin care se ține cont de istoricul stării de încărcare la nivelul interfeței și stabilește modul de comportare pe parcursul drumului de efort de la tensiune normală nulă la tensiune normală maximă.

În momentul plasticizării ( $F = 0$ ;  $\partial F = 0$ ), la nivelul interfeței vor surveni doar deplasări relative plastice ( $\delta_t^p$ ;  $\delta_n^p$ ). Dacă plasticizarea nu se produce ( $F < 0$ ), la nivelul interfeței apar doar deplasări relative elastice ( $\delta_t^e$ ;  $\delta_n^e$ ), recuperabile după descărcarea totală a sistemului.

$$[\delta] = [\delta^e] + [\delta^{ep}] \Rightarrow \begin{bmatrix} \delta_t \\ \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_t^e \\ \delta_n^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_t^p \\ \delta_n^p \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

respectiv în exprimare incrementală:

$$[\dot{\delta}] = [\dot{\delta}^e] + [\dot{\delta}^p] \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t^e \\ \dot{\delta}_n^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t^p \\ \dot{\delta}_n^p \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Deplasările relative plastice (permanente) se pot defini astfel:

$$\begin{cases} \delta_t^p = \Lambda \frac{\partial G(\sigma_n, \tau, \sigma_c)}{\partial \tau} \\ \delta_n^p = \Lambda \frac{\partial G(\sigma_n, \tau, \sigma_c)}{\partial \sigma_n} \end{cases} \quad (4.10)$$

unde :  $\Lambda$  reprezintă un număr scalar pozitiv.

Legea de plasticizare prin care se stabilește relația dilatare-stare de tensiuni se reprezintă prin relația:

$$\frac{\tau}{\sigma_n} = M - \nu \cdot \frac{\delta_n^p}{\delta_t^p} \rightarrow \frac{\tau}{\sigma_n} = M - \nu \cdot \frac{\partial G / \partial \sigma_n}{\partial G / \partial \tau} \quad (4.11)$$

Sau, prin adoptarea notațiilor:  $\eta$  - coeficient de tensiune și  $d$  - dilatanța interfeței, va rezulta:

$$\eta = M - \nu \cdot d \quad (4.12)$$

unde :  $M$  și  $\nu$  sunt parametrii constitutivi ai materialului. Parametrul  $M$  reprezintă coeficientul de tensiune pentru care dilatanța este nulă,  $M = \eta(d = 0)$ .

Legea de ecrusare se reprezintă prin relația :

$$\sigma_c = \sigma_{c0} \cdot e^{\frac{\delta_n^p + D \cdot \delta_t^p}{t \cdot B_p}} \quad (4.13)$$

unde :  $t$  - grosimea interfeței;  $B_p$  - parametru de conformitate cu încercare edometrică,  $D$  - parametru de dilatanță. Creșterile incrementale ale deplasărilor relative se pot exprima astfel:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_t^p \\ \dot{\delta}_n^p \end{bmatrix} = \frac{t \cdot B_p}{M \cdot (d + D) \cdot \sigma_n} \begin{bmatrix} 1 & d \\ d & d^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Creșterile incrementale ale deplasărilor relative elastice sunt asumate la următoarea formulare

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_t^e \\ \dot{\delta}_n^e \end{bmatrix} = \frac{t \cdot B_e}{\sigma_n} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

unde :  $B_e$  - parametru de conformitate cu încercarea edometrică, aferent ramurii de descărcare-reîncărcare.

În situația aferentă  $d = -D$  se vor înregistra deplasări plastice infinite  $\dot{\delta}_t^p \rightarrow \infty$ ;  $\dot{\delta}_n^p \rightarrow \infty$ . Într-o astfel de situație legea de plasticizare va deveni:

$$\eta = M - \nu \cdot D \quad (4.16)$$

Se va asuma faptul că parametrul de dilatanță este în strictă dependență de starea de tensiune conform următoarei ecuații:

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{\sigma_n}{\sigma_{n0}} - \alpha \left(\frac{\dot{\delta}_t}{t}\right)^2} \quad (4.17)$$

unde :  $\sigma_{n0}$  reprezintă presiune de referință și  $\alpha$  este un parametru de material.

Relația generală între creșterile incrementale ale deplasărilor relative și creșterile incrementale ale tensiunilor la nivelul interfeței se poate exprima astfel:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ss} & d_{sn} \\ d_{ns} & d_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

unde:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{ss} = \frac{1}{M \cdot (d + D)} \cdot \frac{B_p \cdot t}{\sigma_n} \\ d_{sn} = d_{ns} = \frac{d}{M \cdot (d + D)} \cdot \frac{B_p \cdot t}{\sigma_n} \\ d_{nn} = \left( \frac{B_e}{B_p} + \frac{d^2}{M \cdot (d + D)} \right) \cdot \frac{B_p \cdot t}{\sigma_n} \end{array} \right. \quad (4.19)$$

Acest model propus are la bază 9 parametrii de material :  $M, \nu, \sigma_{c0}, t, B_p, B_e, D_0, \alpha, \sigma_{n0}$ . Determinarea acestor parametrii se face pe baza încercărilor de forfecare directă pe plan de forfecare obligat pe suprafața de contact (Fig. 3.2) și pe baza încercărilor edometrice. Autorii realizează o comparație între comportarea dată prin adoptarea unui model elastic-plastic cu ecrusare, prin adoptarea unui model de tip lege incrementală (cu rate de creștere/modificare), conform M. Boulon [A.11] și rezultatele experimentale obținute în urma unor încercări de forfecare directă cu rigiditatea normală a casetei superioare de forfecare constantă ( $\bar{k}_n = const.$ ). Ambele formulări matematice sunt capabile să reproducă în mod rezonabil rezultatele experimentale.

În vederea simulării comportării de forfecare prin modelul elastic-plastic cu ecrusare, s-a utilizat următoarea notație:

$$\dot{\sigma}_n = -\bar{k}_n \cdot \dot{\delta}_n \quad (4.20)$$

respectiv :

$$\dot{\delta}_n = \frac{d_{sn}}{d_{ss} + \bar{k}_n \cdot \Delta} \cdot \dot{\delta}_t \quad (4.21)$$

$$\dot{\tau} = \frac{1 + d_{nn} \cdot \bar{k}_n}{d_{ss} + \bar{k}_n \cdot \Delta} \cdot \dot{\delta}_t \quad (4.22)$$

unde:

$$\Delta = d_{ss} \cdot d_{nn} + d_{sn} \cdot d_{ns} \quad (4.23)$$

### 4.1.1. Modele care descriu comportarea pe direcția normală la nivelul interfeței

Comportarea pe direcția normală la nivelul suprafeței de contact ( $\sigma_n \leftrightarrow \delta_n$ ) se modelează în mod uzual utilizând procedeul funcției de penalizare. Două solide se consideră ca se află în contact, în situația în care deplasarea relativă normală la nivelul unei perechi de noduri de la lungul suprafeței de contact este negativă sau nulă, ( $\delta_n \leq 0$ ). Pierderea contactului se realizează în momentul în care deplasarea relativă normală la nivelul perechi de noduri înregistrează valori pozitive ( $\delta_n > 0$ ). Conform P. Wriggers [A.200], comportarea pe direcție normală la nivelul suprafeței de contact se poate modela utilizând procedeul funcției de penalizare în două modalități, denumite generic : contact ”tare” și contact ”moale”.

#### 4.1.1.1. Contact ”tare”

Acest tip de comportare este caracterizată prin asumarea unei valori constante a rigidității normale ( $k_{nn}$ ) în raport cu variația deplasării relative normale ( $\delta_n$ ). Funcția de penalizare se va aplica rigidității normale având ca variabilă de decizie valoarea deplasării relative normale ( $\delta_n$ ).

- o Contactul ”tare” fără rezistență la întindere ( $\sigma_{t,i} = 0 \text{ kPa}$ ) este caracterizat prin:

$$\sigma_n = \langle k_{nn} \rangle \cdot \delta_n \quad (4.24)$$

$$\langle k_{nn} \rangle = \begin{cases} k_{nn} \leftarrow \text{pentru } \delta_n \leq 0 \text{ mm} \\ 0 \leftarrow \text{pentru } \delta_n > 0 \text{ mm} \end{cases} \quad (4.25)$$

Comportarea normală se poate evidenția conform Figurii 4.4. Astfel, funcția de penalizare aplicată rigidității normale, (Fig.4.4-a), respectiv variația  $\sigma_n \leftrightarrow \delta_n$  se poate observa în Figura 4.4-b .

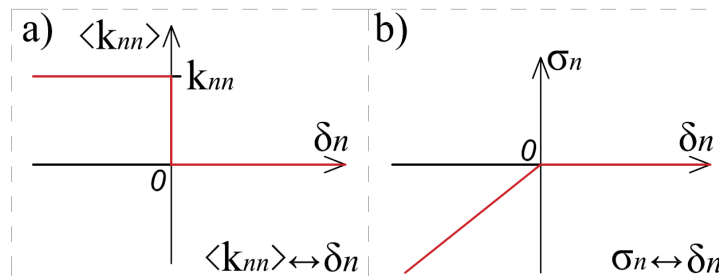


Fig.4.4. Comportare normală de tip ”tare”, fără rezistență la întindere.

- o Contactul ”tare” cu rezistență la întindere ( $\sigma_{t,i} > 0 \text{ kPa}$ ) este caracterizat prin:

$$\sigma_n = \langle k_{nn} \rangle \cdot \delta_n \quad (4.26)$$

$$\delta_{n.lim} = \frac{\sigma_{t,i}}{k_{nn}} \quad (4.27)$$

$$\langle k_{nn} \rangle = \begin{cases} k_{nn} \leftarrow \text{pentru } \delta_n \leq \delta_{n.lim} \\ 0 \leftarrow \text{pentru } \delta_n > \delta_{n.lim} \end{cases} \quad (4.28)$$

Comportarea pe direcție normală se poate evidenția conform Figurii 4.5 . Astfel funcția de penalizare este aplicată rigidității normale, (Fig.4.5-a), respectiv variația  $\sigma_n \leftrightarrow \delta_n$  se poate observa în Figura 4.5-b .

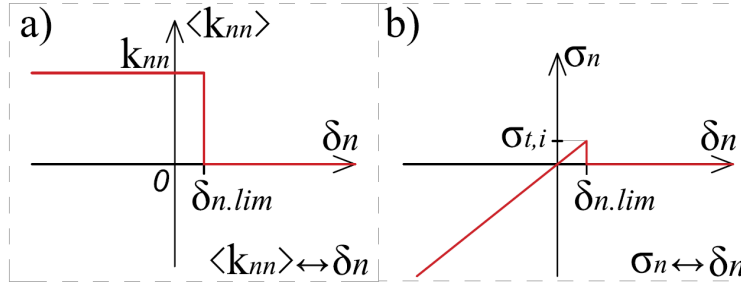


Fig.4.5. Comportare normală de tip ”tare” , cu rezistență la întindere.

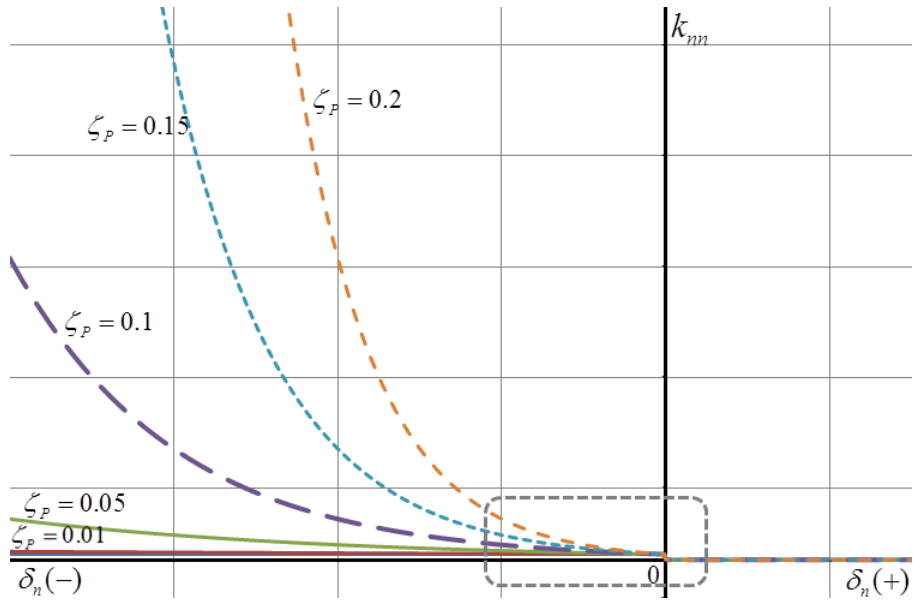
#### 4.1.1.2. Contact ”moale”

Acest tip de contact implică o comportare neliniară a tensiunii normale în raport cu deplasarea relativă normală. Această comportare fost propusă de către A. Gens ș.a. [A.73] și S.C. Bandis ș.a. [A.3], pentru modelarea rosturilor între roci. Principial ,se consideră, că materialul se rigidizează (crește valoarea  $k_{nn}$  ) odată cu creșterea valorii deplasărilor relative normale. O formulare matematică posibilă este:

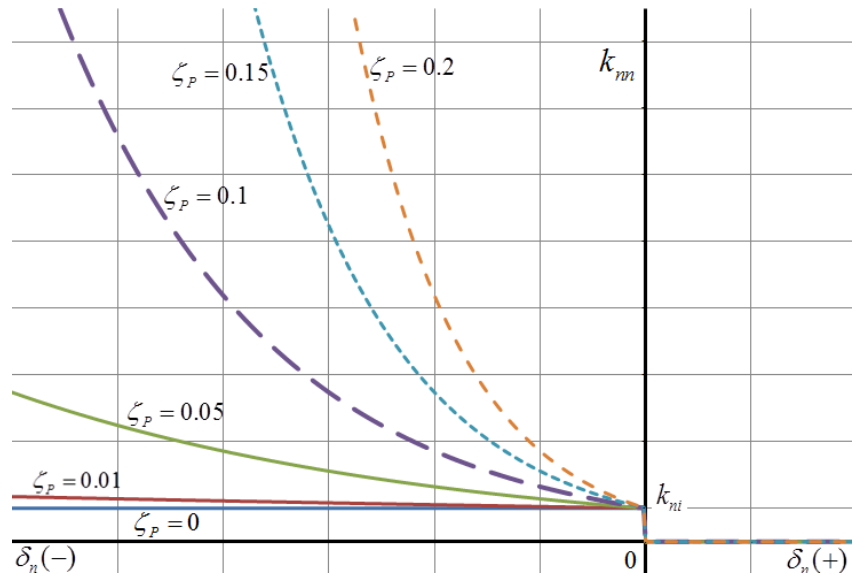
$$\sigma_n = \langle k_{nn} \rangle \cdot \delta_n \quad (4.29)$$

$$\langle k_{nn} \rangle = \begin{cases} k_{ni} \cdot e^{(-\zeta_R \cdot \delta_n)} \leftarrow \text{pentru } \delta_n \leq 0 \\ 0 \leftarrow \text{pentru } \delta_n > \delta_{n.lim} \end{cases} \quad (4.30)$$

unde :  $k_{ni}$  este rigiditatea normală inițială,  $\zeta_R$  este un parametru de calibrare ( $0 \leq \zeta_R \leq 1$ ). Rigidizarea materialului (variația  $k_{nn}$  ) în raport cu variația deplasării normale ( $\delta_n$  ) se poate observa în Figura 4.6 și în Figura 4.7. Parametrul  $\zeta_R$  joacă un rol important în comportarea materialului. Situația aferentă  $\zeta_R = 0$  , corespunde unui contact”tare” . Creșterea parametrului de calibrare,  $\zeta_R$  , conduce la creșterea efectului de rigidizare a materialului (Fig.4.6 și Fig.4.7).



**Fig.4.6.** Rigidizarea materialului – contact ”moale”.



**Fig.4.7.** Rigidizarea materialului de tip contact ”moale” la deplasări relative reduse.

Efectul parametrului de calibrare  $\zeta_R$  asupra variației tensiunilor normale în raport cu  $\delta_n$  se prezintă în Figura 4.8. În situația specifică  $\zeta_R = 0$ , comportarea contactului devine specific contactului de tip ”tare”.



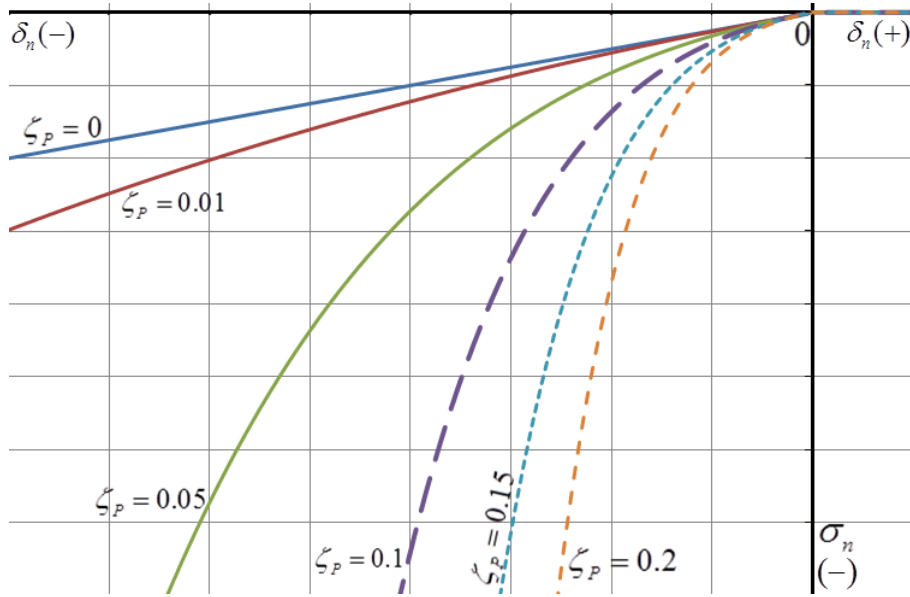


Fig.4.8. Efectul  $\zeta_p$  asupra variației  $\sigma_n - \delta_n$  pentru contact de tip ”moale” .

Contactul ”moale” este utilizat de către A. Gens ș.a. [A.73] într-o formulare puțin diferită pentru modelarea comportării ciclice pe direcție normală a rosturilor. Astfel, relația  $\sigma_n - \delta_n$  este următoarea:

$$\sigma_n = m_m \cdot \frac{\delta_n^e}{\delta_{n.lim} - \delta_n^e} \quad (4.31)$$

unde:  $m_m$  este o constantă de calibrare aferentă materialului rostului,  $\delta_{n.lim}$  este deplasarea relativă maximă aferentă închiderii totale a rostului pe direcție normală, iar  $\delta_n^e$  reprezintă deplasarea relativă normală elastică a rostului ( $\delta_n^e \in [0, \delta_{n.lim})$ ) și poate fi echivalată  $\delta_n^e = \delta_n$ .

În cazul descărcării rostului pe direcția normală, relația  $\sigma_n - \delta_n$  capătă următoarea formă:

$$\sigma_n = m_m \cdot \frac{\delta_n^e - \delta_{n.rem}}{\delta_{m1} - (\delta_n^e - \delta_{n.rem})} \quad (4.32)$$

unde:  $\delta_{n.rem}$  reprezintă deplasarea normală remanentă înregistrată după descărcare (la tensiune normală nulă),  $\delta_{m1}$  reprezintă un parametru al modelului ( $\delta_{m1} < \delta_{n.lim}$ ). Reîncărcarea se va realiza utilizând ca valoarea de start  $\delta_n^e$ , deplasarea remanentă obținută în pasul de descărcare anterior  $\delta_{n.rem}$ ,  $\delta_n^e \in [\delta_{n.rem}, \delta_{n.lim})$ . Valorile  $\delta_n^e$  și  $\delta_{n.rem}$  vor fi memorate în formularea numerică astfel că se poate simula încărcarea și descărcarea în mai multe cicluri. Relația  $\sigma_n - \delta_n$  pentru etapa de reîncărcare capătă următoarea formă:

$$\sigma_n = m_m \cdot \frac{\delta_n^e - \delta_{n.rem}}{\delta_{n.lim} - \delta_n^e} \quad (4.33)$$

Reprezentarea grafică aferentă formulării anterioare pentru o ramură de încărcare, o ramură de descărcare și o ramură de reîncărcare este prezentată în Figura 4.9.

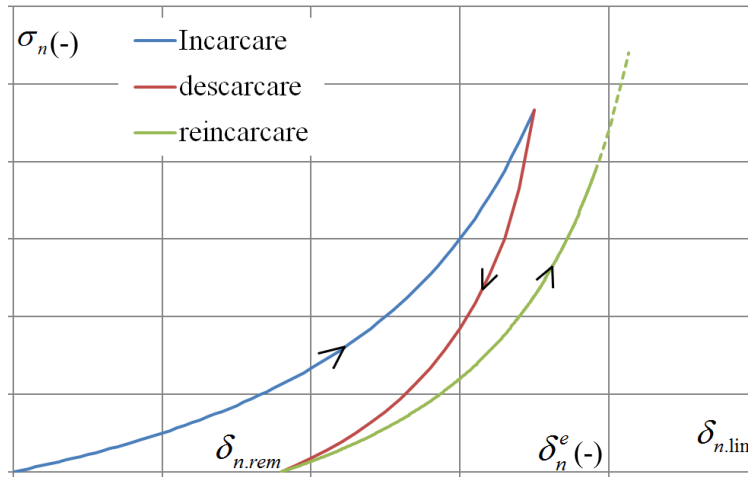


Fig.4.9. Comportarea normală ciclică contact "moale", conf. [A.73].

## 4.1.2. Modele ce descriu comportarea la forfecare la nivelul interfeței

### 4.1.2.1 Modelul linear elastic perfect plastic (Mohr-Coulomb)

Modelul Mohr-Coulomb este unul dintre cele mai răspândite și utilizate modele prin care se descrie comportarea tangențială la nivelul interfeței. Principial este un model care admite variația  $\tau - \delta_t$  de tip elastic-perfect plastic, iar criteriul de cedare la lunecare este de tip linear având ca parametrii de material  $\varphi_i$ ,  $c_i$  și  $\psi_i$ . Acest model a fost implementat la nivelul elementelor de interfață cu grosime nulă de către H. van Langen [A.195], fiind ulterior adoptat în cadrul programului PLAXIS 2D. În mod general relația  $\sigma_n - \delta_n$  este asimilată ca un contact de tip "tare". Ecuația constitutivă exprimată în pași incrementali, la nivelul interfeței, se poate formula astfel:

$$[\dot{\sigma}] = [k^e] \cdot [\dot{\delta}^e] \Rightarrow [\dot{\sigma}] = [k^e] \cdot ([\dot{\delta}] - [\dot{\delta}^p]) \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t - \dot{\delta}_t^p \\ \dot{\delta}_n - \dot{\delta}_n^p \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Matricea elastică de comportare a materialului la nivelul interfeței,  $[k^e]$ , include rigiditatea elastică tangențială  $k_{ss}$ , respectiv rigiditatea normală  $k_{nn}$  la nivelul interfeței. Valorile  $k_{ss}$  și  $k_{nn}$  se determină pe baza proprietăților de rigiditate ale pământului respectiv a proprietăților suprafeței de contact.

Funcția de cedare, curgere, este exprimată ca o funcție simplă de forfecare de tip Mohr-Coulomb :

$$f([\sigma]) = |\tau| + \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) - c_i \quad (4.35)$$

unde :  $\varphi_i$  - unghiul de frecare la nivelul contactului,  $c_i$  - adeziunea la nivelul contactului.

Deformațiile relative incrementale plastice apar în situația în care se îndeplinesc concomitent următoarele condiții:

$$\begin{cases} 1) f([\sigma]) = 0; |\tau| + \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) - c_i = 0 \\ 2) \frac{\partial f([\sigma])}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot [\dot{\delta}] \geq 0 \end{cases} \quad (4.36)$$

Deplasarea plastică se exprimă prin funcția de potențial plastic ,  $g$  .

$$g([\sigma]) = |\tau| + \sigma_n \cdot \tan(\psi_i) - c_i \quad (4.37)$$

unde :  $\psi_i$  - unghiul de dilatanță la nivelul interfeței.

Componenta plastică a deplasărilor relative, exprimată în creșteri incrementale se va exprima în funcție de multiplicatorul plastic  $\lambda$  și funcția  $g([\sigma])$  :

$$[\dot{\delta}^p] = \lambda \cdot \frac{\partial g([\sigma])}{\partial([\sigma])} \quad (4.38)$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{\partial f([\sigma])}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot \frac{\partial g([\sigma])}{\partial([\sigma])}} \cdot \frac{\partial f([\sigma])}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot [\dot{\delta}] = \frac{1}{d} \cdot \frac{\partial f([\sigma])}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot [\dot{\delta}] \quad (4.39)$$

$$d = \frac{\partial f([\sigma])}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot \frac{\partial g([\sigma])}{\partial([\sigma])} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \tau} & \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \tau} \\ \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$d = \begin{bmatrix} \text{sign}(\tau) & \tan(\varphi_i) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{sign}(\tau) \\ \tan(\psi_i) \end{bmatrix} = \quad (4.41)$$

$$= k_{ss} \cdot [\text{sign}(\tau)]^2 + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)$$

unde:

$$\text{sign}(\tau) = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{pentru } : \tau = 0 \\ \frac{\tau}{|\tau|} \rightarrow \text{pentru } : \tau \neq 0 \end{cases} \quad (4.42)$$

$$\lambda = \frac{1}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \tau} & \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} [\dot{\delta}^p] &= \dot{\lambda} \cdot \frac{\partial g([\sigma])}{\partial([\sigma])} = \\ &= \frac{1}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \tau} & \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \tau} \\ \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$[\dot{\delta}^p] = \frac{1}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \cdot \begin{bmatrix} \text{sign}(\tau) & \tan(\varphi_i) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{sign}(\tau) \\ \tan(\psi_i) \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$[\dot{\delta}^p] = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_t^p \\ \dot{\delta}_n^p \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \cdot \begin{bmatrix} k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i) \\ -\tan(\psi_i) [k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i)] \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\begin{cases} \dot{\delta}_t^p = \frac{k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i)}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \\ \dot{\delta}_n^p = \frac{-\tan(\psi_i) [k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i)]}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} = -\tan(\psi_i) \cdot \dot{\delta}_t^p \end{cases} \quad (4.47)$$

Comentarii privind creșterile incrementale ale deplasărilor relative plastice:

a) În cazul unui material cu comportare dilatantă (asociativă) :  $\varphi_i = \psi_i$

$$\begin{cases} \dot{\delta}_t^p = \frac{k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i)}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan^2(\varphi_i)} \\ \dot{\delta}_n^p = \frac{-\tan(\varphi_i) [k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i)]}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan^2(\varphi_i)} = -\tan(\varphi_i) \cdot \dot{\delta}_t^p \end{cases} \quad (4.48)$$

b) În cazul unui material cu comportare ne-dilatantă (non-asociativă) :  $\varphi_i \neq \psi_i$ ,  $\psi_i = 0$

$$\begin{cases} \dot{\delta}_t^p = \frac{k_{ss} \cdot \dot{\delta}_t - k_{nn} \cdot \dot{\delta}_n \cdot \tan(\varphi_i)}{k_{ss}} \\ \dot{\delta}_n^p = 0 \end{cases} \quad (4.49)$$

Formularea incrementală generală elasto-plastică are următoarea formulare generală:

$$[\dot{\sigma}] = [k^{ep}] \cdot [\dot{\delta}] \quad (4.50)$$

Considerând materialul cu o comportare elastică-perfect plastică pentru domeniul plastic ( $|\tau| + \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) - c_i = 0$ );  $[\dot{\delta}^e] = [0]$ , respectiv  $[\dot{\delta}] = [\dot{\delta}^p]$ . În situația în care materialul se află în stare elastică, ( $|\tau| + \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) - c_i < 0$ );  $[\dot{\delta}^p] = [0]$ , respectiv  $[\dot{\delta}] = [\dot{\delta}^e]$ , iar  $[k^{ep}] = [k^e]$ .

Matricea de rigiditate elasto-plastică cunoaște mai multe forme de exprimare :

1) Conform H. van Langen [A.195] și C. J. Brocklehurst [A.19]:

$$[k^{ep}] = \frac{k_{ss} \cdot k_{nn}}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \begin{bmatrix} \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i) & -\text{sign}(\tau) \cdot \tan(\varphi_i) \\ -\text{sign}(\tau) \cdot \tan(\psi_i) & 1 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

2) Conform H. Henning Stutz [A.183]:

$$[k^{ep}] = [k^e] - \frac{\alpha}{d} \cdot [k^e] \cdot \frac{\partial g([\sigma])}{\partial([\sigma])} \cdot \frac{\partial f([\sigma])^T}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \quad (4.52)$$

$$[k^{ep}] = \begin{bmatrix} k_{ss} - \frac{\alpha \cdot k_{ss}^2}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} & \frac{\alpha \cdot k_{nn} \cdot k_{ss} \tan(\varphi_i)}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \\ \frac{\alpha \cdot k_{nn} \cdot k_{ss} \tan(\psi_i)}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} & k_{nn} - \frac{\alpha \cdot k_{nn}^2 \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

unde :  $\alpha$  reprezintă o variabilă de tip "semafor", definită ca funcție de penalizare sau funcție decizională, având valoarea  $\alpha = 1$  pentru o comportare plastică a materialului, respectiv valoarea  $\alpha = 0$ , pentru o comportare elastică a materialului:

$$\langle \alpha \rangle = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{pentru : } f([\sigma]) < 0 \vee \frac{\partial f([\sigma])^T}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot [\dot{\delta}] < 0 \\ 1 \rightarrow \text{pentru : } f([\sigma]) = 0 \wedge \frac{\partial f([\sigma])^T}{\partial([\sigma])} \cdot [k^e] \cdot [\dot{\delta}] \geq 0 \end{cases} \quad (4.54)$$

În cazul comportării elastice,  $\alpha = 0$ , matricea elasto-plastică  $[k^{ep}]$  capătă valoarea matricei elastice  $[k^e]$ ;  $\alpha = 0 \rightarrow [k^{ep}] = [k^e]$ .

3) Conform M. Boulon ș.a. [A.12]:

$$[k^{ep}] = \frac{1}{k_{ss} + k_{nn} \cdot \Upsilon} \begin{bmatrix} k_{ss}^2 (1 - \alpha) + k_{ss} \cdot k_{nn} \cdot \Upsilon & \alpha \cdot k_{nn} \cdot k_{ss} \tan(\varphi_i) \\ \alpha \cdot k_{nn} \cdot k_{ss} \tan(\psi_i) & k_{ss}^2 \cdot \Upsilon \cdot (1 - \alpha) + k_{ss} \cdot k_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

unde :  $\Upsilon = \tan(\varphi_i) \cdot \tan(\psi_i)$ .

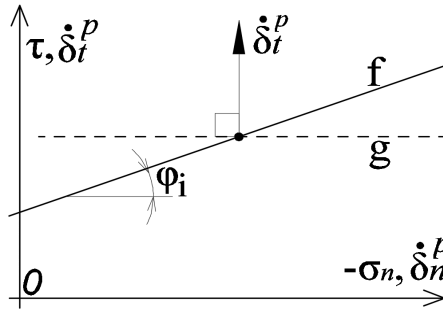
În formulare generală, calculul iterativ se realizează pe o serie de pași incrementali,  $i$ , pentru deplasări prestabilite, forțe prestabilite sau combinație de forțe și deplasări prestabilite. La finalul fiecărui pas incremental, tensiunile vor fi actualizate, prin intermediul unei proceduri de actualizare a tensiunilor. Acest lucru facilitează verificarea echilibrului general al sistemului și generează forțele nodale de dezechilibru necesare generării soluției procedurii incrementale.

$$[\sigma]_i = [\sigma_0] + \sum_{j=1}^i [\dot{\sigma}]_j \quad (4.56)$$

$$[\dot{\sigma}]_i = [k^{ep}]_{i-1} \cdot [\dot{\delta}]_i \quad (4.57)$$

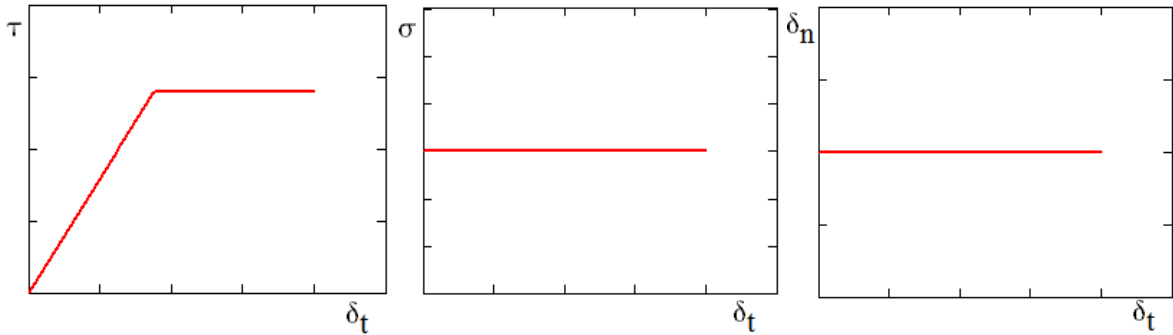
Comportarea pe direcție tangențială este direct influențată de legea de curgere  $f([\sigma])$  și de legea de potențial plastic  $g([\sigma])$ . În acest sens se poate desprinde două tipuri de comportări, conform abordării propuse de M. Boulon ș.a. [A.12]:

A) O comportare non-asociativă, ne-dilatantă :  $\varphi_i \neq 0, \psi_i = 0$ , (Fig.4.1).



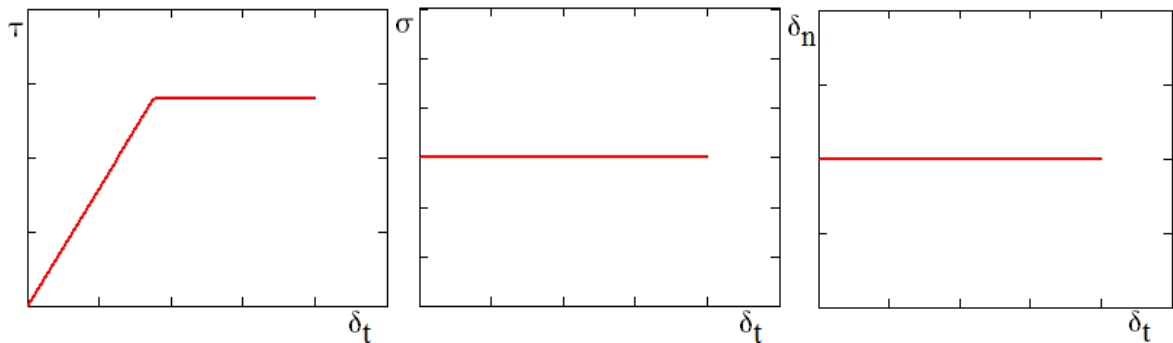
**Fig.4.10.** Comportarea elastică-perfect plastică, non-asociativă, ne-dilatantă Mohr-Coulomb .

- Simularea forfecării la nivelul interfeței ( $\dot{\delta}_t = const.$ ) sub efort normal constant ( $\sigma_n = const.$ ) și aferent cu rigiditate normală nulă ( $k_{nn} = 0$ ).



**Fig.4.11.** Comportare non-asociativă tangențială interfață  $\varphi_i = 10^\circ ; c_i = 5kPa ; \psi_i = 0^\circ ; k_{nn} = 0$  .

- Simularea forfecării la nivelul interfeței ( $\dot{\delta}_t = const.$ ) sub rigiditatea normală constantă ( $\bar{k}_n = const.$ ), și aferent cu efort normal ( $\sigma_n$ ) și deplasare relativă normală ( $\delta_n$ ) variabilă ca urmare al unui posibil efect al dilatanței.



**Fig.4.12.** Comportare non-asociativă tangențială interfață  $\varphi_i = 10^\circ ; c_i = 5kPa ; \psi_i = 0^\circ ; k_{nn} = k_{ss} / 2$  .

B) O comportare dilatantă asociativă:  $\varphi_i \neq 0, 0 < \psi_i \leq \varphi_i$  ( Fig.4.14).

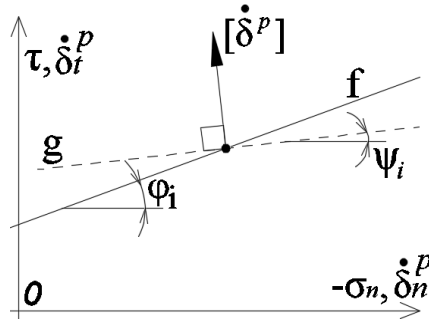


Fig.4.13. Comportarea elastică-perfect plastică, dilatantă, asociativă, Mohr-Coulomb .

- Simularea forfecării la nivelul interfeței ( $\dot{\delta}_t = const.$ ) sub efort normal constant ( $\sigma_n = const.$ ) și aferent cu rigiditate normală nulă ( $k_{nn} = 0$ ). Forfecarea se consideră realizată sub viteză constantă, cu creșteri incrementale constante ale deplasării relative tangențiale:  $\dot{\delta}_t = const.$

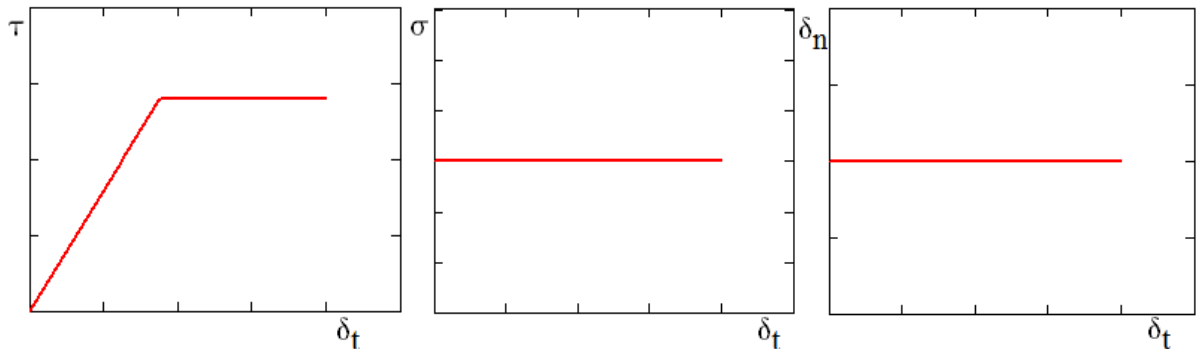


Fig.4.14. Comportare asociativă tangențială interfață:  $\varphi_i = 10^\circ; c_i = 5kPa; \psi_i = \varphi_i / 2; k_{nn} = 0$ .

- Simularea forfecării la nivelul interfeței ( $\dot{\delta}_t = const.$ ) sub rigiditatea normală constantă ( $\bar{k}_n = const.$ ), aferent cu efort normal ( $\sigma_n$ ) și deplasare relativă normală ( $\delta_n$ ) variabilă ca urmare al unui posibil efect al dilatanței.

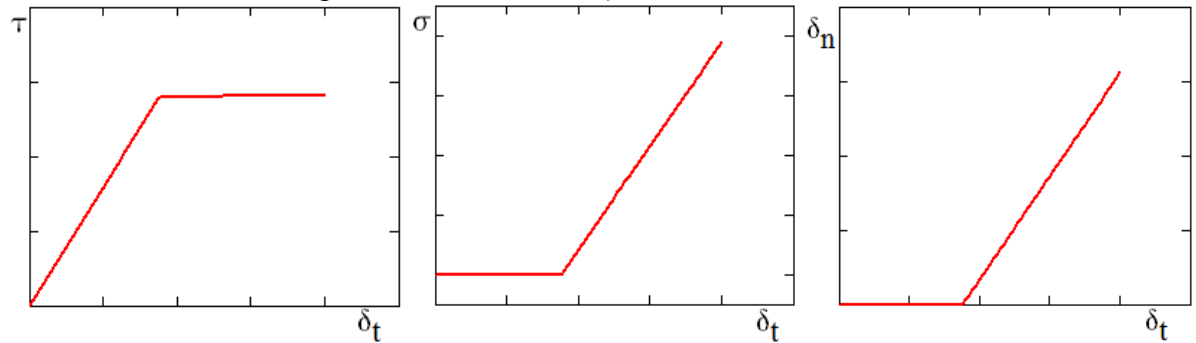


Fig.4.15. Comportarea asociativă tangențială interfață:  $\varphi_i = 10^\circ; c_i = 5kPa; \psi_i = \varphi_i / 2;$

$$k_{nn} = k_{ss} / 2.$$

### i) Dezavantaje ale modelului liniar-elastic perfect plastic Mohr-Coulomb:

- Ignorarea variației neliniare între  $\delta_t$  și  $\tau$
- Ignorarea variației neliniare între  $\sigma_n$  și  $\tau$
- În cazul unei comportări dilatante asociativă ( $k_{nn} \neq 0$ ), în domeniul post elastic, odată cu creșterea  $\delta_t$  ( $\delta_t^p$ ) valorile  $\sigma_n$  și  $\delta_n$  pot să crească fără nici o limitare.

### ii) Avantaje ale modelului liniar-elastic perfect plastic Mohr-Coulomb

- Parametrii de material reduși ca număr și simplu de determinat.
- Simplitate și ușor de calibrat.

#### 4.1.2.2 Modelul neliniar, elastic - hiperbolic

Modelul hiperbolic a fost propus de către G.W. Clough ș.a. [A.41] pe baza formulării anterioare propuse de J.M. Duncan ș.a. [A.62] și utilizat de către H. H. Stutz [A.183]. Modelul hiperbolic admite o comportare neliniară  $\tau - \delta_t$  (Fig.4.16-a) și este construit pe baza următoarei ecuații :

$$\tau = \frac{\delta_t}{a_r + b_r \cdot \delta_t} \quad (4.58)$$

unde :  $a_r$  și  $b_r$  sunt coeficienții de calibrare a ecuației hiperbolei determinate în funcție de rezultatele experimentale. Determinarea coeficienților  $a_r$  și  $b_r$  se poate realiza în mod simplificat dacă rezultatele experimentale sunt exprimate grafic (Fig.4.16-b) în următoarea formă:

$$\frac{\delta_t}{\tau} = a_r + b_r \cdot \delta_t \quad (4.59)$$

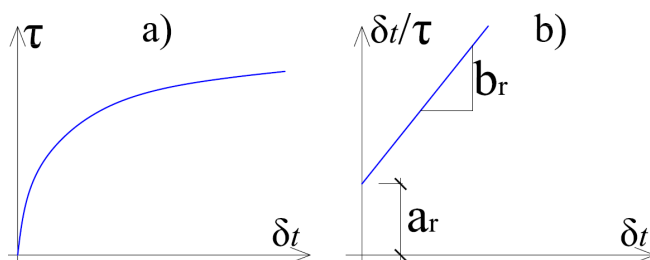


Fig.4.16. Variația hiperbolică  $\tau - \delta_t$  (a); calibrare model hiperbolic (b).

Comportarea pe direcție normală se consideră de tip contact ”tare” , iar criteriul de cedare este identic cu criteriul Mohr-Coulomb. În urma observațiilor experimentale s-a observat că valoarea maximă a tensiunii tangențiale obținută conform modelului hiperbolic ( $\tau_{ult}$ ) este mai



mare decât valoarea aferentă tensiunii maxime la forfecare  $\tau_f$ , conform criteriului de cedare Mohr-Coulomb. Astfel s-a introdus cu coeficient de reducere  $R_f$  prin care se poate exprima  $\tau_f$  în funcție de  $\tau_{ult}$ :

$$\tau_f = R_f \cdot \tau_{ult} \quad (4.60)$$

Valoarea  $R_f$  variază între 0.82 și 0.95 conf. G.W. Clough ș.a. [A.41] sau între 0.40 și 0.95 conf. J.M. Gomez ș.a. [A.79]. Rigiditatea elastică la deformații transversale  $k_{ss}$  depinde în egală măsură atât de  $\sigma_n$  cât și de  $\tau$ . Rigiditatea tangențială,  $k_{ss,i}$  inițială, utilizată în procesul iterativ va avea următoarea formă:

$$k_{ss,i} = K_I \cdot \gamma_w \cdot \left( \frac{\sigma_n}{p_a} \right)^n \quad (4.61)$$

unde  $K_I$  este factor adimensional de rigiditate,  $n$  este exponent de rigiditate,  $\gamma_w$  este greutatea volumică a apei,  $p_a$  este presiunea atmosferică. Considerând  $\tau_f = \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i)$  și aplicând substituții matematice succesive, variația  $\tau - \delta_i$  se poate exprima astfel:

$$\tau = \frac{\delta_i}{1 + \frac{R_f \cdot \delta_i}{\sigma_n \cdot \tan(\varphi_i)}} + \frac{R_f \cdot \delta_i}{\sigma_n \cdot \tan(\varphi_i)} \quad (4.62)$$

Rigiditatea tangențială  $k_{ss}$  se poate obține ca panta curbei de variație  $\tau - \delta_i$ :

$$k_{ss} = \frac{\partial \tau}{\partial \delta_i} = K_I \cdot \gamma_w \cdot \left( \frac{\sigma_n}{p_a} \right)^n \cdot \left( 1 - \frac{R_f \cdot \tau}{\sigma_n \cdot \tan(\varphi_i)} \right)^2 \quad (4.63)$$

În consecință, formularea incrementală la nivelul interfeței pentru modelul neliniar elastic hiperbolic are următoarea formă, cu mențiunea că valoarea  $k_{ss}$  se va înlocui după fiecare iterație conform stării de tensiuni aferente:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau} \\ \dot{\sigma}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ss} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_i \\ \dot{\delta}_n \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Modelul neliniar hiperbolic conform G.W. Clough ș.a. [A.41] necesită următorii parametri de calibrare:  $K_I$ ,  $n$ ,  $\gamma_w$ ,  $p_a$ ,  $R_f$ ,  $\varphi_i$ .

Avantajele modelului hiperbolic G.W. Clough ș.a. [A.41] constă în atribuirea unei comportări neliniare  $\tau - \delta_i$  mai apropiate de realitate.

Dezavantajele consta în efortul necesar determinării parametrilor de calibrare ai modelului  $K_I$ ,  $n$ ,  $R_f$ .

### 4.1.2.3. Modelul hiperbolic cu ecruisare Gens

Modelul hiperbolic cu ecruisare propus Gens ș.a. [A.74],[A.75],[A.73] admite un criteriu de cedare la forfecare neliniar, care se poate calibra pe baza parametrilor criteriului de cedare de tip Mohr Coulomb ( $\varphi_i, c_i$ ). Criteriu de cedare la lunecare se va exprima astfel:

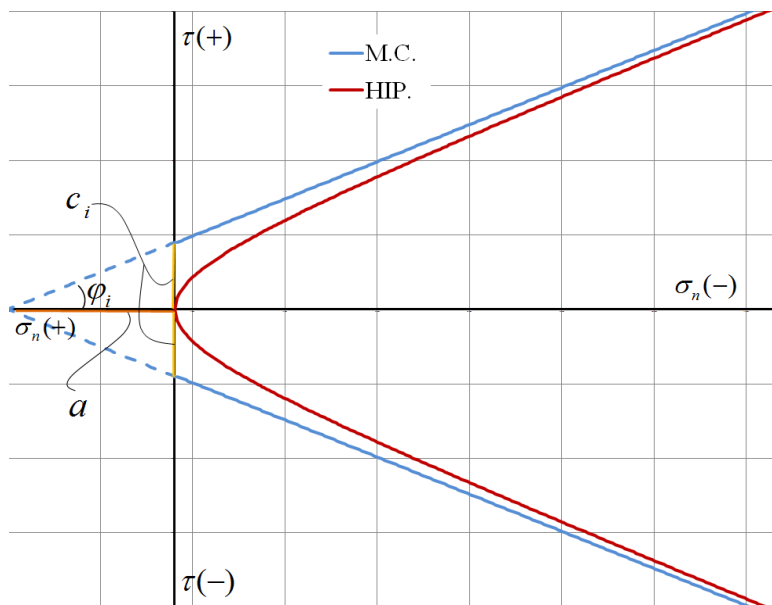
$$\tau_f = B \cdot \sqrt{(\sigma_n)^2 + 2 \cdot \sigma_n \cdot a} \quad (4.65)$$

unde parametrii  $B$  și  $a$  se pot stabili pe baza modelul Mohr Coulomb :

$$B = \tan(\varphi_i) \quad (4.66)$$

$$a = \frac{c_i}{\tan(\varphi_i)} \quad (4.67)$$

Reprezentarea grafică a criteriului de cedare hiperbolic (HIP.) comparat cu criteriului de cedare liniar Mohr Coulomb (M.C.) este prezentată în Figura 4.17. Suprapunerea celor două criterii se realizează în momentul în care tensiunea normală de compresiune  $\sigma_n(-)$  tinde spre infinit. Cu cât valoarea tensiunii normale este mai mare cu atât se vor înregistra diferențe mai mici ale  $\tau_f$  conform HIP. și M.C..



**Fig.4.17.** Criteriul de cedare la lunecare hiperbolic (HIP.) și liniar (M.C.).

Modelul este definit în termeni de suprafețe de cedare, legi de ecruisare pozitivă de tip ”hardening” , caracterizat printr-o comportare în care majorarea parametrilor de rezistență se face odată cu creșterea deformațiilor relative plastice și legi de ecruisare negativă de tip ”softening”, în care diminuarea parametrilor de rezistență se face odată cu creșterea deformațiilor relative plastice. În vederea asigurării unei consecvențe a modelului, suprafețele de cedare se for formula asemeni cu criteriul de cedare la lunecare:

$$F = \tau^2 - [\tan(\varphi_i)]^2 \cdot [(\sigma_n)^2 + 2 \cdot a \cdot \sigma_n] \quad (4.68)$$

unde  $\tan(\varphi_i)$  și  $a$  sunt parametrii de ecruisare. Variația acestor parametri va produce familia de suprafețe de cedare aferentă stării de plasticizare. Controlul ecruisării se realizează prin intermediul deformațiilor relative tangențiale plastice  $\xi = \delta_i^p$ . În vederea determinării componentelor plastice ale deplasărilor relative exprimate în creșteri incrementale s-au adoptat următoarele:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \tau} \\ \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ -\sqrt{\tau^2} \cdot \tan(\psi_i) \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

unde  $\psi_i$ : reprezintă unghiul de dilatanță la nivelul interfeței. Comportarea pe direcție normală s-a implementat ca și contact de tip ”moale”. Comportarea generală a elementelor de interfață se poate formula în creșteri incrementale:

$$[\dot{\sigma}] = [k^{ep}] \cdot [\dot{\delta}] \quad (4.70)$$

Avantajele acestui model sunt date de fidelitatea cu care se poate prevedea comportarea la lunecare, incluzând efectele de ne-liniaritate (ecruisare pozitivă/negativă), precum și considerarea neliniarității rezistenței la lunecare în raport cu tensiunea normală.

Dezavantajele acestui model constă în modalitatea de calibrare a parametrilor funcțiilor de ecruisare. Astfel, variația unui parametru de ecruisare se definește prin 5 parametrii de calibrare a funcției de ecruisare aferentă, ( Fig.4.18). Astfel, în cazul extrem în care considerăm 3 parametri de ecruisare independenți  $\tan(\varphi_i)$ ,  $a$  și  $\psi_i$  sunt necesari 15 parametri de calibrare a funcțiilor de ecruisare. În cazul opus, pentru o comportare ne-dilatantă ( $\psi_i = 0$ ) și  $\tan(\varphi_i) = c_i / a$ , ecruisarea se poate asigura prin intermediul a 5 parametri.

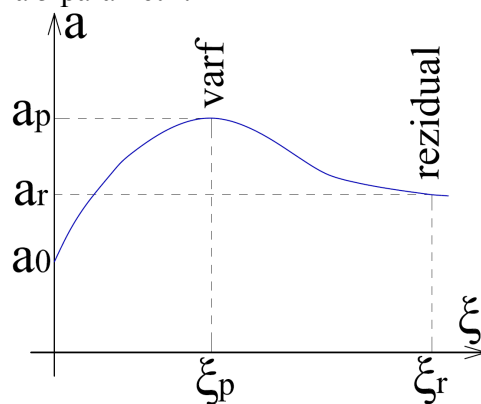


Fig.4.18. Legea de ecruisare în funcție de parametru  $a$ .

#### 4.1.2.4. Modelul elasto-plastic Mortara

V.N. Ghionna și G. Mortara [A.78], propun un model constitutiv elasto-plastic adecvat comportării dintre nisip și structurile geotehnice. Modelul poate descrie o comportare neliniară cu ecrusare pozitivă, cât și cu ecrusare negativă. În model se utilizează următoarea funcție de curgere (cedare):

$$f([\sigma]) = \sqrt{\tau^2} - \alpha \cdot (\sigma_n)^\beta \quad (4.71)$$

unde :  $\alpha$  și  $\beta$  reprezintă parametri de ecrusare și descriu curbura locală a suprafeței de curgere fiind exprimați în funcție de  $\delta_n$ .

$$\alpha(\delta_n) = \alpha_c \cdot [(\omega \cdot \delta_n + 1)^\psi - 2] \cdot \exp(-L \cdot \delta_n^M) + \alpha_c \quad (4.72)$$

$$L = \ln \left\{ \frac{\alpha_c}{\alpha_p - \alpha_c} \cdot [(\omega + 1)^\psi - 2] \right\} \quad (4.73)$$

$$M = \frac{\alpha_c}{\alpha_p - \alpha_c} \cdot \frac{\omega \cdot \psi}{L \cdot e^L} \cdot (\omega + 1)^{\psi-1} \quad (4.74)$$

unde :  $\alpha_c$ ,  $\alpha_p$ ,  $\psi$ ,  $\omega$  sunt parametrii de calibrare ai modelului. Funcția de potențial plastic se exprimă astfel:

$$g([\sigma]) = \sqrt{\tau^2} - \frac{b}{1+a} \cdot \sigma_n \cdot \left[ 1 + a \cdot \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_{nC}} \right)^{-(1-a)/a} \right] \quad (4.75)$$

unde :  $a$  și  $b$  sunt parametrii ce descriu tipul de ecrusare iar  $\sigma_{nC}$  reprezintă valoarea critică a tensiunii normale. Exprimat în formulare incrementală modelul se poate exprima astfel:

$$[\dot{\sigma}] = [k^{ep}] \cdot [\dot{\delta}] \quad (4.76)$$

unde :

$$[k^{ep}] = [k^e] - \frac{[k^e] \cdot [m] \cdot [n]^T \cdot [k^e]}{H + [n]^T \cdot [k^e] \cdot [m]} \quad (4.77)$$

$$[m] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \tau} \\ \frac{\partial g([\sigma])}{\partial \sigma_N} \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

$$[n] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \tau} \\ \frac{\partial f([\sigma])}{\partial \sigma_N} \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

$$H = -\frac{\partial f([\sigma])}{\partial \delta_t^p} \quad (4.80)$$

$$[k^e] = \begin{bmatrix} k_{ss}^e & 0 \\ 0 & k_{mn}^e \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

$$k_{ss}^e = k_{mn}^e \cdot C_k \quad (4.82)$$

unde  $C_k$  este o constantă de proporționalitate. Acest model a fost modificat ulterior în vederea simulării acțiunilor ciclice de către M. Boulon ș.a. [A.13] și G. Mortara ș.a [A.135].

Avantajele acestui model sunt date de fidelitatea cu care se poate descrie comportarea cuplată la solicitări normale și tangențiale incluzând efectele de ne-liniaritate (ecruisare pozitivă/negativă), precum și considerarea neliniarității rezistenței la lunecare în raport cu tensiunea normală.

Dezavantajele acestui model constă în numărul mare de parametri necesari calibrării modelului. Astfel modelul elasto-plastic Mortara, necesită un număr de 12 parametri de calibrare. Un alt dezavantaj în reprezintă aplicabilitatea limitată a acestui model, doar pentru interacțiunea nisip – structură geotehnică.

#### 4.1.2.5. Modelul elasto-plastic Lashkari

A. Lashkari, [A.118], propune un model constitutiv utilizat pentru a simula interacțiunea dintre piloți și nisipuri la nivelul suprafeței de contact. Modelul poate simula neliniaritatea în comportare mecanică prin intermediul simulării fenomenului de ecruisare. Comportarea incrementală elastică se formulează astfel :

$$[\dot{\sigma}] = [k^e] \cdot [\dot{\delta}^e] \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{mn}^e & 0 \\ 0 & k_{ss}^e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\delta}_n^e \\ \dot{\delta}_t^e \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

$$[k^e] = \begin{bmatrix} k_{mn}^e & 0 \\ 0 & k_{ss}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{mn0}^e \sqrt{\sigma_n / p_{ref}} & 0 \\ 0 & k_{ss0}^e \sqrt{\sigma_n / p_{ref}} \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

În model se utilizează următoarea funcție de curgere:

$$f([\sigma]) = \sqrt{\tau^2} - \eta \sigma_n \quad (4.85)$$

unde:  $\eta$  reprezintă un coeficient de încărcare ( $-\partial f([\sigma]) / \partial \sigma_n$ ) și joacă un rol în cuantificarea ecruisării. Vectorul direcțiilor de curgere ce acționează normal la suprafața de cedare se poate formula astfel:

$$[n] = \begin{bmatrix} \partial f([\sigma]) / \partial \sigma_n \\ -\partial f([\sigma]) / \partial \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Vectorul direcțiilor deplasărilor incrementale plastice este definit astfel:

$$[R] = \begin{bmatrix} d \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

Considerând o comportare non-asociativă,  $[n] \neq [R]$ , funcția de dilatație,  $d$ , de va defini astfel:

$$d = A \cdot (M \cdot \exp(n^d \psi) - \eta) \quad (4.88)$$

$$\psi = e - (e_0 - \lambda \cdot \ln(\sigma_n / p_{ref})) \quad (4.89)$$

unde :  $e$  reprezintă indicele porilor,  $n^d$ ,  $e_0$ ,  $\lambda$  sunt parametri de calibrare,  $M = \tan(\varphi_i)$ ,  $A$  reprezintă o funcție de calibrare.

Comportarea incrementală elasto-plastică se formulează astfel :

$$[\dot{\sigma}] = [k^{ep}] \cdot [\dot{\delta}] \quad (4.90)$$

$$[k^{ep}] = [k^e] - \frac{[k^e] \cdot [R] \cdot [n]^T \cdot [k^e]}{K_p + [n]^T \cdot [k^e] \cdot [R]} \quad (4.91)$$

unde :  $K_p$  este modul de ecruisare plastică:

$$K_p = h_0 \cdot K_t^e \cdot \left( \frac{M \cdot \exp(-n^b \psi)}{\eta} - 1 \right) \quad (4.92)$$

unde :  $n^b$  parametru de calibrare.

Modelul în cauză s-a utilizat cu succes în modelarea interacțiunii dintre piloți și terenul înconjurător. Ulterior acest model a fost îmbunătățit în vederea simulării comportării la nivelul interfeței în condiții nesaturate, A. Lashkari ș.a. [A.117].

Avantajele acestui model sunt date de fidelitatea cu care se poate descrie comportarea cuplată la solicitări normale și tangențiale incluzând efectele de ne-liniaritate (ecruisare).

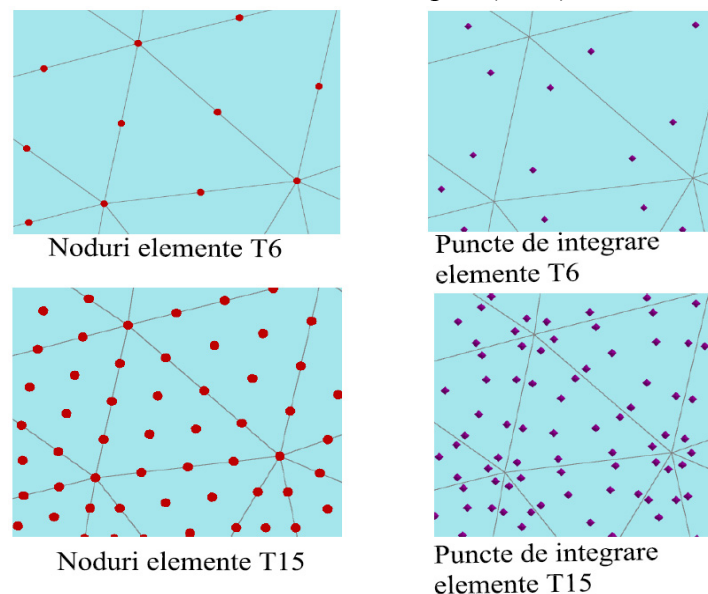
Dezavantajele acestui model constă în numărul mare de parametri necesari calibrării modelului. Astfel modelul elasto-plastic Lashkari necesită un număr de 10 parametri de calibrare. Un alt dezavantaj constă în considerarea rezistenței la lunecare, care variază liniar în raport cu tensiunea normală prin parametrul,  $M = \tan(\varphi_i)$ .

Pe lângă modelele mai sus menționate, comportarea mecanică la nivelul suprafeței de contact pământ – structura geotehnică este investigată prin simulări ce implică modele constitutive din ce în ce mai complexe. Dintre multitudinea de variante propuse se pot aminti modelele de tip ”hypoplastic” conform H. H. Stutz ș.a. [A.181], [A.179], [A.180], [A.182], [A.183] bazate pe studiile anterioare realizate de P.A. von Wolffersdorff, [A.148]. O altă familie de modele constitutive ale elementelor de interfață folosesc ”conceptul materialului alterat”, (”disturbed state concept”: DSC), conform studiilor efectuate de C.S. Desai ș.a. [A.55], [A.54], H. Liming ș.a. [A.126], [A.125], etc.

## 4.2. Modelarea la nivel de interfață conform Plaxis 2D

### 4.2.1 Generalități

Programul Plaxis 2D este un program de analiză în element finit, în starea plană de deformății, specializat pe problemele de inginerie geotehnică. Întregul concept de analiză este centrat pe elementul finit plan utilizat pentru modelarea masei de pământ. În cadrul programului Plaxis 2D sunt disponibile două elemente finite plane în vederea modelării masei de pământ: elementul triunghiular cu 6 noduri (T6) cu 3 puncte de integrare Gauss incorporate și elementul triunghiular cu 15 noduri (T15) cu 12 puncte de integrare Gauss incorporate, (Fig.4.19), [A.16],[A.17],[A.18]. Fiecărui nod îi sunt atribuite două grade de libertate, respectiv două translații aferente axelor sistemului de coordonate adoptat (X0Y).



**Fig.4.19.** Distribuție noduri și puncte de integrare elemente plane T6 și T15.

Elementele finite prin intermediul cărora se modelează elementele structurale din cadrul lucrărilor geotehnice (pereți mulați, piloți, fundații de suprafață, geo-sintetice, etc. ) se vor adapta în funcție de elementele plane utilizate în vederea asigurării compatibilității între acestea. În vederea modelării elementelor structurale sunt disponibile următoarele tipuri de elemente:

- **Elementele de tip "geogrile"** – sunt elemente liniare cu 3 noduri și 3 puncte de integrare Newton-Cotes compatibile cu elementele T6, respectiv elemente liniare cu 5 noduri și 5 puncte de integrare Newton-Cotes compatibile cu elementele T15. Fiecare nod are atribuite ca GDL translațiile aferente axelor sistemului de coordonate. Elementele mai sus menționate au ca proprietăți de deformabilitate rigiditatea axială (EA) și pot prelua doar forță axială ( $N$ ) aferentă fenomenului de întindere. Formularea principală la nivelul elementului presupune următoarea relație:

$$N = EA \cdot \varepsilon \rightarrow N = EA \cdot (\Delta l / l) \quad (4.93)$$

unde:  $\varepsilon$  reprezintă alungirea specifică. Rigiditatea axială atribuită elementului ( $EA$ ) se poate obține în cazul unui șir de elemente plane dispuse la distanță inter-ax ( $L_{ax}$ ) astfel:

$$EA = (EA)_{element} / L_{ax} \quad (4.94)$$

În cazul unei comportări neliniare  $N \leftrightarrow \varepsilon$ , se poate implementa o astfel de comportare prin introducerea diagramei de variație  $N \leftrightarrow \varepsilon$  ca o succesiune de segmente între puncte  $N_i \leftrightarrow \varepsilon_i$ , apriori cunoscute. Modelarea elasto-plastică este implementată prin definirea unei valori maxime a forței axiale capabile a elementului,  $N_p$ .

- **Elementele de tip resort**, denumite și elemente de tip ”ancoră”, sunt elemente compuse din două puncte legate printr-un resort. Se pot utiliza în două variante:
  - Elemente de tip ancoră, resort definit între două noduri ale domeniului.
  - Elemente de tip șpraiț, resort definit între un nod al domeniului și un punct fix imaginar ce nu aparține domeniului de analiză.

Rigiditatea resortului se va defini ca fiind rigiditatea axială ( $EA$ ) a elementului echivalent (șir de elemente structurale :ancore/șpraițuri). Rigiditatea axială atribuită elementului ( $EA$ ) se poate obține în cazul unui șir de elemente plane dispuse la distanță inter-ax ( $L_{ax}$ ) în mod similar elementelor de tip geogriile. Formularea principială la nivelul elementului presupune următoarea relație:

$$N = \frac{EA}{L_e} \cdot \Delta l \quad (4.95)$$

unde :  $L_e$  reprezintă lungimea elementului de tip resort fiind egală cu distanța dintre punctele din domeniu pe care le leagă în cazul elementelor de tip ancoră, sau va fi definită apriori în cazul elementelor de tip șpraiț. Parametrul  $\Delta l$  reprezintă modificarea distanței între punctele legate de elementul de tip resort. În cazul elementelor de tip șpraiț,  $\Delta l$  reprezintă deplasarea punctului din domeniu pe direcția predefinită a resortului. Comportarea elasto-plastică implică definirea unor valori maxime aferente forței axiale maxime de întindere ( $N_{max,t}$ ) respectiv pentru compresiune ( $N_{max,c}$ ) și opțional prin introducerea unor valori reziduale aferente:  $N_{t.rez}$ ,  $N_{c.rez}$ .

- **Elementele de tip placă** – sunt elemente liniare de tip grindă, ale căror noduri au atribuite 3 GDL, 2 translații conform axelor sistemului de coordonate XOY și o rotire în raport cu axa OZ perpendiculară pe planul XOY. În cazul în care se folosesc elemente plane triunghiulare T6, elementele de tip placă vor avea 3 noduri, respectiv în cazul folosirii elementelor plane T15, elementele de tip placă vor avea 5 noduri. Formularea acestor elemente se bazează pe teoria Mindlin, prin care se poate surprinde deformația elementului datorat solicitărilor de încovoiere, și de forță tăietoare. Ca și parametrii ai rigidității unui element de tip placă se regăsesc: rigiditatea la încovoiere  $EI$ , rigiditatea la solicitări axiale  $EA$  și coeficientul de deformații transversale,  $\nu$ . În cazul unui șir de



elemente plane dispune la distanță inter-ax ( $L_{ax}$ ) modelate prin intermediul elementelor de tip placă, parametri de rigiditate a elementului finit liniar se pot obține astfel:

$$EA = (EA)_{element} / L_{ax} \quad (4.96)$$

$$EI = (EI)_{element} / L_{ax} \quad (4.97)$$

În funcție de parametri de rigiditate ai elementului, se va considera că elementul are o secțiune dreptunghiulară echivalentă cu lungimea de 1m și grosimea echivalentă  $d_{eq}$

$$d_{eq} = \sqrt{12 \frac{EI}{EA}} \quad (4.98)$$

Comportarea izotropă a materialului în cadrul elementelor liniare de tip ”placă” (analize în starea plană de deformații) este definită de următoarea relație dintre tensiuni și deformații specifice:

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2G}{1-\nu} & 0 \\ 0 & kG \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & kG \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

unde :  $\sigma_n$  reprezintă tensiunea normală,  $\tau$  :tensiunea tangențială,  $\varepsilon_n$  : deformația specifică normală,  $\gamma$  : deformația specifică tangențială (din forfecare),  $G$  : modulul de rigiditate la forfecare a materialului,  $k$  - factorul de corecție la forfecare având valoarea de  $5/6$ , determinat ca urmare a asumției că rigiditatea la forfecare este determinată pe o secțiune rectangulară echivalentă. În cazul materialului izotrop (analize în starea plană de deformații), modulul de rigiditate la forfecare este :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.100)$$

Considerând secțiunea echivalentă dreptunghiulară a elementului, în conformitate cu teoria Mindlin se poate determina rigiditatea elementului la forță tăietoare:

$$GA = k \cdot \frac{E \cdot A}{2(1+\nu)} = \frac{5EA}{12(1+\nu)} = \frac{5E(d_{eq} \cdot 1m)}{12(1+\nu)} \quad (4.101)$$

unde :  $\nu$  reprezintă coeficientul de deformație transversală a materialului.

Solicitările secționale pe metrul liniar, ( $N$ ,  $H$ ,  $M$ ) se vor determina în punctele de integrare din cadrul elementului, fiind apoi interpolate în nodurile acestuia.

$$N = EA \cdot \varepsilon \quad (4.102)$$

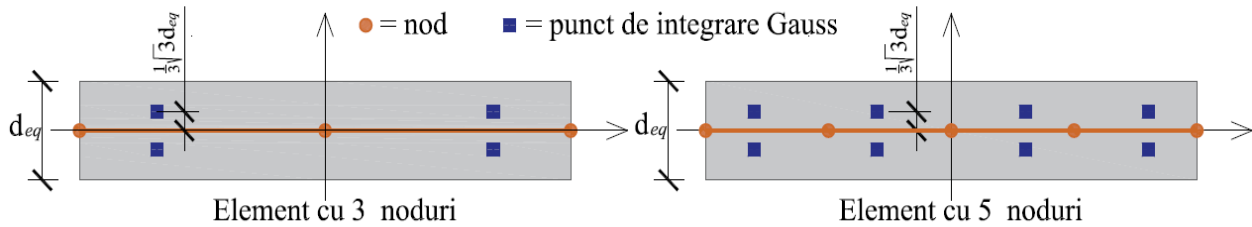
$$H = \frac{k \cdot EA}{2(1+\nu)} \cdot \gamma^* \quad (4.103)$$

$$M = EI \cdot \kappa \quad (4.104)$$

unde :  $N$ ,  $H$ ,  $M$  reprezintă forța axială, forța tăietoare și momentul încovoietor;  $\varepsilon$  - deformația specifică longitudinală,  $\gamma^*$  - deformația specifică transversală modificată, prin care se ia în considerare deformația specifică de forfecare ,  $\gamma$  și termeni adiționali în vederea unei

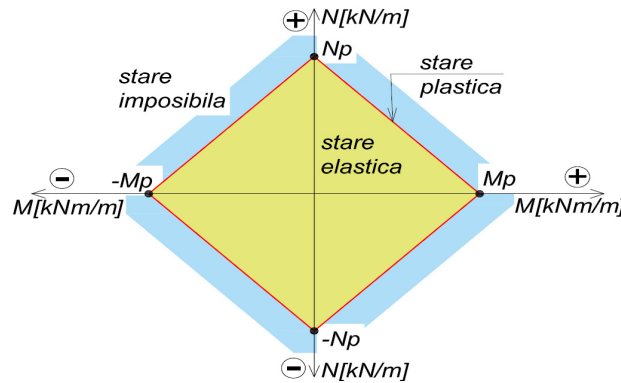
aproximări mai exacte a problemei),  $k$  - factorul de corecție la forfecare având valoarea de  $5/6$ , determinat ca urmare a asumției că rigiditatea la forfecare este determinată pe o secțiune rectangulară echivalentă;  $\kappa$  - curbura elementului,  $[1/m]$ .

Punctele de integrare adoptate în cadrul elementelor de tip placă diferă în funcție de numărul de noduri ale elementului. În cazul elementelor cu 3 noduri sunt dispuse în cadrul elementului 2 perechi de puncte de integrare Gauss în cadrul grosimii echivalente a elementului ( $d_{eq}$ ). În cazul elementelor cu 5 noduri sunt dispuse în cadrul elementului 4 perechi de puncte de integrare Gauss în cadrul grosimii echivalente a elementului ( $d_{eq}$ ). Punctele de integrare sunt dispuse la o distanță de  $(1/3) \cdot \sqrt{3} \cdot d_{eq}$  față de axa elementului (Fig.4.20), [A.16],[A.17],[A.18]. În versiunile anterioare ale programului (versiunea 8), punctele de integrare Gauss erau dispuse la distanța de  $(1/2) \cdot \sqrt{3} \cdot d_{eq}$  față de axa elementului.



**Fig.4.20.** Distribuție noduri și puncte de integrare elemente liniare de tip "placă".

Comportarea elasto-plastică la nivelul elementelor de tip placă este implementată simplificat prin atribuirea unor valori maxime ale momentului încovoietor ( $M_p$ ) și a forței axiale ( $N_p$ ), fără a se ține cont de tipul de solicitare axială (compresiune/întindere) sau semnul momentului încovoietor (curbe de interacțiune plastica). Expriamarea grafică a comportării elasto-plastice (M-N) este prezentată în Figura 4.21.



**Fig.4.21.** Combinarea momentului încovoietor maxim ( $M_p$ ) și a solicitării axiale maxime ( $N_p$ ) în formularea elasto-plastică simplificată.

Relația care denotă menținerea elementului în domeniu elastic (stare elastică) este:

$$\left| \frac{N}{N_p} \right| + \left| \frac{M}{M_p} \right| < 1 \quad (4.105)$$

Plasticizarea se realizează după următoarea lege de plasticizare:

$$\left| \frac{N}{N_p} \right| + \left| \frac{M}{M_p} \right| = 1 \quad (4.106)$$

Comportarea neliniară elasto-plastică la nivelul elementelor de tip ”placă” se poate evidenția prin intermediul diagramei calculate sau predefinite  $M-\kappa$  (moment încovoietor – curbura secțiune).

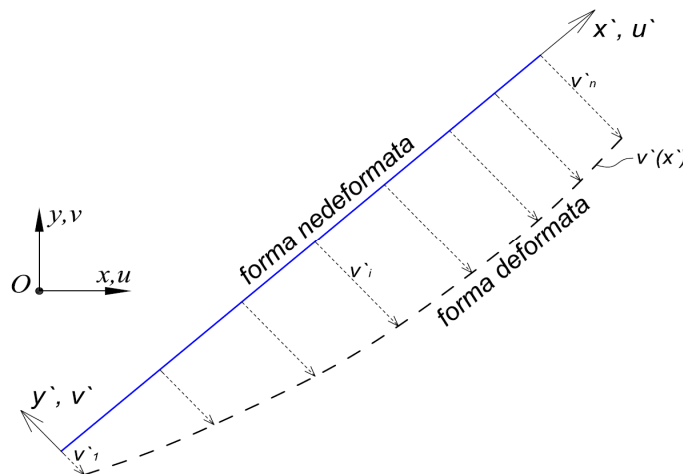
Considerând un element liniar cu sistemul local de coordonate  $x'o'y'$  reprezentat într-un spațiu 2D caracterizat prin sistemul global de coordonate  $xoy$  (Fig.4.22). Fiecare nod al elementului liniar poate înregistra o deplasare normală  $u'$  și o deplasare tangențială  $v'$ , în raport cu sistemul local de coordonate. Considerând forma deformată tangențială a elementului ca o funcție continuă, notată cu  $v'(x')$  în raport cu axa  $ox'$ , (Fig.4.22), curbura elementului se poate defini astfel:

$$\kappa = \frac{\frac{d^2v'(x')}{dx'^2}}{\left[ 1 + \left( \frac{dv'(x')}{dx'} \right)^2 \right]^{3/2}} \quad (4.107)$$

Considerând că valoarea  $(dv'(x')/dx')^2$  tinde spre 0, (C. Bia ș.a. [A.9], L. S. Bryson ș.a. [A.20]), curbura se poate formula:

$$\kappa = \frac{d^2v'(x')}{dx'^2} = \frac{1}{\rho} \quad (4.108)$$

unde  $\rho$  reprezintă raza de curbură.



**Fig.4.22.** Reprezentarea schematică element liniar deformat.

Programul PLAXIS ([A.16],[A.17],[A.18]) admite definirea diagramei  $M-\kappa$  prin intermediul unei succesiuni de segmente de tip poli-linie. Segmentele se vor defini prin intermediul a  $n$  puncte (Fig.4.23). Fiecare punct reprezintă o pereche  $M-\kappa$ . Comportarea la

încovoiere al elementului va fi definită de diagrama  $M-\kappa$  definită anterior analizei. Conform formulării adoptate conform PLAXIS, diagrama  $M-\kappa$  (Fig.4.23) va defini comportarea elementului la încovoiere atât pe direcție pozitivă (semn +) cât și pe direcție negativă (semn -). Primul punct al diagramei  $M-\kappa$ , notat cu "1" reprezintă limitarea comportării elastice la încovoiere a elementului linear. Primul segment al diagramei,  $|01|$ , definește rigiditatea elastică la încovoiere a elementului:

$$(EI)_{el} = \frac{M_1}{\kappa_1} \quad (4.109)$$

Segmentele ulterioare definesc comportarea la încovoiere neliniară plastic al elementului de tip "placă". Ultimul punct prin care se definește diagrama  $M-\kappa$  corespunde momentului încovoiător maxim aferent cedării elementului, ( $M_n = M_p$ ).

Conform formulării aferente programului PLAXIS, în cazul atribuirii unui comportări la încovoiere neliniară elasto-plastică ( $M-\kappa$ ), efectul solicitării axiale ( $N$ ) nu va avea influență asupra comportării la încovoiere a elementului (încovoiere simplă în domeniul elasto-plastic). Astfel solicitarea axială,  $N$ , va genera o comportare elastică și independentă de momentul încovoiător,  $M$ . Efectul solicitării axiale va influența tensiunile și deplasările elementului fără influență asupra comportării la încovoiere.

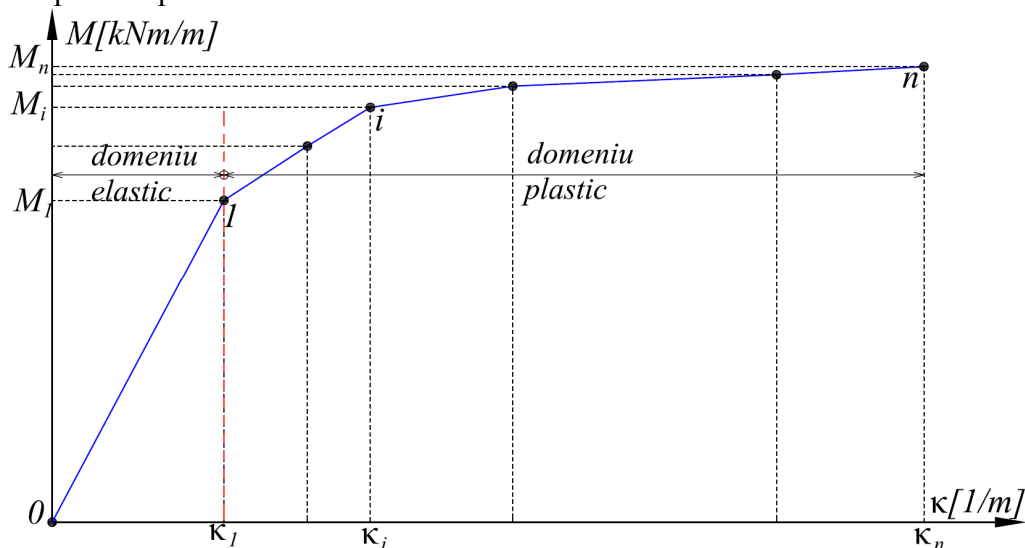


Fig.4.23. Definierea diagramei  $M-\kappa$ , conform PLAXIS 2D.

În ceea ce privește modelarea elementelor liniare cu comportare elasto-plastică neliniară, provocarea constă în determinarea diagramei  $M-\kappa$ . Este necesară astfel o analiză la nivel de secțiune a elementului structural modelat prin intermediul elementelor liniare de tip "placă" (pereți mulați, șir de piloți, diafragme etc.) Analiza la nivelul secțiunii încorporează efectul alcătuirii geometrice a secțiunii (formă și armare), cât și comportarea materialelor (modele constitutive) din care este alcătuită secțiunea (uzual beton armat).

O abordare simplificată implică construirea diagramei  $M-\kappa$  pe baza unor puncte (perechi  $M-\kappa$ ) ce caracterizează modificarea comportării secțiunii, bazate pe stagiile de lucru ale unei secțiuni de beton armat supusă la încovoiere pură. O astfel de abordare este adoptată de către T.W.P. Maatkamp, [A.130], care adoptă construirea diagramei  $M-\kappa$  din 4 puncte (Fig.4.24).

Aceste puncte reprezintă etapele aferente stagiilor de lucru ale unei secțiuni de beton armat supusă la încovoiere pură.

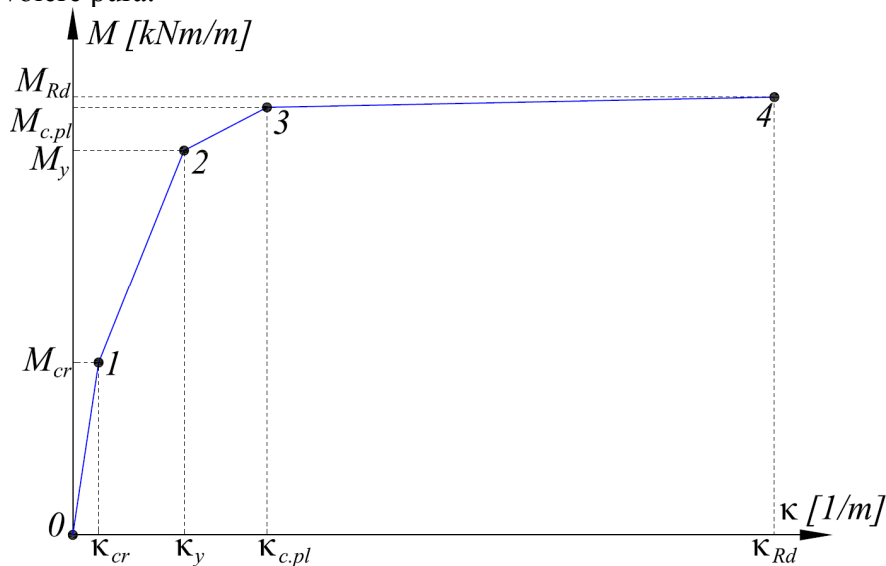


Fig.4.24. Diagrama  $M-\kappa$ , [A.130].

**Punctul 1** : caracterizat prin perechea  $M_{cr} - \kappa_{cr}$ , reprezintă stagiul aferent fisurării betonului.  $M_{cr}$  reprezintă momentul încovoielor de fisurare iar  $\kappa_{cr}$  este curbura aferentă a secțiunii. Trebuie menționat că întreaga secțiune se consideră în lucru, inclusiv betonul din zona întinsă. În acest stadiu secțiunea este caracterizată prin următoarele aspecte:

- În zona întinsă deformația specifică maximă a betonului ( $\varepsilon_{ct}$ ) a atins valoarea  $f_{ctm} / E_c$ , unde  $f_{ctm}$  reprezintă rezistența medie a întindere axială a betonului iar  $E_c$  reprezintă modulul lui Young al betonului. Deformația specifică a armăturii întinse ( $\varepsilon_s$ ), este mai mică decât valoarea  $f_{yd} / E_s$ , unde  $f_{yd}$  reprezintă rezistența de calcul la întindere a armăturii (oțelului), iar  $E_s$  reprezintă modulul lui Young a oțelului. Tensiunea normală maximă a betonului are valoarea egală cu  $f_{ctm}$ , iar tensiunea armăturii este mai mică decât valoarea  $f_{yd}$ .
- În zona comprimată deformația specifică maximă a betonului este mult mai mică decât valoarea 1.75‰, iar tensiunea normală maximă a betonului este mult mai mică decât valoarea  $f_{cd}$  (rezistența de calcul la compresiune a betonului).

**Punctul 2** : caracterizat prin perechea  $M_y - \kappa_y$ , reprezintă stagiul aferent intrării în curgere a armăturii întinse (post fisurare beton).  $M_y$  reprezintă momentul încovoielor aferent intrării în curgere a armăturii întinse, iar  $\kappa_y$  este curbura aferentă a secțiunii. Trebuie menționat că tensiunile normale de întindere sunt preluate în totalitate de armătură. În acest stadiu secțiunea este caracterizată prin următoarele aspecte:

- În zona întinsă deformația specifică maximă a betonului ( $\varepsilon_{ct}$ ) este mai mare decât valoarea  $f_{ctm} / E_c$ . Deformația specifică a armăturii întinse ( $\varepsilon_s$ ) este egală cu valoarea  $f_{yd} / E_s$ . Tensiunea normală a armăturii este egală cu valoarea  $f_{yd}$ .

- În zona comprimată deformația specifică maximă a betonului este mult mai mică decât valoarea 1.75‰, iar tensiunea normală maximă a betonului este mult mai mică decât valoarea  $f_{cd}$  (rezistența de calcul la compresiune a betonului).

**Punctul 3** : caracterizat prin perechea  $M_{c,pl} - \kappa_{c,pl}$ , reprezintă stagiul aferent intrării în curgere a betonului din zona comprimată.  $M_{c,pl}$  reprezintă momentul încovoietor aferent intrării în curgere betonului comprimat, iar  $\kappa_{c,pl}$  este curbura aferentă a secțiunii. În acest stagiul secțiunea este caracterizată prin următoarele aspecte:

- Deformația specifică a armăturii întinse ( $\varepsilon_s$ ) este mai mare decât valoarea  $f_{yd} / E_s$ . Tensiunea normală a armăturii este egală cu valoarea  $f_{yd}$ .
- În zona comprimată, deformația specifică maximă a betonului este egală cu valoarea 1.75‰, iar tensiunea normală maximă a betonului este egală cu valoarea  $f_{cd}$ . Variația tensiunii normale pe zona comprimată se consideră triunghiulară.

**Punctul 4** : caracterizat prin perechea  $M_{Rd} - \kappa_{Rd}$ , reprezintă stagiul aferent cedării secțiunii la încovoiere pură.  $M_{Rd}$  reprezintă momentul maxim încovoietor capabil, iar  $\kappa_{Rd}$  este curbura aferentă a secțiunii. În acest stagiul secțiunea este caracterizată prin următoarele aspecte:

- Deformația specifică a armăturii întinse ( $\varepsilon_s$ ) este mai mare decât valoarea  $f_{yd} / E_s$ . Tensiunea normală a armăturii este egală cu valoarea  $f_{yd}$ .
- În zona comprimată deformația specifică maximă a betonului este egală cu valoarea 3.5‰, iar tensiunea normală maximă a betonului este egală cu valoarea  $f_{cd}$ . Variația tensiunii normale pe zona comprimată se consideră trapezoidală.

Abordări similare sunt utilizate de către J.-S. Chiou ș.a. [A.40] și R. Gentile ș.a. [A.76]. Abordarea bazată pe analiza stagiilor de lucru ale secțiunii solicitate la încovoiere pură are însă limitări majore. Aceste limitări se referă la posibilitatea utilizării acestei abordări doar pentru secțiuni simple, de formă dreptunghiulară. În cazul utilizării sistemelor de sprijin din piloți, sau în cazul utilizării unor secțiuni cu geometrie neregulată, de natură mixtă (beton – metal) este necesară o analiză complexă la nivelul secțiunii.

În cazurile în care avem de a face cu secțiuni complexe de formă neregulată (arbitrară) cu comportare mixtă generat de efectul interacțiunii mai multor tipuri de materiale (beton – oțel – aluminiu) determinarea exactă a diagramei  $M - \kappa$  se poate obține în urma unei analize la nivel de fibră. În acest sens, Cosmin G. Chiorean a dezvoltat programul ASEP, cu capabilități ridicare în ceea ce privește calculul la nivelul secțiunii de formă arbitrată [A.27], [A.36], [A.28], [A.29], [A.32], [A.21], [A.31], [A.34], [A.30].

Metoda de calcul propusă de C.G. Chiorean, [A.27], are un grad ridicat de exactitate și prezintă versatilitate în ceea ce privește comportarea de material și configurația geometrică a secțiunii analizate. Astfel, se propune abordarea unei secțiuni arbitrare solicitate la efort axial  $N_0$  și momente încovoietoare  $M_{y0}$  și  $M_{z0}$  conform unui sistem global de coordonate  $yOz$  atribuit secțiunii. Analiza admite ipoteza secțiunilor plane, respectiv interacțiunea totală la nivelul contactului dintre două materiale diferite (beton-metal). De asemenea se ignoră efectul datorat eforturilor de forfecare sau de torsiune. Comportare mecanică a materialelor ce intră în componența secțiunii analizate se realizează prin definirea unor relații de interdependență între tensiunea normală și deformația specifică liniară,  $\sigma \leftrightarrow \varepsilon$ ,  $\sigma(\varepsilon)$ . Neliniaritatea de material se

poate surprinde prin adoptarea unei funcții  $\sigma(\varepsilon)$  adecvate, în concordanță cu comportarea reală a materialului la compresiune și la întindere. Distribuția deformațiilor specifice rezultate în interiorul domeniului de analiză (secțiunii analizate) ca urmare a solicitărilor exterioare aplicate ( $N_0, M_{y0}, M_{z0}$ ) se poate exprima într-o formă liniară astfel:

$$\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y) = \varepsilon_0 + \kappa_z \cdot y + \kappa_y \cdot z \quad (4.110)$$

unde :  $\varepsilon_0$  este deformația specifică constantă generată de efortul axial  $N_0$ ;  $\kappa_z$  este curbura secțiunii generată de  $M_{z0}$ ;  $\kappa_y$  este curbura secțiunii generată de  $M_{y0}$ ; iar  $y$  și  $z$  reprezintă coordonatele punctului în care se determină  $\varepsilon$ .

Echilibrul la nivel de secțiune este realizat dacă solicitările exterioare aplicate secțiunii au un efect identic și opus efectului generat de solicitările interioare.

$$\begin{cases} \int_A \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] dA - N_0 = 0 \\ \int_A \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] y dA - M_{z0} = 0 \\ \int_A \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] z dA - M_{y0} = 0 \end{cases} \quad (4.111)$$

unde :  $A$  reprezintă aria secțiunii analizate. În situația în care avea de a face cu secțiuni mixte care includ materiale cu comportare diferită, respectiv armături longitudinale, echilibrul la nivel de secțiune se poate scrie:

$$\begin{cases} \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] \cdot A_{rs,i} - N_0 = 0 \\ \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] y dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] \cdot y_i \cdot A_{rs,i} - M_{z0} = 0 \\ \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] z dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\varepsilon_0, \kappa_z, \kappa_y)] \cdot z_i \cdot A_{rs,i} - M_{y0} = 0 \end{cases} \quad (4.112)$$

unde :  $A_{cs}$  reprezintă aria de beton respectiv de oțel din cadrul secțiunii,  $n_{rs}$  reprezintă numărul de bare;  $A_{rs,i}$  reprezintă aria barei  $i$  ( $i=1 \dots n_{rs}$ ) având coordonatele  $y_i$  și  $z_i$ .

Necunoscutele sistemului de ecuații prin care se exprimă starea de echilibru la nivelul secțiunii sunt  $\varepsilon_0$ ,  $\kappa_z$  și  $\kappa_y$ . Pentru o secțiune arbitrară, poziția axei neutre este defintă de curburile  $\kappa_z$  și  $\kappa_y$ . Se va determina punctul  $C(y_c, z_c)$ , situat în zona comprimată, la distanța maximă față de poziția axei neutre. Considerându-se o deformație cunoscută a punctului  $C$ , ( $\varepsilon_c$ ), aceasta se poate scrie:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_0 + \kappa_z \cdot y_c + \kappa_y \cdot z_c \quad (4.113)$$

Distribuția deformației specifice axiale în interiorul secțiunii se va putea exprima astfel în funcție de  $\varepsilon_c$ ,  $\kappa_z$ ,  $\kappa_y$ , unde  $\kappa_z$  și  $\kappa_y$  reprezintă necunoscute:

$$\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y) = \varepsilon_c + \kappa_z \cdot (y - y_c) + \kappa_y \cdot (z - z_c) \quad (4.114)$$

Adoptând formularea descrisă anterior și exprimând  $M_y = \tan(\alpha) \cdot M_z$  ecuațiile de echilibru la nivelul secțiunii se pot reformula astfel:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot A_{rs.i} - N_0 = 0 \\ \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] y dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot y_i \cdot A_{rs.i} - M_z = 0 \\ \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] z dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot z_i \cdot A_{rs.i} - \\ \tan \alpha \cdot \left\{ \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] y dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot y_i \cdot A_{rs.i} - M_z \right\} = 0 \end{array} \right. \quad (4.115)$$

Curburile secțiunii  $\kappa_z, \kappa_y$  se pot determina rezolvând sistemul nelinier de ecuații:

$$\mathbf{F}(\mathbf{\kappa}) = 0 \quad (4.116)$$

unde :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(\kappa_z, \kappa_y) \\ f_2(\kappa_z, \kappa_y) \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

$$\mathbf{\kappa} = \begin{bmatrix} \kappa_z \\ \kappa_y \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

$$f_1(\kappa_z, \kappa_y) = \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot A_{rs.i} - N_0 = 0 \quad (4.119)$$

$$f_2(\kappa_z, \kappa_y) = \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] z dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot z_i \cdot A_{rs.i} - \quad (4.120)$$

$$\tan \alpha \cdot \left\{ \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] y dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot y_i \cdot A_{rs.i} - M_z \right\} = 0$$

În consecință, pentru o valoare cunoscută a forței axiale  $N_0$  și a raportului  $\tan \alpha$  sistemul nelinier de ecuații se poate rezolva, determinându-se valorile curburilor  $\kappa_z, \kappa_y$ . Valorile momentelor încovoietore se pot determina în continuare:

$$M_z = \int_{A_{cs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] y dA_{cs} + \sum_{i=1}^{n_{rs}} \sigma[\varepsilon(\kappa_z, \kappa_y)] \cdot y_i \cdot A_{rs.i} \quad (4.121)$$

$$M_y = \tan \alpha \cdot M_z \quad (4.122)$$

Rezolvarea sistemului nelinier de ecuații se poate realiza utilizând metoda iterativă Newton, modificările iterative vectorului curburilor,  $\mathbf{\kappa}$  se poate scrie astfel:

$$\mathbf{\kappa}^{(i+1)} = \mathbf{\kappa}^{(i)} - \mathbf{K}_T^{-1}(\mathbf{\kappa}^{(i)}) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{\kappa}^{(i)}), \quad i \geq 1 \quad (4.123)$$



unde :

$$\mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \kappa_z} & \frac{\partial f_1}{\partial \kappa_y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \kappa_z} & \frac{\partial f_2}{\partial \kappa_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

Prima procedură de calcul (iterația 0), constă în atribuirea valorii efortului axial  $N_0$  și a unor valori reduse a momentelor încovoietoare  $M_{z0}$  și  $M_{y0}$ ,  $\tan(\alpha) = M_{y0} / M_{z0}$ . În conformitate cu aceste solicitări se vor determina curburile inițiale  $\kappa_{z0}, \kappa_{y0}$ , poziția punctului aferent fibrei maxim comprimate ( $y_c, z_c$ ), cât și deformația specifică inițială a acestui punct  $\varepsilon_{c0}$ . Iterațiile ulterioare se vor conduce după un algoritm progresiv iterativ ce implică creșterea incrementală a deformației specifice a punctului aferent fibrei maxim comprimate (punctul de control). Astfel pentru pasul incremental  $k$

$$\varepsilon_{c,k} = \varepsilon_{c,k-1} + \Delta\varepsilon_c, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4.125)$$

$$\varepsilon_{c,0} \leq \varepsilon_{c,k} \leq \varepsilon_{c,\text{lim}} \quad (4.126)$$

unde :  $\Delta\varepsilon_c$  este creșterea incrementală  $\varepsilon_c$  aferentă unui pas incremental,  $\varepsilon_{c,\text{lim}}$  este valoarea limită (ultimă) a deformației specifice la compresiune conform comportării materialului.

În consecință pentru fiecare pas incremental ( $k$ ) generat prin creșterea graduală a  $\varepsilon_{c,k}$  se vor determina curburile secțiunii  $\kappa_{zk}, \kappa_{yk}$  și a momentelor încovoietoare  $M_{zk}, M_{yk}$ , rezultând astfel curba de variație moment – curbură. Criteriul de convergență se asimilează prin limitarea diferențelor generate între doi pași incrementali succesivi:

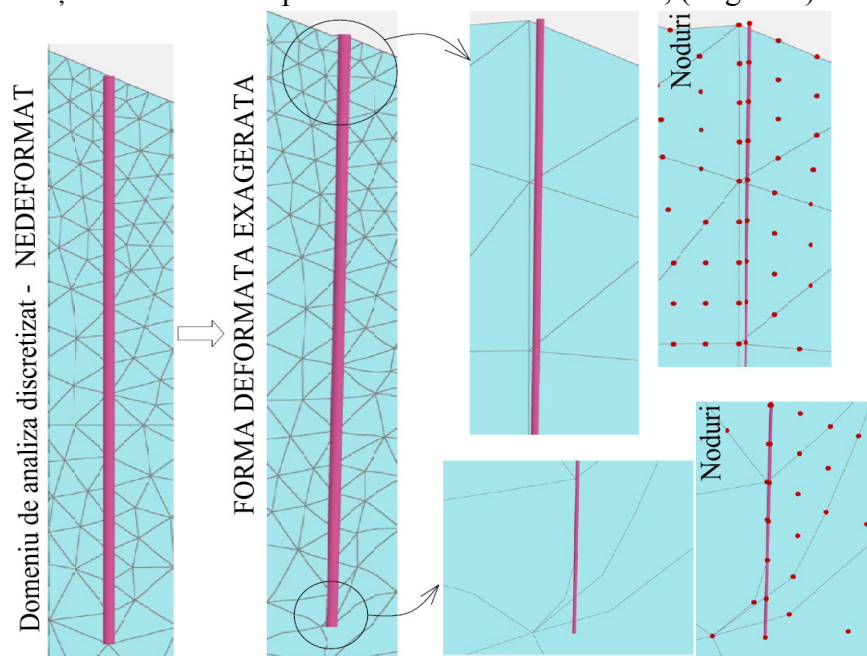
$$\|\mathbf{\kappa}^{(i+1)} - \mathbf{\kappa}^{(i)}\| < \text{tol}. \quad (4.127)$$

unde :  $\text{tol}$ . reprezintă toleranța de calcul.

Procedeul de calcul este ulterior dezvoltat în vederea determinării răspunsului inelastic a secțiunilor solicitate la efort axial și încovoiere pe două direcții (N-M- $\kappa$ ), C.G. Chiorean [A.32], [A.34], etc.

- **Elementele de tip "șir de grinzi îngropate" ("Embedded beam rows")** – sunt elemente liniare de tip Mindlin care se leagă de elementele plane ale domeniului de analiză prin intermediul unor resorturi. Altfel spus aceste elemente nu fac parte din rețeaua de elemente plane și sunt suprapuse peste această rețea prin intermediul unor resorturi între nodurile rețelei și nodurile elementelor liniare. Această abordare derivă din faptul că starea de tensiuni și de deformații mobilizată în proximitatea unui șir de piloți poate fi descrisă adecvat numai prin analize 3D. În consecință prin elementele de tip șir de grinzi îngropate se adoptă un mod simplificat prin care se poate descrie comportarea unui șir de elemente (piloți, bulbii de injectare a ancorelor, etc.), în analiza 2D. Interacțiunea dintre elementele liniare și elementele plane se realizează prin elemente de interacțiune de tip arc mecanic care practic nu fac parte din rețeaua de discretizare plana a domeniului de analiza. Astfel, într-un mod simplificat, deplasarea elementelor liniare va descrie deplasarea șirului de elemente structurale iar deplasarea elementelor plane, va reprezenta

oarecum o deplasarea ”medie” a terenului, între deplasarea terenului din dreptul unui element structural și deplasarea terenului dintre 2 elemente structurale. Într-o exprimare simplistă se poate spune că aceste elemente ranforcează domeniul de analiză sau ”plutesc” în cadrul rețelei de elemente plane a domeniului de analiză, ( Fig.4.25).



**Fig.4.25.** Deformare domeniul de analiză – elemente de tip șir de grinzi îngropate.

Elementele liniare de tip șir de grinzi îngropate sunt formulate identic cu elementele de tip placă (grinda Mindlin). Specificitatea acestor elemente derivă din modul prin care se conectează la rețeaua de elemente plane. Conectarea este realizată prin intermediul unor elemente de interfață / legătură de tip resort, prin care se realizează interacțiunea specifică între un șir de piloți (grinzi) și terenul înconjurător.

#### 4.2.2 Elemente de interfață prevăzute în Plaxis 2D

Interacțiunea dintre pământ și structurile geotehnice în analiza 2D se realizează prin intermediul unor elemente liniare cu grosime nulă / virtuală. Elementele de interfață se pot adopta la contactul dintre elementele plane (T6; T15) și elemente liniare de tip placă (Mindlin) sau geogriile. Prin intermediul acestor elemente se poate surprinde influența unei bande de forfecare de grosime neglijabilă care se mobilizează la nivelul contactului dintre pământ și structurile geotehnice (interacțiunea pământ-structură). Aceste elemente se pot utiliza și la nivelul contactului a două regiuni plane care prezintă proprietăți diferite sau identice, ca de exemplu cazul masei de pământ fisurată.

Elementele de interfață sunt formulate pe baza principiilor propuse de Goodman ș.a. [A.81]. Deformațiile la nivelul elementului de interfață se cuantifică prin prisma deplasărilor relative ale perechilor de noduri, exprimate în sistemul local de coordonate astfel:  $\delta_i$ , deplasarea

relativă tangențială și  $\delta_n$ , deplasarea relativă normală. În funcție de tipul de element plan se vor adopta două variante de elemente de interfață:

- Elemente de interfață cu 3 perechi de noduri – compatibile cu elementele plante T6 și cu elementele structurale cu 3 noduri. Sunt elemente de interfață formulate cu 3 perechi de noduri și 3 puncte de integrare Newton Cotes identice ca poziție cu perechile de noduri, (Fig.4.26).
- Elemente de interfață cu 5 perechi de noduri – compatibile cu elementele plante T15 și cu elementele structurale cu 5 noduri. Sunt elemente de interfață formulate cu 5 perechi de noduri și 5 puncte de integrare Newton Cotes identice ca poziție cu perechile de noduri, (Fig.4.26).

Formularea elementelor este izo-parametrică, exprimată prin intermediul unor seturi specifice de funcții de formă, în care deplasările relative se pot obține din GLD globale (deplasări pe direcțiile axelor sistemului global de coordonate) și transformarea acestora după sistemul local de coordonate a elementului de interfață (utilizând matricea de transformare geometrică), aplicând apoi diferențe pe fiecare pereche de noduri.

În situația folosirii elementelor plane T6, GDL se vor exprima ca variabile de tip câmp continuu pe domeniul elementului în funcție de valorile nodale prin intermediul a 3 funcții de formă,  $N_i(\xi)$ , ( $-1 \leq \xi \leq 1$ ), (Fig.4.26):

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= -\xi \cdot (1 - \xi) / 2 \\ N_2(\xi) &= (1 + \xi) \cdot (1 - \xi) \\ N_3(\xi) &= \xi \cdot (1 + \xi) / 2 \end{aligned} \tag{4.128}$$

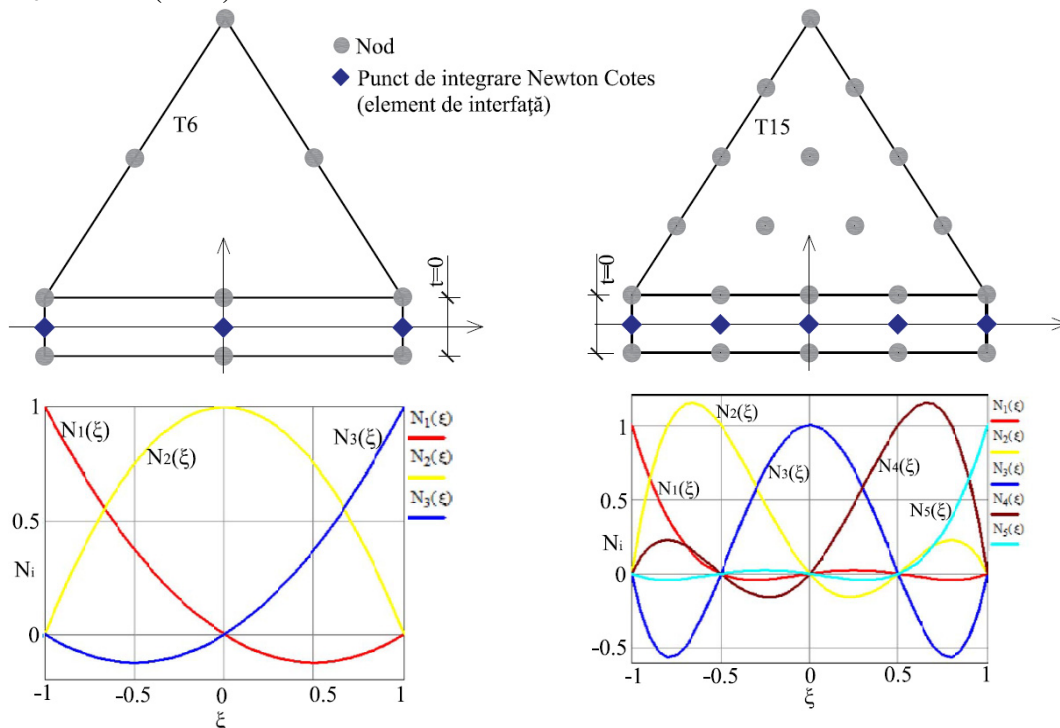


Fig.4.26. Elemente de interfață compatibile cu elemente plane T6 și T15.

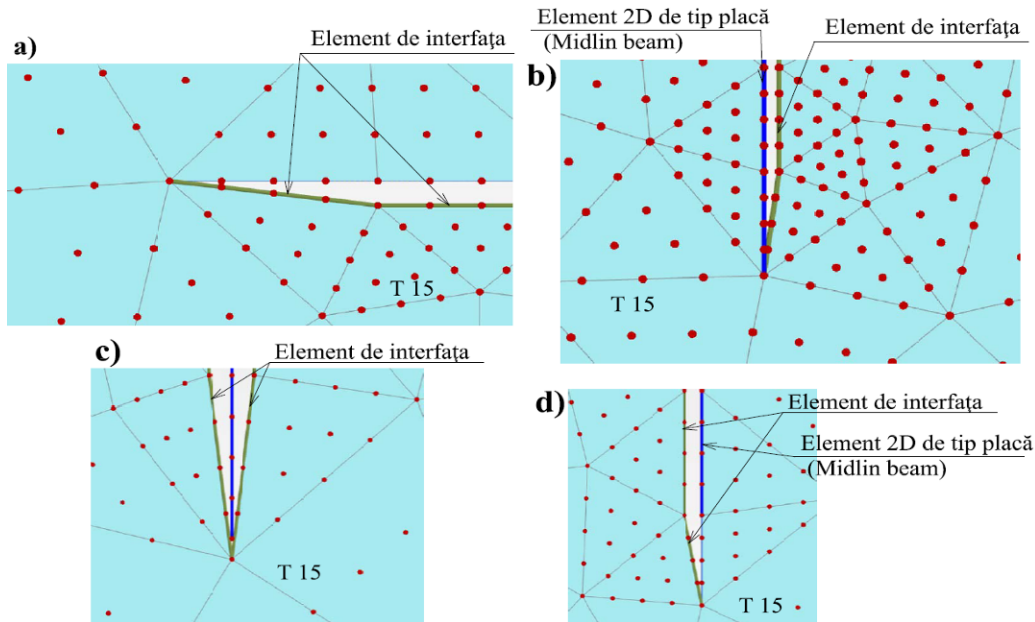
În situația aferentă folosirii elementelor plane T15, GDL se vor exprima ca variabile de tip câmp continuu, în funcție de valorile nodale prin intermediul a 5 funcții de formă,  $N_i(\xi)$ ,  $(-1 \leq \xi \leq 1)$ , ( Fig.4.26):

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi) &= -(1-\xi)(1-2\xi) \cdot \xi \cdot (-1-2\xi) / 6 \\
 N_2(\xi) &= 4 \cdot (1-\xi)(1-2\xi) \cdot \xi \cdot (-1-\xi) / 3 \\
 N_3(\xi) &= (1-\xi)(1-2\xi)(-1-2\xi)(-1-\xi) \\
 N_4(\xi) &= 4 \cdot (1-\xi)(-1-2\xi) \cdot \xi \cdot (-1-\xi) / 3 \\
 N_5(\xi) &= -(-1-\xi)(1-2\xi) \cdot \xi \cdot (-1-2\xi) / 6
 \end{aligned}
 \tag{4.129}$$

Odată cunoscute valorile gradelor de libertate aferente nodurilor  $i$ , unde  $i=1...n$ ,  $n$  - număr de noduri pe element, se poate determina valoarea GDL in orice punct din element, definit prin poziția  $\xi$  astfel:

$$GDL(\xi) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi) \cdot GDL_i
 \tag{4.130}$$

În situația în care interfața se definește în lungul unei linii, la marginea ultimului element de interfață, ultima pereche de noduri se convertește la un singur nod, (Fig.4.27-a), cazul modelării unei fisuri/discontinuități în masa de pământ. În situația în care se dispun elemente de interfață de ambele părți ale unui element structural, nodul de margine al elementelor de interfață nu corespunde nodului ce aparține elementului structural, rezultând două noduri distincte cu aceleași coordonate, nodul aparținând elementului structural și nodul comun, degenerat al celor două elemente de interfață, ( Fig.4.27-c). Într-o astfel de situație, interacțiunea dintre elementele structurale 1D și pământul înconjurător se realizează prin combinarea efectelor elementelor de interfață dispuse pe ambele fețe ale elementelor structurale.



**Fig.4.27.** Degenerarea/convertirea perechii de noduri marginale a elementului de interfață.

În situația în care se dispun elemente de interfață doar pe o față al elementelor structurale, nodul de margine reprezintă un nod comun al elementului liniar structural și al rețelei de discretizare a elementelor plane 2D, (Fig.4.27-b). În această situație are loc o fixare a elementului liniar în elementele plane la nivelul unui singur nod. Acest lucru poate genera o concentrare de tensiuni parazitare în jurul nodului de racordare, existând posibilitatea prelungirii elementelor de interfață în interiorul masei de pământ și având proprietăți atribuite diferite față de elementele ce descriu contactul structură-pământ, (Fig.4.27-d).

### 4.2.3 Atribuirea proprietăților de rigiditate și de rezistența la nivelul elementelor de interfață

Principiul pe baza căruia se atribuie proprietăți de deformabilitate și de rezistență elementelor de interfață este un concept simplu: proprietățile la nivelul suprafeței de contact se determină pe baza proprietăților materialelor care compun contactul. Astfel, elementele de interfață care descriu contactul dintre un element structural și pământ, pot să li se atribuie proprietăți în funcție de proprietățile pământului, sau pot să li se atribuie manual anumiți parametri. Comportarea materialului la nivel de interfață, este de tip elasto-plastică, având ca și criteriu de cedare la forfecare, criteriul Mohr-Coulomb, respectiv un criteriu de cedare prin limitarea tensiunilor normale de întindere de tip ``Tension cut off``.

Proprietățile de deformabilitate ale elementelor de interfață se determină pe baza unui parametru denumit grosimea virtuală a interfeței,  $t_i$ . Coeficientul de rigiditate normală a interfeței,  $k_n$ , respectiv rigiditatea la forfecare a interfeței,  $k_s$  în domeniul elastic sunt determinate astfel:

$$k_n = \frac{E_{oed.i}}{t_i} \quad [kN / m^3] \quad (4.131)$$

$$k_s = \frac{G_i}{t_i} \quad [kN / m^3] \quad (4.132)$$

unde :  $E_{oed.i}$  - modulul de deformație unidimensional al materialului interfeței (modulul de deformație edometric),  $G_i$  - modulul de deformație transversale al materialului interfeței.

Grosimea virtuală a interfeței este un parametru determinat pe baza rețelei de discretizare generate. Valoarea grosimii virtuale a interfeței, are ca efect modificarea valorilor limită a deformațiilor elastice la nivelul interfeței:

$$\delta_{n.el} = \frac{\sigma_n \cdot t_i}{E_{oed.i}} = \frac{\sigma_n}{k_n} \quad (4.133)$$

$$\delta_{t.el} = \frac{\tau \cdot t_i}{G_i} = \frac{\tau}{k_s} \quad (4.134)$$

O valoare ridicată a grosimii virtuale a elementului va genera o creștere a valorii limită a deformațiilor elastice. Întrucât la nivelul zonei de contact se mobilizează deformații elastice reduse, se recomandă utilizarea unor valori reduse ale grosimii virtuale a elementelor de interfață.

Pe de altă parte stabilirea unei valori extrem de reduse a elementelor de interfață poate conduce la o condiționare numerică defectuoasă. Valoarea grosimii virtuale se determină astfel:

$$t_i = v_{t,f} \cdot l_{el} \quad (4.135)$$

unde :  $v_{t,f}$  reprezintă factorul de grosime virtuală. Valoarea parametrului,  $v_{t,f}$  este setată automat la valoarea de 0.1, putând fi modificată. Se recomandă reducerea acestui parametru în cazul situațiilor în care elementele de interfață sunt solicitate la tensiuni normale cu valori ridicate. Parametrul  $l_{el}$  reprezintă dimensiunea globală a elementelor ( elementelor plane) . Acest parametru derivă din opțiunile adoptate în procesul de discretizate a domeniului de analiză și dimensiunile domeniului de analiză.

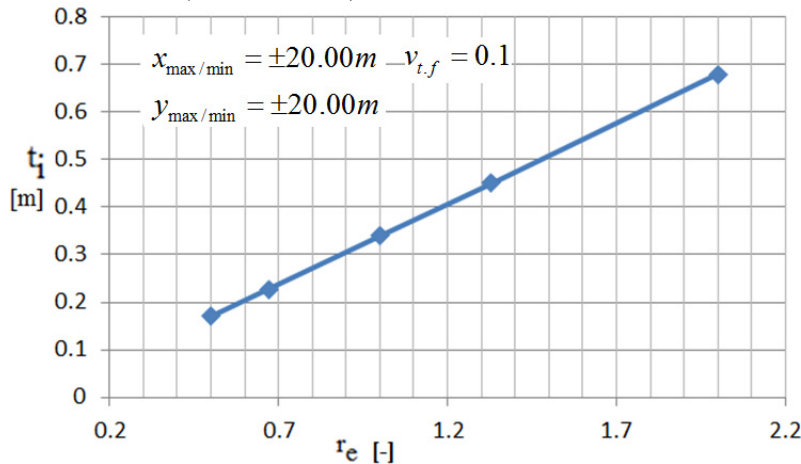
$$l_{el} = r_e \cdot 0.06 \cdot \sqrt{(x_{\max} - x_{\min})^2 + (y_{\max} - y_{\min})^2} \quad [m] \quad (4.136)$$

unde :  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$ ,  $y_{\max}$ ,  $y_{\min}$  - reprezintă coordonatele extreme ale geometriei analizate, pe direcțiile aferente sistemului global de coordonate XOY;  $r_e$  - reprezintă factorul dimensiunii relative a elementelor. Acest parametru variază în funcție de numărul total de elemente în care domeniul de analiză este discretizat. Valorile  $r_e$  sunt prezentate Tabelul 4.1:

**Tabel 4.1** Valori  $r_e$  raportate la parametrii discretizării domeniului de analiză, [A.16]

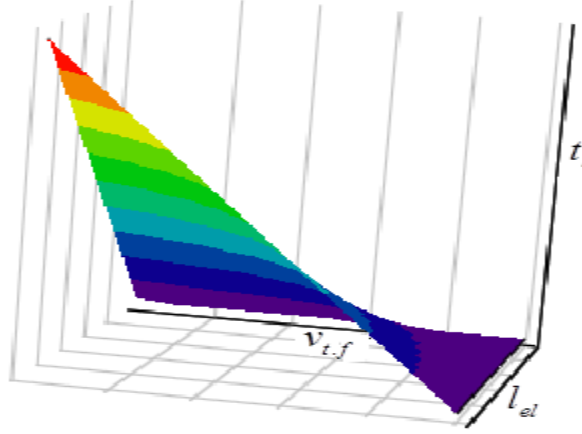
Grad de finețe al discretizării	Număr elemente	$r_e$ [-]
Forte grosier	30-70	2.00
Grosier	50-200	1.33
Mediu	90-350	1.00
Fin	250-700	0.67
Foarte fin	500-1250	0.50

Numărul exact al elementelor, depinde de forma domeniului de analiză și de opțiunile prin care se poate crește gradul de finețe al discretizării pe anumite zone locale. Tipul de element plan utilizat în analiză (T6 sau T15) nu va influența modul de realizare al procesului de discretizare. Determinarea  $l_{el}$  și  $r_e$  variază în funcție de versiunea programului având ecuații diferite la versiunile anterioare (PLAXIS 2D).



**Fig.4.28.** Variația  $t_i - r_e$  .

Conform formulării prezentate, grosimea virtuală a elementelor de interfață,  $t_i$ , este puternic influențată de modul de discretizare. Astfel, cu cât crește gradul de finețe al discretizării prin scăderea  $r_e$ , cu atât grosimea virtuală a elementelor de interfață se va reduce. Conform graficului prezentat în Figura 4.28, se poate observa relația liniară de interdependență între  $t_i - r_e$ .



**Fig.4.29.** Grosimea virtuală a elementului de interfață,  $t_i = v_{t,f} \cdot l_{el}$ .

Raportul între valoarea  $t_i(r_e = 2)$  și  $t_i(r_e = 0.5)$  este de 3.994, ceea ce înseamnă că, grosimea virtuală este de aprox. 4 ori mai mare atunci când discretizarea este grosieră, față de situația când utilizăm o discretizare foarte fină. Controlul grosimii virtuale, independent de gradul de discretizare se poate face doar prin modificarea factorul de grosime virtuală,  $v_{t,f}$ . Stabilirea inițială a unei grosimi virtuale a elementelor de interfață se poate realiza doar prin setarea explicită a  $l_{el}$  în faza de realizare a rețelei de discretizare, coroborată cu stabilirea factorul de grosime virtuală,  $v_{t,f}$ , ( $t_i = v_{t,f} \cdot l_{el}$ ), (Fig.4.29).

**Parametri de deformabilitate ai materialului atribuit interfeței** ( $E_{oed.i}$ ,  $G_i$ ,  $\nu_i$ ) se pot introduce în două variante. O primă posibilitate de atribuire este varianta conform căreia parametrii de deformabilitate a interfeței se determină pe baza parametrilor corespunzători ai modelului constitutiv al pământului, după aplicare unui coeficient de reducere al interfeței,  $R_{inter}$ ; ( $0 < R_{inter} \leq 1$ ). Coeficientul de reducere al interfeței,  $R_{inter}$ , are rolul de a diminua proprietățile pământului ca urmare a efectului rugozității suprafeței de contact.

$$E_{oed.i} = 2 \cdot G_i \cdot \frac{1 - \nu_i}{1 - 2 \cdot \nu_i} \quad (4.137)$$

$$G_i = (R_{inter})^2 \cdot G_s \leq G_s \quad (4.138)$$

unde :  $G_s$  - modul de deformații transversale al pământului;  $\nu_i$  - coeficientul de deformație transversală al materialului din zona interfeței, (având valoare constanta de 0.45). Astfel, se poate

observa că valoarea modului de deformare unidirecțională a interfeței,  $E_{oed.i}$ , este de 11 ori mai mare decât valoarea modului de rigiditate la deformații transversale al interfeței,  $G_i$ .

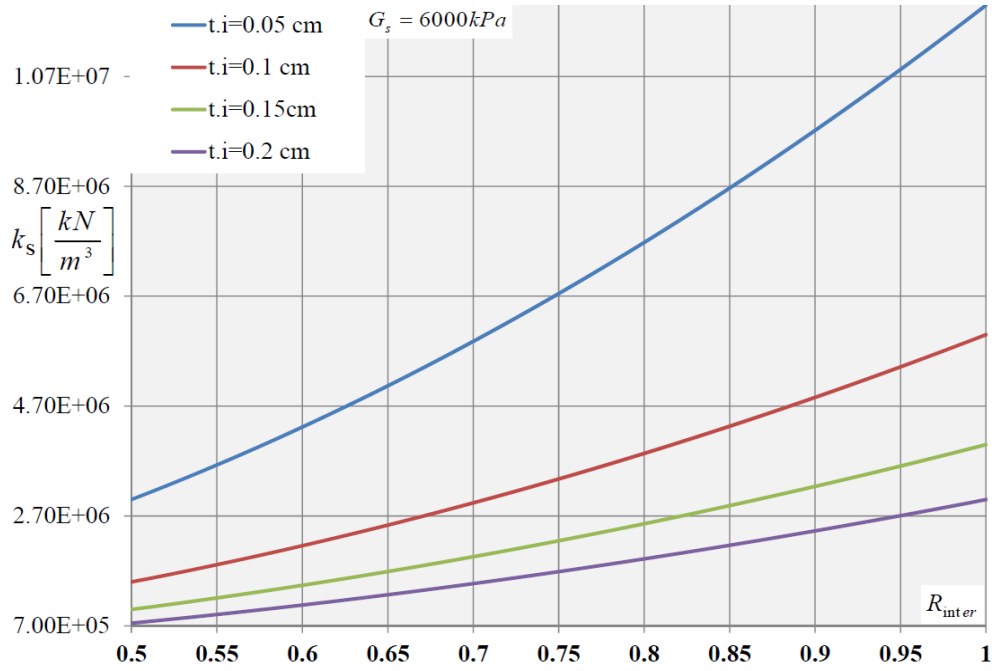


Fig.4.30. Efectul  $R_{inter}$  și  $t_i$  asupra  $k_s$ .

Se observă astfel că prin utilizarea metodei automate de atribuire a parametrilor la nivelul interfeței, se impune ca valoarea coeficientului de deformare transversală atribuit interfeței este de 0.45, astfel încât se impune ca valoarea rigidității normale a elementelor de interfață,  $k_n$ , este de 11 ori mai mare decât rigiditatea la forfecare a elementelor de interfață,  $k_s$ .

$$E_{oed.i} = 11 \cdot G_i \Leftrightarrow k_n = 11 \cdot k_s \quad (4.139)$$

$$k_s = \frac{G_i}{v_{t.f} \cdot l_{el}} = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (4.140)$$

$$k_n = \frac{E_{oed.i}}{v_{t.f} \cdot l_{el}} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (4.141)$$

Parametrii de rigiditate a interfeței sunt direct influențați de parametrii de rigiditate ai pământului, de coeficientul de reducere al interfeței,  $R_{inter}$  și nu în ultimul rând de valoarea grosimii virtuale atribuite elementelor de interfață,  $t_i$ . Influența parametrilor  $R_{inter}$  și  $t_i$  asupra lui  $k_s$  este prezentată în graficul din Figura 4.30. Influența  $R_{inter}$  și  $t_i$  asupra  $k_n$  este identică, în condițiile în care  $k_n = 11 \cdot k_s$ .

Cealaltă posibilitate de definire a parametrilor de deformabilitate a interfeței constă în introducerea independentă a coeficientului de rigiditate normală a interfeței,  $k_n$ , respectiv a



coeficientului de rigiditate la forfecare a interfeței,  $k_s$  în domeniul elastic. Prin adoptarea acestei modalități parametrii de deformabilitate a interfeței se definesc independent.

**Parametri de rezistență ai materialului atribuit interfeței** se obțin din parametrii de material ai modelului constitutiv al pământului astfel:

- Unghi de frecare la nivelul interfeței,  $\varphi_i = \delta$ , conform criteriului de cedare la forfecare de tip Mohr-Coulomb:

$$\varphi_i = a \tan(\tan \varphi_s \cdot R_{inter}) \quad (4.142)$$

- Coeziunea la nivelul interfeței,  $c_i$ , conform criteriului de cedare la forfecare de tip Mohr-Coulomb:

$$c_i = c_s \cdot R_{inter} \quad (4.143)$$

- Rezistența la forfecare în condiții nedrenate / coeziunea nedrenată la nivelul interfeței,  $s_{u,i}$  – pentru analiza în tensiuni totale, (criteriu de cedare la forfecare Mohr-Coulomb):

$$s_{u,i} = R_{inter} \cdot s_{u,s} \quad (4.144)$$

- Unghiul de dilatanță la nivelul interfeței,  $\psi_i$  (criteriu de cedare de tip Mohr-Coulomb):

$$\psi_i = \begin{cases} 0^\circ \rightarrow R_{inter} < 1 \\ \psi_s \rightarrow R_{inter} = 1 \end{cases} \quad (4.145)$$

- Rezistența la întindere la nivelul interfeței,  $\sigma_{t,i}$  (criteriu de cedare tensiuni de întindere de tip "Tension cut-off"):

$$\sigma_{t,i} = R_{inter} \cdot \sigma_{t,s} \quad (4.146)$$

unde :  $\varphi_s$  - unghiul de frecare interioară al pământului;  $c_s$  - coeziunea pământului ;  $s_{u,s}$  - rezistența la forfecare a pământurilor în condiții nedrenate;  $\psi_s$  - unghiul de dilatanță a pământului ;  $\sigma_{t,s}$  - rezistența la întindere a pământurilor (considerată ca fiind nulă).

Efectul rugozității suprafeței de contact, structură geotehnică – pământ asupra rezistenței pământului este surprinsă prin intermediul coeficient de reducere al interfeței,  $R_{inter}$ . Valorile recomandate ale  $R_{inter}$ , în funcție de tipul de contact sunt prezentate în tabelul 4.2, ([A.82]):

**Tabel 4.2** Valori  $R_{inter}$  recomandate pentru diferite tipuri de contacte, [A.82].

Tip de contact	$R_{inter}$
Nisip - oțel	$R_{inter} \approx 0.6...0.7$
Argilă - oțel	$R_{inter} \approx 0.5$
Nisip - beton	$R_{inter} \approx 0.8...1$
Argilă - beton	$R_{inter} \approx 0.7...1$
Pământ - geogrilă Pământ – bulb de injectare ancore	$R_{inter} \cong 1$

Diferențierea dintre comportarea de tip adeziune și lunecare (Fig.4.2) la nivel de interfață, se face prin intermediul aplicării criteriului elasto-plastic Mohr-Coulomb (MC). Comportarea elastică la forfecare a elementului de interfață implică comportarea de tip adeziune, respectiv comportarea plastică implică mobilizarea lunecărilor plastice generând lunecarea la nivel de interfață. Separarea/dezlipirea la nivel de interfață (Fig.4.2) va fi evaluată prin criteriul de limitarea a tensiunilor normale de întindere, prin aplicarea criteriului ``Tension cut off`` (TC-O) – ca și criteriu de cedare definit de un singur parametru,  $\sigma_{t,i}$ , rezistența la întindere la nivel de interfață. Într-o astfel de situație, rigiditățile elementului de interfață devin cvasi-nule, respectiv în elementul de interfață nu se pot mobiliza tensiuni.

Adeziunea este descrisă astfel:

$$\begin{cases} |\tau| < -\sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) + c_i \rightarrow \text{analiza in tensiuni efective}(MC) \\ |\tau| < s_{u,i} \rightarrow \text{analiza in tensiuni totale (nedrenat)},(MC) \\ \sigma_n < \sigma_{t,i} (TC-O) \end{cases} \quad (4.147)$$

Lunecarea la nivelul interfeței este descrisă astfel:

$$\begin{cases} |\tau| = -\sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) + c_i \rightarrow \text{analiza in tensiuni efective}(MC) \\ |\tau| = s_{u,i} \rightarrow \text{analiza in tensiuni totale (nedrenat)},(MC) \\ \sigma_n < \sigma_{t,i} (TC-O) \end{cases} \quad (4.148)$$

Separarea/dezlipirea la nivel de interfață este descrisă astfel:

$$\begin{cases} \sigma_n \geq \sigma_{t,i} (TC-O) \\ k_s \rightarrow 0 \Rightarrow \tau = 0 \\ k_n \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_n = 0 \end{cases} \quad (4.149)$$

Alipirea la nivel de interfață (Fig.4.2) este o comportare a interfeței ce poate fi observată în situațiile în care încărcările ce au produs separarea într-un stadiu de calcul anterior produc efect mecanic opus. În acest caz parametri de rigiditate ai interfeței vor fi reatribuiți doar după ce deplasarea relativă normală,  $\delta_n$ , reatinge valoarea nulă. În acest caz, în elementul de interfață se vor putea mobiliza tensiuni normale și tangențiale, elementul reintrând în stadiul de lucru inițial.

$$\begin{cases} \delta_n = 0 \\ k_s \rightarrow G_i / t_i \Rightarrow \tau \neq 0 \\ k_n \rightarrow E_{oed,i} / t_i \Rightarrow \sigma_n \neq 0 \end{cases} \quad (4.150)$$

Opțional, se poate surprinde efectul rezistenței reziduale la nivelul interfeței prin introducerea coeficientului de reducere rezidual al interfeței,  $R_{inter.rez}$  ( $R_{inter.rez} < R_{inter}$ ). Astfel, odată ce se atinge rezistența la nivelul interfeței (definită prin  $R_{inter}$ ), rezistența se va reduce brusc la parametrii de rezistență reziduali, determinați pe baza valorii  $R_{inter.rez}$ . Parametri rezistenței reziduale ai interfeței se determină în mod similar, aplicând coeficientului de reducere rezidual,  $R_{inter.rez}$  ( $\varphi_{i.rez}$ ,  $c_{i.rez}$ ,  $s_{u,i.rez}$ ).

$$\varphi_{i.rez} = a \tan(\tan \varphi_s \cdot R_{inter.rez}) \quad (4.151)$$

$$c_{i.rez} = c_s \cdot R_{inter.rez} \quad (4.152)$$

$$s_{u.i.rez} = R_{inter.rez} \cdot s_{u,s} \quad (4.153)$$

În condițiile în care comportarea pământului se poate simula prin adoptarea mai multor modele constitutive, parametrii de rezistență și deformabilitate ale materialului atribuit interfeței trebuie echivalați cu parametrii specifici fiecărui model constitutiv. În vederea realizării acestui lucru se vor prezenta relațiile de echivalare a proprietăților interfeței în raport cu parametri aferenți modelului constitutiv al pământului astfel:

➤ Echivalare **proprietăți interfață** ← **model: Mohr-Coulomb**

Modelul constitutiv Mohr-Coulomb, implică o comportare liniar elastică – perfect plastică al pământului. Partea liniar elastică a modelului se bazează pe legea lui Hooke generalizată, respectiv partea perfect plastică a modelului se bazează pe criteriul de cedare Mohr-Coulomb în formulare plastică. Se poate considera un model ce estimează comportarea pământului în limite largi de toleranță, adoptând o rigiditate medie, constantă, a unui strat de pământ. Se recomandă utilizarea acestui model constitutiv în probleme de inginerie geotehnică care nu necesită determinarea exactă a deformațiilor domeniului de analiză.

Parametri de bază prin care se descrie rigiditatea unui pământ cu model constitutiv liniar elastic atribuit, sunt următorii:

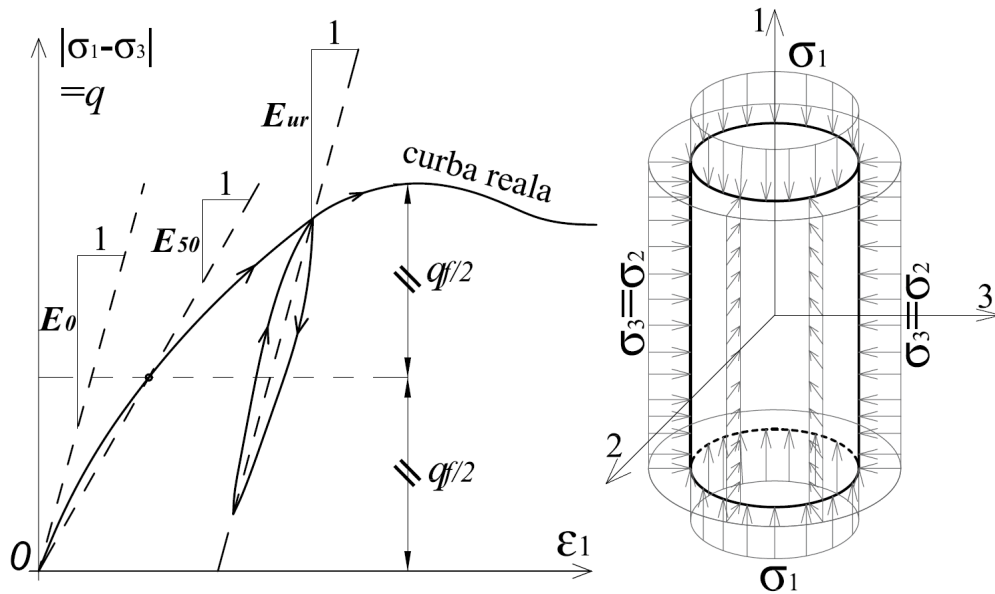
$$G_s = \frac{E}{2(1+\nu_s)} \Leftrightarrow E = G_s \cdot 2(1+\nu_s) \quad (4.154)$$

$$E_{oed.s} = \frac{E \cdot (1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \Leftrightarrow E = \frac{E_{oed.s} \cdot (1+\nu_s)(1-2\nu_s)}{(1-\nu_s)} \quad (4.155)$$

$$E_{oed.s} = \frac{G_s \cdot 2 \cdot (1-\nu_s)}{(1-2\nu_s)} \Leftrightarrow G_s = \frac{E_{oed.s} \cdot (1-2\nu_s)}{2 \cdot (1-\nu_s)} \quad (4.156)$$

unde:  $E_{oed.s}$  reprezintă modulul de deformație edometrică a pământului;  $\nu_s$  - coeficientul de deformație transversală a pământului (cu valori între 0.3 și 0.4 pentru condiții de încărcare a pământului și cu valori între 0.15 și 0.25 pentru condiții de descărcare a pământului);  $G_s$  - modulul de deformație transversală a pământului;  $E$  - reprezintă modulul de deformație liniară al terenului, echivalent al modului lui Young. Adoptarea unei valori relevante ale lui  $E$  reprezintă o chestiune sensibilă, în condițiile în care rigiditatea terenului este influențată atât de starea de tensiuni, cât și de starea de deformații de pe ramura de încărcare – descărcare. Întrucât pământurile prezintă o comportare neliniară, adoptarea unei valori aferente lui  $E$  necesită o atenție deosebită. Un alt aspect important îl reprezintă diferențele dintre rigiditatea unui pământ ,în condiții drenate, în raport cu rigiditatea din condiții nedrenate. Alegerea unei valori pentru  $E$  va fi influențată de tipul pământului, și de solicitările la care va fi supus pământul în analiza propusă. Astfel, pentru pământuri cu un domeniu de comportarea liniar elastic mare se poate

adopta  $E_0$  ; în aplicațiile în care terenul este încărcat se poate adopta  $E_{50}$  , respectiv în situațiile în care terenul suferă o descărcare se poate adopta  $E_{ur}$  , (Fig.4.31).



**Fig.4.31.** Definirea  $E_0$  ;  $E_{50}$  ;  $E_{ur}$  .

Determinarea valorilor modului de deformație tangent în origine  $E_0$ , a modului de deformație secant,  $E_{50}$ , respectiv a modului de deformație aferent ramurii de descărcare – reîncărcare,  $E_{ur}$ , se determină pe baza curbei: efortului deviator ( $q$ ) - deformații specifice verticale ( $\varepsilon_1$ ), (Fig.4.31). Modulul de deformație liniară,  $E$ , se poate determina pe baza încercării de compresiune edometrică în funcție de modului de deformație edometrică ,  $E_{oed.s}$  și de coeficientul de deformație transversală a pământului,  $\nu_s$  .

Parametrii de rezistență ai pământului corespund criteriului de cedare Mohr-Coulomb și criteriului de limitare a tensiunilor de întindere în pământ (Tension Cut-Off). În cazul analizei în tensiuni efective (condiții drenate), parametrii de forfecare necesari modelului sunt:

- $c_s$  : coeziunea efectivă a pământului;
- $\varphi_s$  : unghiul de frecare efectiv a pământului;
- $\psi_s$  : unghiul de dilatanță a pământului;

În cazul analizei în tensiuni totale (condiții nedrenate):

- $s_{u,s}$  : coeziunea ne-drenată a pământului

În criteriul de cedare prin limitarea tensiunilor de întindere în pământ:

- $\sigma_{t,s}$  - rezistența la întindere a pământurilor (considerată ca fiind nulă)

Parametrii elementelor de interfață determinați în modelul constitutiv Mohr-Coulomb atribuit, sunt următorii:

$$k_s = \frac{G_i}{\nu_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_s}{\nu_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{(R_{inter})^2}{\nu_{t,f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{E}{2(1 + \nu_s)} \quad (4.157)$$

$$k_n = \frac{E_{oed,i}}{v_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{1}{v_{t,f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{2 \cdot (1 - \nu_i)}{(1 - 2 \cdot \nu_i)} \cdot G_i = \frac{1}{v_{t,f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{2 \cdot (1 - \nu_i)}{(1 - 2 \cdot \nu_i)} \cdot (R_{inter})^2 \cdot G_s =$$

$$= \frac{1}{v_{t,f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{2 \cdot (1 - \nu_i)}{(1 - 2 \cdot \nu_i)} \cdot (R_{inter})^2 \cdot \frac{E}{2(1 + \nu_s)} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{v_{t,f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{E}{2(1 + \nu_s)}$$

(4.158)

$$\nu_i = 0.45 \quad (4.159)$$

$$c_i = c_s \cdot R_{inter} \quad (4.160)$$

$$\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)) \quad (4.161)$$

$$\psi_i = \begin{cases} 0^\circ \rightarrow R_{inter} < 1 \\ \psi_s \rightarrow R_{inter} = 1 \end{cases} \quad (4.162)$$

$$s_{u,i} = R_{inter} \cdot s_{u,s} \quad (4.163)$$

$$\sigma_{t,i} = R_{inter} \cdot \sigma_{t,s} \quad (4.164)$$

➤ Echivalare **proprietăți interfață** ← **model: Cam-Clay modificat**

Modelul constitutiv Cam-Clay modificat, este un model constitutiv utilizat pentru a simula comportarea pământurilor moi, normal consolidate. Modelul este construit pe ipoteza conform căreia între indicele porilor,  $e$ , și tensiunea efectivă medie,  $p' = (\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z) / 3$  există următoarea relație:

$$e - e_0 = -\lambda \left( \frac{p'}{p_0} \right) \quad (4.165)$$

unde:  $e_0$  și  $p_0$  reprezintă indicele porilor și tensiunea medie inițială;  $\lambda$  - reprezintă coeficientul de compresibilitate Cam-Clay - panta graficului de variația  $e - \ln(p')$  pe ramura de încărcare primară. În cazul descărcării și reîncărcării, relația  $e - p'$  se poate descrie astfel:

$$e - e_0 = -\kappa \left( \frac{p'}{p_0} \right) \quad (4.166)$$

unde:  $\kappa$  reprezintă indicele de compresibilitate Cam-Clay, aferent ramurii de descărcare și reîncărcare determinat ca panta graficului de variația  $e - \ln(p')$  pe ramura de descărcare/reîncărcare.

*Parametrii elementelor de interfață determinați pentru un material cu model constitutiv Cam-Clay modificat atribuit, sunt :*

$$k_s = \frac{G_i}{v_{t,f} \cdot l_{el}} \quad (4.167)$$

$$G_i = \frac{3(1 - \nu_i)}{\lambda(1 + \nu_i)} \cdot \frac{\sigma_n}{(1 + e_0)} \quad (4.168)$$

$$k_n = \frac{E_{oed,i}}{\nu_{i,f} \cdot l_{el}} \quad (4.169)$$

$$E_{oed,i} = \frac{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu_i)}{2 \cdot (1 + \nu_i)} \cdot \frac{\sigma_n}{\lambda \cdot (1 + e_0)} \quad (4.170)$$

unde:  $\sigma_n$  reprezintă tensiunea normală la nivelul interfeței și  $\nu_i$  coeficientul lui Poisson aferent materialului interfeței, ( $\nu_i = 0.45$ ).

Parametrii de rezistență la nivelul interfeței vor fi introduși independent:  $\varphi_i$ ,  $c_i$ ,  $\psi_i$ . În această situație nu se va utiliza coeficientul de reducere al interfeței,  $R_{inter}$ .

➤ Echivalare **proprietăți interfață ← model: "Hardening Soil Model" (HSM)**

Modelul constitutiv "Hardening Soil Model" (HSM) este un model constitutiv de ordinul doi prin care se poate simula comportarea unei game variate de pământuri (nisipuri, pietrișuri, prafuri, argile). Acest model constitutiv este un model elasto-plastic de tip hiperbolic cu dublă ecrusare, formulată în termeni de plasticizare la forfecare, respectiv în termeni de plasticizare la compresiune izotropă. Formularea acestui model este detaliată de către T. Schanz ș.a. [A.165].

Efectul dublei ecrusări se relevă prin faptul că suprafața de cedare nu este fixată în spațiu determinat de tensiunile principale ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ), ci variază, respectiv se poate extinde ca urmare a ecrusării plastice. Modelul are la bază o relație neliniară de tip hiperbolică, între deformația specifică axială  $\varepsilon_1$ , și tensorul deviator de tensiuni,  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ , (Fig.4.31). Unul dintre primele modele care au avut la bază o astfel de formulare îi aparține lui J. M. Duncan ș.a. [A.62].

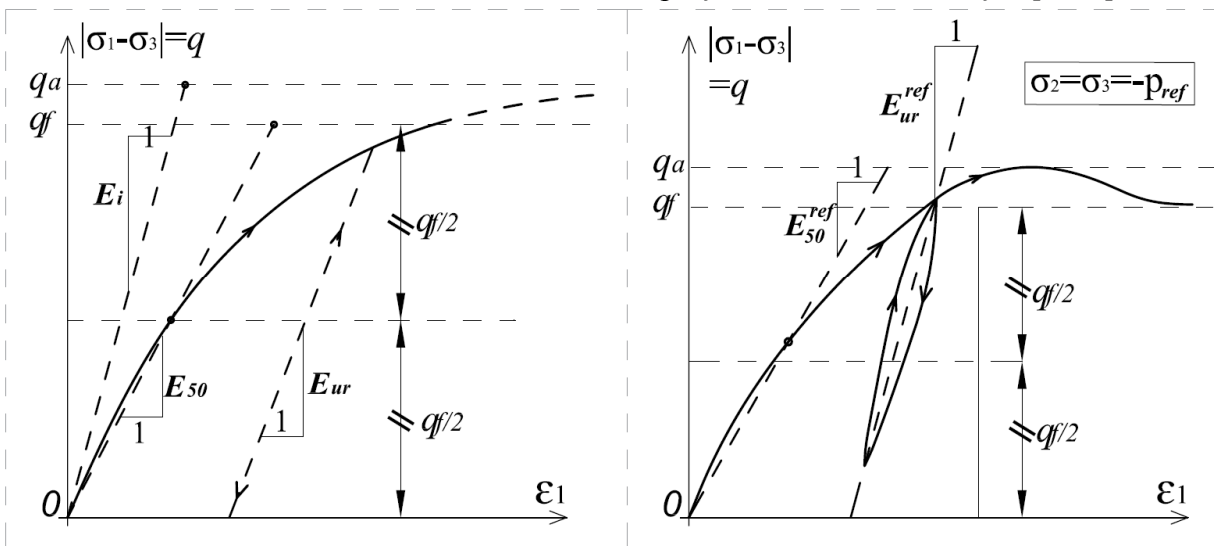
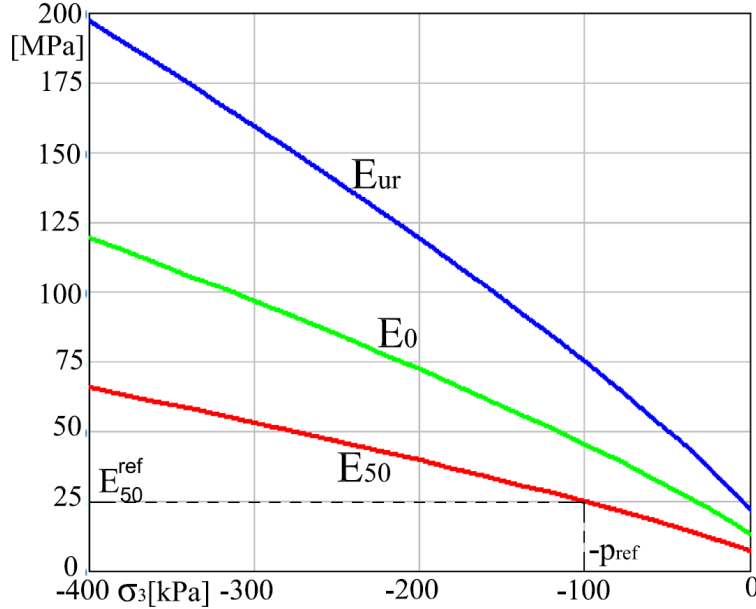


Fig.4.32. Definirea parametrilor de rigiditate conform modelului HSM.

Rigiditatea materialului este introdusă prin intermediul a 3 parametri de deformabilitate:  $E_{50}$  → Modulul de deformație secant la 50% ;  $E_{ur}$  → Modulul de deformație la descărcare,  $E_{oed}$  → Modulul de deformație edometrică. Valorile acestor moduli de deformație sunt dependente

de starea de tensiuni a materialului și de valorile de referință. Valorile de referință ale modurilor de deformare se raportează la presiunea de referință ( $p_{ref}$ ), în mod uzual de 100 kPa, (Fig.4.32). Adițional, modulul de deformare tangent în origine,  $E_0$ , se va determina în funcție de parametrii de referință.



**Fig.4.33.** Variația hiperbolică a modurilor de rigiditate din încercarea tri-axială (HSM).

Parametrii  $E_{50}$ ,  $E_{ur}$  și  $E_i$  sunt dependenți de presiunea efectivă de confinare ( $\sigma'_3$ ), (Fig.4.33), astfel:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c \cdot \cos \varphi - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi}{c \cdot \cos \varphi + p_{ref} \cdot \sin \varphi} \right)^m \quad (4.171)$$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c \cdot \cos \varphi - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi}{c \cdot \cos \varphi + p_{ref} \cdot \sin \varphi} \right)^m \quad (4.172)$$

unde :  $m$  reprezintă un parametru de (uzual  $0.5 < m < 1$ );  $\sigma'_3$  - tensiunea efectivă de confinare;  $E_{50}^{ref}$ ,  $E_{ur}^{ref}$  se obțin din curba  $q - \varepsilon_1$  pentru  $\sigma'_3 = -p_{ref}$  (Fig.4.32). În multe cazuri practice se poate adopta  $E_{ur}^{ref} = 3 \cdot E_{50}^{ref}$ ,  $p_{ref} = 100 \text{ kPa}$ .

$$E_0 = \frac{2}{2 - R_f} \cdot E_{50}^{ref} \left( \frac{c \cdot \cos \varphi - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi}{c \cdot \cos \varphi + p_{ref} \cdot \sin \varphi} \right)^m \quad (4.173)$$

$$R_f = \frac{q_f}{q_a} \quad (4.174)$$

unde  $R_f$  : reprezintă raportul de rupere  $\leq 1$ , uzual  $R_f = 0.9$ ;  $q_a$  - valoarea critică a deviatorului de tensiuni (Fig.4.32);  $q_f$  - valoarea admisibilă a deviatorului de tensiuni. Valoarea

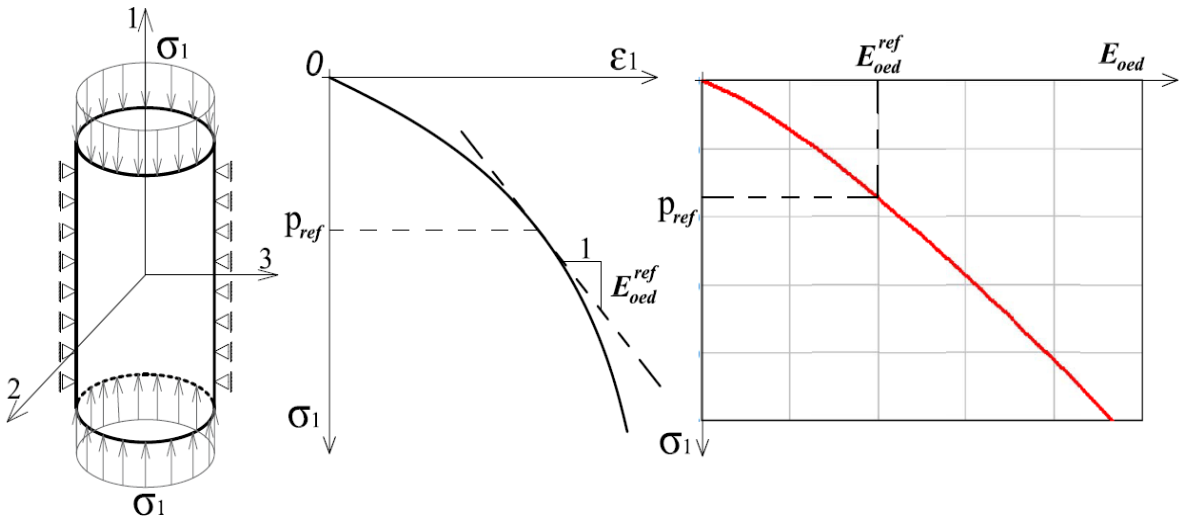
$q_f$  se obține pe baza criteriului de cedare Mohr-Coulomb, iar valoarea  $q_a$  se obține utilizând raportul de cedare  $R_f$ , ( $q_a = q_f / R_f$ ).

$$q_f = (c \cdot \cot \varphi - \sigma'_3) \cdot \frac{2 \cdot \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4.175)$$

În condițiile încercării de compresiune mono-axială cu deformații laterale împiedicate (încercarea edometrică), modulul de deformație edometrică ( $E_{oed}$ ) se exprimă cu relația:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \cdot \left( \frac{\sigma_1}{p_{ref}} \right)^m \quad (4.176)$$

Modulul de deformație edometrică,  $E_{oed}$ , se determină ca modul tangent pe curba de compresiune – tasare specifică ( $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ). Valoare de referință a modului,  $E_{oed}^{ref}$ , corespunde presiunii de referință,  $p_{ref}$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ , (Fig.4.34).



**Fig.4.34.** Definierea  $E_{oed}$  conform încercării edometrice (HSM).

Întrucât parametrii elementelor de interfață se determină pe baza parametrilor unui material cu comportare liniar elastică – perfect plastică, de tip Mohr-Coulomb ( $E_s, \mu_s, c_s, \varphi_s, \psi_s, \sigma_{t,s}$ ), este necesară echivalarea parametrilor prin care se definește un material definit prin modelul HSM ( $E_{50}^{ref}, E_{oed}^{ref}, E_{ur}^{ref}, \mu_{ur}, m, R_f, p_{ref}, c, \varphi, \psi, \sigma_t$ ). Parametrii de rezistență echivalați:  $c_s, \varphi_s, \psi_s, \sigma_{t,s}$  se vor considera identici cu parametri definiți conform modelului de calcul:  $c, \varphi, \psi, \sigma_t$ . Parametrii de deformabilitate echivalați, reprezintă parametrii de deformabilitate aferenți ramurii de descărcare-reîncărcare a materialului (HSM):  $E_s = E_{ur}$ ;  $\mu_s = \mu_{ur} \cdot E_{ur}$  prezintă o variație în raport cu nivelul tensiunilor din cadrul materialului ( $\sigma'_3$ ) cu aportul parametrilor de forfecare ( $c, \varphi$ ) și a valorilor  $p_{ref}$  și  $m$ , ( ecuației 4.172) . Coeficientul



lui Poisson aferent ramurii de descărcare-reîncărcare ,  $\mu_{ur}$  , este un parametru pur elastic,(  
 $\mu_{ur} \approx 0.2$ ).

Soluții posibile de echivalare a parametrilor  $E_{50}^{ref}$  ,  $E_{oed}^{ref}$  ,  $E_{ur}^{ref}$  :

- $1.25 \cdot E_{oed}^{ref} \approx E_{50}^{ref} \approx E_{ur}^{ref} / 3$  , [A.16],[A.17],[A.18]
- $E_{oed}^{ref} \approx E_{50}^{ref} \approx E_{ur}^{ref} / 3$  , I.P. Damians ș.a. [A.47], [A.46].

*Parametrii elementelor de interfață determinați pentru un material cu model constitutiv HSM atribuit*, sunt următorii:

$$\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)) \quad (4.177)$$

$$c_i = c_s \cdot R_{inter} \quad (4.178)$$

$$\psi_i = \begin{cases} 0^\circ \rightarrow R_{inter} < 1 \\ \psi_s \rightarrow R_{inter} = 1 \end{cases} \quad (4.179)$$

$$\sigma_{t,i} = R_{inter} \cdot \sigma_{t,s} \quad (4.180)$$

$$\nu_i = 0.45 \quad (4.181)$$

$$k_s = \frac{G_i}{\nu_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_{s,ur}}{t_i} = \frac{(R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{E_{ur}}{2(1+\nu_{ur})} =$$

$$= \frac{(R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m \quad (4.182)$$

$$k_n = \frac{E_{oed,i}}{\nu_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{2 \cdot G_i \cdot (1-\nu_i)}{(1-2 \cdot \nu_i) \cdot \nu_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{2 \cdot (R_{inter})^2 \cdot G_{s,ur} \cdot (1-\nu_i)}{(1-2 \cdot \nu_i) \cdot \nu_{t,f} \cdot l_{el}} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2 \cdot G_{s,ur}}{t_i} =$$

$$= \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m \quad (4.183)$$

respectiv :

$$k_s^{ref} = \frac{(R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{E_{ur}^{ref}}{2(1+\nu_{ur})} \quad (4.184)$$

$$k_n^{ref} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \quad (4.185)$$

sau

$$k_s = k_s^{ref} \cdot \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m \quad (4.186)$$

$$k_n = k_n^{ref} \cdot \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m = 11 \cdot k_s \quad (4.187)$$

Tensiunea efectivă de confinare,  $\sigma'_3$ , se poate asimila cu tensiunea normală efectivă  $\sigma'_n$ . Astfel prin echivalarea  $\sigma'_3 = \sigma'_n$ , se observă că rigiditățile elastice la nivelul interfeței se determină în funcție de starea de tensiuni, printr-o lege de variație de tip  $(\sigma'_n)^m$ .

În condițiile în care se limitează dilatanța, elementelor de interfață li se va atribui o grosime reală ( $t_r$ ). Această dimensiune este necesară pentru calculul deformațiilor specifice volumice,  $\varepsilon_v$ , pentru determinarea porozității maxime, respectiv, în vederea limitării unghiului de dilatanță  $\psi_i$ .

Utilizarea elementelor de interfață în diverse cercetări centrate pe studii de caz este un factor prin care se reduc diferențele între comportarea reală a structurilor aferente ingineriei geotehnice și comportarea estimată prin intermediul metodelor numerice (MEF). În acest sens cercetările realizate de K. Muthukkumaran ș.a [A.139], S. Benmebarek ș.a. [A.6], Martino Leoni [A.123], Ömer Bilgin [A.147], Yalala Nisha ș.a. [A.142], Wen Zhao ș.a. [A.199], Ke Xu ș.a. [A.201], H.-J. Kim, ș.a. [A.113] confirmă avantajele conferite prin adoptarea elementelor de interfață în analizele numerice utilizând PLAXIS 2D. Astfel Yan Yu ș.a. [A.203] investighează diferențele privind comportarea elementelor de interfață prin analize comparative între programul PLAXIS și programul FLAC. Echivalarea proprietăților elementelor definite prin cele două programe este puțin limitată de condițiile impuse via PLAXIS ( $k_n = 11 \cdot k_s$ ), iar diferențele obținute în urma analizelor numerice nu prezintă valori suficient de mari încât să diferențieze fenomenele fizice obținute prin calculul comparativ. Ca și observație, elementele de interfață implementate în programul FLAC sunt elemente de interfață cu grosime nulă formulate în mod similar cu elementele conform PLAXIS, dar care nu au condiții privind proprietățile elementelor de contact. Damians I.P ș.a. [A.48] investighează prin studii numerice, parametrice, diferențele în comportarea la nivelul contractului pământ-structură geotehnică, derivate din adoptarea elementelor de interfață cu grosime virtuală, față de utilizarea elementelor plane dispuse pe o regiune îngustă de-a lungul contactului. În urma analizelor numerice realizate în PLAXIS 2D se observă superioritatea elementelor de interfață în raport cu elementele plane prin limitarea oscilațiilor bruște parazitare a tensiunilor pe zonele de contact plasticizate.

Mohammad Mahdi Jalaliv ș.a. [A.103] investighează interacțiunea la nivelul contactului pământ-pilot prin analize comparative între programul PLAXIS și programul ANSYS. Se investighează efectul modelului constitutiv adoptat elementelor plane și elementelor de interfață (Mohr-Coulomb și HSM) prin analize axi-simetrice (PLAXIS) în comparație cu analize 3D realizate în programul ANSYS.

#### 4.2.4 Modelul de interacțiune elemente de tip ”șir de grinzi îngropate” – elemente plane.

Interacțiunea dintre elemente liniare de tip ”șir de grinzi îngropate” și rețeaua de elemente plane se realizează prin intermediul unor resorturi cu comportare liniar elastică – perfect plastică. Schematizarea și implementarea abordării a fost propusă de către J.J.M. Sluis ș.a. [A.177], (Fig.4.35). Interacțiunea la fiecare nod intermediar al elementelor liniare se realizează prin 2 resorturi prin care se face ”legătura” cu nodul aferent rețelei de discretizare a elementelor plane. Astfel vom avea un resort cu rigiditatea  $R_n$  orientat perpendicular pe elementul 1D (rigiditate laterală pe suprafața laterală) și un resort cu rigiditatea  $R_s$  orientat paralel cu direcția elementul 1D (rigiditate axială pe suprafața laterală). Comportarea liniar elastică –perfect plastică a resorturilor se specifică prin introducerea valorilor limită a forțelor mobilizate în resort, respectiv: rezistența la forfecare pe suprafața laterală  $T_{S,max}$  pentru resortul aferent  $R_s$  și presiunea normală limită pe suprafața laterală (rezistența laterală),  $T_{LAT,max}$  pentru resortul aferent  $R_n$ , ( Fig.4.36). În situațiile în care la nivelul suprafeței laterale a șirului de piloți se ignoră valoarea limită a presiunii laterale, resortul aferent direcției  $R_n$ , se va considera că are o comportare liniar elastică ( $T_{LAT,max} \rightarrow \infty$ ). Pentru nodul marginal inferior (definit ca vârful șirului de piloți) se va adăuga suplimentar un resort care va prelua doar compresiune, cu rigiditatea  $K_f$ , orientată paralel cu direcția elementul 1D (rigiditate axială pe vârful). Comportarea liniar elastică –perfect plastică a resortului  $K_f$  este dată prin introducerea valorii maxime a forței axiale capabile transmisă prin vârful șirului de piloți,  $F_{VARF,max}$ , (Fig.4.36). În situațiile în care bulbi de injectare ai ancorelor se modelează cu elemente de tip ”șir de grinzi îngropate”, valoarea  $F_{VARF,max}$  va fi nulă ( $F_{VARF,max} = 0$ ).

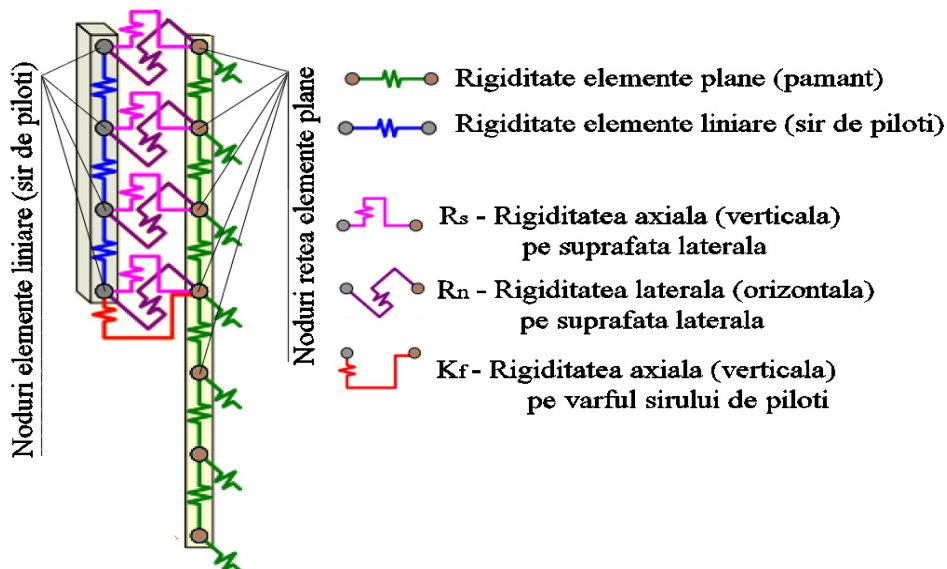


Fig.4.35. Schema de interacțiune la nivel de elemente ”șir de grinzi îngropate” (1D) – elemente plane (2D).

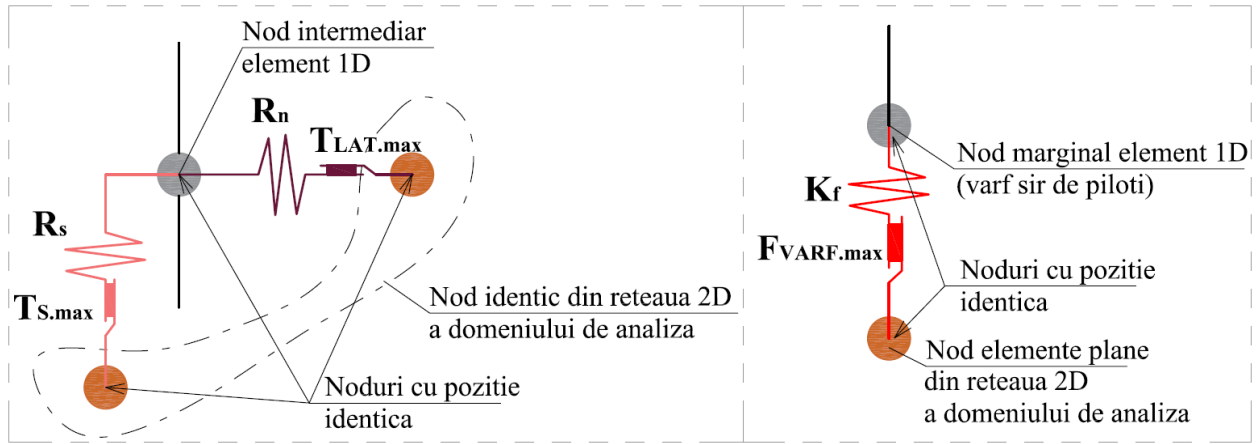


Fig.4.36. Schema de interacțiune la nivel de noduri între elemente de tip "șir de grinzi îngropate" (1D) – elemente plane (2D).

Relația constitutivă la nivelul suprafeței de contact pe perechile nodurilor intermediare, (Fig.4.36), este următoarea:

$$\begin{bmatrix} t_s \\ t_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta u_s \\ \delta u_n \end{bmatrix} \quad (4.188)$$

unde :  $\delta u_s$  - deplasarea relativă pe direcția tangențială elementului liniar, (direcția  $R_s$ ):  $\delta u_s = u_s^p - u_s^s$  unde  $u_s^p$  - deplasarea nodului elementului liniar pe direcția tangențială;  $u_s^s$  - deplasarea nodului rețelei elementelor plane pe direcția tangențială. Deplasarea relativă pe direcția normală elementului liniar (direcția  $R_n$ ) va fi :  $\delta u_n = u_n^p - u_n^s$  unde  $u_n^p$  - deplasarea nodului elementului liniar pe direcția normală;  $u_n^s$  - deplasarea nodului rețelei elementelor plane pe direcția normală. În funcție de rigiditățile resorturilor  $R_s$ ,  $R_n$  și a deplasărilor nodale relative ( $\delta u_s$  și  $\delta u_n$ ) se vor determina tensiunile de forfecare pe suprafața laterală  $t_s$ , respectiv tensiunile normale pe suprafața laterală  $t_n$ .

Rigiditățile elastice atribuite interacțiunii pe suprafața laterală a șirului de piloți (elemente de tip "șir de grinzi îngropate") se determină pe baza următorilor parametri:

- coeficienți de interacțiune:  $ISF_{RS}$ ,  $ISF_{RN}$ ;
- rigiditatea pământului) în care sunt înglobate elementele liniare prin modulul  $G_s$ ;
- Configurația geometrică a șirului de piloți prin distanța inter-ax a piloților :  $L_{ax}$ .

$$R_s = ISF_{RS} \cdot \frac{G_s}{L_{ax}} \quad [kN / m^3] \quad (4.189)$$

$$R_n = ISF_{RN} \cdot \frac{G_s}{L_{ax}} \quad [kN / m^3] \quad (4.190)$$

Coeficienți de interacțiune  $ISF_{RS}$ ,  $ISF_{RN}$  se pot determina în mod implicit sau li se pot atribui valori. Determinarea implicită se face în felul următor:

$$ISF_{RS} = 2.5 \cdot \left( \frac{L_{ax}}{D} \right)^{-0.75} \quad [-] \quad (4.191)$$

$$ISF_{RN} = 2.5 \cdot \left( \frac{L_{ax}}{D} \right)^{-0.75} \quad [-] \quad (4.192)$$

unde : D – reprezintă diametrul secțiunii unui element (cazul șirurilor de piloți) sau lățimea secțiunii unui element (cazul barețelor). În situația în care se modelează un șir de elemente cu secțiuni neregulate, parametrul D se consideră grosimea echivalentă,  $d_{eq}$ , ce se determină pe baza momentului de inerție și al ariei secționale, ( $I_{el}, A_{el} \rightarrow d_{eq} = \sqrt{12EI_{el} / EA_{el}}$ ).

Comportarea elastic-perfect plastică a resortului  $R_s$  va fi limitată de valoarea limită  $t_s$  astfel:

$$\begin{cases} |t_s| < T_{S,max} \rightarrow \text{comportare elastica} \\ |t_s| = T_{S,max} \rightarrow \text{comportare plastica} \end{cases} \quad (4.193)$$

Valoarea rezistenței la frecare pe suprafața laterală,  $T_{S,max}$ , se definește în  $kN/m$ , însă în analizele în starea plană de deformații valoarea  $T_{S,max}$  se va împărți la grosimea secțiunii analizate (dimensiunea perpendiculară pe secțiunea de analiză), rezultând valoarea  $T_{S,max}$  în  $kN/m^2$ .

Atribuirea  $T_{S,max}$  se poate face în mai multe variante:

- Variație liniară cu atribuirea a doua valori aferente vârfului piloților  $T_{S,max}^{inf}$  (la partea inferioară), respectiv valoarea aferentă capătului pilotului  $T_{S,max}^{sup}$  (la partea superioară). Uzual  $T_{S,max}^{inf} \geq T_{S,max}^{sup}$ .
- Variație multi-liniară – variația  $T_{S,max}$  se definește în funcție de distanță de la partea superioară a șirului de piloți după o poli-linie cu valori definite tabelar pe diferite intervale.
- Dependentă de stratul de pământ cu care elementul liniar se află în contact. În această situație  $T_{S,max}$  se va determina astfel:

$$T_{S,max} = \pi \cdot d_{eq} \cdot \tau_i \quad (4.194)$$

$$\tau_i = c_i + p' \cdot \varphi_i \quad (4.195)$$

$$c_i = R_{inter} \cdot c_s \quad (4.196)$$

$$\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)) \quad (4.197)$$

$$p' = (\sigma_2 + \sigma_3) / 2 \quad (4.198)$$

unde :  $p'$  reprezintă tensiunea normală efectivă.

Comportarea resortului  $R_n$  poate fi considerată liniar elastică sau i se poate atribui o comportarea elastic-perfect plastică prin limitarea valorii  $t_n$  astfel:

$$\begin{cases} |t_n| < T_{LAT.max} \rightarrow \text{comportare elastica} \\ |t_n| = T_{LAT.max} \rightarrow \text{comportare plastica} \end{cases} \quad (4.199)$$

Valoarea rezistenței la presiuni orizontale pe suprafața laterală a șirului de piloți,  $T_{LAT.max}$ , se definește în  $kN/m$ , însă în analizele în starea plană de deformății valoarea  $T_{LAT.max}$  se va împărți la grosimea secțiunii analizate (dimensiunea perpendiculară pe secțiunea de analiză), rezultând valoarea  $T_{LAT.max}$  în  $kN/m^2$ . Atribuirea  $T_{LAT.max}$  se poate face în mai multe variante:

- Variație liniară cu atribuirea a doua valori aferente vârfului piloților  $T_{LAT.max}^{inf}$  (la partea inferioară), respectiv valoarea aferentă capătului pilotului  $T_{LAT.max}^{sup}$  (la partea superioară). Uzual  $T_{LAT.max}^{inf} \geq T_{LAT.max}^{sup}$ .
- Variație multi-liniară – variația  $T_{LAT.max}$  se definește în funcție de distanță de la partea superioară a șirului de piloți după o poli-linie cu valori definite tabelar pe diferite intervale.

Adițional pe nodul marginal elementului liniar de tip ”șir de grinzi îngropate” ce corespunde vârfului șirului de piloți este adăugat un resort cu rigiditatea  $K_f$  și orientarea conform Fig.4.36. Relația constitutivă în domeniul elastic a resortului se definește astfel :

$$F_f = K_f \cdot \delta u_f \quad (4.200)$$

unde :  $\delta u_f$  - deplasarea relativă pe direcția tangențială elementului liniar a vârfului pilotului (direcția  $K_f$  - Fig.4.36):  $\delta u_f = u_f^p - u_f^s$  unde  $u_f^p$  - deplasarea nodului marginal a elementului liniar pe direcția tangențială;  $u_f^s$  - deplasarea nodului rețelei elementelor plane pe direcția tangențială.

$$K_f = ISF_{KF} \cdot \frac{G_s \cdot (d_{eq} / 2)}{L_{ax}} \quad [kN / m^2] \quad (4.201)$$

$$ISF_{RN} = 25 \cdot \left( \frac{L_{ax}}{D} \right)^{-0.75} \quad [-] \quad (4.202)$$

Comportarea elastic-perfect plastică a resortului  $K_f$  va fi limitată de valoarea limită  $F_f$  astfel

$$\begin{cases} F_f < F_{VARF.max} \rightarrow \text{comportare elastica} \\ F_f = F_{VARF.max} \rightarrow \text{comportare plastica} \end{cases} \quad (4.203)$$

Valoarea rezistenței la compresiune pe vârful pilotului,  $F_{VARF.max}$ , se definește în  $kN$ , însă în analizele în starea plană de deformății valoarea  $F_{VARF.max}$  se va împărți la grosimea secțiunii analizate, rezultând că valoarea  $F_{VARF.max}$  trebuie definită în  $kN/m$ .

În aplicațiile de inginerie geotehnică în care se utilizează piloți în vederea preluării unor solicitări predominante de compresiune, rezistența la compresiune a pilotului reprezintă

parametrul definitiv privind dimensionarea sistemului. Principial rezistența la compresiune a unui pilot  $R_C$ , este compusă din rezistența la frecare pe suprafața laterală,  $R_{CS}$  și rezistența la compresiune pe vârf,  $F_{VARF.max}$ .

$$R_C = R_{CS} + F_{VARF.max} \quad (4.204)$$

În situația în care  $T_{S.max}$  se definește că variază liniar de-a lungul lungimii pilotului (fișei pilotului,  $F_{pil}$ ),  $R_{CS}$ , rezistența la forfecare pe suprafața laterală va avea următoarea exprimare:

$$R_{CS} = F_{pil} \cdot (T_{S.max}^{inf} + T_{S.max}^{sup}) / 2 \quad (4.205)$$

În situația în care  $T_{S.max}$  este definită cu variație liniară pe mai multe straturi, cuantificarea variației se va defini tabelar pe  $n$  valori ce corespund a  $n-1$  intervale/segmente. În această situație, rezistența la forfecare pe suprafața laterală,  $R_{CS}$ , va avea următoarea exprimare:

$$R_{CS} = \sum_{i=1}^{i=n-1} \left[ \frac{1}{2} (L_{i+1} - L_i) (T_{S.max.(i)} + T_{S.max.(i+1)}) \right] \quad (4.206)$$

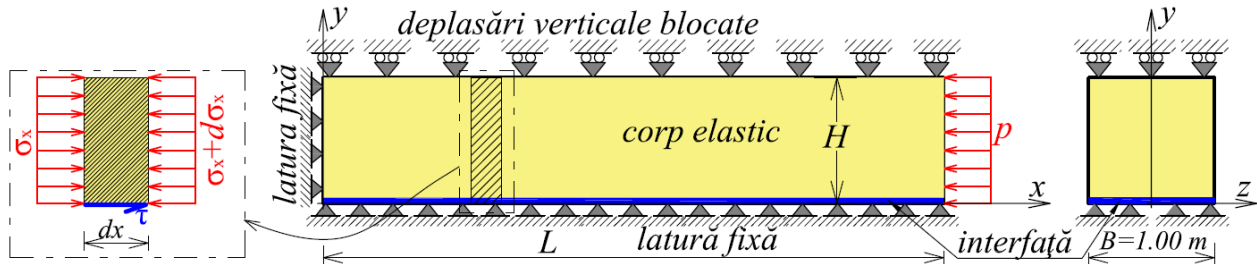
unde:  $L_i$  este lungimea măsurată de la partea superioară a pilotului până la valoarea tabelară  $i$  cu  $T_{S.max.(i)}$  atribuit. Pentru punctul aferent limitei superioare a piloților  $L_i$  va avea valoarea nulă, respectiv pentru punctul inferior piloților (vârful piloților),  $L_i$  va avea valoarea egală cu fișa pilotului ( $F_{pil}$ ).

Adoptarea elementelor de tip ”șir de grinzi îngropate” pentru modelarea sistemelor de consolidare a versanților în vederea asigurării stabilității acestora este investigată prin diverse studii parametrice de către Nathan Torggler [A.186].

# CAP. 5. INTERACȚIUNEA TEREN STRUCTURĂ ÎN PROBLEME INGINEREȘTI

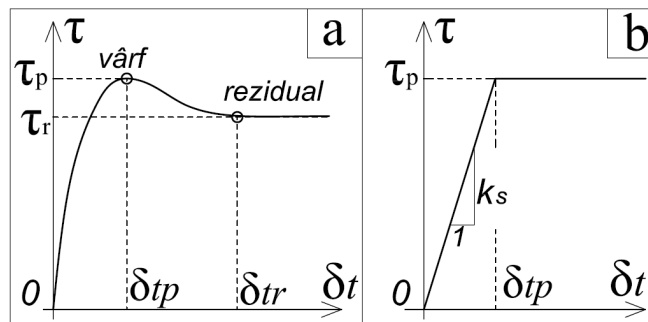
## 5.1. Comportarea la alunecare a interfeței – modelul analitic Hird

Modelul de calcul Hird, [A.91] reprezintă un model analitic prin care se permite determinarea distribuției tensiunilor de forfecare mobilizate de-a lungul interfeței dintre un corp elastic de tip bandă cu marginea inferioară incastată. Condițiile geometrice ale modelului sunt definite în Figura 5.1. Astfel solidul elastic este definit prin lungimea ( $L$ ) de-a lungul axei  $x$ , lățimea ( $B$ ) și înălțimea ( $H$ ) de-a lungul axei  $y$ , (Figura 5.1). Condițiile de margine se aplică laturilor solidului elastic conform Figurii 5.1. Interfața este aplicată laturii inferioare. Solidul elastic este acționat de o presiune orizontală ( $p$ ), aplicată pe latura liberă. Acest model analitic a fost utilizat la verificarea comportării la forfecare a elementelor de interfață implementate în diverse platforme de analiză în MEF de către P.C.F. Ng ș.a. [A.141] și R. C. Barros ș.a. [A.4].



**Fig.5.1.** Geometrie modelul Hird.

Comportarea la forfecare, la nivelul interfeței se definește în termeni de tensiuni de forfecare ( $\tau$ ) și deplasări relative tangențiale ( $\delta_t$ ). Comportarea la forfecare, la nivelul interfeței, este definită prin relația  $\tau - \delta_t$  și se poate exprima grafic conform Figurii 5.2. În abordarea propusă de către C.C. Hird ș.a. [A.91], la nivelul interfeței se atribuie o comportare la forfecare de tip linear elastic-perfect plastic conform Figurii 5.2-b. Astfel variația reală este echivalată la un model linear elastic – perfect plastic cu rezistența la forfecare  $\tau_p$ , Comportarea elastica la forfecare se definește în mod linear în funcție de rigiditatea tangențială,  $k_s$ .



**Fig.5.2.** Comportarea interfeței la forfecare conform modelului Hird.



Ipotezele inițiale de la care este dezvoltat modelului analitic Hird consideră că tensiunile normale ,  $\sigma_x$  și deformațiile specifice ,  $\varepsilon_x$  sunt constante pe înălțimea blocului elastic ( $H$ ) , conform Figurii 5.1. Pornind de la această ipoteză și considerând că  $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$  , starea de deformații specifice a corpului elastic se poate descrie conform legii lui Hooke generalizate:

$$[\varepsilon] = \begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y - \nu \cdot \sigma_z) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x - \nu \cdot \sigma_z) = 0 \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_z - \nu \cdot \sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) \end{cases} \quad (5.1)$$

unde :  $E$  și  $\nu$  reprezintă modulul lui Young si coeficientul lui Poisson al materialului. În continuare, relația dintre tensiunea  $\sigma_x$  și deformația specifică  $\varepsilon_x$  (pe direcția axei OX) se poate scrie:

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \cdot \varepsilon_x \quad (5.2)$$

Deplasarea relativă tangențială la nivelul interfeței  $\delta_t$ , se va formula ca o funcție de  $x$  astfel:

$$\delta_t = W(x) \quad (5.3)$$

Se va considera în continuare, că interfața se comportă elastic și nu apar lunecări relative plastice, între solidul elastic si marginea inferioară fixată.

$$\frac{dW(x)}{dx} = \varepsilon_x \rightarrow \frac{dW(x)}{dx} = \frac{\sigma_x \cdot (1-\nu-2\cdot\nu^2)}{E(1-\nu)} \quad (5.4)$$

Aplicând condițiile de echilibru al tensiunilor după direcția axei OX pe un element infimezimal de lungime  $dX$ , va rezulta următoarea ecuație :

$$\sigma_x \cdot H + \tau \cdot dx = (\sigma_x + d\sigma_x) \cdot H \quad (5.5)$$

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{k_s \cdot W(x)}{H} \quad (5.6)$$

unde :  $\tau$  reprezintă tensiunea de forfecare la nivelul interfeței.

Considerând comportarea interfeței elastică, tensiunea mobilizată va fi exprimată de următoarea lege de variație

$$\tau = k_s \cdot \delta_t \rightarrow \tau(x) = k_s \cdot W(x) \quad (5.7)$$

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{k_s \cdot W(x)}{H} \quad (5.8)$$

Prin derivarea ecuației (5.2) în raport cu  $x$  și prin aplicarea unor substituiți se va obține:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \cdot \frac{d\varepsilon_x}{dx} \rightarrow \frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \cdot \frac{d^2W(x)}{dx^2} \rightarrow$$

$$\frac{k_s \cdot W(x)}{H} = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \cdot \frac{d^2W(x)}{dx^2} \quad (5.9)$$

respectiv :

$$\frac{d^2W(x)}{dx^2} - \alpha_m \cdot W(x) = 0 \quad (5.10)$$

unde:

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{k_s \cdot (1-\nu-2\cdot\nu^2)}{E \cdot H \cdot (1-\nu)}} \quad (5.11)$$

Soluția ecuației (5.10) implică introducerea a două constante de integrare  $C_1$  și  $C_2$  :

$$W(x) = C_1 \cdot e^{\alpha_m \cdot x} + C_2 \cdot e^{-\alpha_m \cdot x} \quad (5.12)$$

În vederea determinării constantelor de integrare, este necesară aplicarea a minimum 2 condiții de margine. Prima condiție de margine, se aplică în originea sistemului de coordonate. Astfel pentru  $x=0$  deplasarea longitudinală la nivelul solidului elastic va fi nulă:

$$W(0) = 0 \quad (5.13)$$

A doua condiție de margine, se referă la condiția de lunecare a interfeței. Astfel condiția de lunecare la nivelul interfeței, implică atingerea tensiunii de forfecare a valorii maxime (de vârf)  $\tau_p$ , la o valoare aferentă a deplasării relative tangențiale  $\delta_p$ . Conform notațiilor utilizate anterior,  $\delta_p = W(x_1)$ , unde  $x_1$  reprezintă distanța longitudinală de la originea sistemului de coordonate până la punctul în care condiția de lunecare este satisfăcută  $\tau(x_1) = \tau_p$  sau  $\delta_p = W(x_1)$ .

$$W(x_1) = \delta_p = \frac{\tau_p}{k_s} \quad (5.14)$$

Prin aplicarea ecuației (5.10) pentru prima și a doua condiție de margine se pot obține valorile constantelor de integrare:

$$C_1 = -C_2 = \frac{\delta_p}{e^{\alpha_m \cdot x_1} - e^{-\alpha_m \cdot x_1}} \quad (5.15)$$

Comportarea interfeței de-a lungul solidului elastic, se poate diviza în două zone:

Prima zonă : comportare elastică a interfeței pe intervalul cuprins între  $x=0$  până la  $x=x_1$ .

Pe acest interval distribuția tensiunilor de forfecare la nivelul interfeței se poate formula astfel:

$$\tau(x) = k_s \cdot W(x) = k_s \cdot \delta_p \cdot \frac{e^{\alpha_m \cdot x} - e^{-\alpha_m \cdot x}}{e^{\alpha_m \cdot x_1} - e^{-\alpha_m \cdot x_1}} \Bigg|_{\text{de la } x=0 \text{ pana la } x=x_1} \quad (5.16)$$

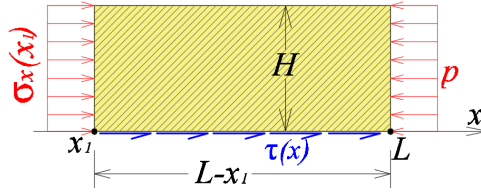
A doua zonă: comportare plastică a interfeței pe intervalul cuprins între  $x=x_1$  până la  $x=L$ .

Pe această zonă, tensiunile de forfecare la nivelul interfeței se dezvoltă în domeniu plastic (post

cedare). Considerând o comportare la forfecare al interfeței de tip liniar elastică – perfect plastică, distribuția tensiunilor de forfecare la nivelul interfeței pe domeniul plastic va avea următoarea formulare:

$$\tau(x) = \tau_p \Big|_{\text{de la } x=x_1 \text{ pana la } x=L} \quad (5.17)$$

Pentru a putea determina variația tensiunii de forfecare la nivelul interfeței pe întreg domeniul analizat ( $0...L$ ) este necesar a se determina lungimea zonei de comportare elastică a interfeței ( $x_1$ ), respectiv lungimea zonei plastice ( $L-x_1$ ). Astfel se va pune condiția de echilibru a tensiunilor longitudinale pe fragmentul corpului elastic situat deasupra zonei de plasticizare a interfeței, conform Figurii 5.3.



**Fig.5.3.** Tensiuni în echilibru pe zona plasticizată a interfeței.

$$\sigma_x(x_1) \cdot H + \int_{x_1}^L \tau(x) dx = p \cdot H \quad (5.18)$$

Considerând o distribuție constantă a tensiunilor de forfecare la nivelul interfeței aflate în stadiul plastic, condiția de echilibru va deveni:

$$\sigma_x(x_1) \cdot H + \tau_p \cdot (L - x_1) = p \cdot H \quad (5.19)$$

Tensiunea longitudinală în punctul  $x_1$  se poate evalua astfel:

$$\sigma_x(x_1) = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2 \cdot \nu^2)} \cdot \left[ \frac{dW(x)}{dx} \right]_{x=x_1} \quad (5.20)$$

$$\sigma_x(x_1) = \frac{E(1-\nu) \cdot \alpha_m}{(1-\nu-2 \cdot \nu^2)} \cdot [C_1 \cdot e^{\alpha_m \cdot x_1} - C_2 \cdot e^{-\alpha_m \cdot x_1}] \quad (5.21)$$

După substituirea  $C_1$ ,  $C_2$  și  $\alpha_m$ , rezultă:

$$\sigma_x(x_1) = \frac{k_s \cdot \delta_{tp}}{\alpha_m \cdot H} \cdot \left[ \frac{e^{\alpha_m \cdot x_1} + e^{-\alpha_m \cdot x_1}}{e^{\alpha_m \cdot x_1} - e^{-\alpha_m \cdot x_1}} \right] \quad (5.22)$$

Aplicând substituiri în ecuația de echilibru pe zona plastică a interfeței se va obține ecuația pe baza căruia se poate determina punctul  $x_1$ :

$$\frac{k_s \cdot \delta_{tp}}{\alpha_m} \cdot \left[ \frac{e^{\alpha_m \cdot x_1} + e^{-\alpha_m \cdot x_1}}{e^{\alpha_m \cdot x_1} - e^{-\alpha_m \cdot x_1}} \right] + \tau_p \cdot (L - x_1) - p \cdot H = 0 \quad (5.23)$$

Astfel, odată cu determinarea valorii  $x_1$  se poate formula distribuția tensiunilor de forfecare la nivelul interfeței pe toată lungimea corpului elastic ca o funcție de tip scara (rampă):

$$\tau(x) = \begin{cases} k_s \cdot \delta_{tp} \cdot \frac{e^{\alpha_m \cdot x} - e^{-\alpha_m \cdot x}}{e^{\alpha_m \cdot x_1} - e^{-\alpha_m \cdot x_1}} & \text{pentru } x \in [0, x_1] \\ \tau_p & \text{pentru } x \in (x_1, L] \end{cases} \quad (5.24)$$

### 5.1.1 Modificări aduse modelului analitic Hird (Hird-Chiorean).

În vederea îmbunătățirii comportării la forfecare atribuite interfeței, s-a adoptat echivalarea variației reale printr-un model linear elastic-perfect plastic cu rezistență la forfecare la vârf  $\tau_p$  și reziduală  $\tau_r$ , conform Figurii 5.4. Comportarea elastica la forfecare se definește în mod linear în funcție de rigiditatea tangențială,  $k_s$ . În această situație, rezistența la forfecare reziduală,  $\tau_r$ , se va defini ca o fracțiune din rezistența la vârf  $\tau_p$ , prin introducerea unui coeficient de reducere a rezistenței la forfecare  $\alpha_r$ , ( $\tau_r = \tau_p \cdot \alpha_r$ ). Valoarea  $\alpha_r$  poate varia între 1 și 0. În cazul extrem  $\alpha_r=1$  modelul de comportare la forfecare conform Figurii 5.4-c se identifică cu modelul de comportare la forfecare conform Figurii 5.2-b. În cazul extrem opus,  $\alpha_r=0$ , modelul de comportare la forfecare va descrie comportarea unui material perfect casant,  $\tau_r = 0$ .

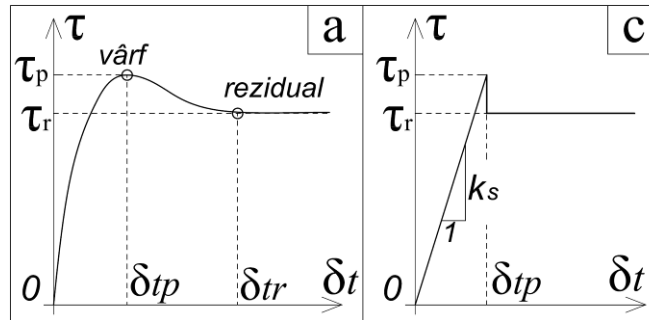


Fig.5.4. Comportarea interfeței la forfecare model Hird modificat.

Formularea analitică are la bază aceleași ipotezele inițiale adoptate la modelul Hird clasic. Astfel echilibrul tensiunilor după direcția axei OX pe un element echilibru infinitezimal de lungime  $dX$ , este :

$$\sigma_x \cdot H + \tau \cdot dx = (\sigma_x + d\sigma_x) \cdot H \quad (5.25)$$

Ecuția diferențială prin care se cuantifică variația deplasării relative tangențiale la nivelul interfeței,  $\delta_t = W(x)$  este :

$$\frac{k_s \cdot W(x)}{H} = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2 \cdot \nu^2)} \cdot \frac{d^2W(x)}{dx^2} \quad (5.26)$$

respectiv :

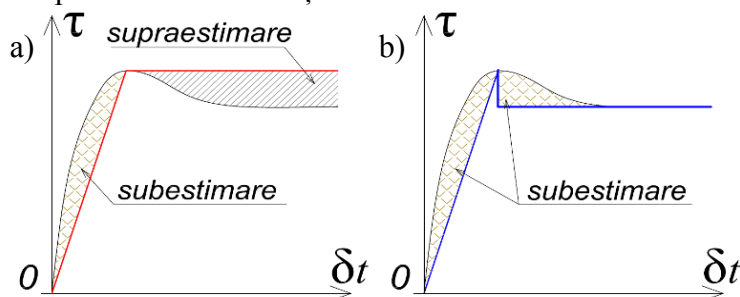
$$\frac{d^2W(x)}{dx^2} - \sqrt{\frac{k_s \cdot (1-\nu-2 \cdot \nu^2)}{E \cdot H \cdot (1-\nu)}} \cdot W(x) = 0 \quad (5.27)$$

având soluția:

Această pagină a fost eliminată din conținutul electronic al acestei lucrări.

### 5.1.2 Considerații generale ale modelului propus (Hird-Chiorean).

Modificările aduse modelului de calcul analitic prezintă anumite avantaje în raport cu modelul analitic original. Principalul avantaj îl reprezintă apropierea comportării la forfecare atribuite la nivelul interfeței față de comportarea reală. Astfel, prin adoptarea modelului liniar elastic–perfect plastic cu rezistența reziduală la forfecare, se micșorează diferențele dintre comportarea la forfecare reală a interfeței și comportarea estimată. Acest efect este simulat și prin analize numerice, în vederea extinderii acestui procedeu la aplicațiile practice de inginerie geotehnică. Utilizarea modelului liniar elastic – perfect plastic fără rezistență reziduală, are drept efect o supraestimare a tensiunilor la forfecare la nivelul interfeței pe domeniul post elastic și o ușoară subestimare a tensiunilor tangențiale pe domeniul elastic, (Fig.5.5-a). Supraestimarea tensiunilor tangențiale pe domeniul plastic, conduce implicit, la obținerea unor diagrame de variație a tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței mai mari decât tensiunile tangențiale real mobilizate. Adoptarea unei comportări cu rezistență reziduală la forfecare, (modelul propus), are drept efect reducerea profilului de variație  $\tau$  la nivelul interfeței pe zona post elastică. Astfel se va elimina supraestimarea diagramei de variație  $\tau$  la nivelul interfeței, obținută prin utilizarea modelului analitic original. Altfel spus, prin adoptarea unei comportări la nivelul interfeței de tip liniar elastic perfect plastice cu rezistență reziduală la forfecare, se permite adoptarea unei abordări prudente a comportării la alunecare a suprafeței de contact prin eliminarea palierului de supraestimare și o ușoară extindere a palierului de subestimare a tensiunilor tangențiale, (Fig.5.5-b). Acest aspect conduce la o redistribuire a tensiunilor în masivul de pământ, ce va conduce după sine la o estimare prudentă a deformațiilor acestuia.



**Fig.5.5.** Diferențe între comportarea reală și comportarea atribuită la forfecare a interfeței.

Un alt avantaj al modelului analitic propus este formularea matematică simplă și versatilă. Astfel prin utilizarea adecvată a coeficientului de reducere a rezistenței la forfecare  $\alpha_\tau$ , se poate asigura întreg palierul de comportare: de la comportarea liniar elastică –perfect plastică ( $\tau_r = \tau_p$ ) pentru  $\alpha_\tau=1$ , până la comportarea casantă ( $\tau_r = 0$ ) pentru  $\alpha_\tau=0$ .

Dezavantajul modelului Hird modificat constă în lipsa palierului de racordare între punctul aferent atingerii rezistenței maxime la forfecare  $\tau_p - \delta_p$  și punctul aferent atingerii rezistenței reziduale la forfecare  $\tau_r - \delta_r$ , conform Figurii 5.4. Astfel prin variația bruscă a

rezistenței la forfecare se va ignora palierul de racordare între  $\tau_p$  și  $\tau_r$ , se va genera o subestimare a profilului de variație  $\tau$  la nivelul interfeței pe zona plastică adiacentă punctului de plasticizare. Se poate spune că prin formularea propusă are loc o ecrusare instantanee realizată prin saltul brusc, de la  $\tau_p$  la  $\tau_r$  în momentul atingerii punctului aferent plasticizării. În aplicațiile de inginerie geotehnică, subestimarea tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței în domeniul plastic, poate reprezenta un avantaj, întrucât acest lucru conduce la asigurarea conceptului ”surprinderii situației maxim defavorabile” și adoptarea unei estimări prudente a răspunsului mecanic.

### 5.1.3 Analiza parametrică a modelului propus (Hird-Chiorean).

Pentru a analiza efectul variației parametrilor modelului Hird modificat (Chiorean), autorul a realizat analize parametrice comparative în vederea surprinderii diferențelor dintre rezultatele obținute prin modelul analitic propus și prin metoda numerică (MEF). Analizele numerice s-au realizat în starea plană de deformății utilizând programul de analiză MEF, PLAXIS 2D. Astfel, s-au realizat analize prin care se investighează efectul gradului de finețe a rețelei de discretizare, respectiv efectul utilizării a diferite tipuri de elemente finite plane, asupra distribuției tensiunilor de forfecare de-a lungul interfeței. Conform PLAXIS 2D, interacțiunea la nivelul interfeței se poate realiza prin cuplarea elementelor plane triunghiulare cu elemente liniare de tip elemente de interfață cu grosime nulă. În ceea ce privește tipul de elemente utilizate s-a adoptat interacțiunea prin cuplarea elementelor plane de tip T6 cu elemente de interfață cu 6 noduri ( $T6+6nIE$ ) respectiv prin cuplarea elementelor plane de tip T15 cu elemente de interfață cu 10 noduri ( $T15+10nIE$ ), conform Figurii 4.26. Corpul elastic s-a modelat utilizând ca model de comportare, modelul liniar elastic, iar elementelor de interfață li s-au atribuit proprietăți de deformabilitate prin introducerea manuală a valorilor  $k_s$  și  $k_n$ . Rezistență la forfecare a elementelor de interfață s-a definit ca și rezistență la forfecare în condiții nedrenate, cu rezistența la forfecare definită prin intermediul coeficienților de reducere  $R_{inter}$  și  $R_{inter.rez}$ :

$$\tau_p = R_{inter} \cdot S_{u,s} \quad (5.36)$$

$$\tau_r = R_{inter.rez} \cdot S_{u,s} \quad (5.37)$$

În vederea echivalării cu modelul analitic:

$$R_{inter.rez} = R_{inter} \cdot \alpha_\tau \rightarrow \alpha_\tau = R_{inter.rez} / R_{inter} \quad (5.38)$$

În ceea ce privește comportarea pe direcția normala la nivelul interfeței, s-au realizat analize atât pentru cazul în care criteriul de limitare a tensiunilor la întindere (cu T.C.O.,  $\sigma_{t,i} = 0$ ) este activat, cât și fără a se ține cont de un astfel de criteriu de cedare (fără T.C.O.).

Compararea rezultatelor obținute pe baza folosirii programului PLAXIS, se vor compara cu rezultatele obținute în urma aplicării modelului analitic modificat. Parametrii de control numeric ai analizelor numerice sunt cei definiți în mod implicit: eroare tolerată (T.E.) :0.01,

factor maxim de încărcare pe pas incremental (M.L.F./S):0.5, factor de supra-relaxare (O.R.F.): 1.2.

### 5.1.3.1 Investigarea numerică a efectului parametrilor de calibrare a modelului.

În analizele următoare s-a investigat efectul parametrilor de calibrare (de control) aferenți modelului de calcul. Prin analizele realizate s-a surprins în egală măsură efectul parametrilor de control ai modelului analitic și a modelului numeric. Analizele parametrice detaliate s-au realizat pe două analize generale (ANALIZA 1 și ANALIZA 2), a căror diferențiere este generată de dimensiunile geometrice a coloanei comprimate. Analizele urmăresc surprinderea variației tensiunilor tangențiale de-a lungul interfeței pentru diferite ipoteze de calcul, definite prin variația rezistenței la lunecare la nivelul interfeței, a gradului de finețe a discretizării, a comportării normale a interfeței (cu sau fără T.C.O.) și a valorii presiunii orizontale aplicate ( $p$ ).

#### ANALIZA 1 :

Parametrii corpului elastic:  $L=10m$ ,  $H=1m$ ,  $E=10^5kPa$ ,  $\nu = 0$ ,  $p$ -variabil.

Discretizarea domeniului implică 6 variante de discretizare (M1...M6) conform Figurii 5.6.

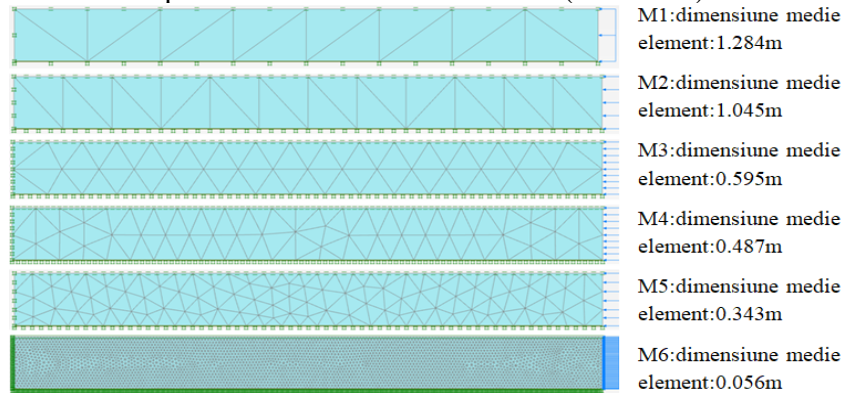


Fig.5.6. Variante de discretizare domeniu de analiza:  $L=10m$ ,  $H=1m$

● Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_\tau = 1$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30kPa$ ,  $H=1.00 m$

fără limitarea tensiunilor de întindere (fără T.C.O.)

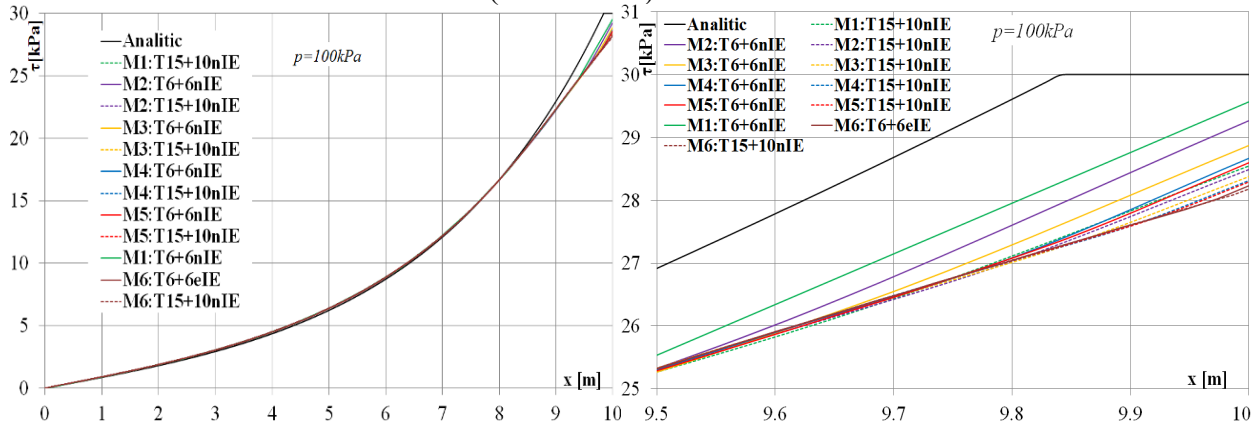
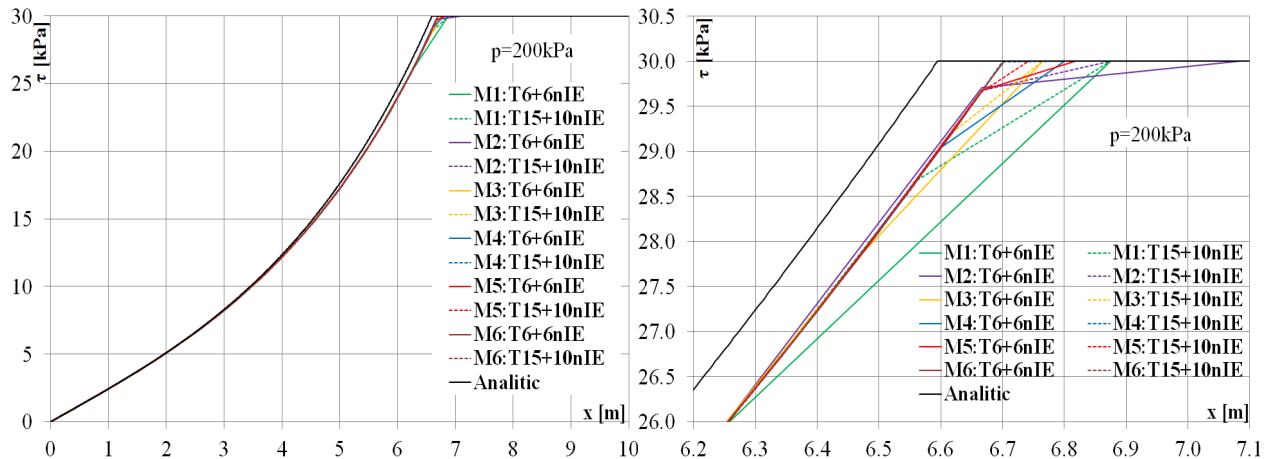
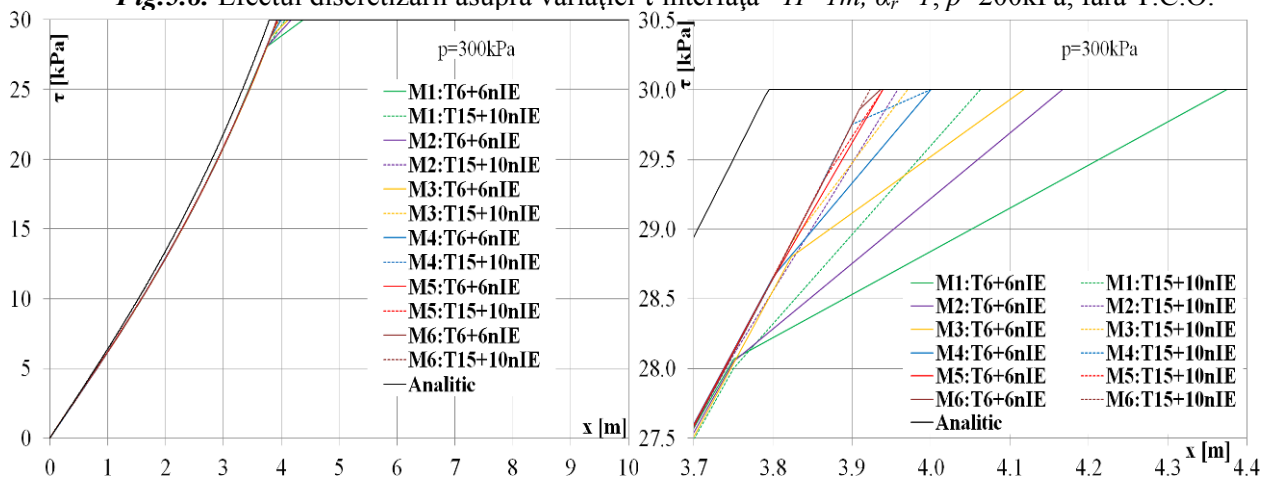


Fig.5.7. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=100kPa$ , fără T.C.O.

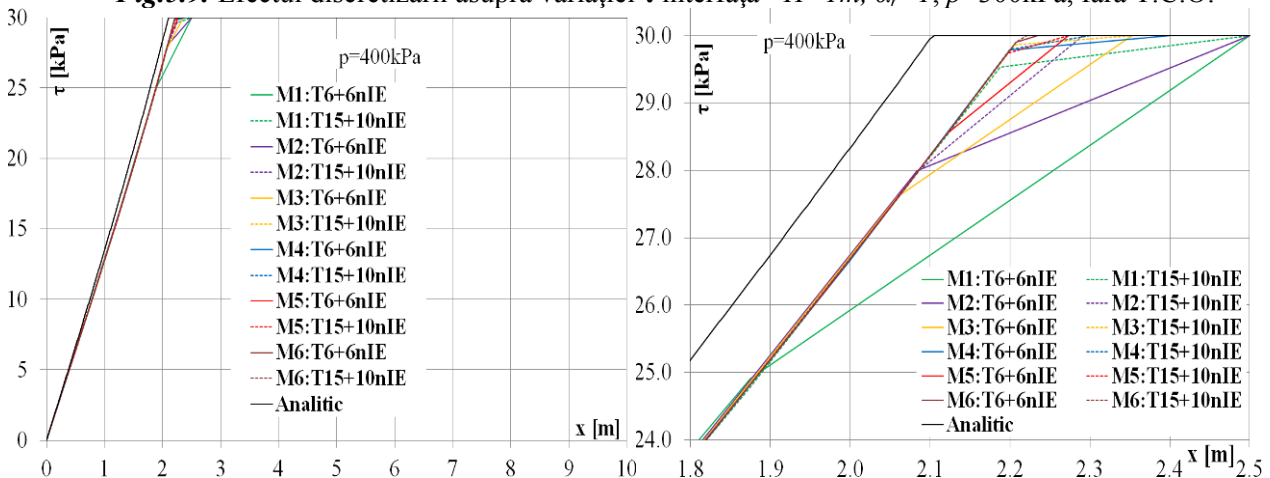




**Fig.5.8.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=200\text{kPa}$ , fără T.C.O.



**Fig.5.9.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=300\text{kPa}$ , fără T.C.O.



**Fig.5.10.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=400\text{kPa}$ , fără T.C.O.

- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 \text{ kN/m}^3$ ,  $\tau_p = 30 \text{ kPa}$ ,  $\alpha_r = 0.8$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 24 \text{ kPa}$ ,  $H=1.00$   $m$  fără limitarea tensiunilor de întindere (fără T.C.O.)

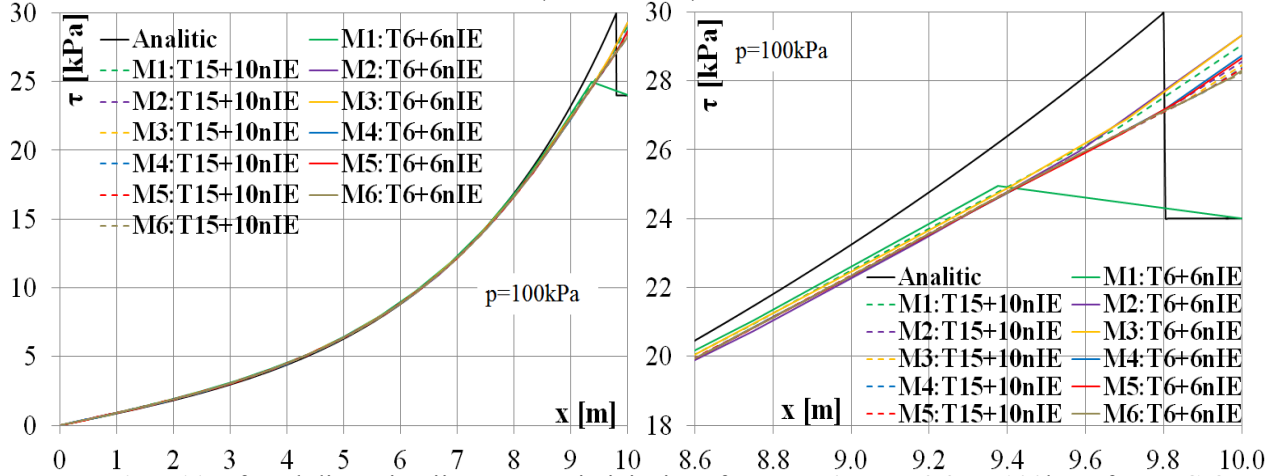


Fig.5.11. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=100\text{kPa}$ , fără T.C.O.

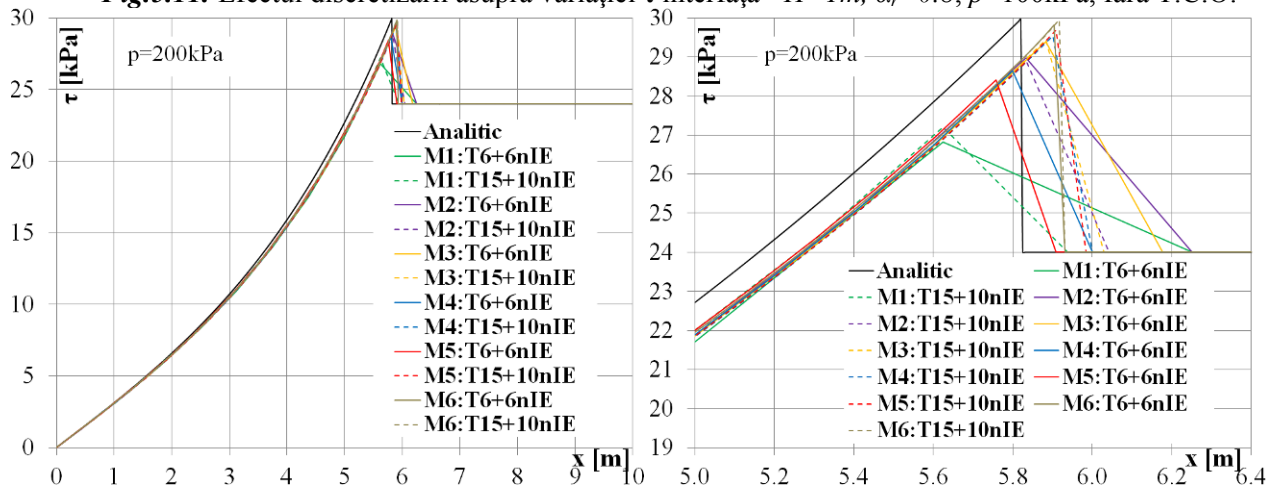


Fig.5.12. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=200\text{kPa}$ , fără T.C.O.

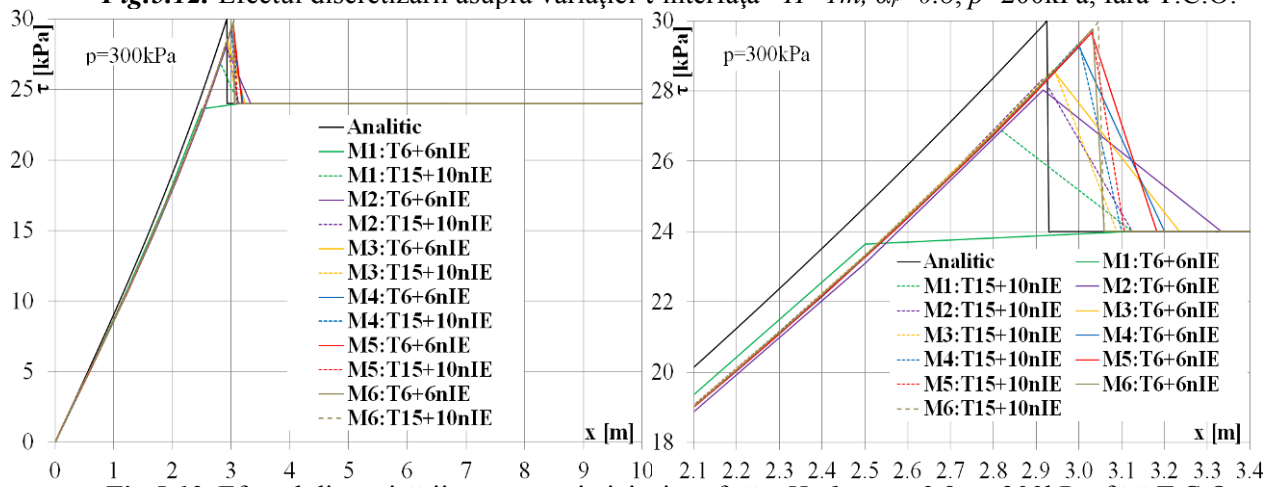


Fig.5.13. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=300\text{kPa}$ , fără T.C.O.

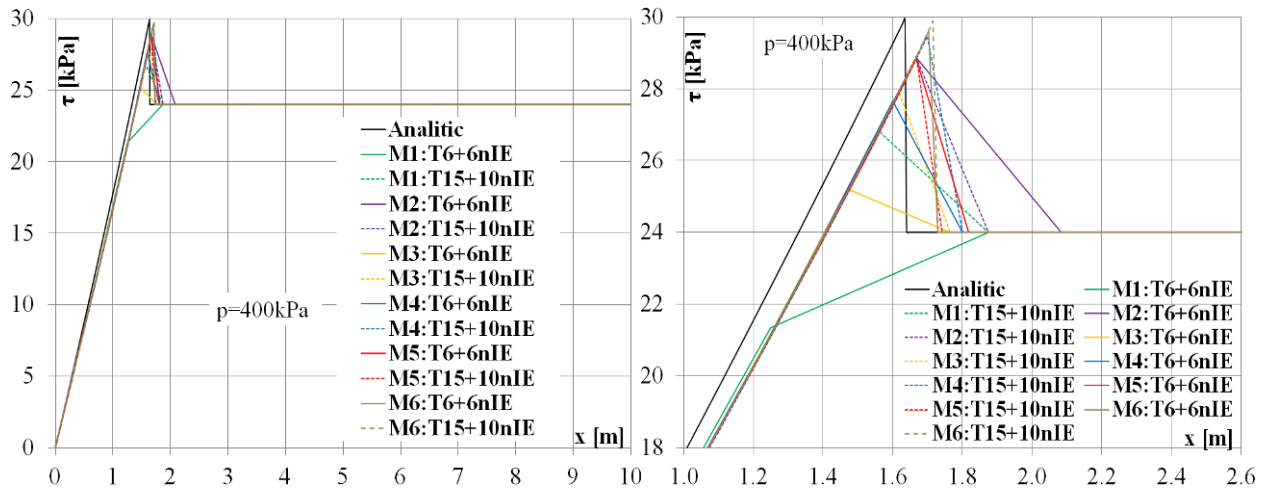


Fig.5.14. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=400kPa$ , fără T.C.O.

- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_r = 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 18kPa$ ,  $H=1.00 m$  fără limitarea tensiunilor de întindere (fără T.C.O.)

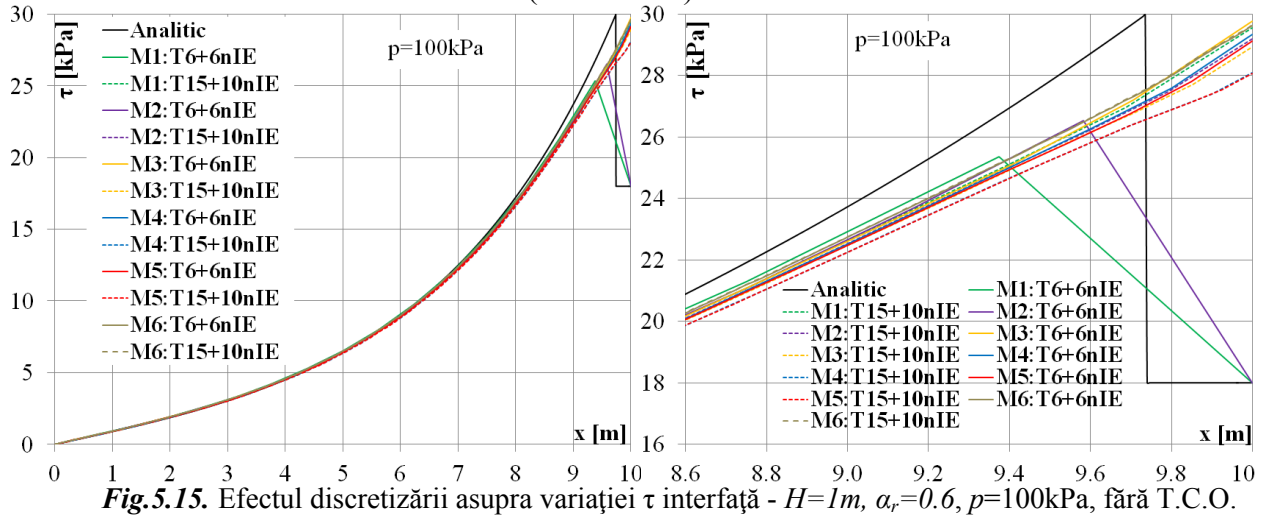


Fig.5.15. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=100kPa$ , fără T.C.O.

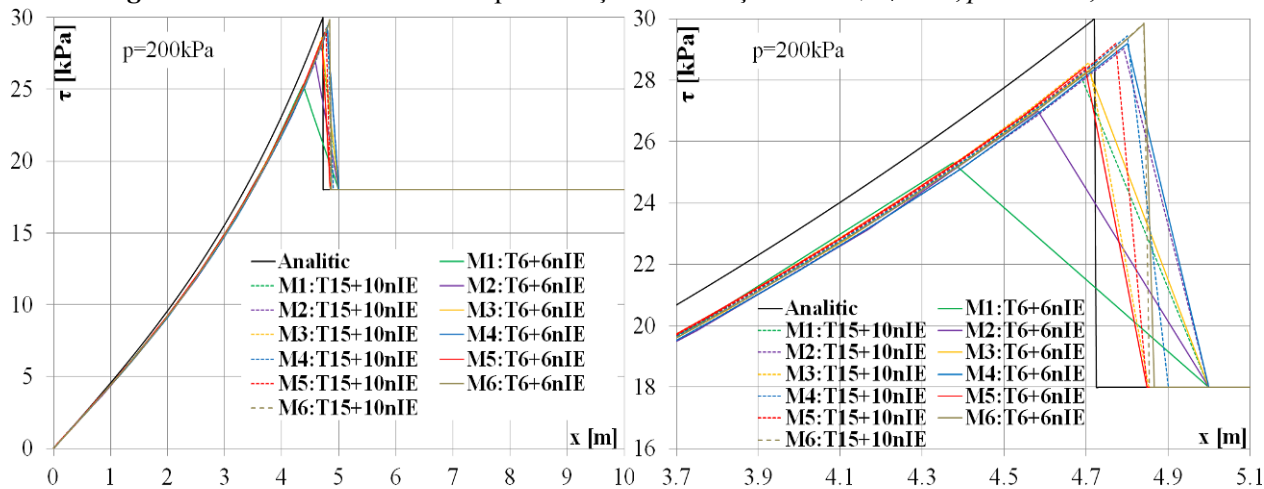


Fig.5.16. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=200kPa$ , fără T.C.O.

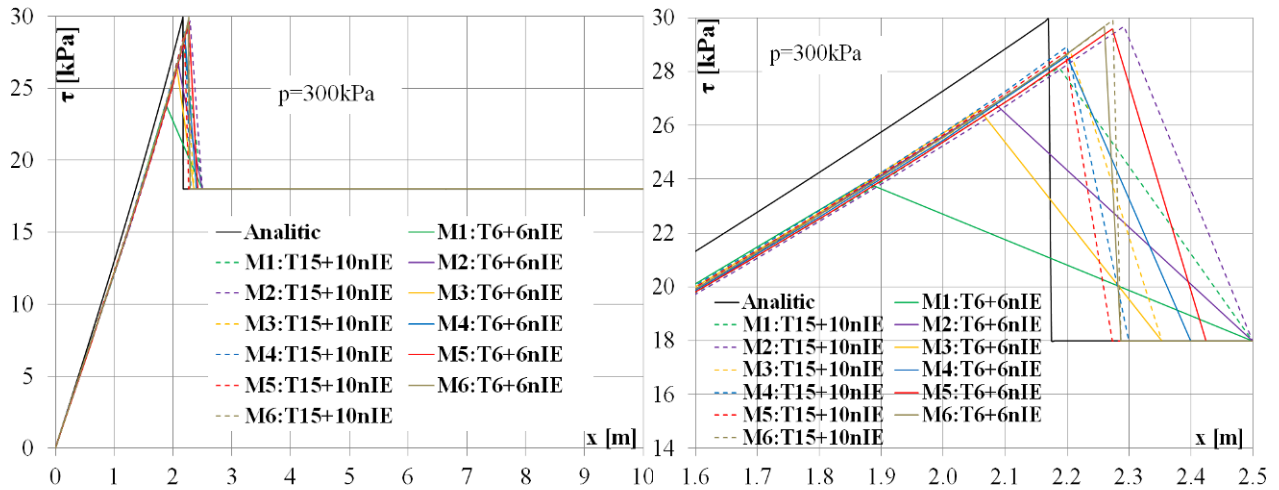


Fig.5.17. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=300kPa$ , fără T.C.O.

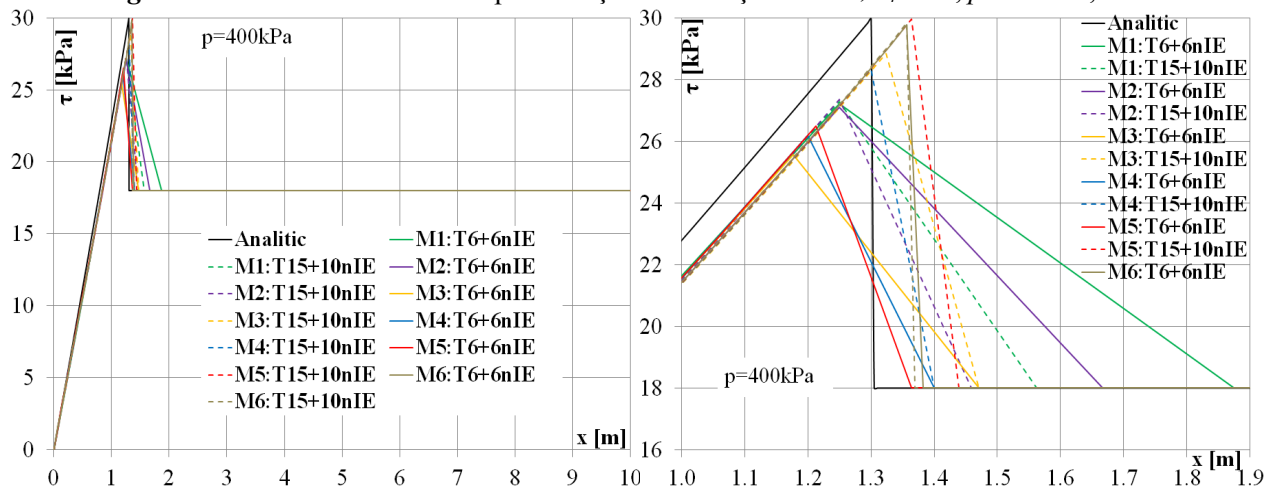


Fig.5.18. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=400kPa$ , fără T.C.O.

- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_\tau = 1$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30kPa$ ,  $H=1.00 m$  cu limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$ .

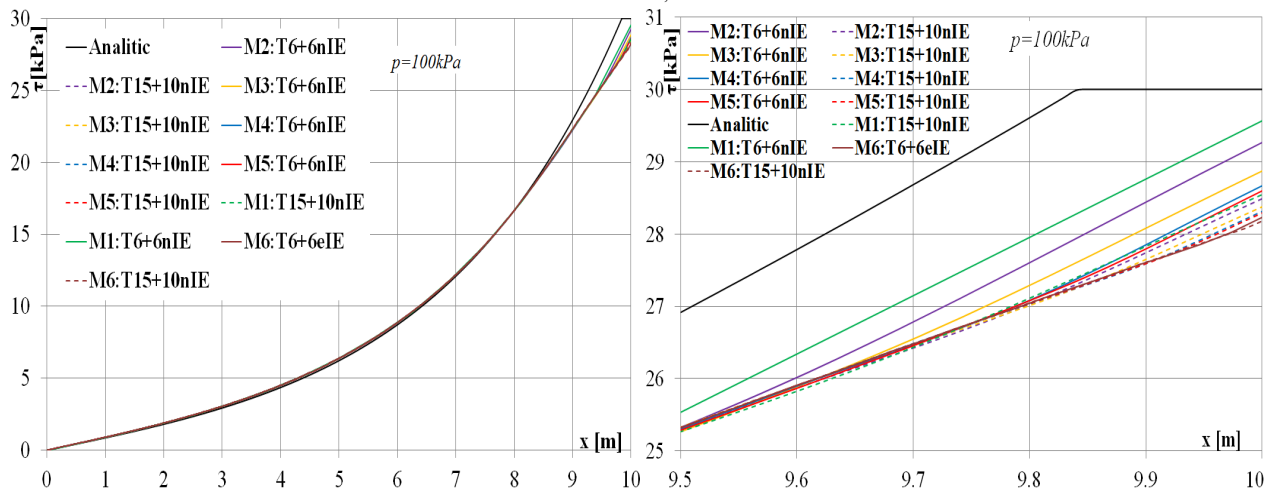
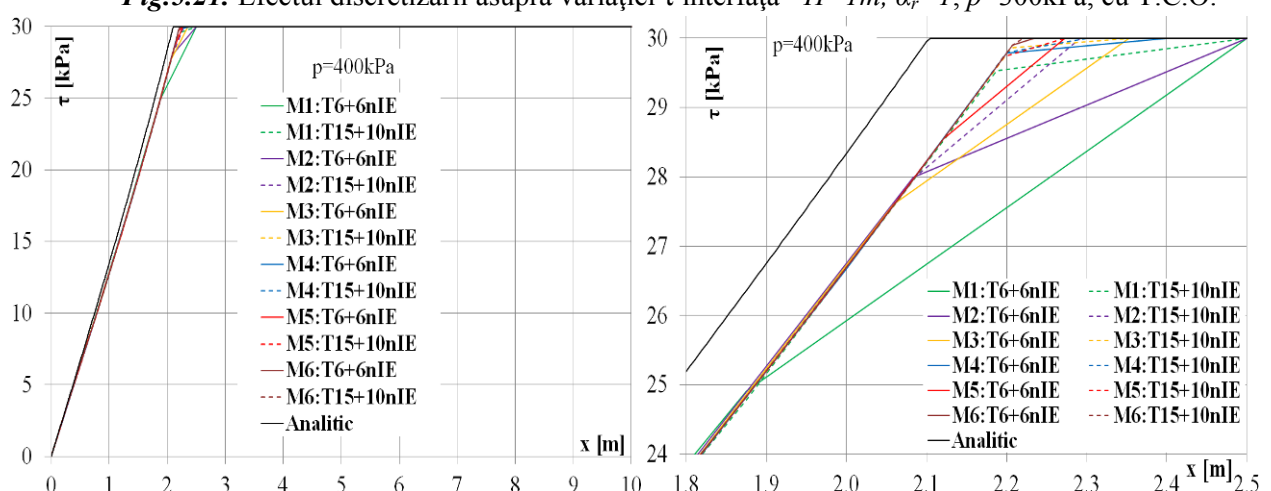
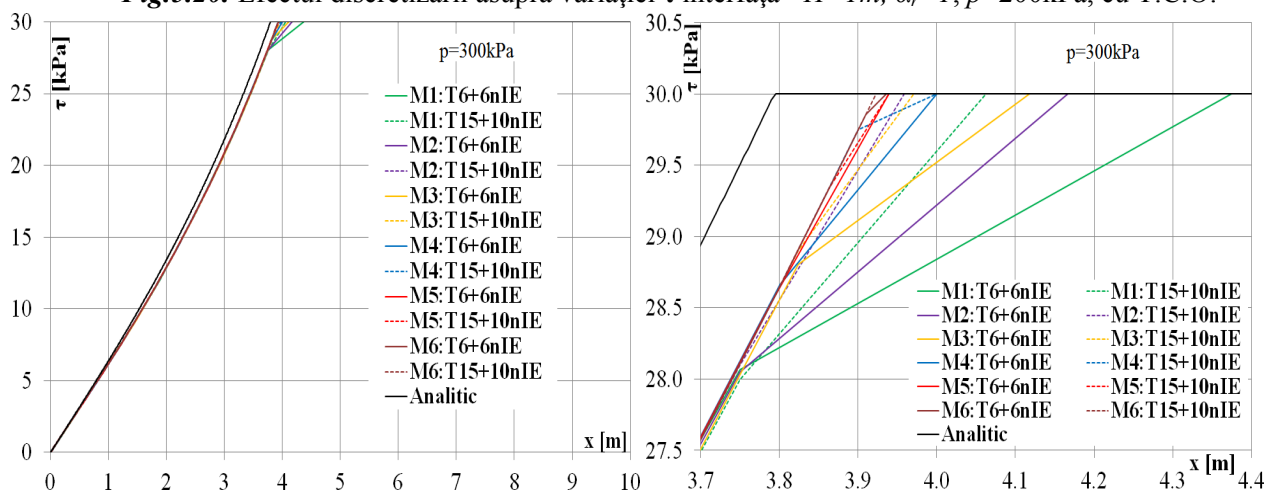
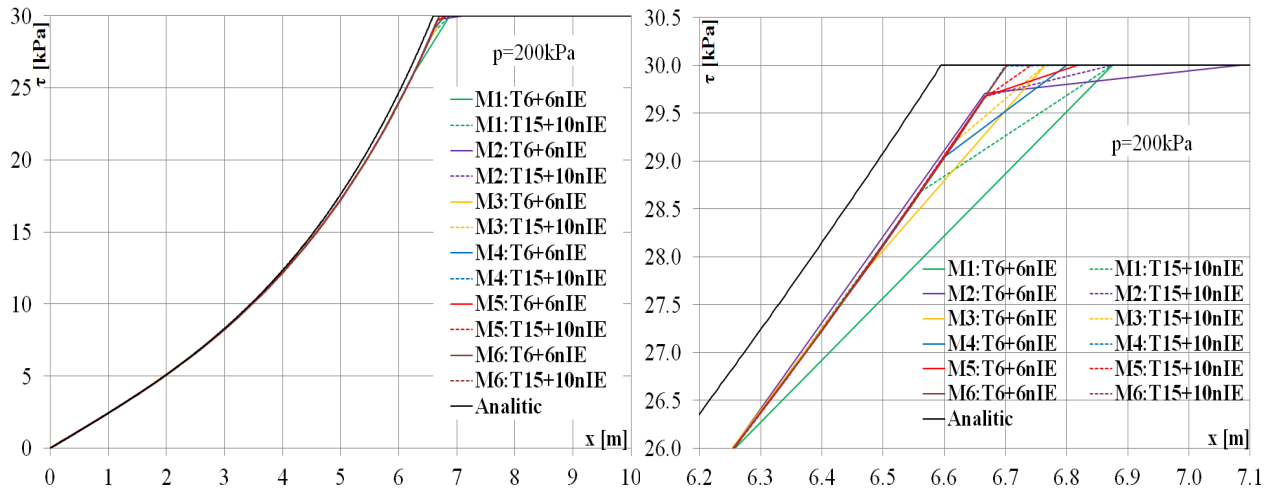


Fig.5.19. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=100kPa$ , cu T.C.O.



- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 \text{ kN/m}^3$ ,  $\tau_p = 30 \text{ kPa}$ ,  $\alpha_r = 0.8$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 24 \text{ kPa}$ ,  $H = 1.00 \text{ m}$  cu limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$

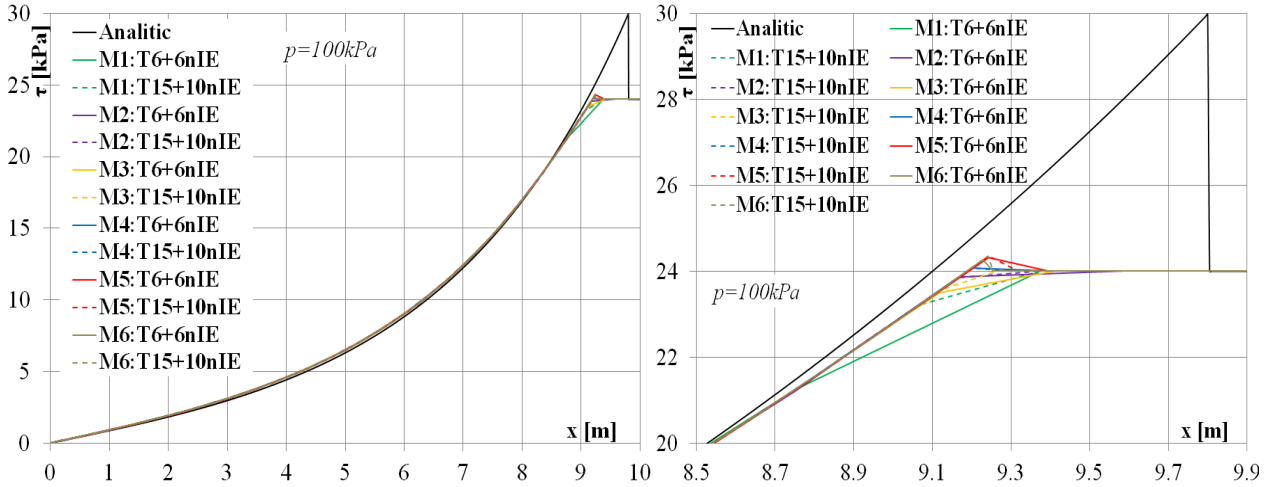


Fig.5.23. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=100\text{kPa}$ , cu T.C.O.

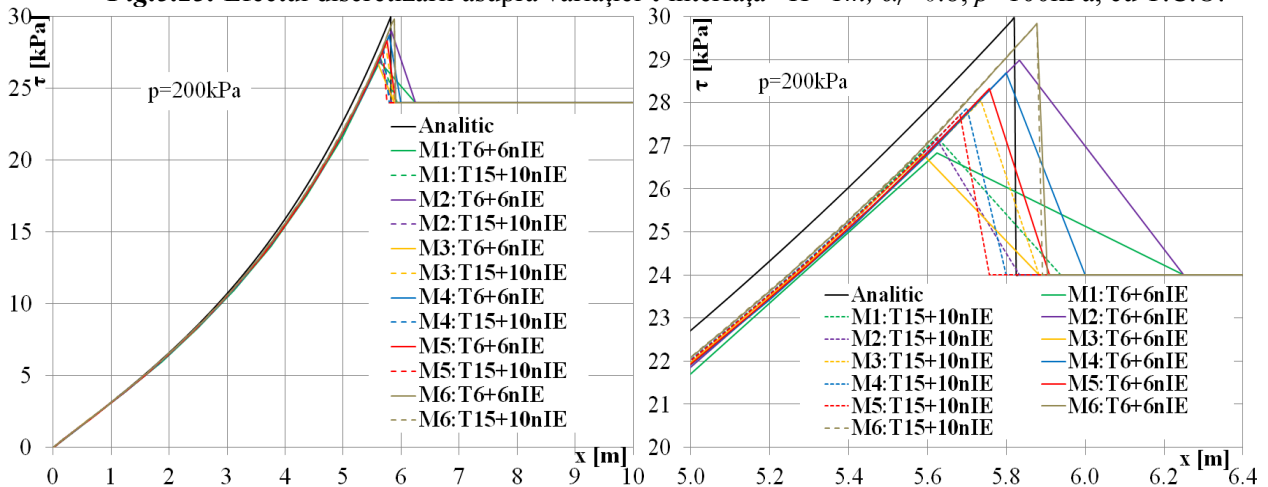


Fig.5.24. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=200\text{kPa}$ , cu T.C.O.

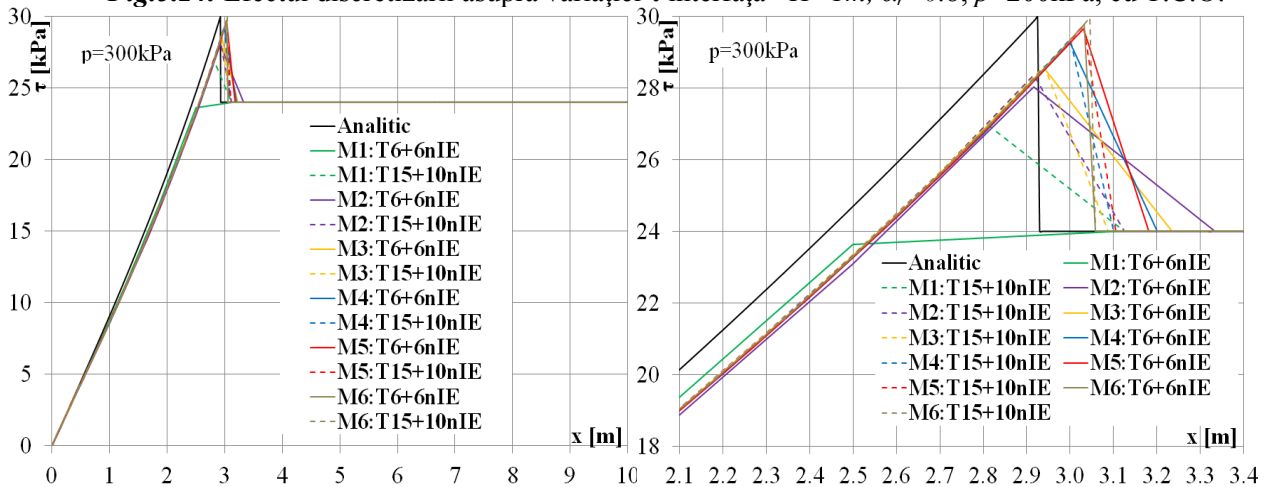
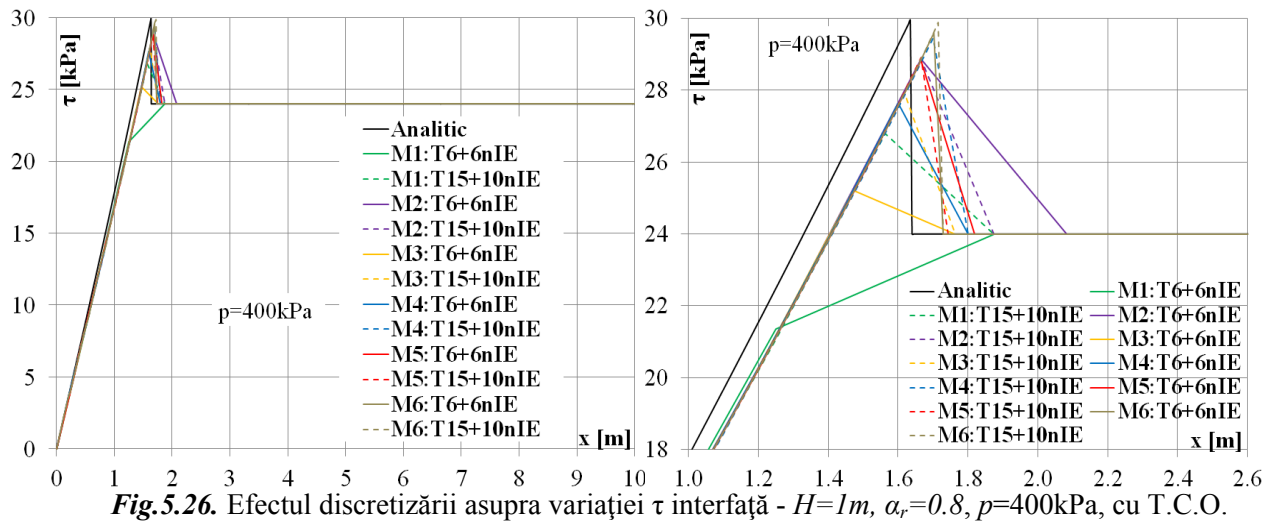
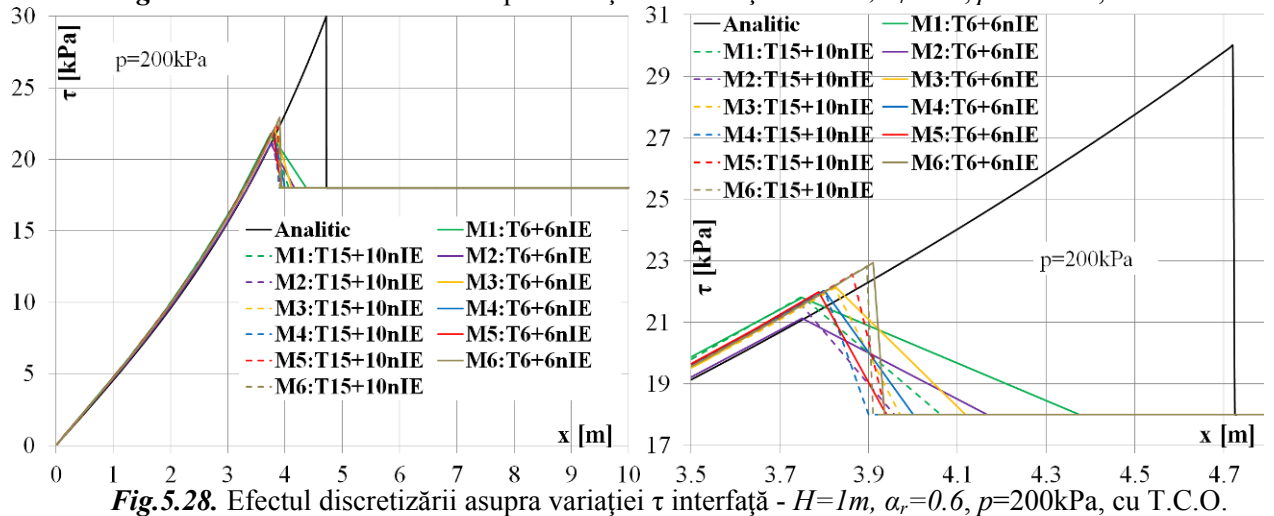
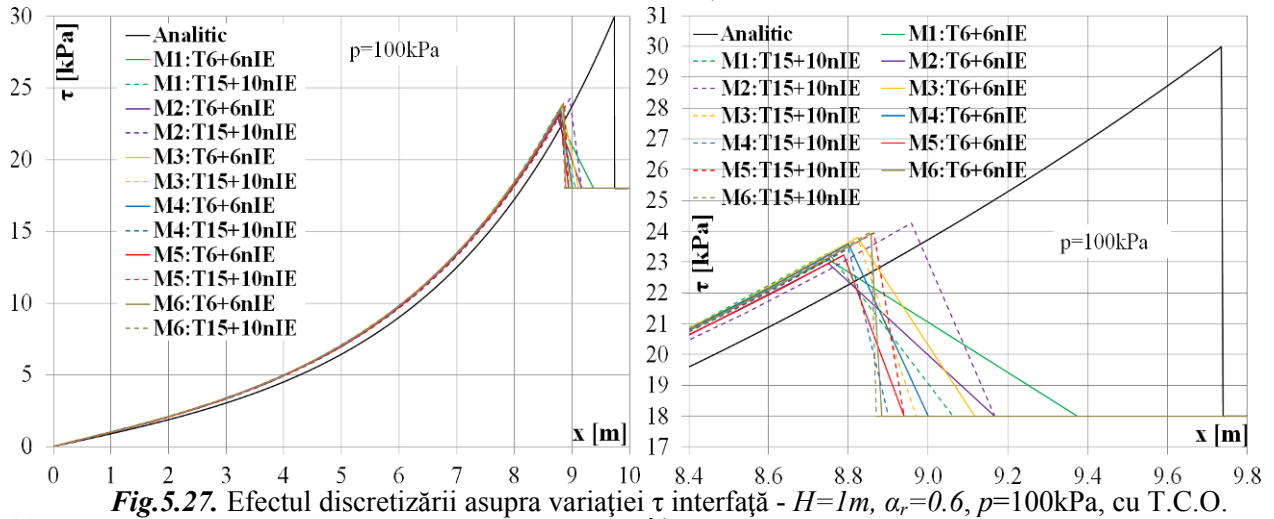


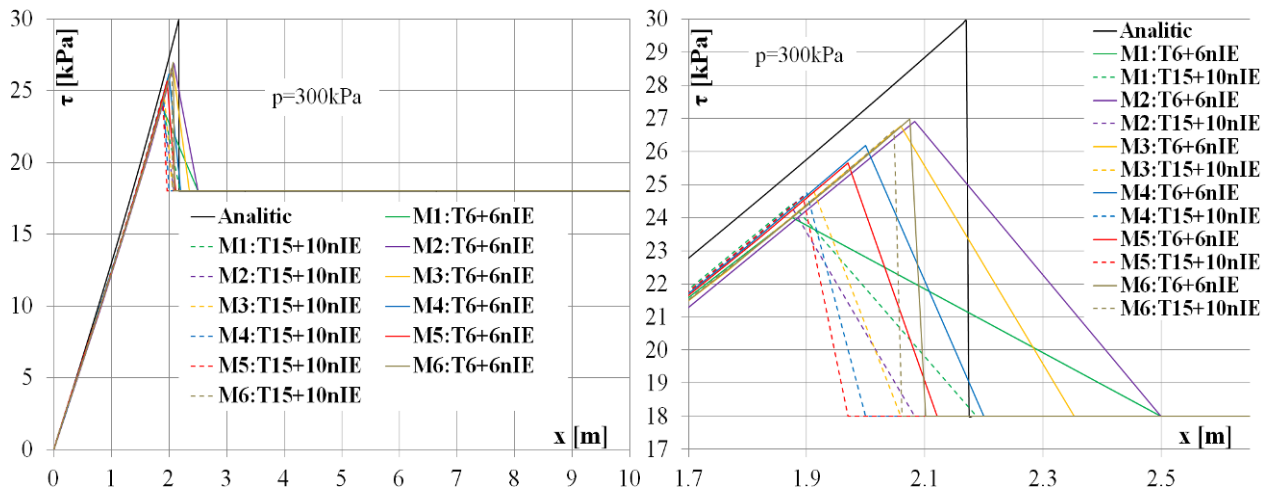
Fig.5.25. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=300\text{kPa}$ , cu T.C.O.



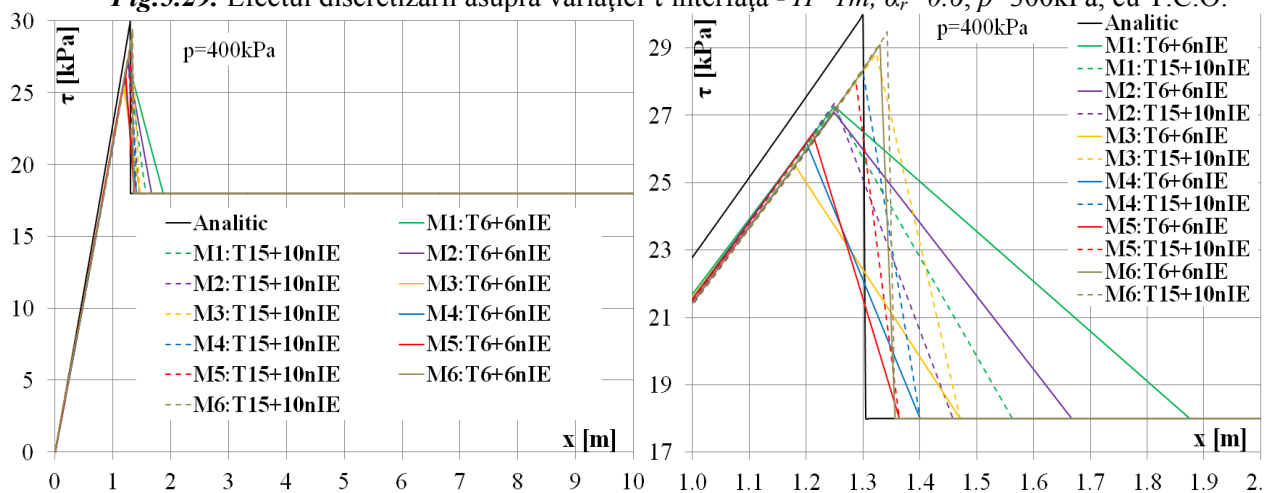


● Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_r = 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 18kPa$ ,  $H=1.00m$ , cu limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$ .





**Fig.5.29.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=300kPa$ , cu T.C.O.



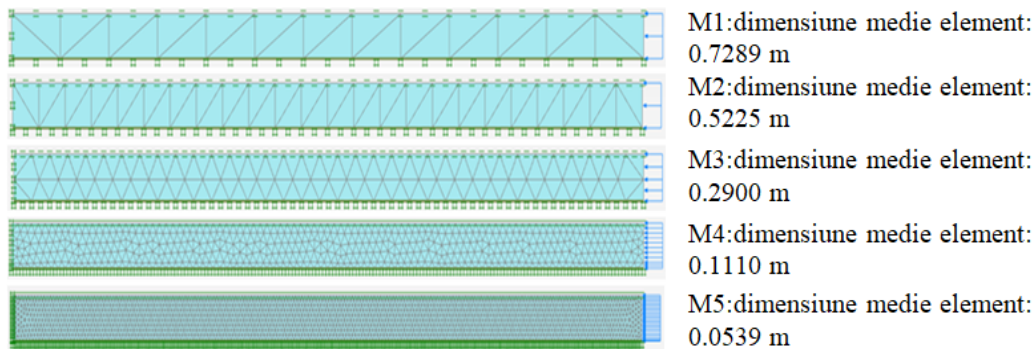
**Fig.5.30.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=400kPa$ , cu T.C.O

## ANALIZA 2 :

Parametri solid elastic:  $L=10m$ ,  $H=0.5m$ ,  $E=10^5kPa$ ,  $\nu = 0$ ,  $p$ -variabil.

Variante de discretizare includ 5 variante de discretizare (M1...M5), conform Figurii

5.31.



**Fig.5.31.** Variante de discretizare domeniu de analiză:  $L=10m$ ,  $H=0.5m$ .



● Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 \text{ kN} / \text{m}^3$ ,  $\tau_p = 30 \text{ kPa}$ ,  $\alpha_\tau = 1$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30 \text{ kPa}$ ,  $H = 0.50 \text{ m}$  fără limitarea tensiunilor de întindere (fără T.C.O.).

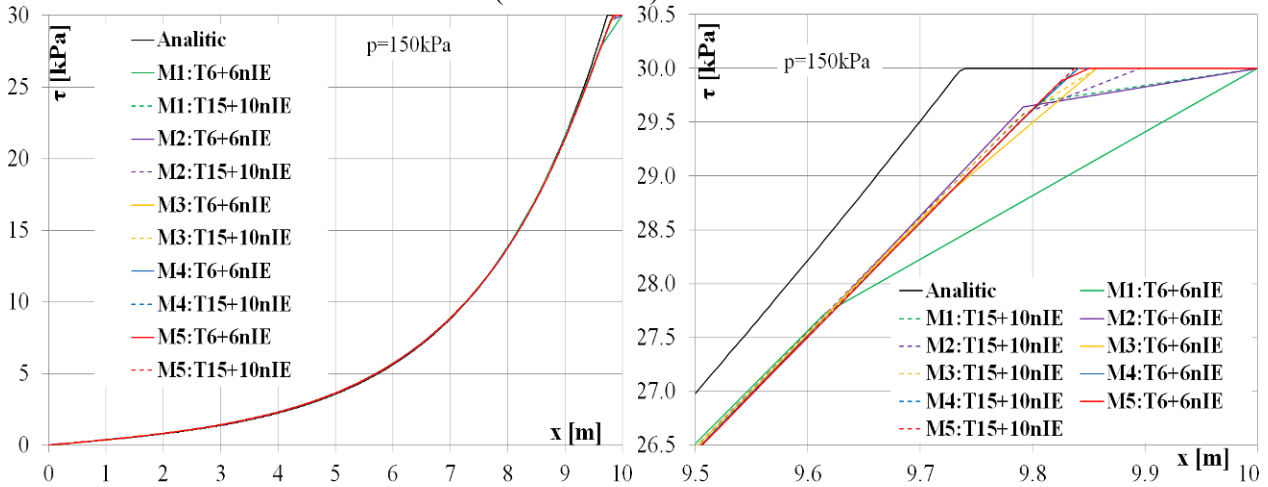


Fig.5.32. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0,5\text{m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=150\text{kPa}$ , fără T.C.O

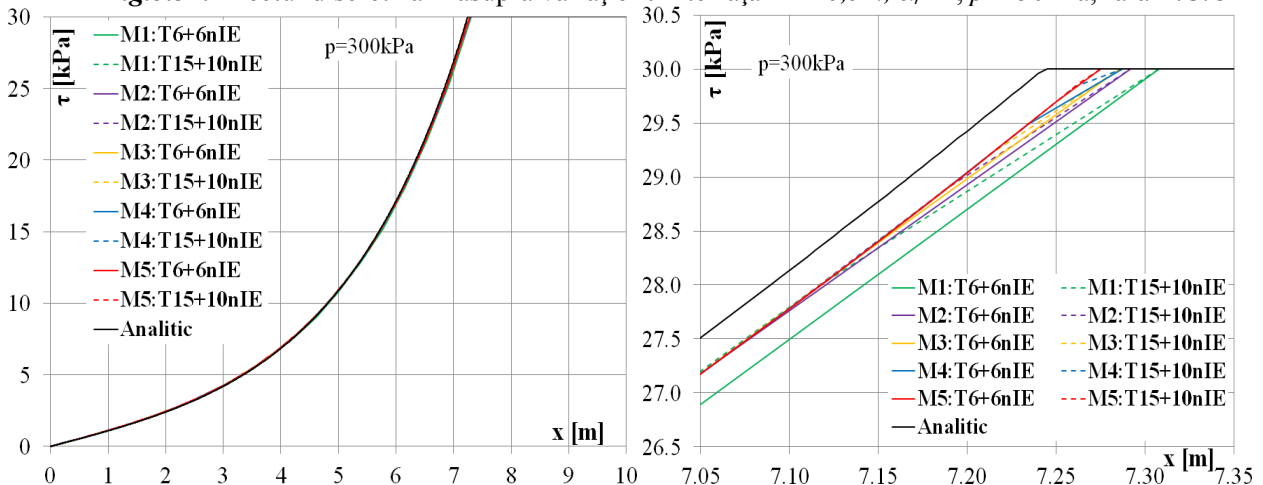


Fig.5.33. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0,5\text{m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=300\text{kPa}$ , fără T.C.O.

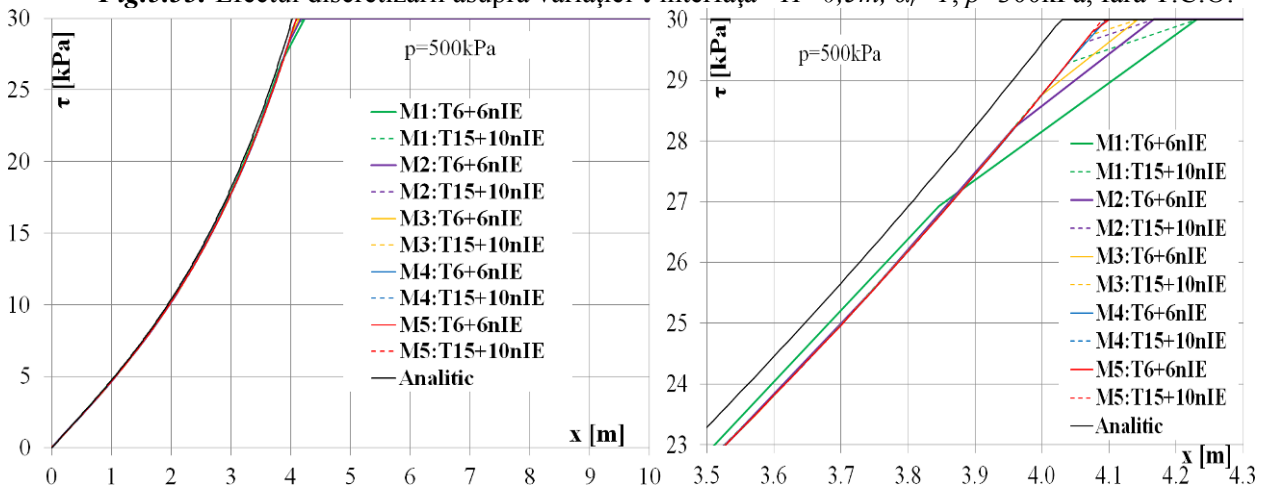
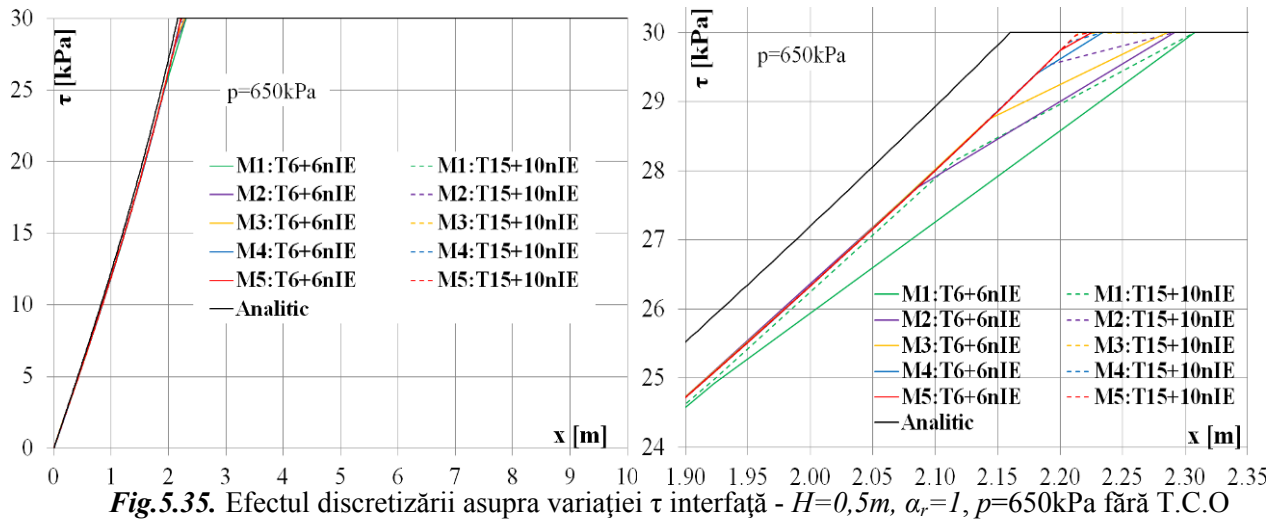
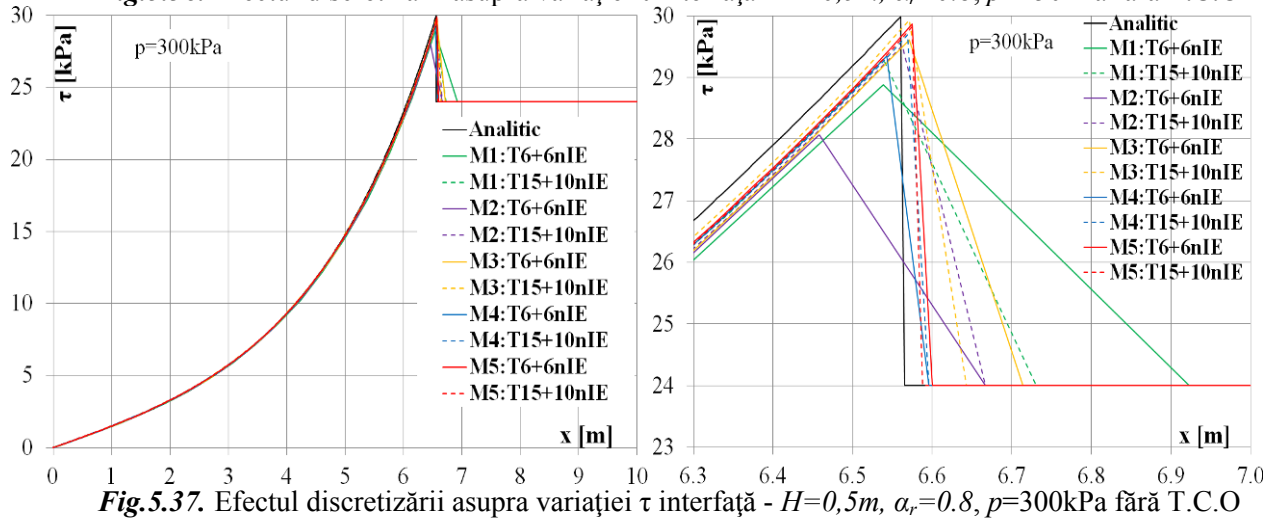
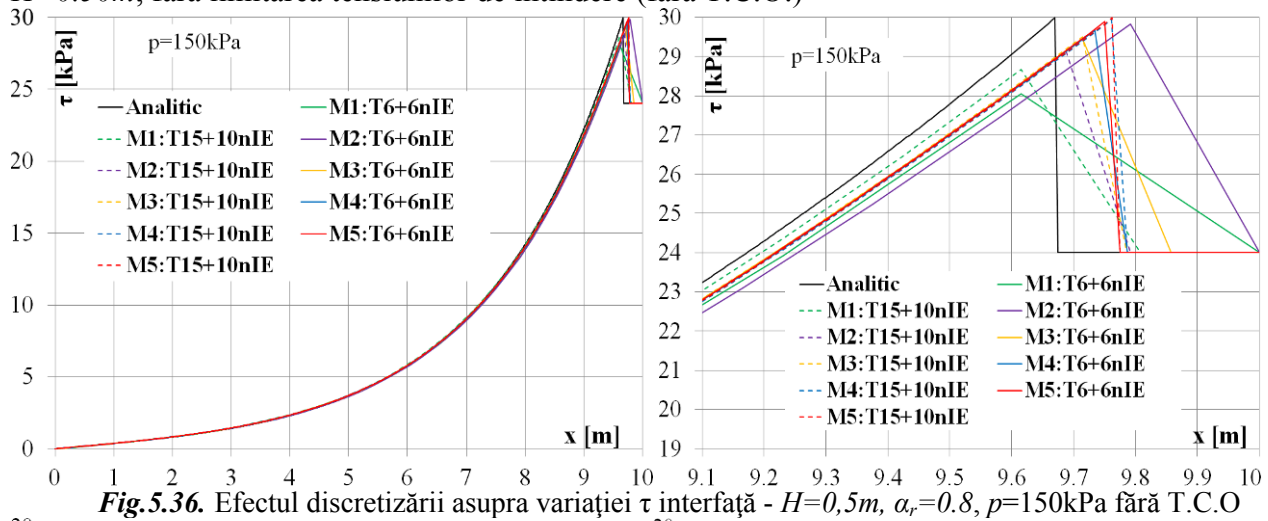


Fig.5.34. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0,5\text{m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=500\text{kPa}$  fără T.C.O.



- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_r = 0.8$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 24kPa$ ,  $H=0.50m$ , fără limitarea tensiunilor de întindere (fără T.C.O.)



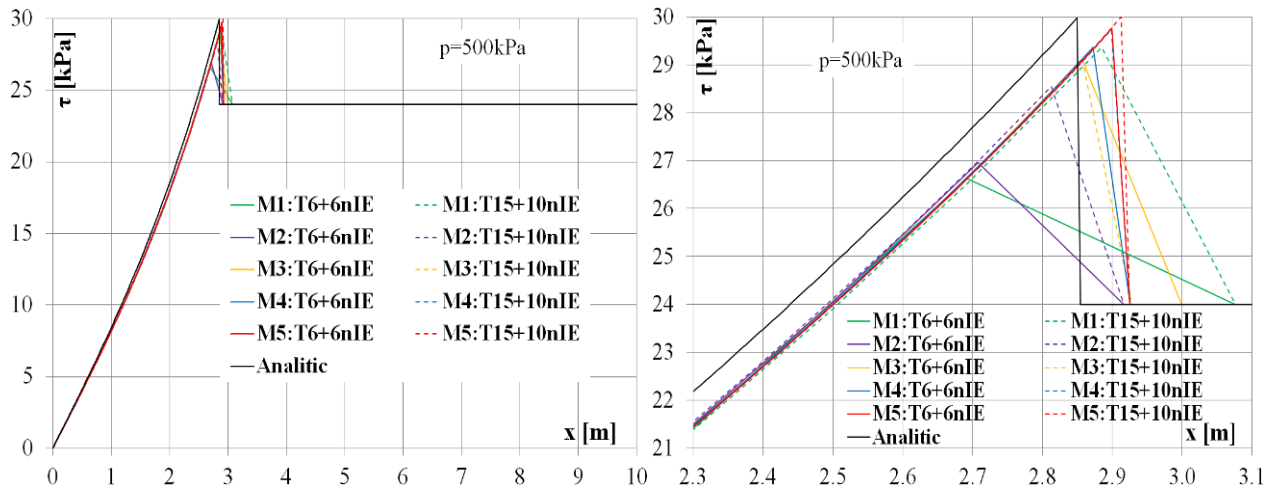


Fig.5.38. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0,5m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=500kPa$  fără T.C.O

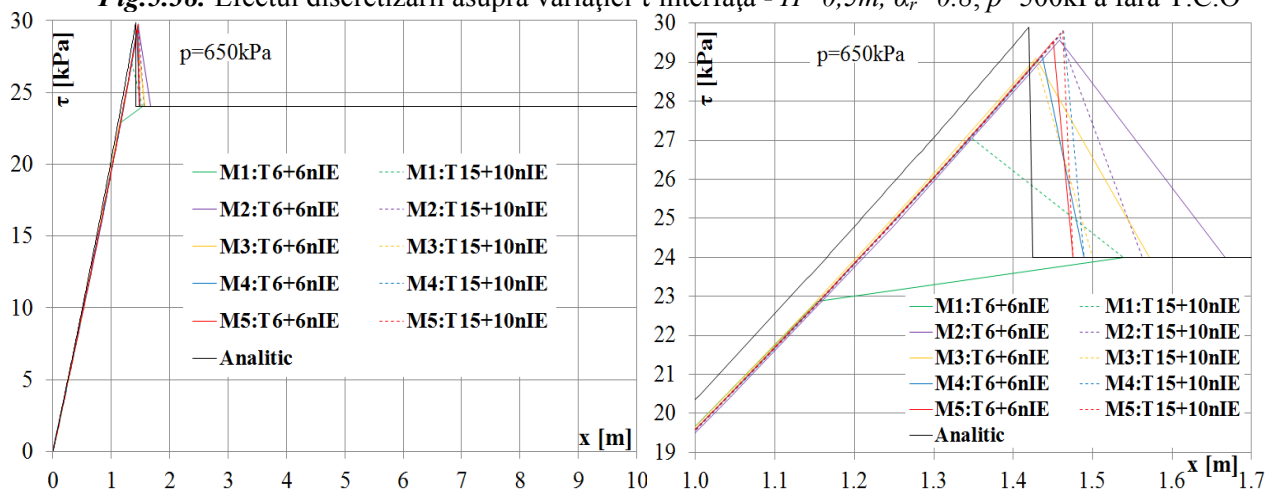


Fig.5.39. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0,5m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=650kPa$ , fără T.C.O

- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^4$ ,  $\tau_p = 30 kPa$ ,  $\alpha_\tau = 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 18 kPa$ ,  $H=0.50m$ , fără limitarea tensiunilor de întindere (fără T.C.O.)

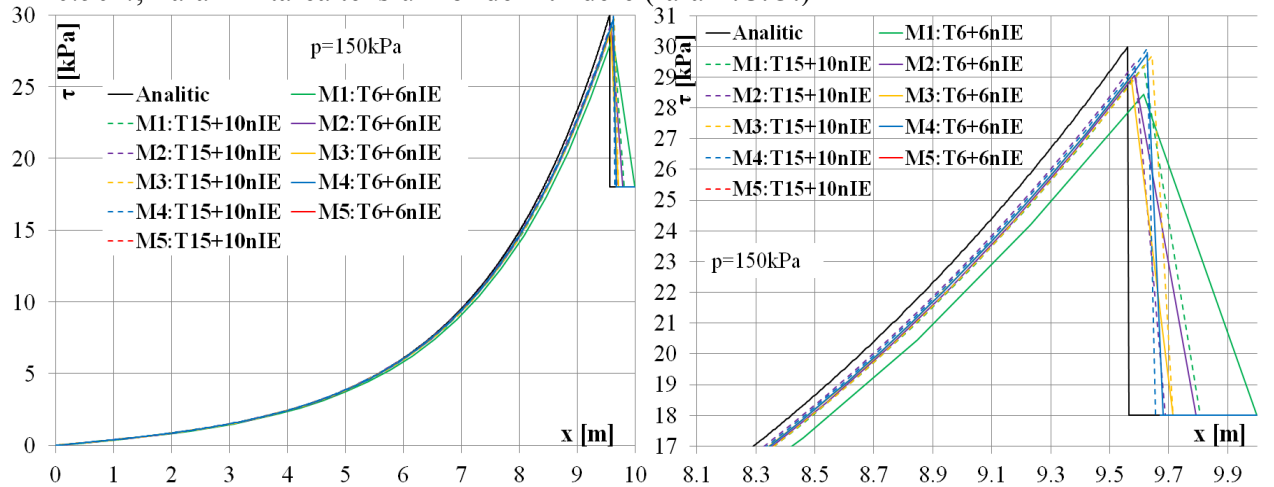
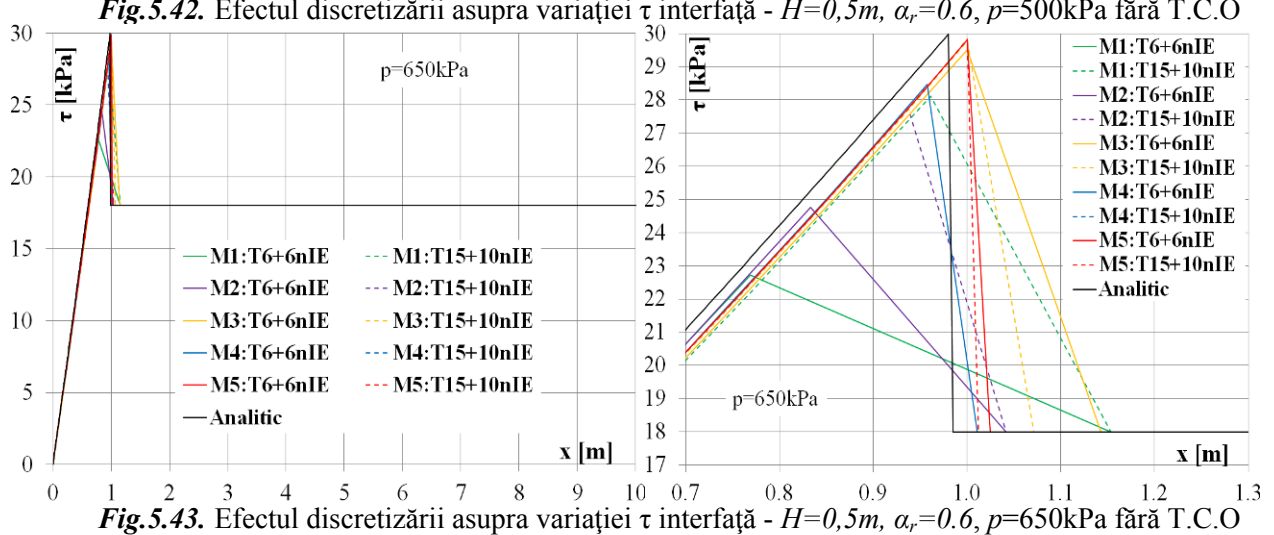
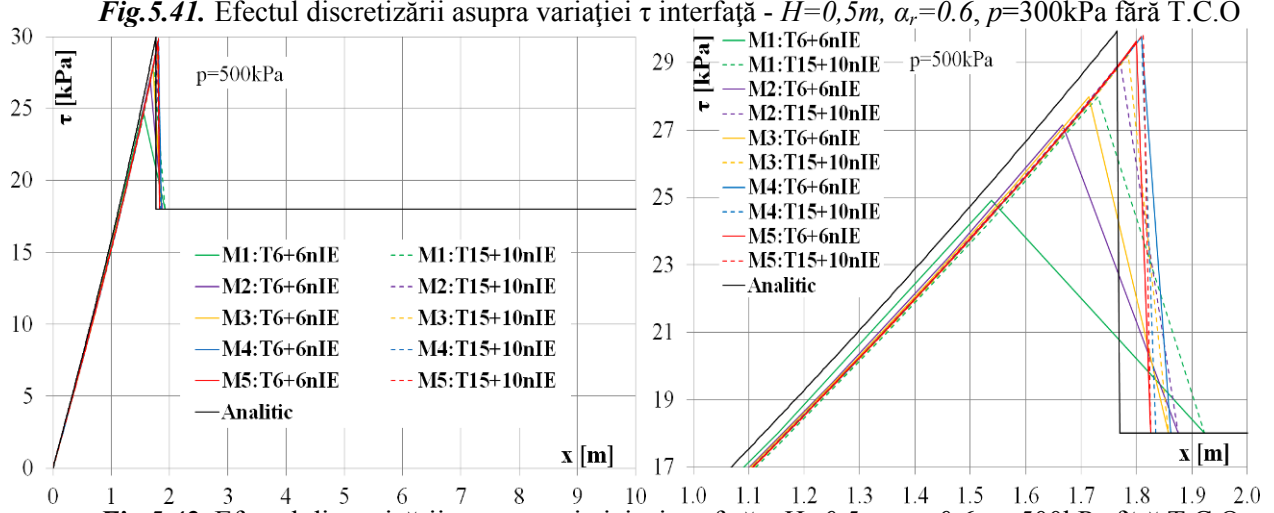
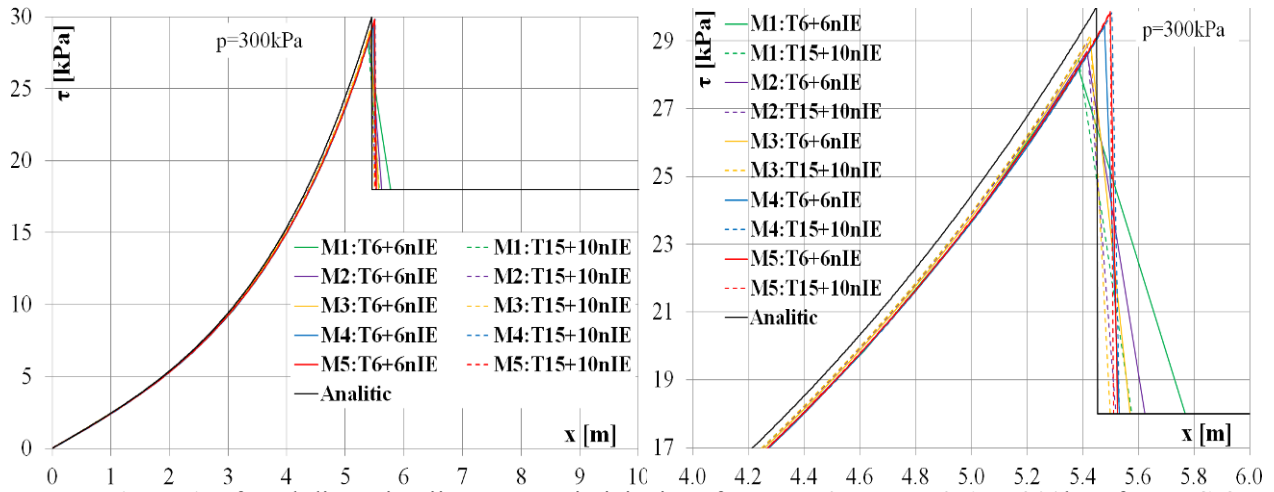


Fig.5.40. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0,5m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=150kPa$  fără T.C.O



- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 \text{ kN/m}^3$ ,  $\tau_p = 30 \text{ kPa}$ ,  $\alpha_\tau = 1$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30 \text{ kPa}$ ,  $H=0.50 \text{ m}$ , cu limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$

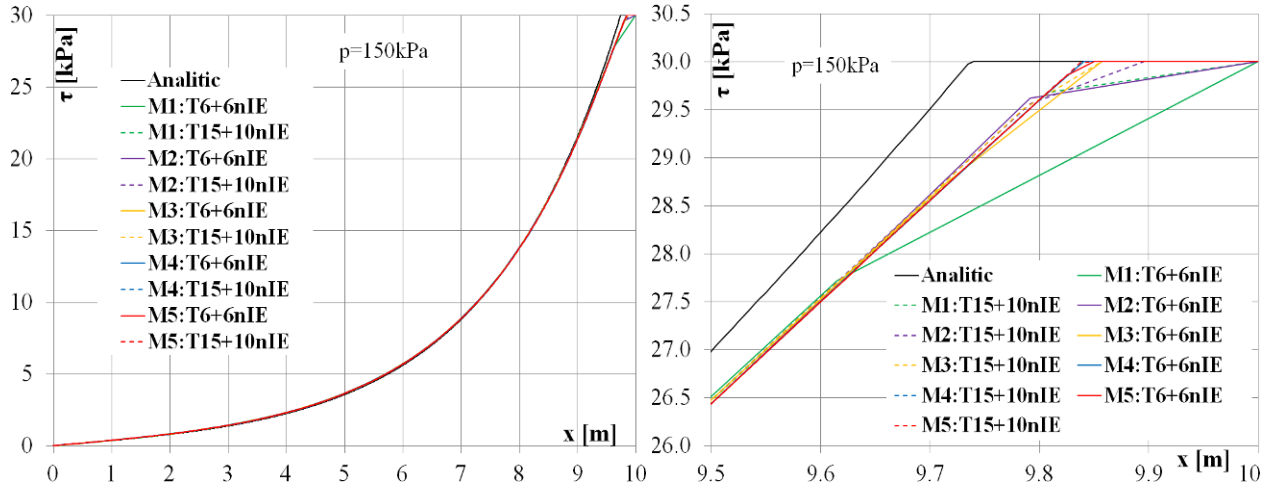


Fig.5.44. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5 \text{ m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=150 \text{ kPa}$ , cu T.C.O.

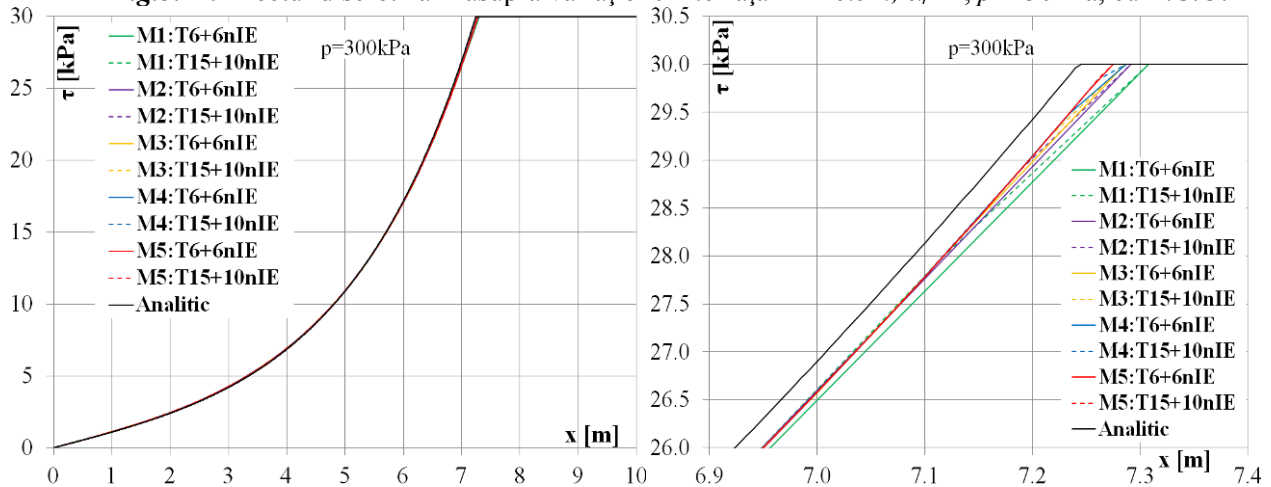


Fig.5.45. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5 \text{ m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=300 \text{ kPa}$ , cu T.C.O.

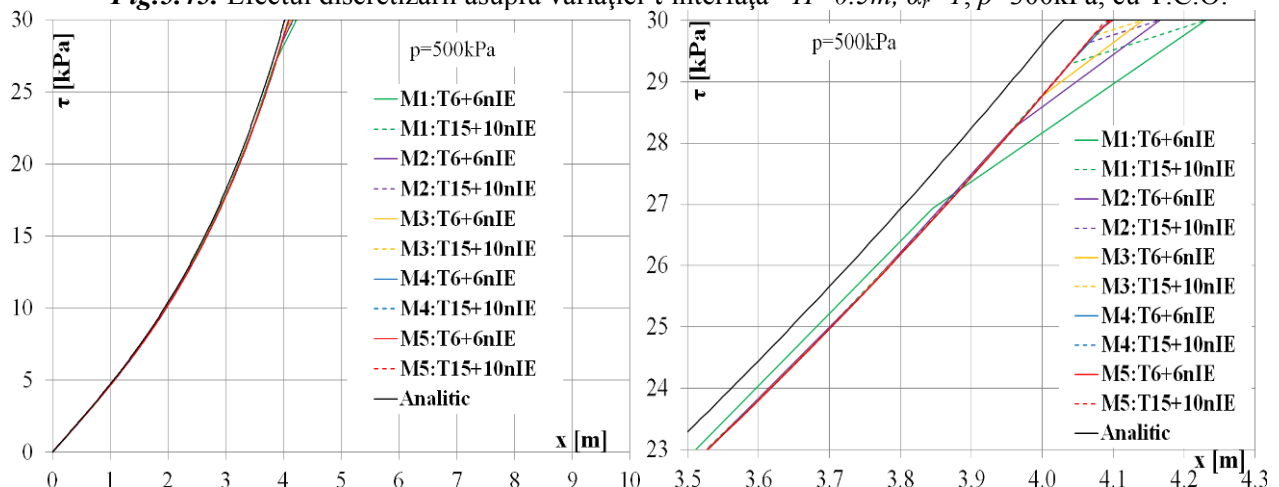


Fig.5.46. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5 \text{ m}$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=500 \text{ kPa}$ , cu T.C.O.

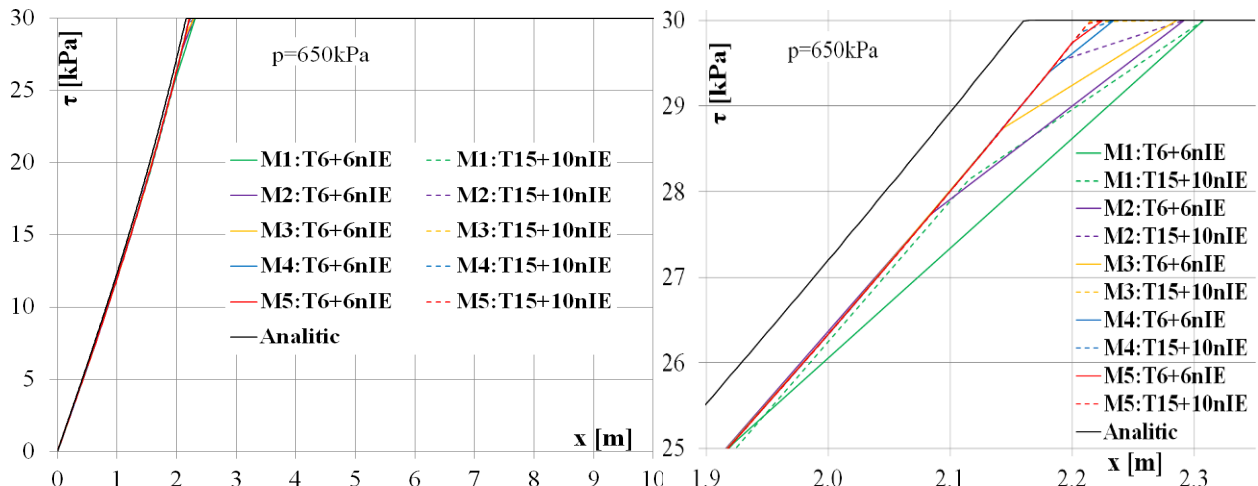


Fig.5.47. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=1$ ,  $p=650kPa$ , cu T.C.O.

- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN/m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_r = 0.8$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 24kPa$ ,  $H=0.50m$ , cu limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$

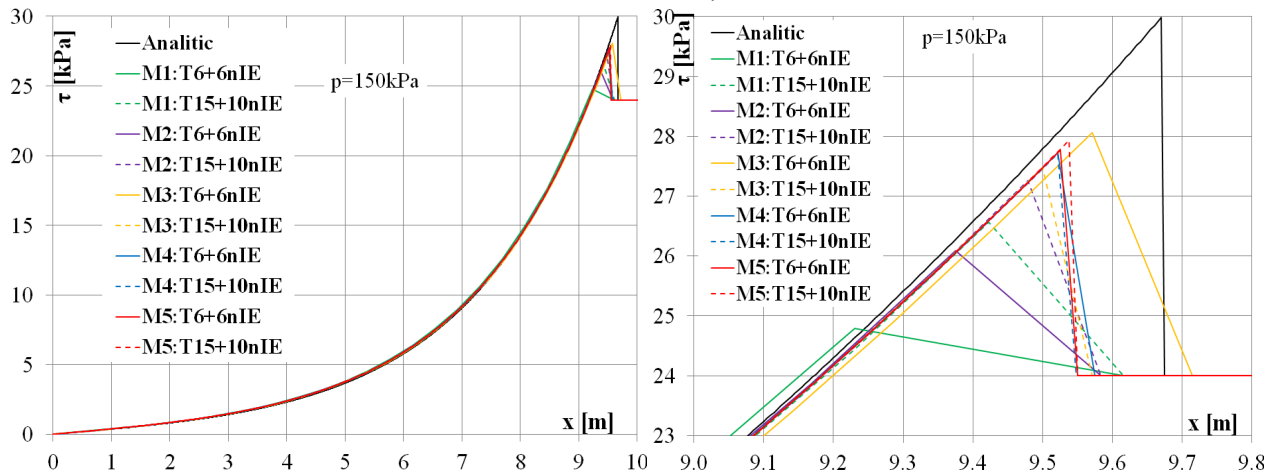


Fig.5.48. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=150kPa$  cu T.C.O.

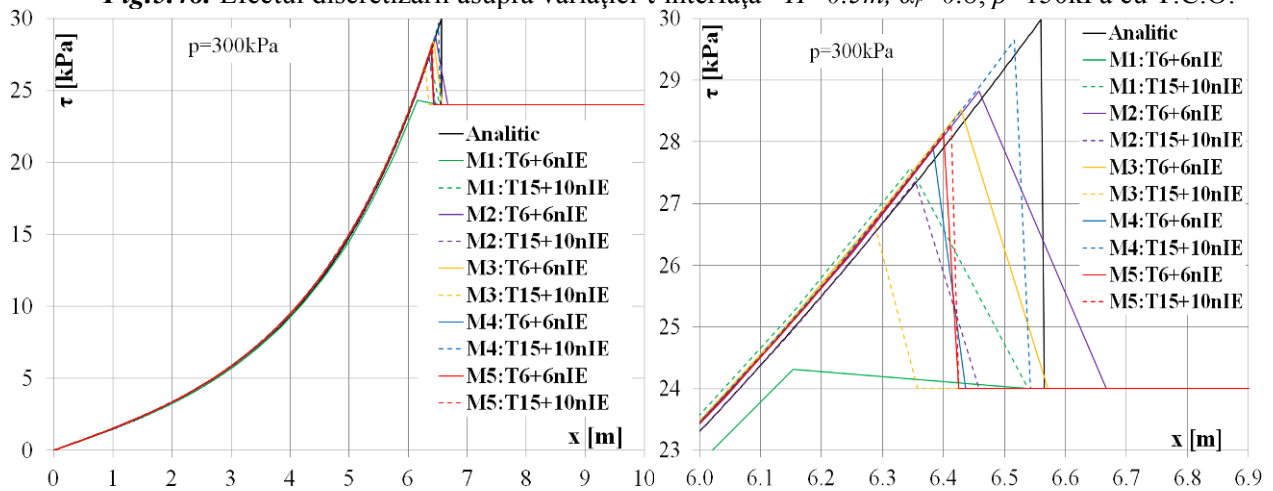


Fig.5.49. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=300kPa$  cu T.C.O.



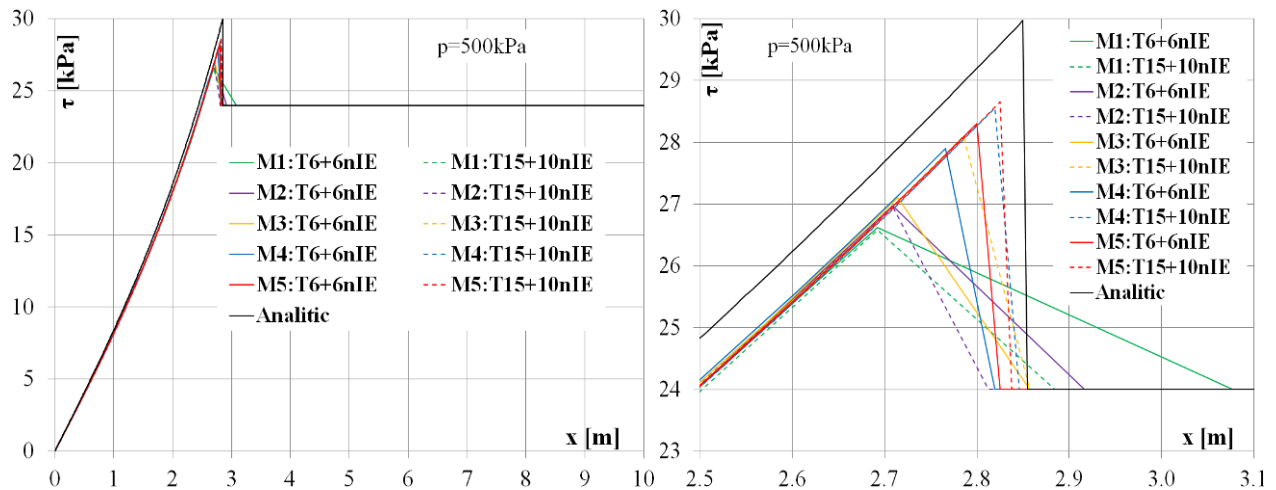


Fig.5.50. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=500kPa$  cu T.C.O

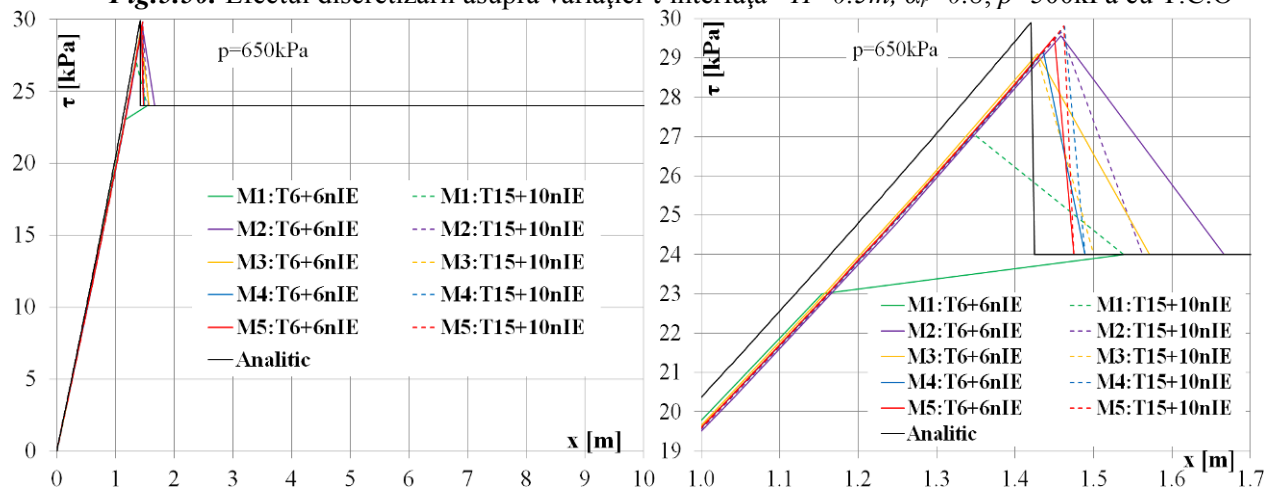


Fig.5.51. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.8$ ,  $p=650kPa$  cu T.C.O

- Parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 kN / m^3$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,  $\alpha_r = 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_r \cdot \tau_p = 18kPa$ ,  $H=0.50 m$ , cu limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$ .

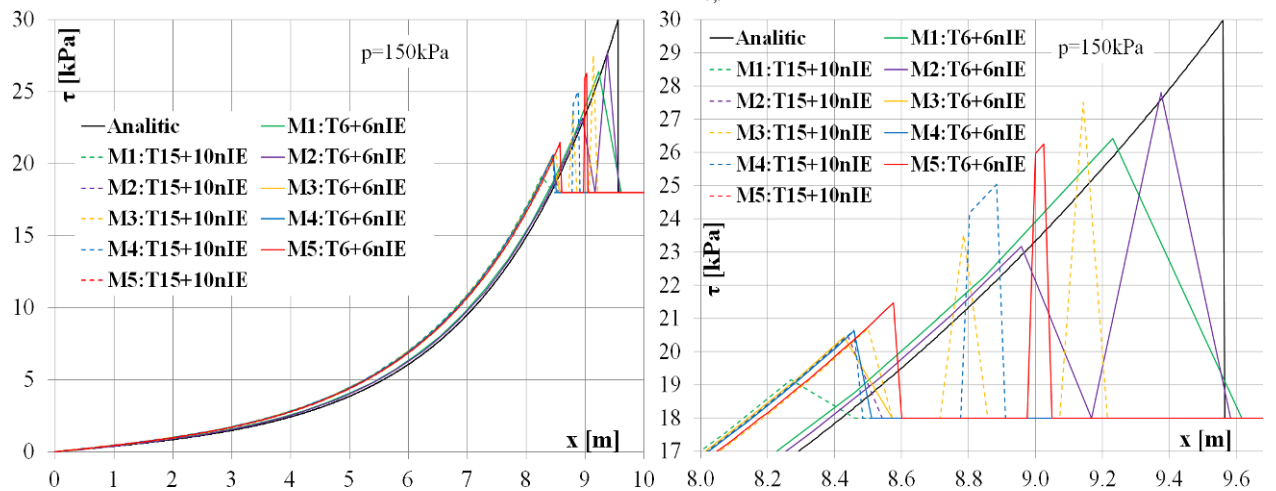
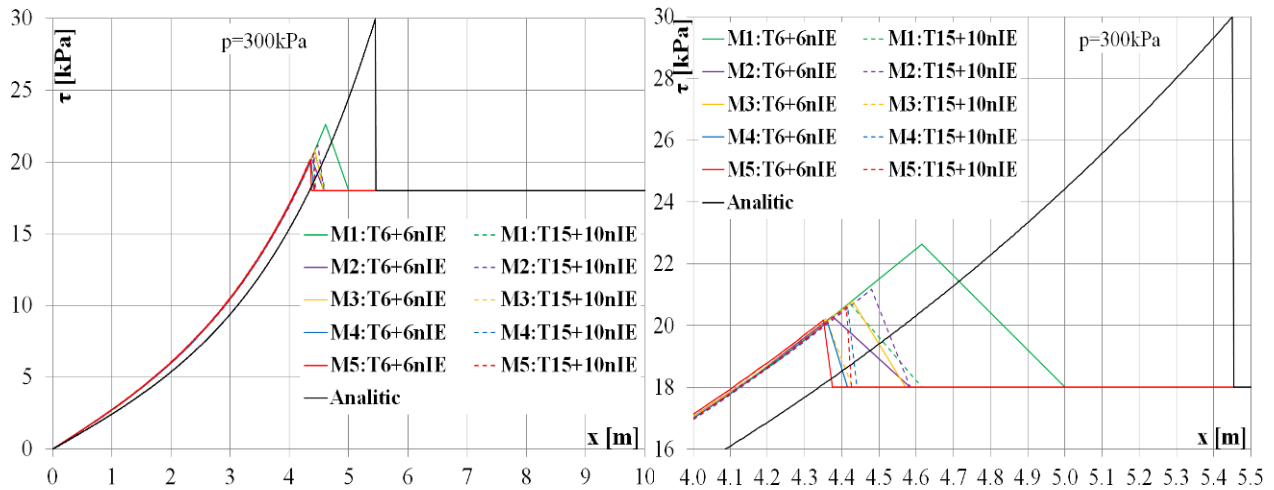
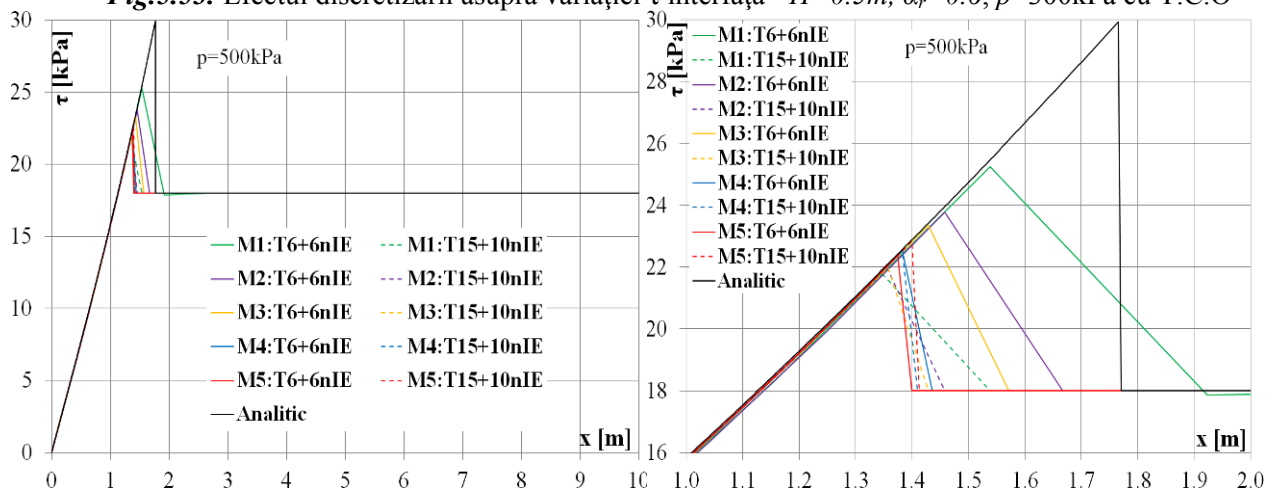


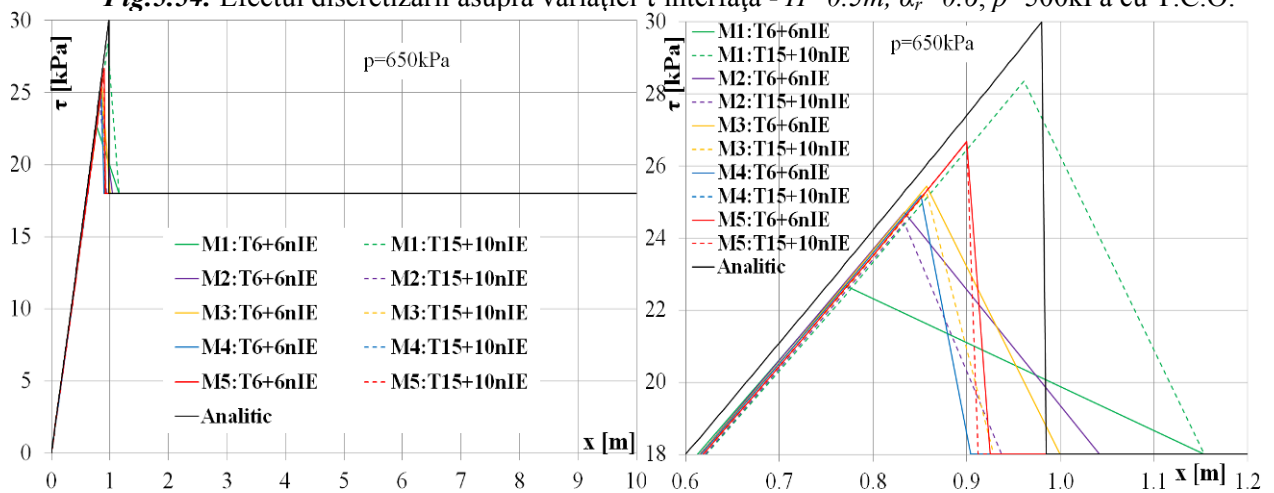
Fig.5.52. Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=150kPa$  cu T.C.O



**Fig.5.53.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=300kPa$  cu T.C.O



**Fig.5.54.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=500kPa$  cu T.C.O.



**Fig.5.55.** Efectul discretizării asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_r=0.6$ ,  $p=650kPa$  cu T.C.O.



### 5.1.3.1.1 Aspecte rezultate.

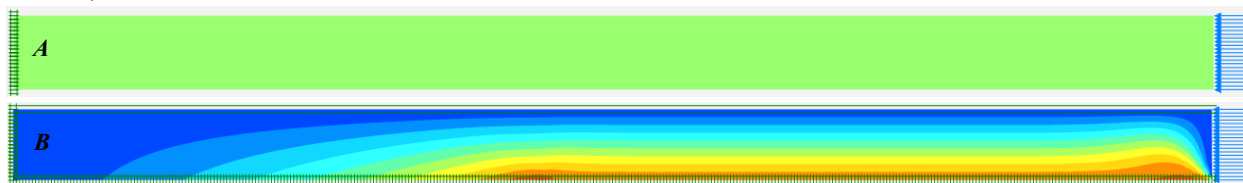
Așa cum rezultă din studiul parametric efectuat, în calcul s-a folosit modelul analitic modificat, cu atribuirea la nivelul interfeței a variației  $\tau - \delta_t$  de tipul celei prezentate în Figura 5.4-c. Avantajul folosirii acestui tip de comportare, este dat de faptul că ecrisarea comportării elasto-plastice nu este prevăzută prin evaluarea lui  $\tau_p$  și  $\tau_r$ , conform Figurii 5.4 –a, ci prin faptul că se abordează o comportare elasto-plastică cu ecrisare instantanee a pământului. Pe termen scurt, o asemenea comportare elasto-plastică nu corespunde cu rezultatele indicate de analizele de laborator, dar pe termen lung efectul ecrisării ”instantanee” este o modelare care corespunde comportării pământului. În general, aprecierea valorii  $\tau_r$  în calcule este o problemă care depinde de valoarea  $\alpha_r$ , depinzând de natura terenului și a suprafeței de contact. Valoarea  $\tau_r$  nu este prevăzută pentru diferite tipuri de pământuri coezive / necoezive, dar mai aparte, modelul corespunde atingerii punctului aferent valorii rezistenței corespunzătoare valorii de vârf și punctului aferent atingerii valorii critice a indicelui porilor.

În urma analizei rezultatelor obținute se pot desprinde concluzii importante privind folosirea ipotezei pe care s-a construit modelul analitic. Analizele efectuate arată clar faptul că utilizarea combinată a criteriului de cedare la forfecare și de limitare a tensiunilor de întindere (cu T.C.O.) conduce la o îndepărtare a comportării interfeței estimată prin metoda numerică față de comportarea pusă în evidență prin metoda analitică. În conformitate cu graficele prezentate anterior se poate observa că limitarea tensiunilor la întindere (T.C.O.),  $\sigma_{t,i} = 0$ , conduce la diferențe semnificative privind comportarea estimată a interfeței prin metoda numerică în special pentru următoarele situații:

- încărcări exterioare reduse aplicate benzii elastice ( $p$ ),
- comportare la lunecare al interfeței descrisă printr-un raport,  $\alpha_r$  redus,
- în cazul adoptării unei înălțimi reduse a blocului elastic ( $H$ ).

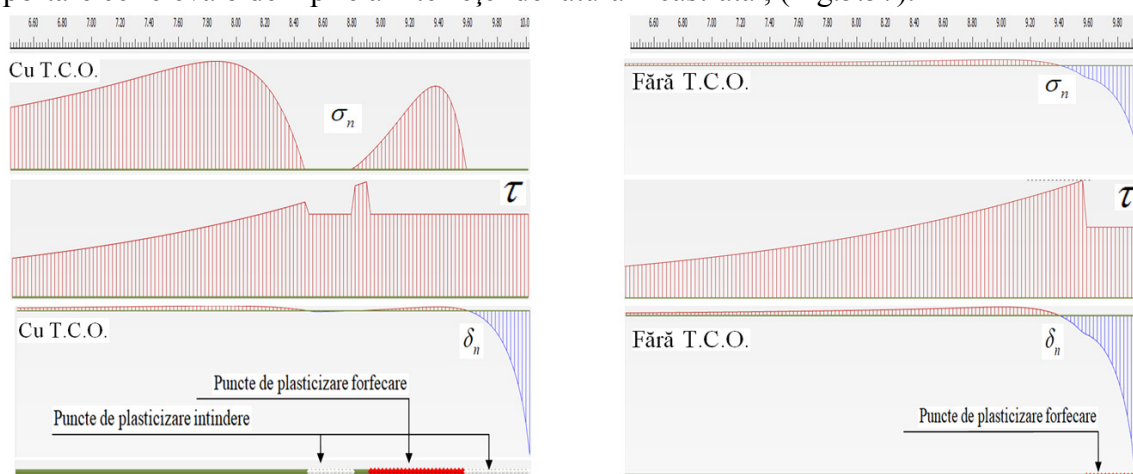
Diferențele sunt puternic accentuate în situațiile aferente mobilizării palierului plastic în proxima vecinătate a feței încărcate a solidului elastic (încărcare exterioară  $p$ , redusă). Sursa acestor neconcordanțe se poate regăsi în legea elasto-plastică care guvernează comportarea elementelor de interfață în metoda numerică. Astfel comportarea elasto-plastică a elementelor de interfață este guvernată de două legi de plasticizare aferente tensiunilor tangențiale și aferentă tensiunilor normale de întindere. Teoretic, utilizarea coeficientului Poisson cu valoare nulă în cadrul solidului elastic nu va genera deformații laterale normale direcției aplicării încărcării. Acest lucru este valabil în situația în care pe fața superioară și inferioară a solidului elastic nu se aplică constrângeri ale deplasărilor, conform Figura 5.56-A. În situația analizată, la fața superioară deplasările verticale sunt blocate, respectiv la fața inferioară deplasările sunt blocate pe direcția verticală și constrânse pe direcția orizontală datorită aplicării unor elemente de interfață care vor condiționa într-o anumită măsură deplasările pe direcția orizontală. Astfel, în interiorul solidului deformabil apar redistribuiți de tensiuni și deformații după direcția normală

direcției de aplicare a încărcării, (Fig.5.56-B). Aceste tensiuni de redistribuire ce acționează pe direcția normală a interfeței, dacă generează un efect de întindere automat, vor activa plasticizarea interfeței cu activarea condiției limitării tensiunilor de întindere (Tension Cut-Off, T.C.O.).



**Fig.5.56.** Variația  $\sigma_y$  (vertical)  $H=0.5m$ ,  $p=150kPa$ , A-coloană comprimată; B-model analitic.

O analiză detaliată a zonei în care se mobilizează plasticizarea interfeței dezvăluie o comportare ce relevă o dezlipire a interfeței de latura încastrată, (Fig.5.57).

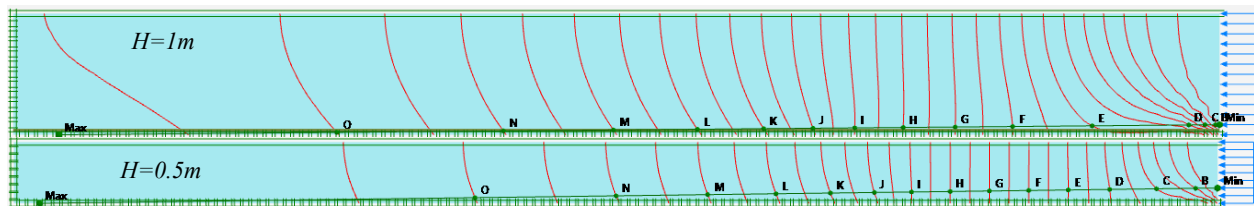


**Fig.5.57.** Distribuția  $\sigma_n$ ,  $\tau$ ,  $\delta_n$  și a punctelor de plasticizare din zona problematică a interfeței.

Se observă că plasticizarea interfeței se datorează atât condiției de limitare a tensiunilor la întindere cât și datorită condiției de cedare la tensiuni de forfecare în cazul limitării tensiunilor la întindere (cu T.C.O.). În acest fel, palierul de plasticizare se extinde fiind compus din puncte de plasticizare (puncte de integrare Newton Cotes) datorate atât criteriului de cedare la tensiuni de întindere (T.C.O), cât și criteriului de cedare la lunecare (Mohr-Coulomb). În situația în care redistribuția tensiunilor  $\sigma_y$  în interiorul solidului elastic generează zone de întindere izolate în interfață, anterior apariției cedării la lunecare, se poate genera o distribuție frântă, cu variații bruște a tensiunii  $\tau$  la nivelul interfeței, (Fig.5.57-cu T.C.O.). La o primă vedere, aceste distribuiri pot fi asociate cu fenomene de oscilație parazitare specifice fenomenului de ”zgomot numeric”, (Fig.5.52). Ignorând limitarea tensiunilor la întindere, (fără T.C.O.), palierul de plasticizare la nivelul interfeței va fi generat doar prin punctele de plasticizare datorate criteriului de cedare la lunecare. Astfel în cazul aplicării unei solicitări exterioare reduse, la nivelul distribuției tensiunii  $\tau$  la nivelul interfeței, nu vor interveni zone cu variații bruște de tip oscilații parazitare, (Fig.5.57-fără T.C.O. respectiv Fig.5.40).

Un alt aspect ce merită punctat reprezintă influența gardului de finețe al discretizării și al tipului de elemente plane utilizate. Conform analizelor fără T.C.O, odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării și al numărului de noduri per element, se observă o apropiere între comportarea estimată prin metoda numerică (MEF) și comportarea estimată prin metoda analitică. Acest aspect este datorat creșterii numărului de noduri și a punctelor de integrare Newton Cotes de-a lungul interfeței. Astfel, prin îndesirea punctelor de integrare numerică a tensiunilor, diferențierea între palierul elastic și palierul plastic se face mai exact, obținându-se rezultate apropiate de estimarea analitică. În cazul utilizării limitării tensiunilor la întindere (cu T.C.O.) efectul îndesirii numărului de noduri de-a lungul interfeței asupra diagramei de variație a tensiunilor  $\tau$  la nivelul interfeței este greu de cuantificat în raport cu metoda analitică, întrucât în analizele numerice plasticizarea interfeței are loc după două legi de plasticizare.

O altă concluzie importantă este faptul că înălțimea solidului elastic ( $H$ ) contează în ceea ce privește comportarea estimată prin metoda numerică față de metoda analitică. În cazul analizelor fără T.C.O., și nu numai, odată cu reducerea înălțimii se reduc și diferențele dintre distribuțiile tensiunilor  $\tau$  la nivelul interfeței, estimate prin metoda numerică și metoda analitică. Cauza constă în ipoteza de pornire pe care s-a construit modelul analitic și anume asumarea unei variații constante a lui  $\sigma_x$  pe înălțimea solidului elastic. În urma analizelor numerice se observă lipsa distribuției uniforme (constante) a lui  $\sigma_x$  pe înălțimea solidului elastic, respectiv se observă o reducere a valorii tensiunii normale  $\sigma_x$  în vecinătatea interfeței, (Fig.5.58).



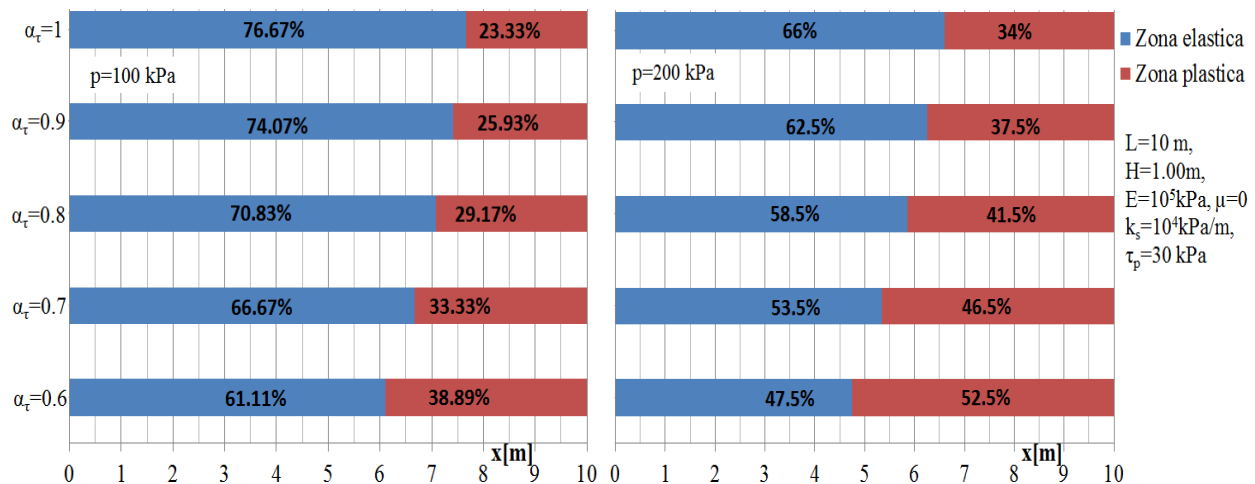
**Fig.5.58.** Exemplet de variație  $\sigma_x$  (izobare) pe înălțimea solidului elastic.

Odată cu reducerea înălțimii  $H$  se reduce și palierul de variație  $\sigma_x$ , astfel condițiile simulate prin metoda numerică se apropie de ipoteza adoptată în modelul analitic, iar rezultatele obținute prin cele două metode își micșorează palierul de diferențe.

Ca și observații generale, este necesar a se puncta următoarele aspecte:

**a)** În urma modificării modelului analitic de determinare a variației tensiunilor de forfecare la nivelul interfeței, prin implementarea unei comportări de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală, se elimină supraestimarea tensiunilor din domeniul plastic.

Astfel, prin acest procedeu de calcul comportarea estimată își reduce diferențele raportate la comportarea reală. Efectul observat în urma analizelor se reflectă prin creșterea zonelor cu comportare plastică și reducerea zonelor cu comportare elastică la forfecare al suprafeței de contact (Fig.5.59). Acest efect crește în intensitate odată cu amplificarea încărcărilor exterioare și odată cu creșterea diferențelor dintre  $\tau_p$  și  $\tau_r$ , (reducerea coeficientului  $\alpha_r$ ).



**Fig.5.59.** Efectul rezistenței reziduale la forfecare asupra mobilizării zonelor de plasticizare la nivelul interfeței.

Considerând parametrii modelului analitic conform Figurii 5.59, sporurile de creștere a zonelor plastificate a interfețelor rezultate odată cu diminuarea coeficientului  $\alpha_r$ , sunt centralizate în Tabelul 4.1.

**Tabel 5.1** Efectul rezistenței reziduale la forfecare asupra mobilizării zonelor de plasticizare.

$\alpha_r$ (-)	Spor zona plastifiată interfață (%)	
	p=100kPa	p=200kPa
$\alpha_r = 0.6$	+15.56%	+18.5%
$\alpha_r = 0.7$	+10%	+12.5%
$\alpha_r = 0.8$	+5.84%	+7.5%
$\alpha_r = 0.9$	+2.6%	+3.5%
$\alpha_r = 1$	0%	0%

Rezultatelor obținute conduc la următoarele concluzii privind modelarea alunecării la nivelul interacțiunii pământului cu structura geo-inginerească:

- Considerând că la nivelul suprafeței de contact, se admite o comportare la forfecare de tip liniar elastică perfect plastică fără rezistență reziduală pe domeniul plastic ( $\alpha_r = 1$ ), se supraevaluează capacitatea de preluare a tensiunilor tangențiale a interfeței. Acest lucru va genera o supraîncărcare a structurii geotehnice și o sub-încărcare cu tensiuni a masivului de pământ. Prin subevaluarea stării de tensiuni a masivului de pământ se va subevalua și deformațiile înregistrate, fapt ce poate genera erori în estimarea comportării mecanice a problemelor geo-inginerești .
- Considerând că la nivelul suprafeței de contact, comportarea la forfecare admite o comportarea liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală pe domeniul plastic ( $\alpha_r < 1$ ), se elimină supraevaluarea capacității de preluate a tensiunilor tangențiale ale interfeței. Astfel prin eliminarea supraîncărcării cu tensiuni tangențiale de-a lungul

suprafeței de contact, se realizează o detensionare locală care are drept efect eliminarea/reducerea supraîncărcării cu tensiuni a structurii geotehnice și eliminarea/reducerea subevaluării stării de tensiuni a masivului de pământ. Prin diminuarea subevaluării stării de tensiuni în masivul de pământ se diminuează și subevaluarea stării de deformații aferente masivului. Astfel, în problemele ingineresti ce implică interacțiunea teren structură, dacă la nivelul contactului dintre pământ și structură geotehnică se adoptă comportarea la forfecare de tip liniară elastică, perfect plastică cu rezistență reziduală, se reduc erorile în estimarea comportării mecanice globale. Adoptarea unei astfel de comportări necesită însă atenție deosebită în ceea ce privește calibrarea modelului cu forfecare reziduală. Determinarea parametrilor de calibrare a modelului ( $k_s$ ,  $\tau_p$ ,  $\alpha_r$ ), este direct influențată de parametrii prin care se definește comportarea pământului (parametrii de deformabilitate, parametrii de rezistență, granulometrie) respectiv de natura și proprietățile suprafeței de contact (tipul de material, rugozitate, etc.). Aceste aspecte sunt deosebit de importante, întrucât prin calibrarea defectuoasă a modelului (adoptarea unei valori  $\alpha_r$  mai reduse decât valoarea reală), se pot genera efecte opuse, care includ supraevaluări a stării de tensiuni și deformații a masivului de pământ, respectiv subevaluarea solicitărilor mobilizate în structura geotehnică.

**b)** Modelarea numerică adecvată a comportării liniar elastice perfect plastice cu rezistență reziduală la forfecare a interfeței implică acordarea unei atenții deosebite gradului de finețe al discretizării. Referitor la acest aspect, gradul de finețe maxim al rețelei de discretizare este influențat de tipul de element de interfață adoptat în simularea numerică. Astfel, conform analizelor efectuate, se observă că pentru elemente de interfață cu 6 noduri (6nIE), o discretizare ce adoptă dimensiunea medie a elementului egală cu aprox. 0.35 m, generează o estimare corespunzătoare a distribuției tensiunilor la nivelul interfeței. În cazul utilizării elementelor de interfață cu 10 noduri (10nIE), o discretizare care asigură distribuția adecvată a tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței necesită o dimensiune medie a elementului mai mică sau egală cu aprox. 0.5m.

În cazul în care în analizele numerice se utilizează elemente de interfață diferite, este necesară o investigație privind sensibilitatea discretizării asupra rezultatelor estimate, ca mai apoi în procesul de modelare numerică a problemelor ingineresti, în zonele de contact dimensiunea elementelor să nu depășească dimensiunea medie maximă. Asigurarea gradului de finețe al discretizării în zona elementelor de interfață se poate realiza prin procese de îndesire locală a numărului de noduri cu tranziție progresivă spre zone mai îndepărtate.

### 5.1.3.2 Investigarea numerică a efectului rigidității solidului elastic ( $E$ ).

În continuare se va analiza efectul rigidității pământului (definit ca solid elastic) asupra distribuției tensiunilor de forfecare de-a lungul interfeței. În continuare sunt prezentate rezultatele acestei analize (ANALIZA 3).

#### ANALIZA 3 :

Parametri solid elastic:  $L=10\text{m}$ ,  $H=1\text{m}$ ,  $E=\text{var.}$  [kPa],  $p=200\text{kPa}$ .

Discretizare : M5:T15+10nIE, parametrii interfață:  $k_s = k_n = 10^4 \text{ kN/m}^3$ ,  $\tau_p = 30\text{kPa}$ ,

$\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30; 24; 18$  [kPa].

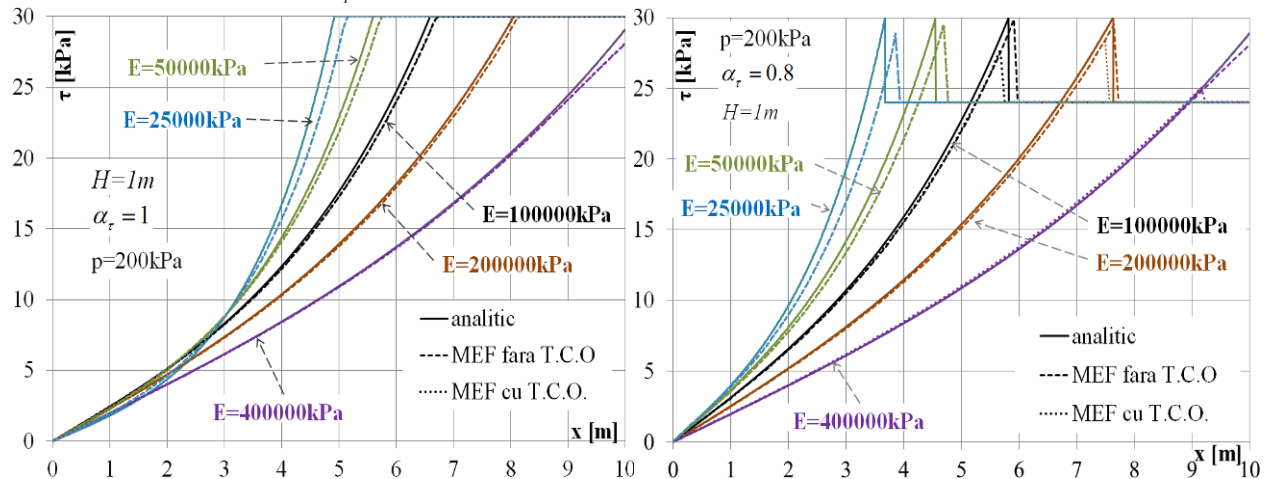


Fig.5.60. Efectul rigidității solidului ( $E$ ) asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_\tau = 1; 0.8$ ,  $\tau_p = 30\text{kPa}$

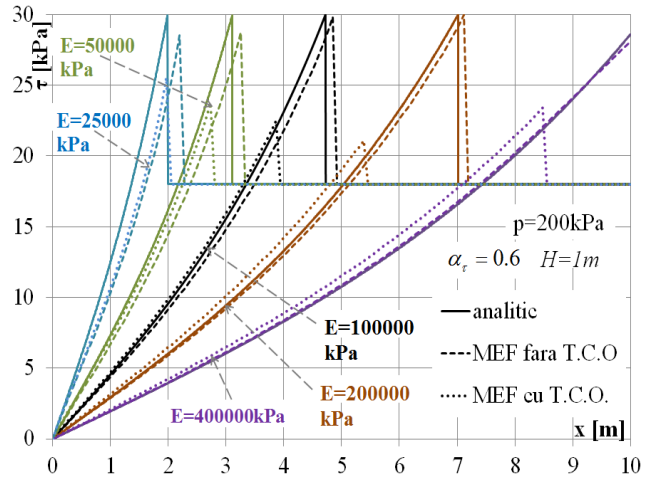
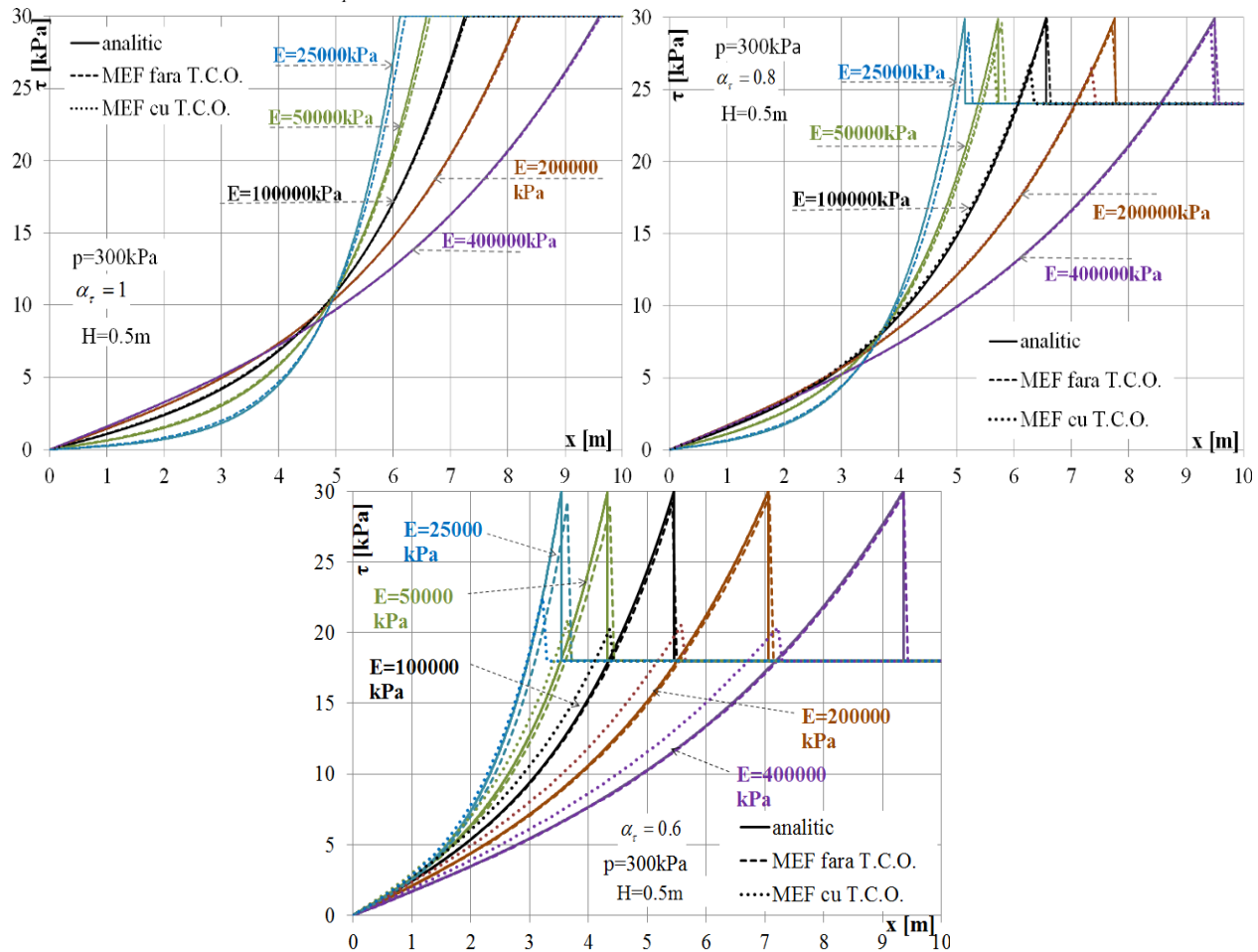


Fig.5.61. Efectul rigidității solidului ( $E$ ) asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1\text{m}$ ,  $\alpha_\tau = 0.6$ ,  $\tau_p = 30\text{kPa}$

Parametri solid elastic:  $L=10\text{m}$ ,  $H=0.5\text{m}$ ,  $E=\text{var. [kPa]}$ ,  $\nu = 0$ ,  $p=300\text{kPa}$ .

Discretizare :  $M3:T15+10nIE$ , parametri interfață:  $k_s = k_n = 10^4 \text{ kN/m}^3$ ,  $\tau_p = 30\text{kPa}$ ,  
 $\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30; 24; 18 \text{ [kPa]}$ .



**Fig.5.62.** Efectul rigidității solidului ( $E$ ) asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5\text{m}$ ,  $\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ ,  
 $\tau_p = 30\text{kPa}$

În urma rezultatelor obținute se poate evidenția efectul variației rigidității solidului elastic ( $E$ ) asupra distribuției tensiunii tangențiale la nivelul interfeței. Astfel odată cu creșterea  $E$  se va înregistra o reducere a deplasării longitudinale  $W(x_1)$ , fapt care conduce la scăderea zonei de plasticizare. Prin reducerea  $E$  efectul va fi opus, respectiv va conduce la o sporire (creștere) a zonei de plasticizare. Acest aspect este general valabil pentru valori  $\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ . Diferențele între comportarea estimată cu metoda analitică respectiv cu metoda numerică (MEF) se accentuează odată cu creșterea valorii acțiunii exterioare aplicate ( $p$ ). De asemenea prin limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.) diferențele dintre comportarea estimată prin metoda numerică și metoda analitică se accentuează. Prin reducerea înălțimii ( $H$ ) diferențele dintre MEF și metoda analitică se reduc întrucât în MEF odată cu reducerea înălțimii tensiunile normale  $\sigma_x$  înregistrează diferențe mai mici de-a lungul înălțimii.

În urma analizelor rezultatelor obținute trebuie punctat următorul aspect:

- În problema interacțiunii teren structură, o rigiditate mare a pământului (ca material) conduce la o diminuare a încărcării cu tensiuni tangențiale a interfeței, respectiv conduce la o diminuare a solicitărilor transmise structurii geotehnice. În cazul în care materialul (pământul) are o rigiditate redusă, efectul este invers, respectiv se va genera o amplificare a încărcării cu tensiuni tangențiale la nivelul interfeței, respectiv se va produce o amplificare a solicitărilor transmise structurii geotehnice.

### 5.1.3.3 Investigarea numerică a efectului rigidității tangențiale a interfeței ( $k_s$ ).

În continuare se propune o altă etapă a studiului, ce include surprinderea efectului rigidității elastice tangențiale a interfeței ( $k_s$ ) asupra distribuției tensiunilor de forfecare de-a lungul interfeței. În continuare sunt prezentate rezultatele acestei analize (ANALIZA 4).

#### ANALIZA 4 :

Parametri solid elastic:  $L=10m$ ,  $H=1m$ ,  $E=10^5kPa$ ,  $\nu = 0$ ,  $p=200kPa$ .

Discretizare : M5:T15+10nIE, parametri interfață:  $k_s = k_n = \text{var.} [kN / m^3]$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,

$\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30; 24; 18 [kPa]$ .

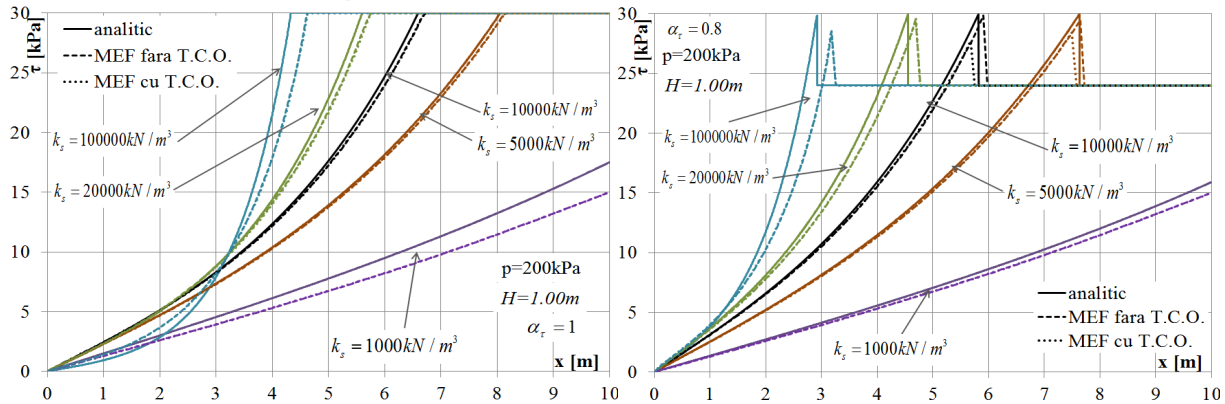


Fig.5.63. Efectul  $k_s$  asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_\tau = 1; 0.8$ ,  $\tau_p = 30kPa$

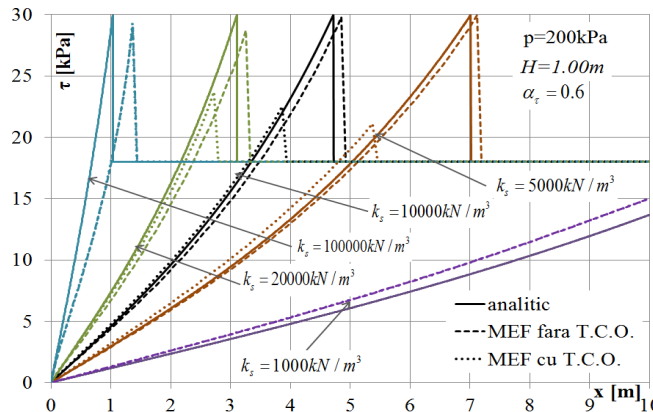


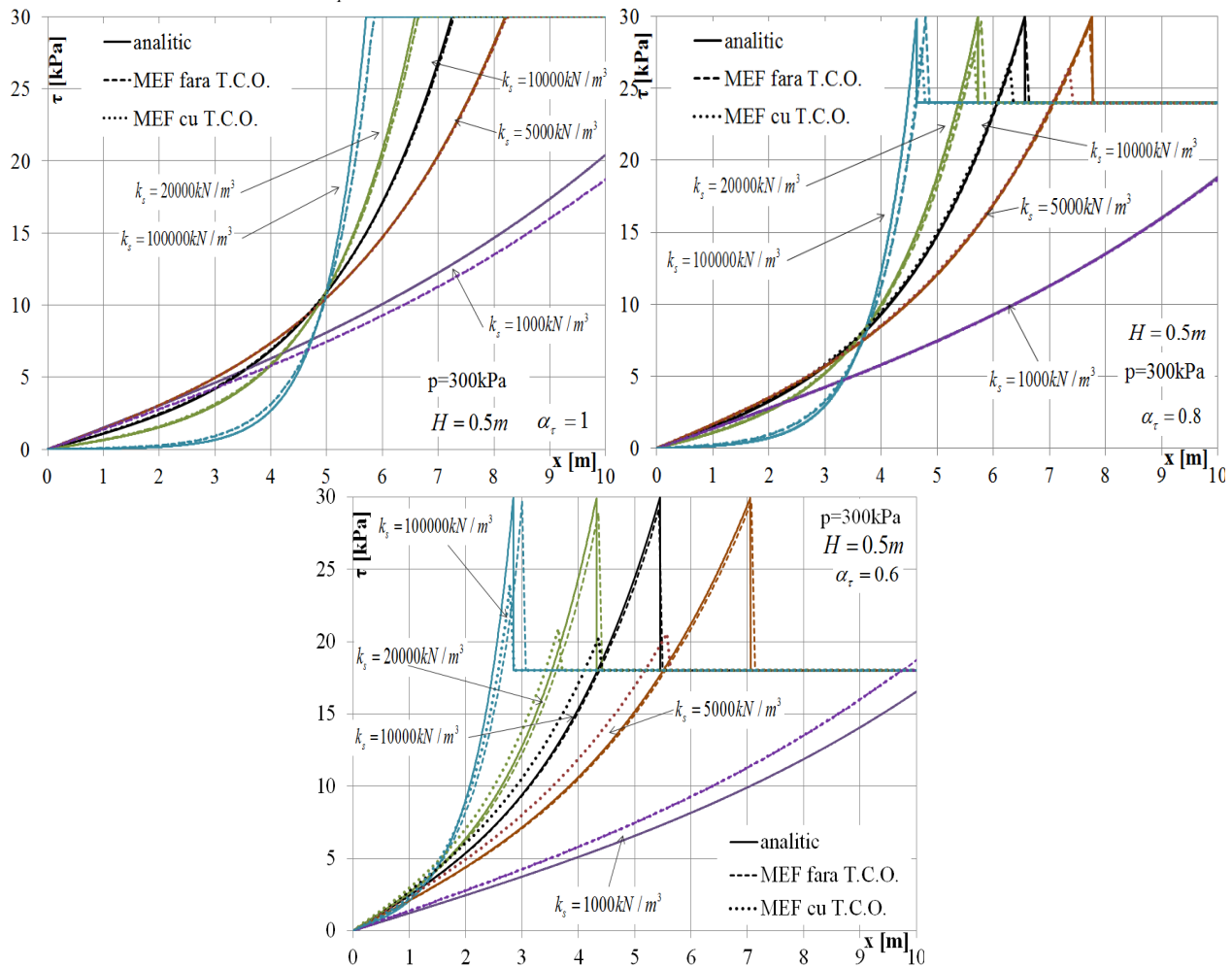
Fig.5.64. Efectul  $k_s$  asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=1m$ ,  $\alpha_\tau=0.6$ ,  $\tau_p=30kPa$ .



Parametri solid elastic:  $L=10m$ ,  $H=0.5m$ ,  $E=10^5kPa$ ,  $\nu = 0$ ,  $p=200kPa$ .

Discretizare : M3:T15+10nIE, parametri interfață:  $k_s = k_n = \text{var.} [kN / m^3]$ ,  $\tau_p = 30kPa$ ,

$\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ ,  $\tau_r = \alpha_\tau \cdot \tau_p = 30; 24; 18 [kPa]$ .



**Fig.5.65.** Efectul  $k_s$  asupra variației  $\tau$  interfață -  $H=0.5m$ ,  $\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ ,  $\tau_p = 30kPa$

În conformitate cu rezultatele obținute anterior, se observă că odată cu creșterea  $k_s$  se va înregistra o scădere a  $\delta_{ip}$  (deplasarea relativă tangențială aferentă plasticizării) fapt ce va genera o scădere a palierului elastic a interfeței, respectiv un spor a palierului plastic. În schimb, odată cu diminuarea valorii  $k_s$  se va genera o creștere a  $\delta_{ip}$ , respectiv o reducere a palierului plastic a interfeței și un spor al palierului elastic. Acest aspect este general valabil pentru valori  $\alpha_\tau = 1; 0.8; 0.6$ . Diferențele între comportarea estimată cu metoda analitică respectiv cu metoda numerică (MEF) se accentuează la valori ridicate ale încărcării exterioare ( $p$ ). Este interesant faptul că atunci când interfața se comportă total elastic (la încărcări  $p$  suficient de reduse) se înregistrează diferențe între comportarea estimată a interfeței prin metoda numerică (MEF) și metoda numerică. De asemenea prin limitarea tensiunilor de întindere (cu T.C.O.) diferențele dintre comportarea estimată prin metoda numerică și metoda analitică se accentuează.

Concluziile privind efectul variației  $k_s$  asupra comportării la forfecare la nivelul interfeței implică următoarele aspecte:

- Diminuarea valorii  $k_s$ , generează o reducere a tensiunilor mobilizate la nivelul interfeței, fapt ce va conduce la o redistribuire a tensiunilor în interiorul masivului de pământ, respectiv o amplificare a stării de tensiuni și de deformații a pământului cu care structura geotehnică este în contact. Pe de altă parte în această situație are loc o reducere a solicitărilor mobilizate în structura geotehnică.
- Amplificarea valorii  $k_s$ , generează o amplificare a tensiunilor mobilizate la nivelul interfeței, fapt ce va conduce la o descărcare a tensiunilor în masivul de pământ, printr-o supraîncărcare cu solicitări la nivelul structurii geotehnice. Într-o astfel de situație are loc o diminuare a stării de tensiuni și de deformații în masivul de pământ, respectiv o amplificare a solicitărilor mobilizate în structura geotehnică.

#### 5.1.4 Concluzii și recomandări

Interacțiunea la nivelul contactului teren structură reprezintă un aspect foarte important în evaluarea răspunsului mecanic în problemele de inginerie geotehnică. Uzual, comportarea la lunecare la nivelul suprafeței de contact, se simulează prin atribuirea unei comportări de tip liniar elastic perfect plastic. Această comportare se diferențiază de comportarea reală, evidențiată experimental, prin faptul că după atingerea valorii maxime a rezistenței la lunecare, tensiunea tangențială își păstrează valoarea maximă în timp ce comportarea reală evidențiază o reducere a tensiunii tangențiale la o valoare reziduală, (Fig.5.2). În vederea reducerii supraevaluării tensiunilor tangențiale mobilizate la nivelul interfeței pe palierul plastic de comportare, se propune adoptarea unei comportări de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală, (Fig.5.4).

Prin adoptarea unei astfel de comportări la nivelul interfeței, se poate elimina supraîncărcarea interfeței cu tensiuni tangențiale în zona de comportare plastică, fapt ce va conduce la o redistribuire a tensiunilor din zona suprafeței de contact. Acest lucru va avea ca efect încărcarea masivului de teren și diminuarea supraevaluării solicitărilor în structura geotehnică.

În vederea adoptării unei abordări prudente în ceea ce privește estimarea răspunsului mecanic în problemele de inginerie geotehnică, se recomandă adoptarea unei comportări liniar elastice perfect plastice cu rezistență reziduală la lunecare a interfeței (suprafeței de contact). Printr-o astfel de abordare se asigură reducerea subevaluării zonelor de plasticizare la lunecare a suprafeței de contact, respectiv se reduce subevaluarea stării de tensiuni și de deformații a masivului de pământ aflat în contact cu structura geotehnică. Acest lucru conduce la o estimare prudentă a deformațiilor în masivului de pământ fiind în deplină concordanță cu conceptului ”surprinderii situației maxim defavorabile” și eliminând posibilitatea unei subestimări a răspunsului mecanic în cadrul analizelor structurilor geotehnice inginerești.

Formularea matematică propusă modelului de comportare la lunecare cu rezistență reziduală este relativ simplă și versatilă, necesitând atribuirea a 3 parametri de calibrare:  $\tau_p$ ,  $\alpha_r$ ,  $k_s$ . În funcție de acești parametri, modelul propus poate asigura un palier larg de

comportare, de la o comportare liniar elastică perfect plastică fără rezistență reziduală ( $\alpha_r = 1$ ) până la o comportare liniar elastică perfect casantă ( $\alpha_r = 0$ ).

Calibrarea modelului propus, prin atribuirea parametrilor  $\tau_p, \alpha_r, k_s$ , necesită o atenție deosebită, întrucât comportarea la nivelul interfeței este direct influențată de proprietățile pământului (parametrii de deformabilitate, parametrii de rezistență, compoziție granulometrică) și de proprietățile suprafeței structurii geotehnice (rugozitate, tip de material, etc.). Importanța parametrilor de calibrare a modelului propus derivă din faptul că orice variație  $\tau_p, \alpha_r, k_s$  conduce la modificări ale distribuției tensiunilor de lunecare la nivelul interfeței, respectiv la modificări ale stării de tensiuni și de deformații în interiorul masivului de pământ cât și în interiorul structurii geotehnice. Astfel în cazul adoptării unor valori reduse pentru unul din parametrii  $\tau_p, \alpha_r, k_s$ , efectul asupra răspunsului mecanic se reflectă prin diminuarea tensiunilor tangențiale la nivelul suprafeței de contact, respectiv prin amplificarea stării de tensiuni și de deformații în masivul de pământ. În cazul adoptării unor valori superioare pentru unul din parametrii  $\tau_p, \alpha_r, k_s$ , efectul este opus, prin diminuarea stării de tensiuni și deformații ale masivului de pământ și amplificarea solicitărilor mobilizate în structura geotehnică.

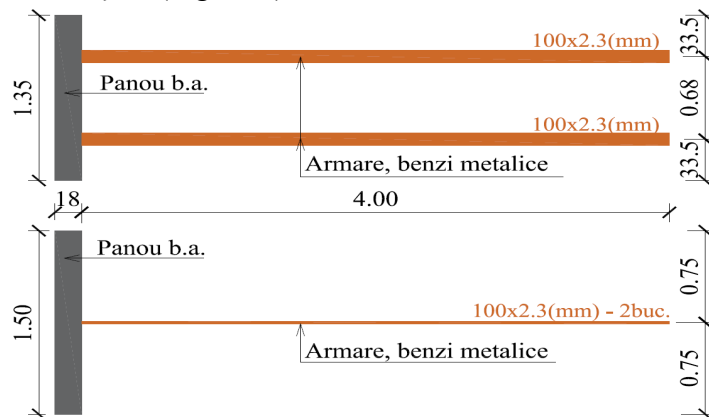
Întrucât modelul cu rezistență reziduală la forfecare implică o variație bruscă a tensiunii tangențiale după atingerea plasticizării, trebuie să se țină cont de anumite aspecte în cazul modelării numerice a comportării la forfecare a suprafețelor de contact. În cazul utilizării MEF, pentru asigurarea unei estimări adecvate a variației tensiunilor tangențiale la nivelul interfeței este necesar a se utiliza un grad de finețe al discretizării adecvat, condiționat de tipul elementelor finite utilizate în analize. Elemente finite evaluate necesită o discretizare puțin puțin fină în raport cu elemente finite inferioare. Astfel în cazul elementelor de interfață cu grosime nulă compuse din 10 noduri (10nIE), valoarea maximă a dimensiunii medii a elementelor este de aprox. 0.50 m, respectiv pentru elementele cu 6 noduri (6nIE), valoarea maximă a dimensiunii medii a elementelor este de aprox. 0.35 m. În vederea reducerii mărimii sistemului de ecuații și micșorarea timpilor de calcul, se poate reduce numărul de noduri ale domeniului de analiză printr-o rafinare locală a gradului de finețe a discretizării în zonele aferente elementelor de interfață.

## 5.2. Analiza interacțiunii în probleme ingineresti de pământ ranforsat.

Ranforsarea pământului reprezintă o opțiune modernă și eficientă în ceea ce privește realizarea structurilor geotehnice ingineresti. Procedul de ranforsare a pământului urmărește îmbunătățirea comportării mecanice a unui masiv de pământ în cadrul căruia sunt inserate elemente de armare, fiind utilizat în cadrul unor game vaste de lucrări geotehnice. În analiza curentă se va investiga interacțiunea teren structură în cazul sistemelor de sprijin pentru care se adoptă armarea pământului.

Sistemele de sprijin ce utilizează pământ stabilizat prin ranforsare (armare) reprezintă o problemă actuală în ceea ce privește aplicațiile de inginerie geotehnică, [A.8]. Comportarea sistemelor de sprijin cu ranforsarea pământului, implică interacțiunea dintre pământ și elementul de armare (geogriile, benzi metalice, etc.) respectiv dintre pământ și elementele de elevație ale

zidului (elemente de beton prefabricate, blocheți). Yan Yu ș.a. [A.203] investighează interacțiunea la nivelul unui element prefabricat folosit în realizarea zidurilor de pământ ranforsat compus dintr-un panou de beton armat cu lățimea de 1.35 m, înălțimea de 1.50 m și grosimea de 0.18 m cu două benzi metalice atașate (secțiune: 100x2.3 mm), L=4.00 m pentru armarea pământului din spatele elevației, (Fig.5.66).



**Fig.5.66.** Element prefabricat sistem de sprijin din pământ armat.

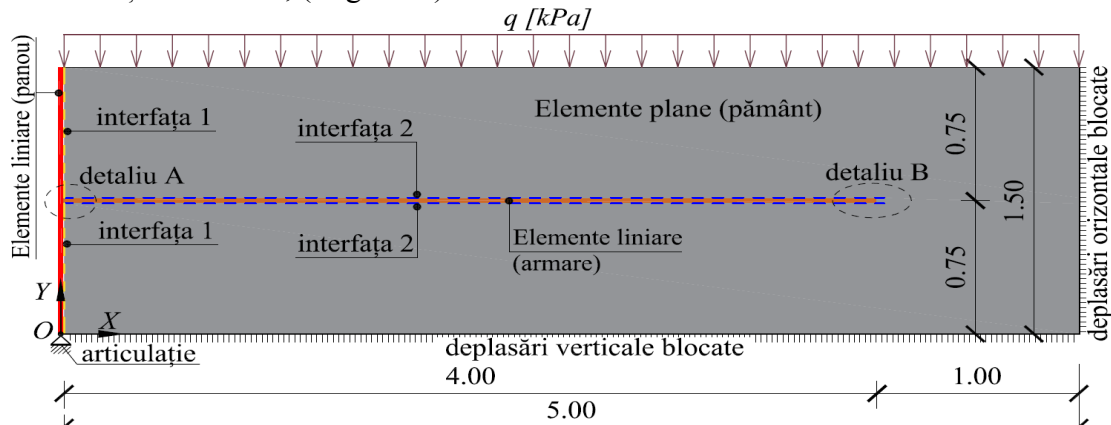
Sistemele de sprijin din pământ ranforsat ce utilizează elemente prefabricate sunt folosite predominant pentru realizarea zidurilor de sprijin de rambleu și a culeelor de poduri. Avantajele acestui tip de sistem de sprijin constă în rapiditatea execuției, estetică superioară datorată diverselor modele de parament date de forma și culoarea feței văzute a elementelor prefabricate, consum redus de materiale antropice, etc. Un impediment al acestui sistem consta în necesitatea asigurării unui cofraj ce trebuie să asigure rezemare orizontală a elementelor prefabricate pe parcursul execuției. Anumite aspecte vizuale ale acestor elemente se pot observa în Figura 5.67, [A.206]. Comportarea sistemelor de sprijin din pământ ranforsat ce utilizează elemente prefabricate ca elemente de parament (fațadă), este investigată de diverși cercetători. [A.206], [A.202], [A.47], [A.46], [A.45].



**Fig.5.67.** Aspecte ale punerii în operă a sistemelor de sprijin de pământ armat din elemente prefabricate, [A.206].

Structurile de sprijin se vor realiza prin poziționarea elementelor prefabricate unul peste celălalt. Comportarea globală a sistemului de sprijin realizat din pământ armat va fi influențată în mod direct de comportarea la nivelul unui element singular de ranforsare. Analiza la nivelul unui singur element de ranforsare se va denumi în continuare analiza ”celulei de ranforsare”.

Folosind datele prezentate de Yan Yu ș.a. [A.203] și Zevgolis [A.206], am efectuat o analiză a comportării sistemelor de sprijin din pământ armat, folosind principiul ”celulei de ranforsare”. Sistemul s-a modelat în starea plană de deformății. Domeniul de analiză este dezvoltat după direcția OY pe înălțimea elementului prefabricat (1.50 m), respectiv după direcția OX pe o distanță de 5.00 m, ( Fig.5.68 ).

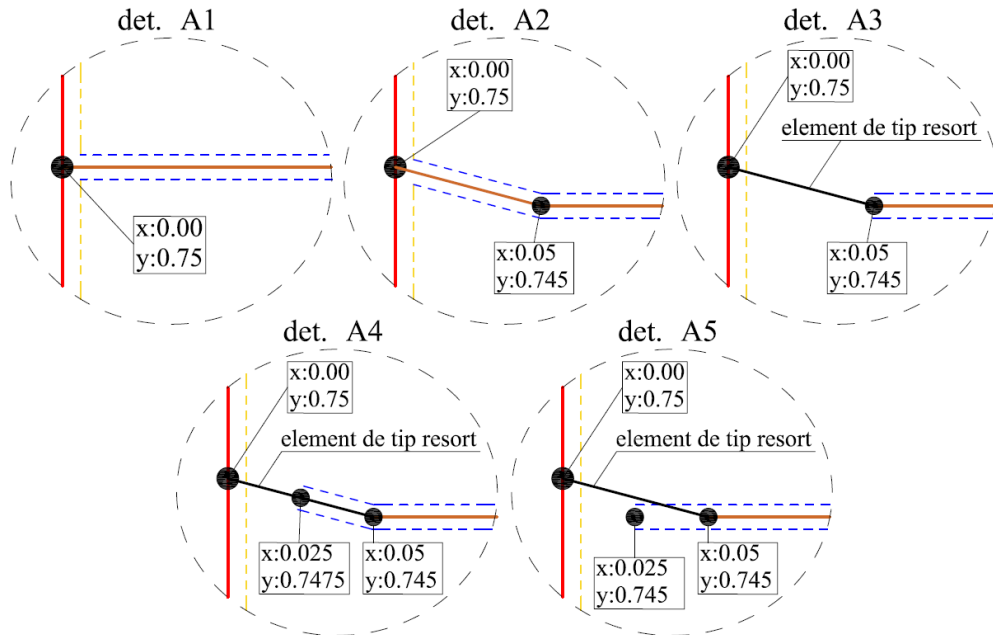


**Fig.5.68.** Domeniul de analiză element prefabricat de ranforsare (”celulă de ranforsare”).

Panoul vertical de fațadă/parament (b.a.) s-a modelat prin intermediul elementelor liniare (5 noduri) cu comportare elastică de tip grindă (elemente de tip ”plate”) având următoarele proprietăți:  $EA = 5.76 \cdot 10^6 \text{ kN} / \text{ml}$  ,  $EI = 15.6 \cdot 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 / \text{ml}$  ,  $\nu = 0.15$  ,  $w = 4.32 \text{ kN} / \text{m} / \text{ml}$  . Elementele de armare s-au modelat prin utilizarea elementelor liniare (5 noduri) fără rigiditate la încovoiere (elemente de tip geogriile) cu comportare elastică. Rigiditatea axială a elementelor liniare ( $EA = 68.2 \cdot 10^3 \text{ kN} / \text{ml}$ ) s-a obținut printr-un proces de echivalare pe metru liniar a unui șir de elemente. Greutatea elementelor de armare s-a ignorat. Pământul armat (umplutura) s-a modelat cu elemente plane triunghiulare de tip T15 cu comportare liniar elastică-perfect plastică guvernată de criteriul de cedare Mohr-Coulomb în combinație cu limitarea tensiunilor la întindere (TCO). Parametri de material atribuiți pământului sunt următorii :  $\gamma = 18 \text{ kN} / \text{m}^3$  ,  $E_s = 5000 \text{ kPa}$  ,  $\nu_s = 0.3$  ,  $\phi_s = 44^\circ$  ,  $c_s = 1 \text{ kPa}$  ,  $\psi_s = 14^\circ$  ,  $\sigma_{t,s} = 0 \text{ kPa}$  . Interacțiunea la nivelul elementelor ce compun domeniul de analiză s-a realizat prin elemente de interfață de grosime nulă cu 10 noduri. Comportarea elementelor de interfață este de tip elastic perfect plastic, guvernată de criteriul de cedare Mohr-Coulomb la forfecare și de criteriul de limitare a tensiunilor la întindere pe direcția normală, (TCO). Astfel între pământ și elementele liniare aferente panoului s-au utilizat elemente de interfață denumite generic ”interfața 1”, respectiv între pământ și ambele fețe ale elementelor de armare s-au utilizat elemente de interfață denumite generic ”interfața 2”. În prima etapa a

analizei, s-au utilizat parametri identici atât pentru interfața 1 cât și pentru interfața 2:  $k_n = 49.7 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^3$ ,  $k_s = 4510 \text{ kN/m}^3$ ,  $\varphi_i = 16.2^\circ$ ,  $c_i = 0.3 \text{ kPa}$ ,  $\psi_i = 0^\circ$ ,  $\sigma_{t,i} = 0 \text{ kPa}$ .

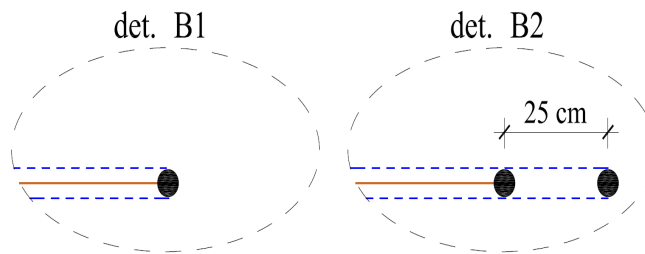
Condițiile de margine aplicate domeniului de analiză constă în blocarea deplasărilor verticale pe latura inferioară, blocarea deplasărilor orizontale pe latura verticală din zona opusă panoului, articularea punctului inferior panoului și aplicarea unei suprasarcini verticale constante ( $q$ ) pe latura superioară, ( Fig.5.68).



**Fig.5.69.** Variante de modelare detaliu A.

În vederea analizei parametrice a domeniului de analiză se vor trata în detaliu punctele sensibile ale domeniului unde se așteaptă concentrări și variații oscilatorii bruște ale tensiunilor. Aceste puncte sunt specificate pe domeniul de analiză prin detaliul A – jointarea elementelor de armare cu panoul prefabricat (Fig.5.69) și detaliul B – capătul liber al elementelor de armare, (Fig.5.68). Aceste zone se vor trata individual în diferite variate de modelare. Detaliul A se va modela în 5 variante (A1... A5), conform Figurii 5.69. În variantele A1 și A2 se utilizează elemente de tip "geogrilă" cu interfață 2 pe ambele fețe în diferite poziții geometrice. În variantele A3, A4 și A5 legarea dintre elementele de tip geogrilă și panoul prefabricat se realizează printr-un elemente de tip resort elastic cu  $EA = 68.2 \cdot 10^3 \text{ kN}$  dispus la pas de 1 m. Diferențele dintre variantele A3, A4 și A5 constă în modul în care se dispun elemente de interfață 2 în zona de jointare, (Fig.5.68).

Detaliul B se va modela în 2 variante: B1 și B2, (Fig.5.70). Cele două variante diferă prin modul în care se dispun elementele de interfață 2 în zona capătului liber al elementului de armare. Dacă în varianta B1 elementele de interfață 2 flanchează elementul de armare până la capătul acestuia, în varianta B2 elementele de interfață 2 se prelungesc cu 25 cm față de capătul elementului de armare, ( Fig.5.70) .



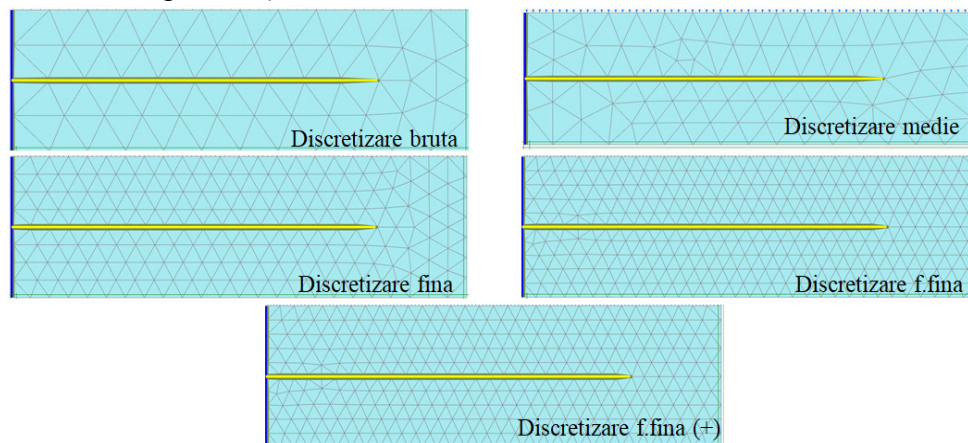
**Fig.5.70.** Variante de modelare detaliu B.

Analizele realizate au încercat să pună în evidență mai multe elemente de analiză, după cum urmează.

## 5.2.1 Efectul sensibilității discretizării

### 5.2.1.1 Efectul discretizării pe modelul de analiză A1-B1.

Investigarea efectului gradului de finețe al discretizării asupra răspunsului mecanic estimat prin MEF s-a realizat prin analize realizate pe domeniul de analiză A1-B1 discretizat diferit. Domeniul de analiză s-a realizat utilizându-se geometria unei "celule de ranforsare" (Fig.5.69), cu adoptarea detaliului A1 (Fig.5.69) respectiv a detaliului B1 (Fig.5.70). Parametri de material utilizați sunt conform specificațiilor amintite anterior.



**Fig.5.71.** Variante de discretizare utilizate în analiză (A1-B1).

Variante de discretizare (Fig.5.71):

- 1) Discretizare bruta : nr. elemente plane : 96, nr. noduri: 930, dimensiune medie element: 0.4287 m
- 2) Discretizare medie : nr. elemente plane : 155, nr. noduri: 1444, dimensiune medie element: 0.338 m
- 3) Discretizare fina : nr. elemente plane : 369, nr. noduri: 3264, dimensiune medie element: 0.217 m
- 4) Discretizare f. fina : nr. elemente plane : 628, nr. noduri: 5442, dimensiune medie element: 0.1668 m



- 5) Discretizare f. fina(+) : nr. elemente plane : 1260, nr. noduri: 10662, dimensiune medie element: 0.118 m

Evaluarea efectului fineții discretizării s-a realizat prin surprinderea diferențelor obținute asupra:

- solicitării axiale mobilizate în panoul vertical prefabricat (element de parament),
- solicitării axiale mobilizate în elementul de ranforsare,
- distribuției tensiunilor normale și tangențiale mobilizate pe fața elementului vertical,
- distribuției tensiunilor normale mobilizate pe fața superioară și inferioară a elementului de armare.

Efectul discretizării asupra efortului axial ( $N$ ) mobilizat în panoul prefabricat este expus în Figura 5.72. Trebuie menționat că solicitarea axială mobilizată în elementul vertical corespunde unei fenomen de compresiune, iar rezultatele obținute sunt prezentate în raport cu analizele anterioare realizate de Yan Yu ș.a. [A.203]. Pe lângă variația solicitării axiale  $N$  (compresiune) în raport cu înălțimea panoului,  $h$  (Fig.5.72 –a) se prezintă și variația solicitării axiale maxime  $N_{max}$  înregistrate în punctul de rezemare al panoului (Fig.5.72 –b).

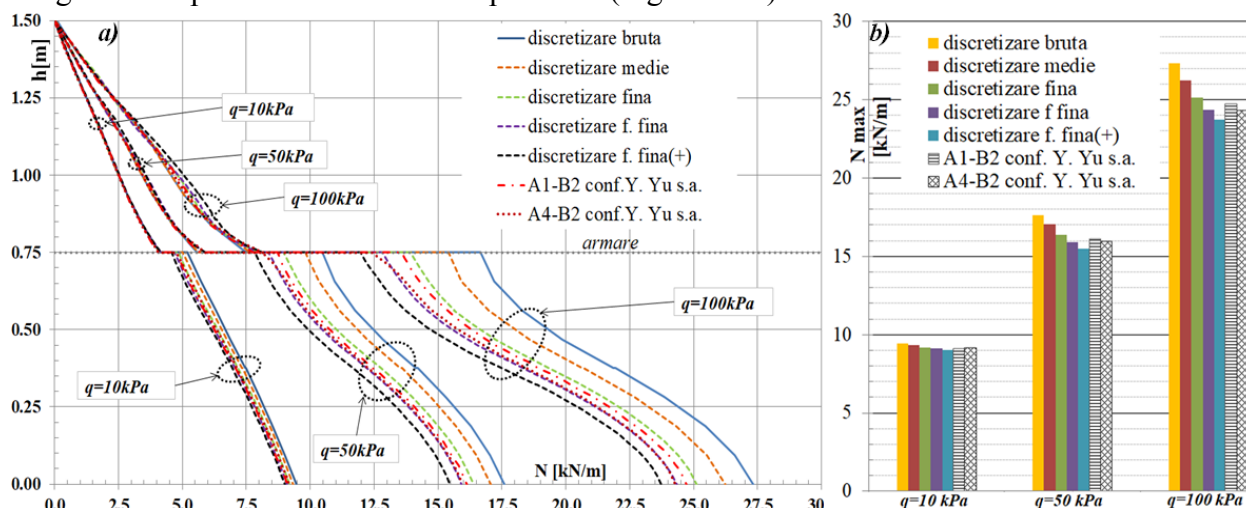


Fig.5.72. A1-B1: efectul discretizării asupra variației  $N$  panou vertical (a) și asupra  $N_{max}$  (b).

Cuantificarea efectului fineții discretizării asupra solicitărilor axiale la nivelul elementului vertical s-a exprimat grafic în Figura 5.73. Un prim aspect evidențiat este saltul solicitării axiale  $\Delta N$ , înregistrat la nivelul elementului de armare:  $h=0.75\text{ m}$ , (Fig.5.73-a). Creșterea gradului de finețe a discretizării conduce la o reducere a saltului ( $\Delta N$ ) în diagrama  $N$  la nivelul elementului de parament. Cuantificarea diferențelor procentuale înregistrate este echivalată prin introducerea unui parametru:  $spor\Delta N$ , ( Fig.5.73-b) . Acest parametru este determinat astfel:

$$spor\Delta N = \frac{\Delta N - \Delta N_{discretizare\ bruta}}{\Delta N_{discretizare\ bruta}} \cdot 100 [\%] \quad (5.39)$$

Un alt aspect constă în reducerea solicitării axiale maxime  $N_{max}$  odată cu creșterea gradului de finețe a discretizării. Cuantificarea acestui aspect s-a realizat prin introducerea parametrului  $sporN_{max}$ , ( Fig.5.73-c). Acest parametru este determinat astfel:



$$sporN_{max} = \frac{N_{max} - N_{max.discretizare\ bruta}}{N_{max.discretizare\ bruta}} \cdot 100 [\%] \quad (5.40)$$

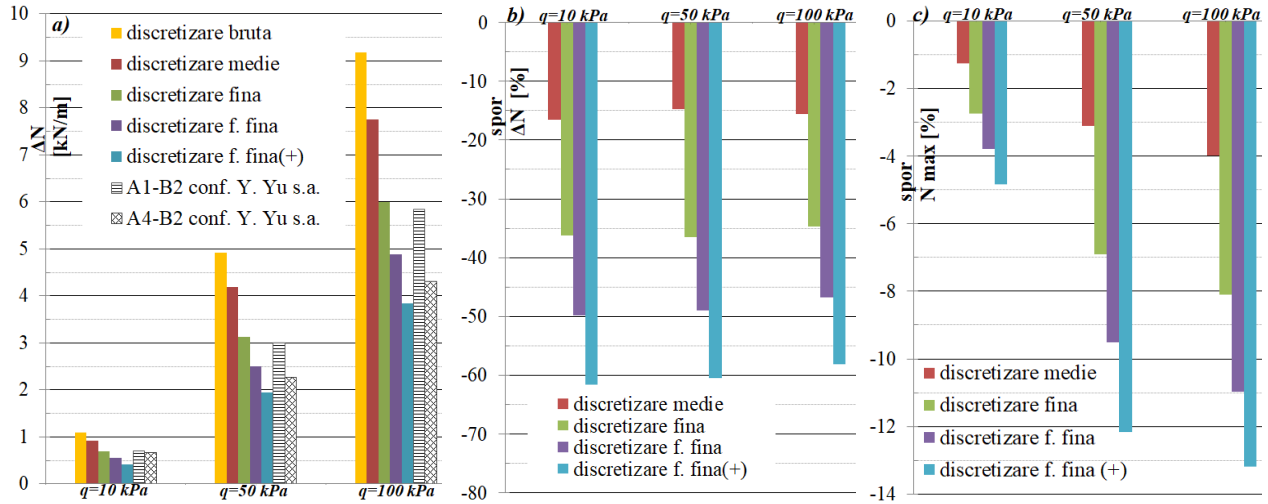


Fig.5.73. A1-B1: efectul discretizării asupra variației  $\Delta N$  (a),  $spor\Delta N$  (b),  $sporN_{max}$  (c).

Efectul discretizării asupra efortului axial ( $N$ ) mobilizat în elementul de armare este expus în Figura 5.74. O primă observație constă în faptul că pentru un grad redus al fineții discretizării (discretizare brută), se înregistrează oscilații bruște ale  $N$  în zona din vecinătatea capătului liber. Aceste oscilații se reduc substanțial odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării, (Fig.5.74-a). Pe lângă variația solicitării axiale  $N$  (întindere) în raport cu lungimea elementului de armare,  $L$  (Fig.5.74-a) se prezintă și variația solicitării axiale înregistrate în nodul aferent prinderii elementului de armare în elementul vertical ( $N_f$ ), la  $L=0.00\ m$  (Fig.5.74-b).

Creșterea gradului de finețe ca influență globală, creșterea a efortului axial din elementul de armare în punctul de legătură cu elementul vertical,  $N_f$ . Cuantificarea diferențelor procentuale este echivalată prin introducerea unui parametru:  $spor\ N_f$ , (Fig.5.75). Acest parametru este determinat astfel:

$$sporN_f = \frac{N_f - N_{f.discretizare\ bruta}}{N_{f.discretizare\ bruta}} \cdot 100 [\%] \quad (5.41)$$

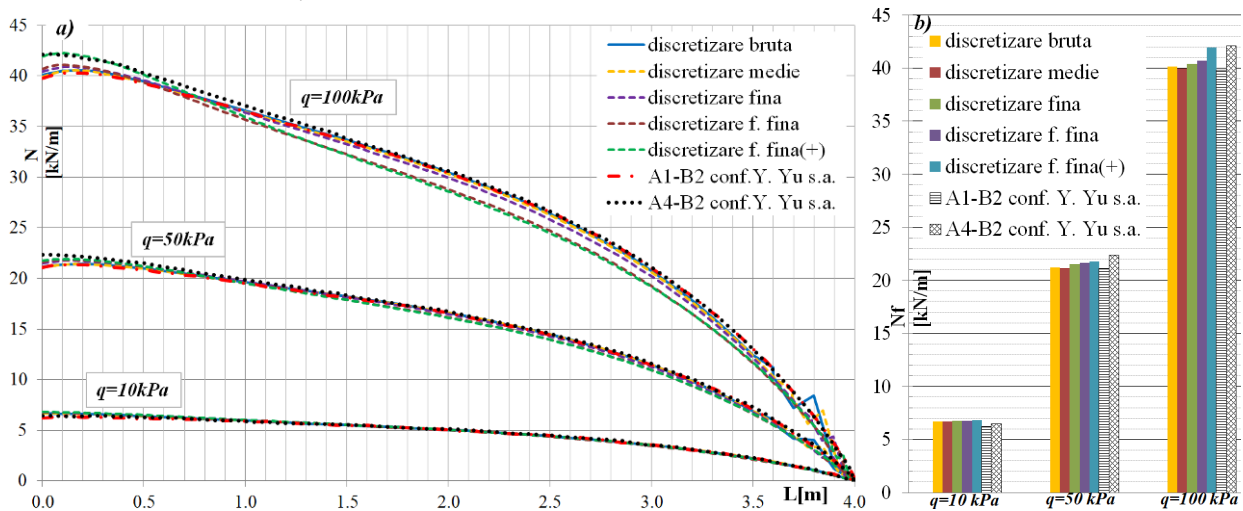
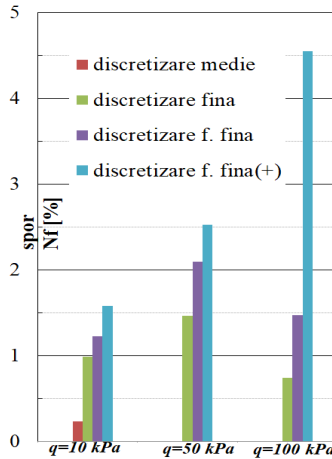


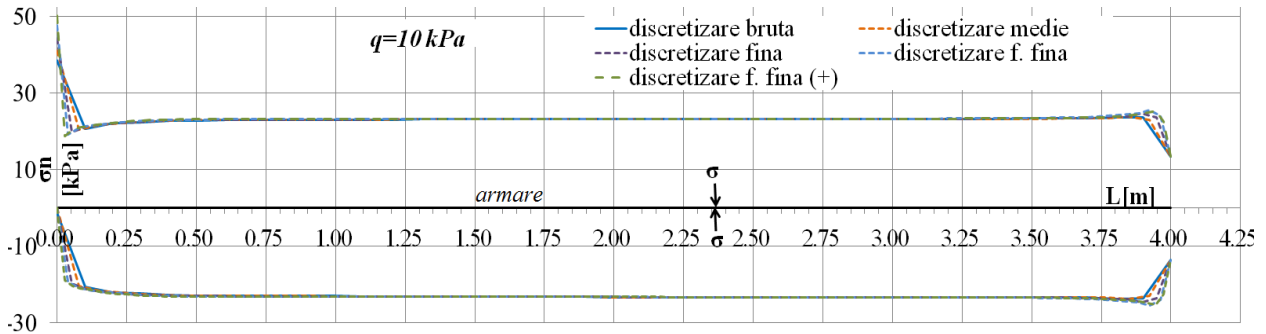
Fig.5.74. A1-B1: efectul discretizării asupra variației  $N$  element de armare (a) și asupra  $N_f$  (b).



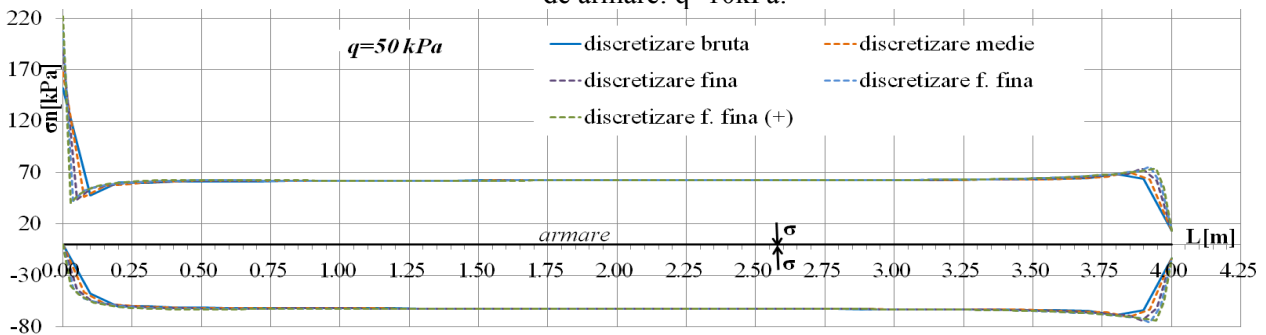
**Fig.5.75.** A1-B1: efectul discretizării asupra creșterii valorii  $N_f$  ( $spor N_f$ ).

Efectul discretizării asupra tensiunilor normale mobilizate pe fețele elementului de armare este expus în Figura 5.78. Conform variațiilor obținute ( Fig.5.76, Fig.5.77, Fig.5.78), se observă că tensiunea normală pe fața superioară înregistrează valori extreme ( $\sigma_{n,max}$ ) în dreptul punctului de legătură dintre elementul de armare și elementul vertical. Influența gradului de finețe a discretizării asupra valorii  $\sigma_{n,max}$  este reprezentat în Figura 5.75-a. Cuantificarea diferențelor procentuale înregistrate odată cu creșterea fineții discretizării este echivalată prin introducerea unui parametru:  $spor \sigma_{n,max}$ , (Fig.5.79-b), determinat în felul următor:

$$spor \sigma_{n,max} = \frac{\sigma_{n,max} - \sigma_{n,max,discretizare\ bruta}}{\sigma_{n,max,discretizare\ bruta}} \cdot 100 [\%] \quad (5.42)$$



**Fig.5.76.** A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare:  $q=10kPa$ .



**Fig.5.77.** A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare:  $q=50kPa$ .

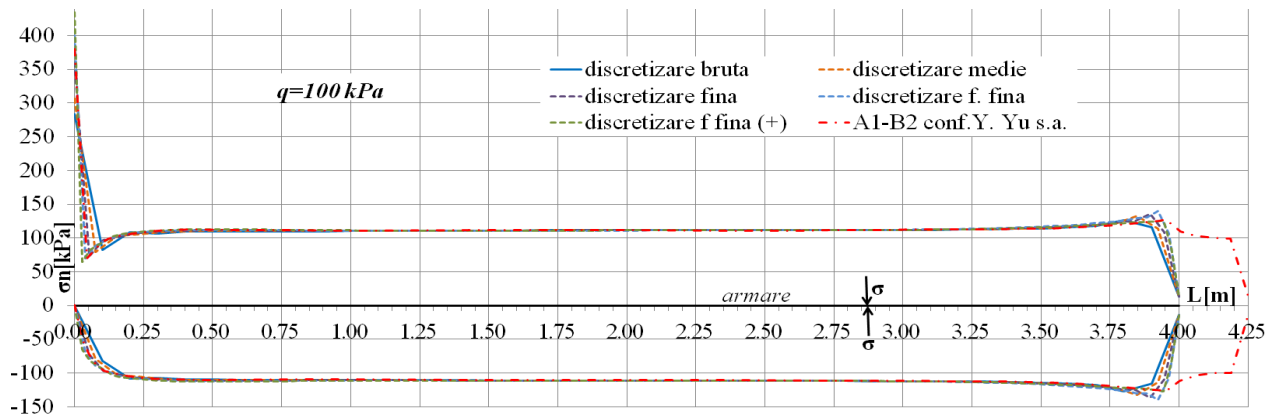


Fig. 5.78. A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare:  $q=100\text{kPa}$ .

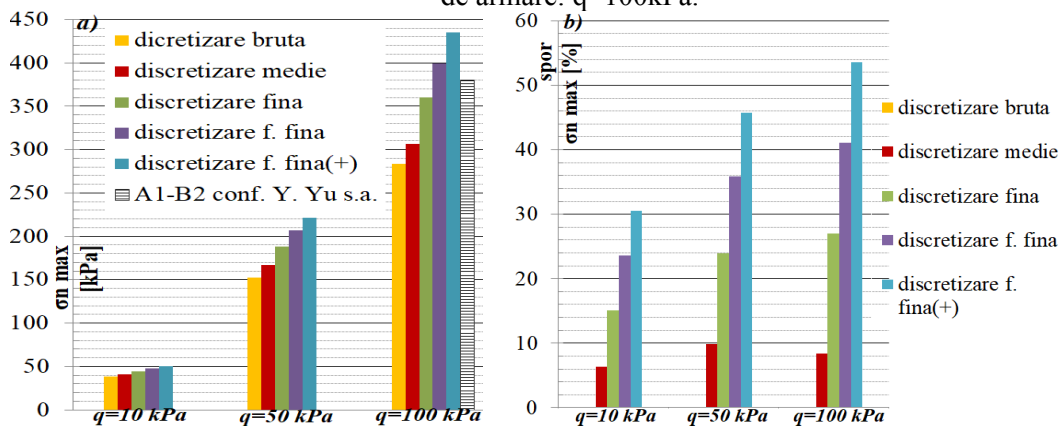


Fig. 5.79. A1-B1: efectul discretizării asupra variației  $\sigma_{n,max}$  (a),  $SPOR \sigma_{n,max}$  (b).

Efectul discretizării asupra tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) mobilizate pe fețele elementului vertical de parament este expus în Figura 5.80. Se poate observa că odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării se obțin valori superioare ale punctelor de maxim înregistrate pe diagramele tensiunilor. În ceea ce privește alura diagramele de variație, variația gradului de finețe al discretizării nu aduce modificări semnificative. Diferențele obținute se accentuează odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză.

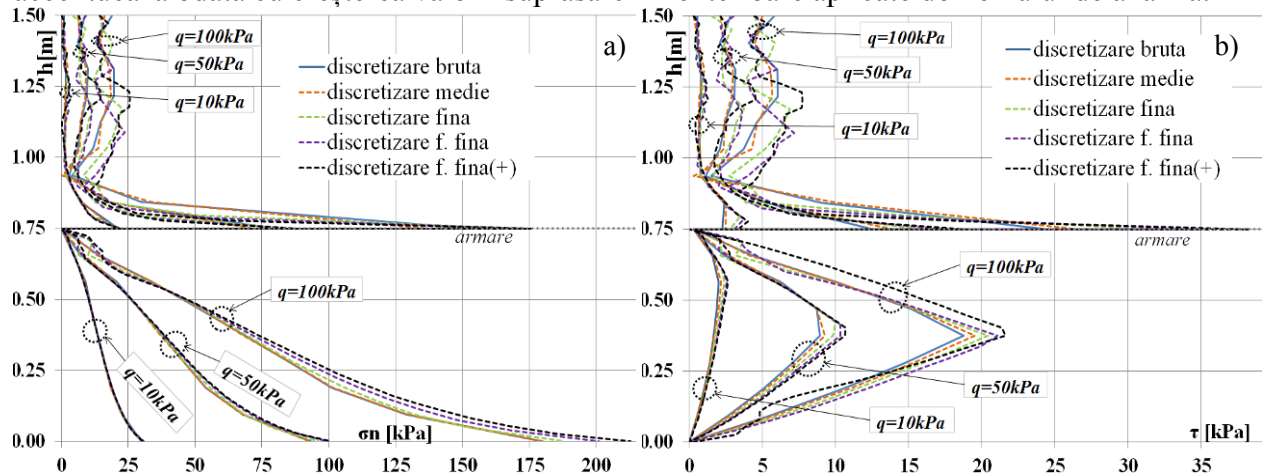


Fig. 5.80. A1-B1: efectul discretizării asupra variației tensiunii normale (a) și tangențiale (b) mobilizate pe fața elementului vertical.

### 5.2.1.2 Efectul discretizării pe modelul de analiză A1-B2

Investigarea efectului gradului de finețe al discretizării asupra răspunsului mecanic estimat prin MEF s-a realizat prin analize realizate pe domeniul de analiză A1-B2 discretizat diferit. Domeniul de analiză s-a realizat utilizându-se geometria unei "celule de ranforsare" ( Fig.5.69), cu adoptarea detaliului A1 (Fig.5.69) respectiv a detaliului B2 (Fig.5.70). Sunt utilizate 5 discretizări cu grad diferit de finețe. Parametri de material utilizați sunt conform celor prezentate anterior.

Efectul discretizării asupra solicitării axiale ( $N$ ) mobilizate în panoul prefabricat este expus în Figura 5.81. Pe lângă variația solicitării axiale  $N$  (compresiune) în raport cu înălțimea panoului,  $h$ , (Fig.5.81-a) este prezentată și variația solicitării axiale maxime  $N_{max}$  înregistrate în punctul de rezemare al panoului (Fig.5.81-b).

Cuantificarea efectului fineții discretizării asupra solicitărilor axiale la nivelul elementului vertical s-a exprimat grafic în Fig.5.82. Un prim aspect evidențiat este variația saltului solicitării axiale  $\Delta N$ , la nivelul elementului de armare, (Fig.5.82-a). Creșterea gradului de finețe a discretizării conduce la o reducere a saltului ( $\Delta N$ ) în diagrama  $N$  la nivelul elementului de parament. Cuantificarea diferențelor procentuale este echivalată prin introducerea unui parametrului  $spor\Delta N$ , (Fig.5.82-b) . Un alt aspect constă în reducerea solicitării axiale maxime  $N_{max}$ , odată cu creșterea gradului de finețe a discretizării. Cuantificarea diferențelor procentuale s-a realizat prin intermediul parametrului  $sporN_{max}$ , ( Fig.5.82-c).

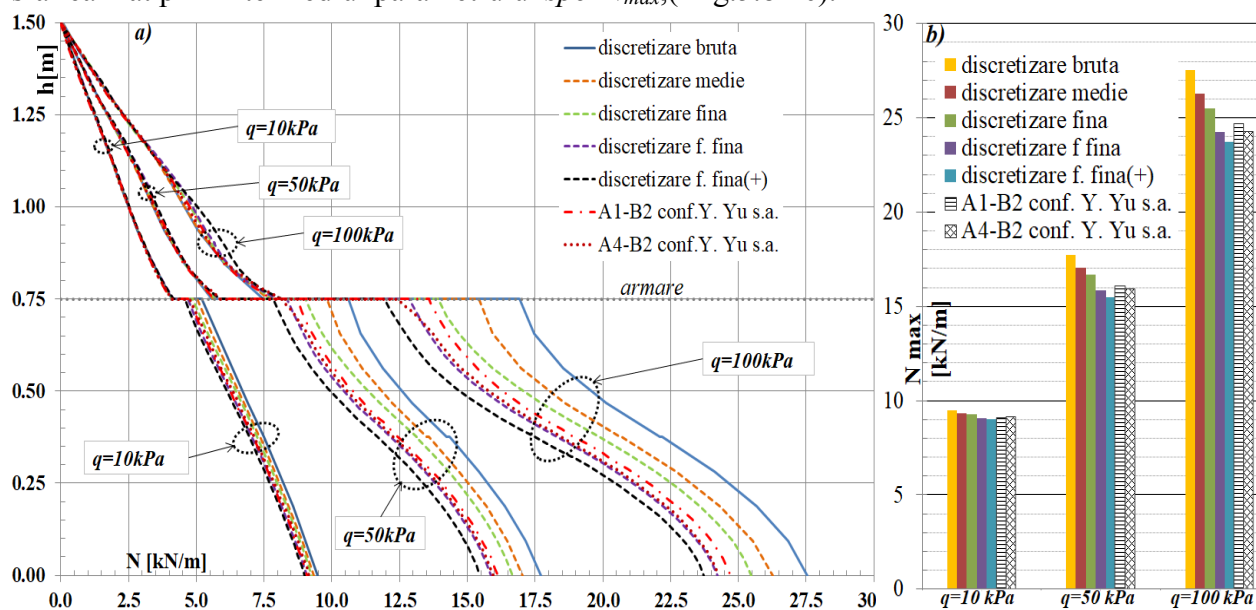


Fig.5.81. A1-B2: efectul discretizării asupra variației  $N$  panou vertical și asupra  $N_{max}$  (b).

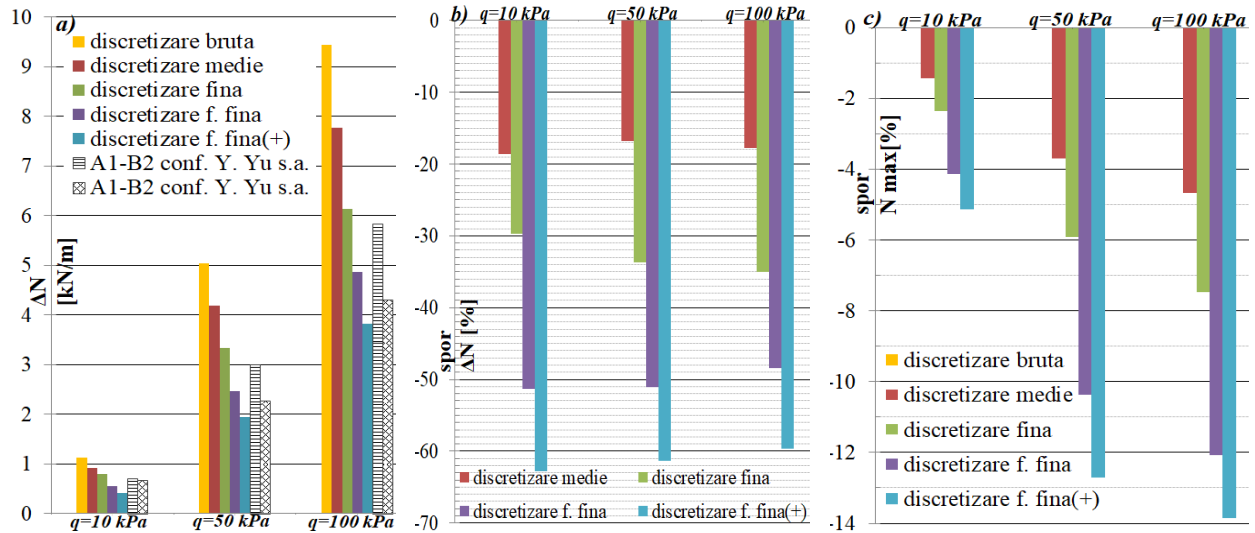


Fig. 5.82. A1-B2: efectul discretizării asupra variației  $\Delta N$  (a),  $\text{spor } \Delta N$  (b),  $\text{spor } N_{\max}$  (c).

Efectul discretizării asupra efortului axial ( $N$ ) mobilizat în elementul de armare este expus în Figura 5.83. Se prezintă variația diagramei solicitării axiale  $N$  (întindere) în raport cu lungimea elementului de armare,  $L$  (Fig. 5.83–a), respectiv variația solicitării axiale înregistrate în nodul aferent prinderii elementului de armare în elementul vertical,  $N_f$  (Fig. 5.83–b). Influență gradului de finețe a discretizării asupra efortului axial din elementul de armare în punctul de legătură cu elementul vertical,  $N_f$ , se surprinde prin parametrul de variație procentuală,  $\text{spor } N_f$  (Fig. 5.84).

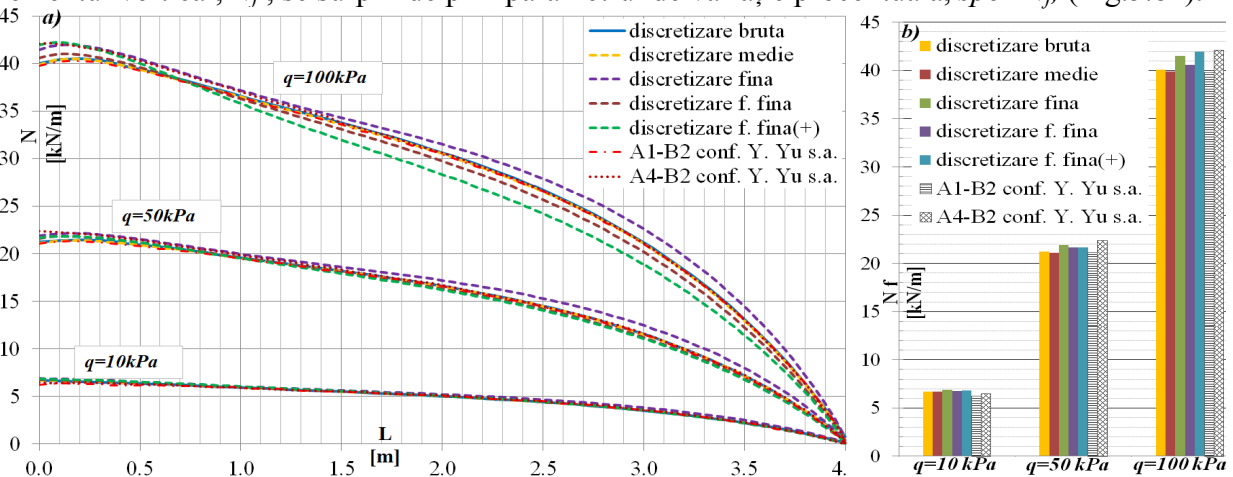


Fig. 5.83. A1-B2: efectul discretizării asupra variației  $N$  element de armare (a) și asupra  $N_f$  (b).

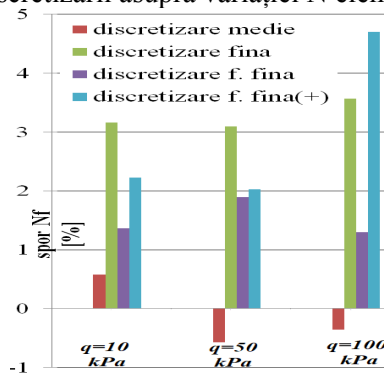
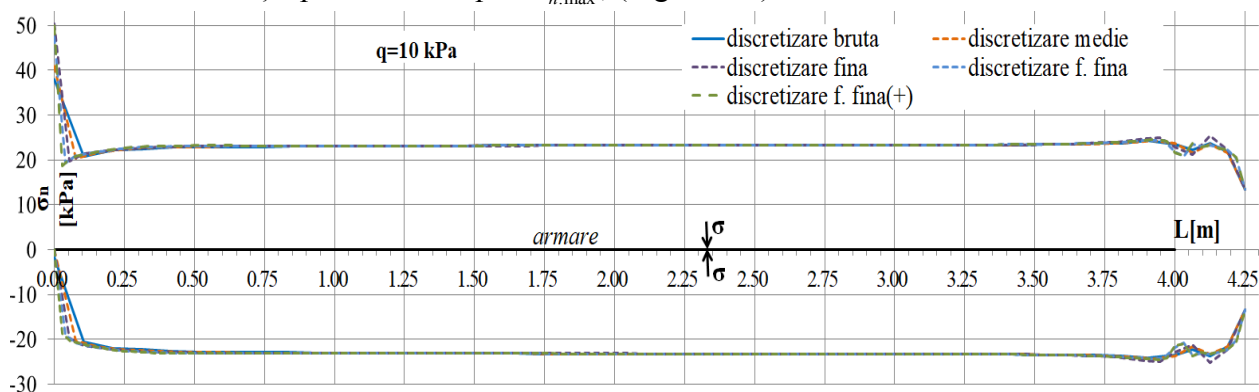
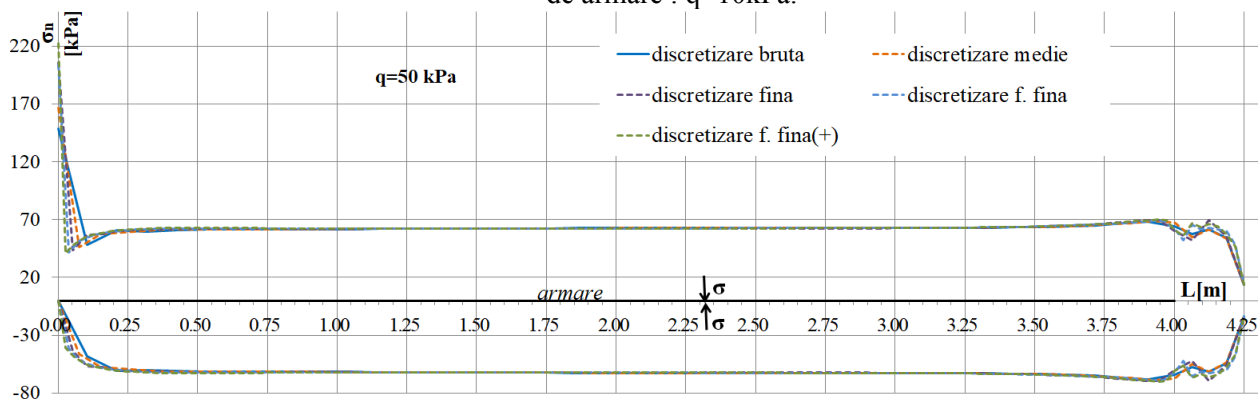


Fig. 5.84. A1-B2: efectul discretizării asupra variației parametrului  $\text{spor } N_f$ .

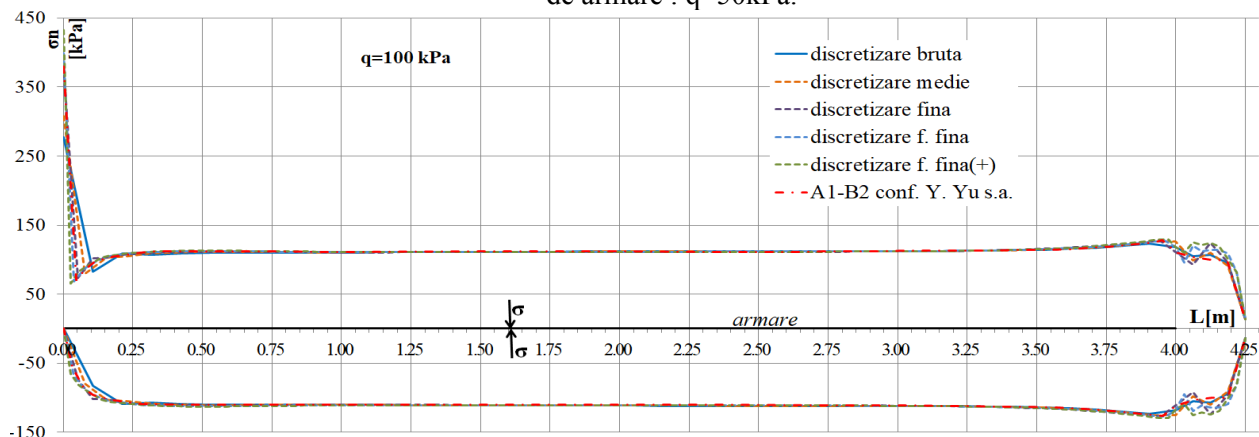
Conform variațiilor prezentate în Figura 5.85, Figura 5.86, Figura 5.87, se observă că tensiunea normală pe fața superioară înregistrează valori extreme ( $\sigma_{n,max}$ ) în dreptul punctului de legătură dintre elementul de armare și elementul vertical. Influența gradului de finețe a discretizării asupra valorii  $\sigma_{n,max}$  este reprezentat în Figura 5.88-a. Cuantificarea diferențelor procentuale înregistrate odată cu creșterea fineții discretizării este echivalată prin intermediul unui factor de variație procentuală :*spor*  $\sigma_{n,max}$  (Fig.5.88-b).



**Fig.5.85.** A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare : q=10kPa.



**Fig.5.86.** A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare : q=50kPa.



**Fig.5.87.** A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare: q=100kPa.



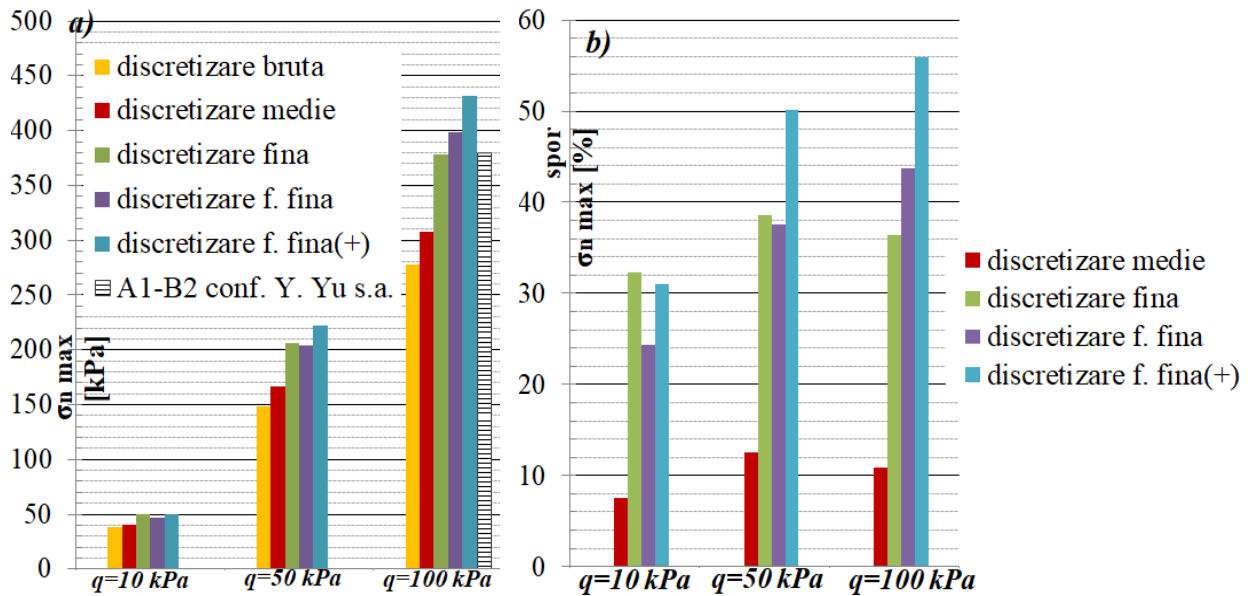


Fig.5.88. A1-B2: efectul discretizării asupra variației  $\sigma_{n,max}$  (a),  $\text{spor}\sigma_{n,max}$  (b).

Efectul discretizării asupra tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) mobilizate pe fețele elementului vertical (prefabricat) este expus în Figura 5.89. Se poate observa că odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării se obțin valori superioare ale punctelor de maxim înregistrate pe diagramele tensiunilor. În ceea ce privește alura diagramei de variație, variația gradului de finețe al discretizării nu aduce modificări semnificative. Diferențele ce se înregistrează odată cu creșterea gradului de finețe a discretizării se amplifică odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicată domeniului de analiză.

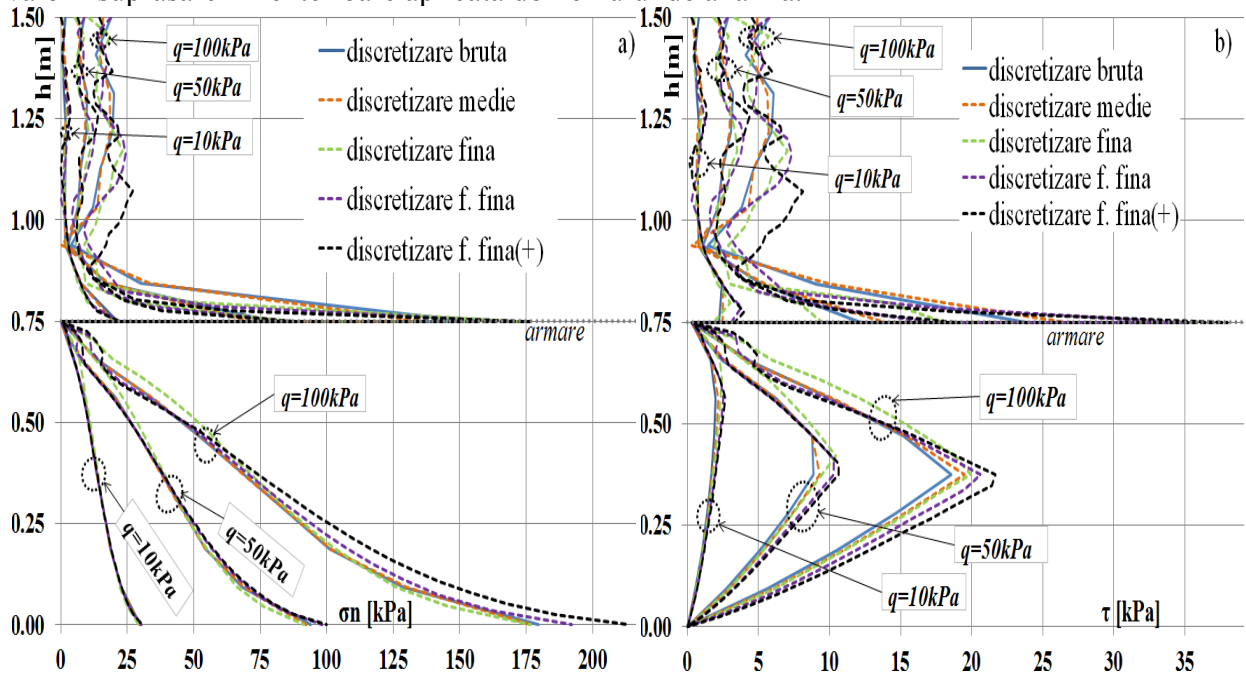


Fig.5.89. A1-B2: efectul discretizării asupra variației tensiunii normale (a) și tangențiale (b) mobilizate pe fața elementului vertical.

### 5.2.1.3 Aspecte generale privind efectul gradului de finețe al discretizării asupra răspunsului mecanic al ”celulei de ranforsare”

În urma analizelor rezultatelor obținute în studiul efectuat, se pot observa anumite tendințe de variație generate în mod cert de finețea discretizării domeniului de analiză. Rezultatele obținute sunt expuse în Tabel 5.2 (model A1-B1) și în Tabel 5.3 (model A1-B2).

**Tabel 5.2** Efectul fineții discretizării: model A1-B1.

Discretizare :	brută	medie	fină	f.fină	f.fină(+)
Dimensiune medie element: $dme$ (m)	0.429	0.338	0.217	0.167	0.118
spor <sub>dme</sub> (%)	0	-21.16	-49.38	-61.09	-72.47
Solicitare axială maximă element vertical $N_{max}$ (kN/m)					
$q=10$ kPa	9.46	9.34	9.20	9.10	9.00
$q=50$ kPa	17.60	17.05	16.38	15.93	15.46
$q=100$ kPa	27.33	26.24	25.12	24.34	23.73
spor $N_{max}$ (%)					
$q=10$ kPa	0	-1.26	-2.74	-3.79	-4.85
$q=50$ kPa	0	-3.11	-6.90	-9.50	-12.15
$q=100$ kPa	0	-3.99	-8.10	-10.96	-13.19
Salt solicitare axială element vertical $\Delta N$ (kN/m)					
$q=10$ kPa	1.09	0.91	0.70	0.55	0.42
$q=50$ kPa	4.92	4.19	3.12	2.51	1.94
$q=100$ kPa	9.18	7.75	5.99	4.89	3.84
spor $\Delta N$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	-16.50	-36.20	-49.80	-61.59
$q=50$ kPa	0.00	-14.68	-36.49	-49.01	-60.53
$q=100$ kPa	0.00	-15.60	-34.73	-46.77	-58.18
Solicitare axială în elementul de armare la nivelul prinderii în elementul vertical $N_f$ (kN/m)					
$q=10$ kPa	6.70	6.72	6.77	6.79	6.81
$q=50$ kPa	21.21	21.13	21.53	21.66	21.75
$q=100$ kPa	40.12	39.96	40.42	40.71	41.94
spor $N_f$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	0.23	0.99	1.23	1.58
$q=50$ kPa	0.00	-0.40	1.47	2.10	2.53
$q=100$ kPa	0.00	-0.39	0.74	1.47	4.55
Tensiune normală maximă pe fața superioară a eleatului de armare $\sigma_{n_{max}}$ (kPa)					
$q=10$ kPa	38.54	40.97	44.35	47.62	50.31
$q=50$ kPa	152.18	167.27	188.57	206.79	221.81
$q=100$ kPa	283.31	306.96	359.90	399.57	434.94
spor $\sigma_{n_{max}}$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	6.30	15.07	23.57	30.54
$q=50$ kPa	0.00	9.92	23.91	35.88	45.76
$q=100$ kPa	0.00	8.35	27.03	41.03	53.52



**Tabel 5.3** Efectul fineții discretizării: model A1-B2.

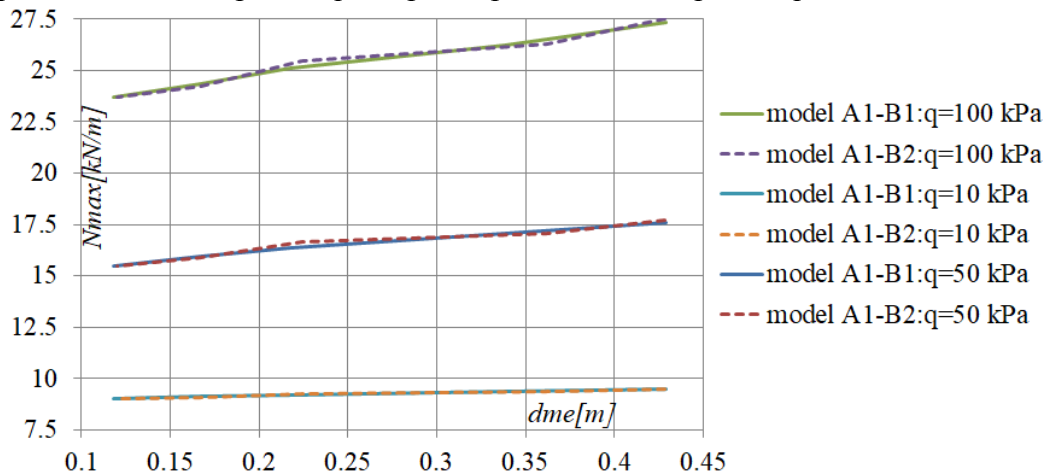
Discretizare :	brută	medie	fină	f.fină	f.fină(+)
Dimensiune medie element: $d_{me}$ (m)	0.428	0.362	0.224	0.167	0.1198
spor <sub><math>d_{me}</math></sub> (%)	0	-15.33	-47.76	-60.99	-71.996
Solicitare axială maximă element vertical $N_{max}$ (kN/m)					
$q=10$ kPa	9.48	9.34	9.25	9.08	8.99
$q=50$ kPa	17.71	17.05	16.66	15.87	15.46
$q=100$ kPa	27.55	26.26	25.49	24.22	23.73
spor $N_{max}$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	-1.44	-2.35	-4.13	-5.14
$q=50$ kPa	0.00	-3.70	-5.93	-10.37	-12.71
$q=100$ kPa	0.00	-4.68	-7.47	-12.08	-13.85
Salt solicitare axială element vertical $\Delta N$ (kN/m)					
$q=10$ kPa	1.12	0.91	0.79	0.55	0.42
$q=50$ kPa	5.04	4.19	3.34	2.47	1.95
$q=100$ kPa	9.44	7.77	6.14	4.87	3.82
spor $\Delta N$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	-18.63	-29.76	-51.37	-62.84
$q=50$ kPa	0.00	-16.81	-33.75	-51.02	-61.28
$q=100$ kPa	0.00	-17.77	-35.04	-48.45	-59.59
Solicitare axială în elementul de armare la nivelul prinderii în elementul vertical $N_f$ (kN/m)					
$q=10$ kPa	6.68	6.72	6.89	6.77	6.83
$q=50$ kPa	21.25	21.13	21.90	21.65	21.68
$q=100$ kPa	40.07	39.93	41.50	40.59	41.95
spor $N_f$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	0.58	3.16	1.37	2.22
$q=50$ kPa	0.00	-0.57	3.09	1.90	2.03
$q=100$ kPa	0.00	-0.35	3.56	1.30	4.70
Tensiune normală maximă pe fața superioară a eleatului de armare $\sigma_{n_{max}}$ (kPa)					
$q=10$ kPa	38.07	40.92	50.39	47.32	49.87
$q=50$ kPa	148.36	166.94	205.61	204.12	222.71
$q=100$ kPa	277.32	307.57	378.45	398.70	432.19
spor $\sigma_{n_{max}}$ (%)					
$q=10$ kPa	0.00	7.49	32.35	24.29	30.99
$q=50$ kPa	0.00	12.52	38.59	37.58	50.11
$q=100$ kPa	0.00	10.91	36.47	43.77	55.85

Tendențele de variație se vor exprima punctual pe anumite zone de interes ale răspunsului mecanic, astfel:

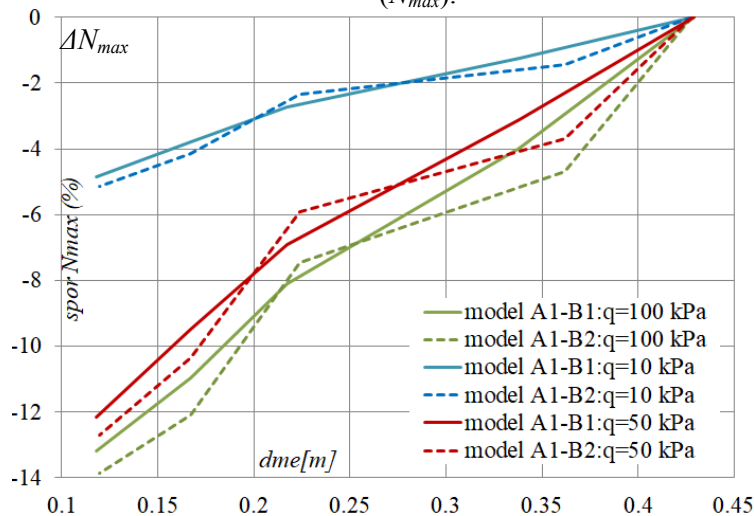
- Efectul discretizării asupra solicitării axiale ( $N$ ) din peretele vertical.

Creșterea gradului de finețe a discretizării generează o reducere a solicitării axiale maxime (de compresiune) înregistrate în peretele vertical ( $N_{max}$ ). Diferențele procentuale obținute se dezvoltă pe palierul de variație procentuală între -1.26% și -13.85%, cresc în intensitate odată cu creșterea gradului de discretizare și odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate

(q). Astfel pentru modelul A1-B1 reducând dimensiunea medie a elementelor ( $dme$ ) cu un spor de variație procentuală de -72.47%, efortul axial maxim se va reduce procentual cu -4.85 % pentru  $q=10\text{kPa}$ , cu -12.15% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv cu -13.19% pentru  $q=100\text{kPa}$ . În cazul modelului A1-B2 diferențele generate de finețea discretizării sunt ușor superioare. Astfel pentru un  $spor_{dme}=-71.996\%$ , diferențele procentuale înregistrate  $\Delta N_{max}$  ( $spor N_{max}$ ) vor fi : -5.14 % pentru  $q=10\text{kPa}$ , -12.71% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv -13.85% pentru  $q=100\text{kPa}$ .



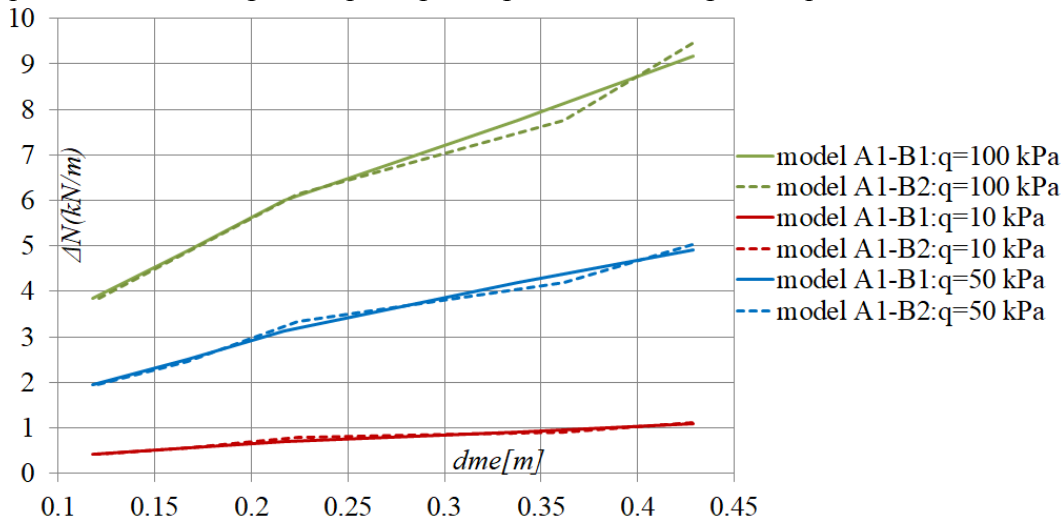
**Fig.5.90.** Efectul  $dme$  asupra solicitării maxime de compresiune mobilizate în elementul vertical ( $N_{max}$ ).



**Fig.5.91.** Efectul  $dme$  asupra sporului de variație procentuală a solicitării maxime de compresiune din elementul vertical,  $\Delta N_{max}$ , ( $spor N_{max}$ ).

Saltul în diagrama de solicitare axială ( $\Delta N$ ) datorat elementului de armare este de asemenea influențat de finețea discretizării domeniului de analiză. Tendințele de variație ale valorii saltului de solicitare axială ( $\Delta N$ ) în raport cu gradul de finețe al discretizării ( $dme$ ) sunt identice în linii mari cu tendințele de variație  $N_{max}-dme$ . Diferențele procentuale sunt semnificative (-15.6%...-62.84%) și cresc odată cu creșterea gradului de discretizare, respectiv scad odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Astfel, pentru modelul M1-B1, între variantele extreme de finețe a discretizării se obține o variație procentuală a  $\Delta N$  de: -

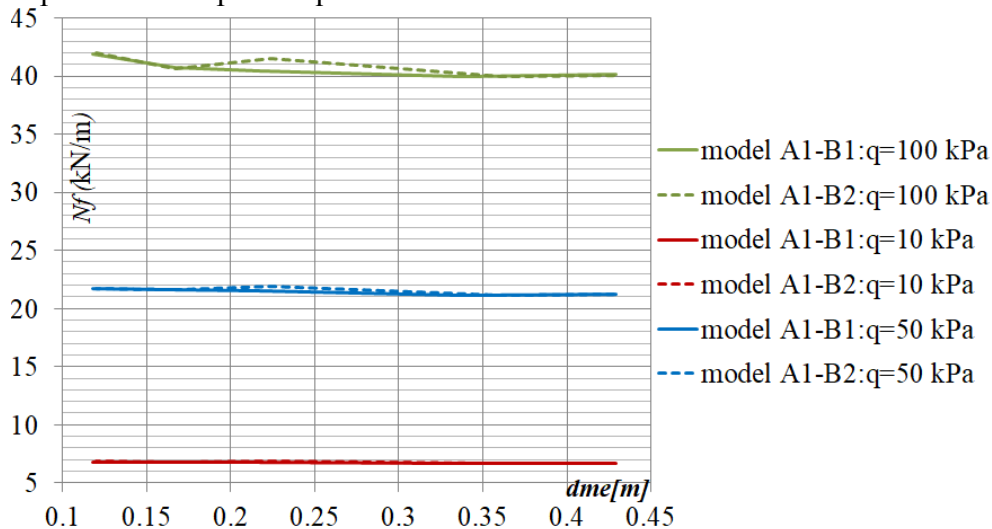
61.59% pentru  $q=10\text{kPa}$ , -60.53% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv -58.18 % pentru  $q=100\text{kPa}$ . În cazul modelului M1-B2 se obțin diferențe ușor superioare cuantificate printr-un spor  $\Delta N$  de : -62.84% pentru  $q=10\text{kPa}$ , -61.28% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv -59.59% pentru  $q=100\text{kPa}$ .



**Fig.5.92.** Efectul  $dme$  asupra saltului solicitării de compresiune din elementul vertical, ( $\Delta N$ ).

- Efectul discretizării asupra solicitării axiale din elementul de armare.

Creșterea gradului de finețe a discretizării generează diferențe ale solicitării axiale în elementul de armare înregistrate în punctul de îmbinare cu elementul vertical ( $N_f$ ). Diferențele obținute nu sunt nesemnificative (între -0.75% și 4.70%) și nu se poate observa o tendință clară a variației  $N_f$  generată de creșterea gradului de finețe al domeniului de analiză sau de valoarea suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Astfel, pentru modelul M1-B1, între variantele extreme de finețe a discretizării se obține o variație procentuală a  $N_f$  de: 1.58 % pentru  $q=10\text{kPa}$ , 2.53% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv 4.55 % pentru  $q=100\text{kPa}$ . În cazul modelului M1-B2 se obțin diferențe extreme cuantificate printr-un spor  $\Delta N_f$  de : 2.22% pentru  $q=10\text{kPa}$ , 2.03% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv 4.70% pentru  $q=100\text{kPa}$ .



**Fig.5.93.** Efectul  $dme$  asupra valorii solicitării  $N_f$ .

- Efectul discretizării asupra tensiunilor normale maxime mobilizate pe fețele elementului de armare.

Creșterea gradului de finețe a discretizării generează creșteri ale tensiunilor normale maxime  $\sigma_{n,max}$  înregistrate la fața superioară a elementului de armare din zona de legătură dintre elementul de armare și elementul vertical. Diferențele procentuale obținute se dezvoltă pe palierul de 6.30% și 55.85% și cresc în intensitate odată cu creșterea gradului de discretizare și odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Pentru modelul M1-B1, între variantele extreme de finețe a discretizării se obține o variație procentuală a  $\sigma_{n,max}$  de: 30.54 % pentru  $q=10\text{kPa}$ , 45.76% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv 53.52% pentru  $q=100\text{kPa}$ . În cazul modelului M1-B2 se obțin diferențe extreme cuantificate printr-un spor  $\sigma_{n,max}$  de : 30.99% pentru  $q=10\text{kPa}$ , 50.11% pentru  $q=50\text{kPa}$ , respectiv 55.85% pentru  $q=100\text{kPa}$ .

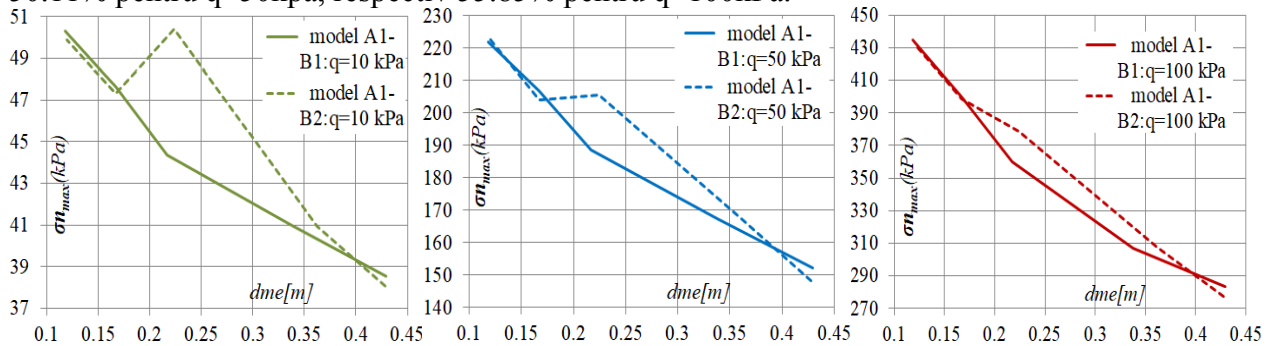


Fig.5.94. Efectul  $dme$  asupra valorii  $\sigma_{n,max}$ .

În ceea ce privește distribuția tensiunilor de-a lungul elementului de armare, variația fineții gradului de discretizare a domeniului de analiză nu generează variații semnificative ale variației  $\sigma$ . Distribuția tensiunilor normale pe fața inferioară elementului de armare, nu prezintă variații generate prin modificarea gradului de finețe al discretizării.

În ceea ce privește tensiunile normale și tangențiale mobilizate pe fața elementului vertical, se poate observa aceeași tendință de accentuare a valorilor maxime datorate creșterii gradului de finețe a discretizării domeniului de analiză.

Ca și observație generală se poate admite că în problema modelării interacțiunii la nivelul unei celule de ranforsare, finețea discretizării domeniului de analiză joacă un rol semnificativ în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat. Astfel prin adoptarea unei discretizări fine se observă că elementul vertical de parament se va încărca cu solicitări axiale reduse, respectiv prin adoptarea unei discretizări grosiere, elementul vertical se va încărca cu valori superioare ale solicitării axiale. Conform variațiilor prezentate anterior, se observă că modelarea sistemelor de sprijin cu interacțiune dublă (la nivelul elementului de ranforsare și la nivelul elementului vertical) reprezintă o problemă complexă, a cărui răspunsul mecanic estimat depinde într-o oarecare măsură de modul de discretizare a domeniului de analiză. Variația gradului de finețe a discretizării domeniului de analiză are drept efect modificarea distribuției stării de tensiuni și de deformații în interiorul domeniului de analiză. Aceste modificări contră într-o redistribuție a solicitărilor mobilizate în elementele liniare de ranforsare și elementele plane prin care se modelează pământul.

O discretizare grosieră are drept efect o încărcare superioară a elementelor de ranforsare, respectiv o încărcare inferioară a terenului ranforsat. Prin creșterea gradului de finețe a rețelei de discretizare efectul obținut este invers, respectiv o încărcare inferioară a elementelor de ranforsare și o încărcare superioară a pământului ranforsat. Trebuie menționat că prin adoptarea

unui grad de finețe foarte fin al rețelei de discretizare se pot obține supraîncărcări nerealiste a terenului ranforsat fapt ce poate conduce chiar și la probleme de convergență, datorate unor concentrări și cedări locale ale masei de pământ.

În ceea ce privește modelarea numerică a lucrărilor de pământ armat, care implică interacțiunea masei de pământ cu elemente liniare multiple, se recomandă efectuarea unui studiu parametric de senzitivitate, prin care să se investigheze efectul fineții rețelei de discretizare asupra soluției estimate. Astfel, prin prisma caracterului aproximativ al metodelor numerice, soluția propusă trebuie să includă un anumit grad de acoperire și trebuie obligatoriu să fie în concordanță cu principiile ingineresti girate prin experiența unui expert în domeniu. Validarea unei soluții estimate prin metoda numerică trebuie să fie obligatoriu susținută de observații reale, măsurători.

## 5.2.2 Efectul modelului de analiză

Comportarea mecanică la nivelul unui element prefabricat (interacțiunea teren – elemente structurale) se poate investiga adoptând diverse modele de calcul pe geometria propusă (Fig.5.68). Diferențierea acestor modele de analiză constă în adoptarea a diferite detalii pentru detaliul A, (Fig.5.69), respectiv pentru detaliul B, (Fig.5.70). În consecință prin combinarea detaliilor propuse se obțin 10 modele de analiză :A1-B1; A1-B2; A2-B1; A2-B2; A3-B1; A3-B2; A4-B1; A4-B2; A5-B1; A4-B2. Adițional s-a analizat un model corespunzător A1-B1 cu interacțiune totală respectiv fără adoptarea interfețelor I1 și I2, ( Fig.5.68) denumit generic: ”A1 int. totala”. Un alt model analizat constă în adoptarea unei interacțiuni totale doar la nivelul elementului de armare, respectiv fără adoptarea interfeței I2, (Fig.5.68), denumit generic: ”A1 int. totala I2”. Modelului ”A1 int. totala I2” corespunde ranforsării terenului cu plase sau geogrilile a căror dimensiune a ochiului este suficient de în raport cu dimensiunea particulelor solide ale pământului, realizându-se astfel o încheștare totală la nivelul elementului de ranforsare cu pământul. Toate modelele de analiză adoptă setările aferente unei discretizări f. fine, conform Figurii 5.71.

Efectul modelelor de analiză asupra solicitării axiale (N) în elementul vertical este prezentat în Figura 5.95, Figura 5.96, Figura 5.97.

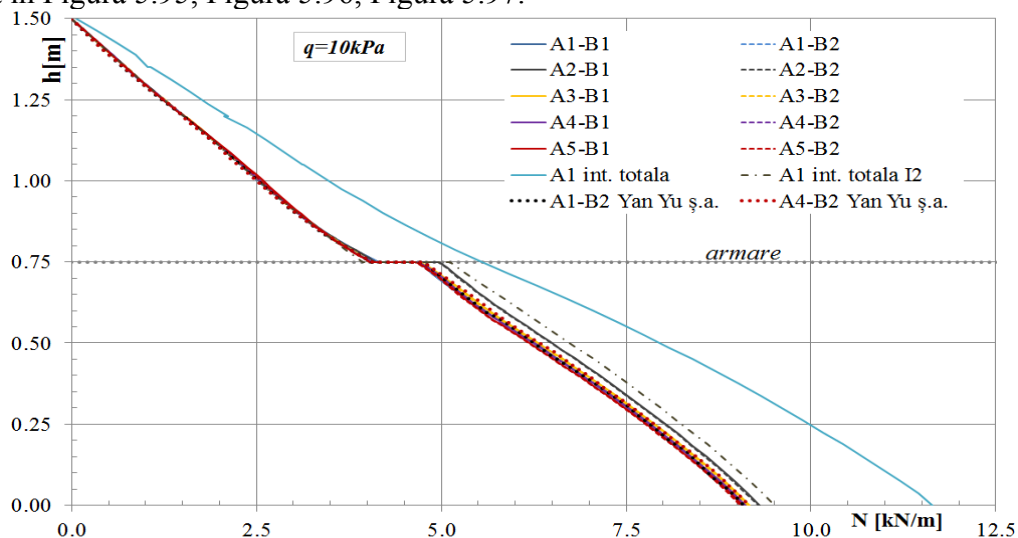
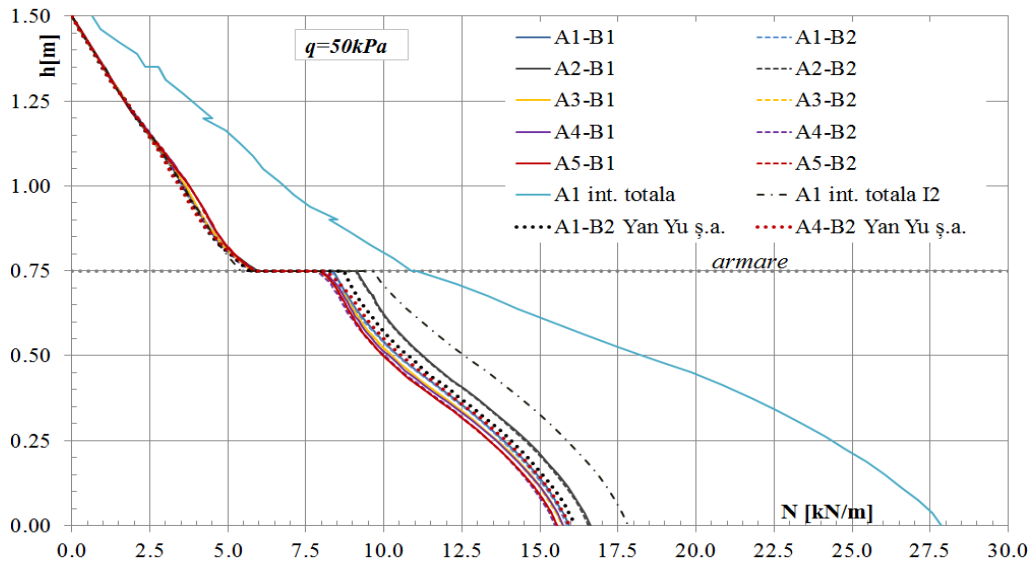
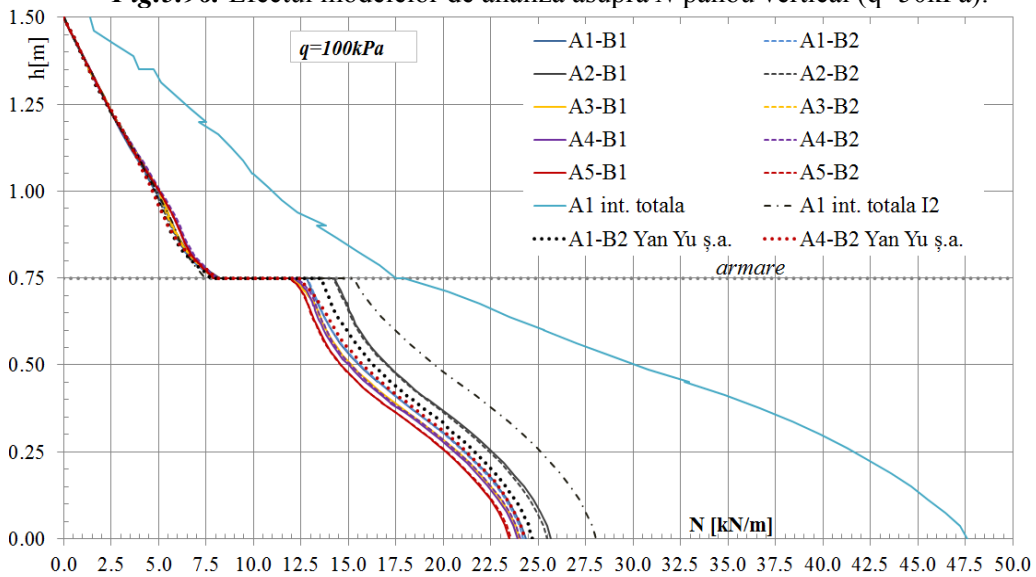


Fig.5.95. Efectul modelelor de analiză asupra  $N$  panou vertical ( $q=10kPa$ ).

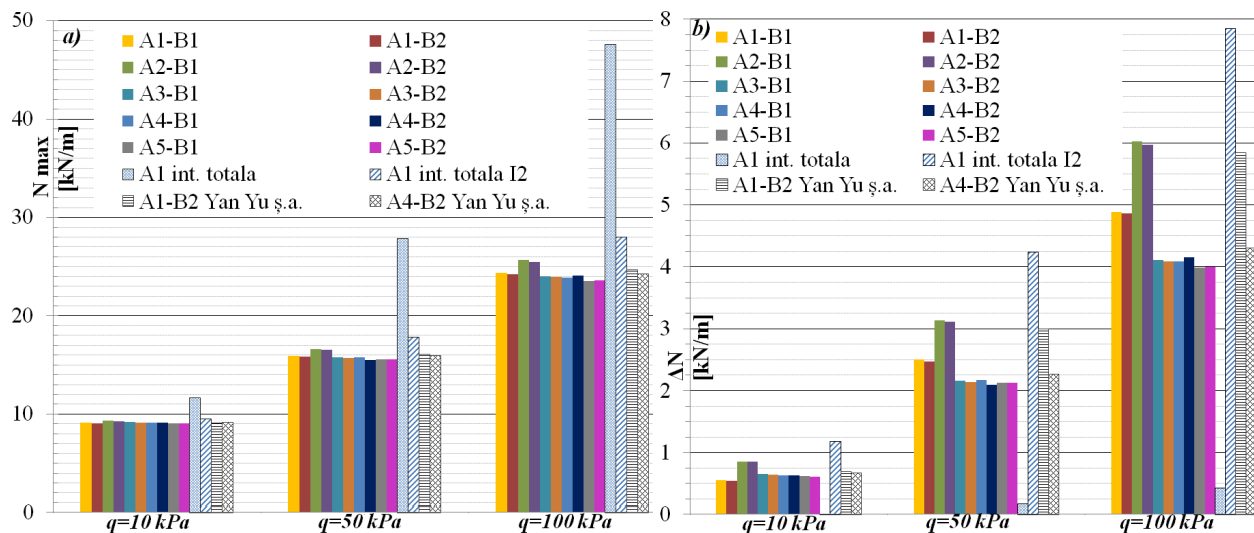


**Fig.5.96.** Efectul modelelor de analiză asupra  $N$  panou vertical ( $q=50kPa$ ).



**Fig.5.97.** Efectul modelelor de analiză asupra  $N$  panou vertical ( $q=100kPa$ ).

Efectul modelelor prin care se construiește domeniul de analiză asupra solicitării axiale maxime ( $N_{max}$ ) mobilizate în baza elementului vertical, se prezintă în Figura 5.98-a, respectiv asupra saltului în diagrama de variație  $N$ , ( $\Delta N$ ) datorat elementului de armare se prezintă în Figura 5.98-b. În vederea evidențierii efectului utilizării elementelor de interfață incorporate în diverse moduri în domeniului de analiză, sunt prezentate grafic rezultatele obținute pe domeniul de analiză fără elemente de interfață (A1 int. totală) și pe domeniul de analiză care nu ia în considerare interacțiunea la nivelul elementului de armare (A1 int. totala I2).



**Fig.5.98.** Efectul modelelor de analiză asupra  $N_{max}$  panou vertical (a) și asupra  $\Delta N$  (b).

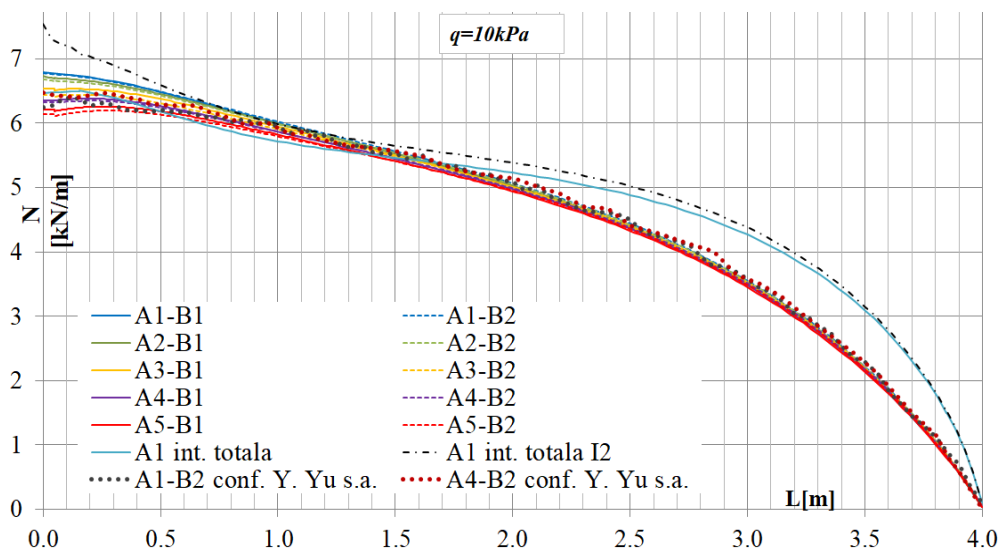
În urma analizelor asupra rezultatelor obținute se pot desprinde următoarele aspecte cu tentă generală:

- 1) Utilizarea detaliului B2 la capătul liber al elementului de armare, are drept implicații o ușoară reducere a valorilor  $N_{max}$  și  $\Delta N$  înregistrate pe diagrama N. Utilizarea detaliului B1 la capătul liber al elementului de armare implică o tendință opusă, respectiv o ușoară creștere a valorilor  $N_{max}$  și  $\Delta N$ . Aceste tendințe se accentuează odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Aceste variații denotă o detensionare locală a domeniului de analiză, în zona capătului liber al elementului de armare odată cu prelungirea elementelor de interfață dincolo de capătul elementului liniar (detaliu B2 - Fig.5.70).
- 2) Efectul modelării în diferite variante a detaliului A (Fig.5.69) nu prezintă variații semnificative asupra  $N_{max}$  și  $\Delta N$ . Excepția observată este în cazul detaliului A2. În această situație se observă o ușoară creștere a valorii  $N_{max}$  și  $\Delta N$ , ce se accentuează odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Acest fenomen se poate datora unui efect local de încheștare în zona de interacțiune element vertical – element de armare. Utilizarea unui elemente de tip resort în zona de interacțiune (det. A3, A4 și A5) conduc la obținerea unor rezultate apropiate de cazul utilizării detaliului A1. Cu toate acestea, prelungirea elementelor de interfață în exteriorul nodului de legătură dintre elementului de tip resort și elementului de tip geogrila (det. A4 și A5) conferă o ușoară reducere a valorilor  $N_{max}$  și  $\Delta N$ , datorate unui efect de detensionare locală a domeniului de analiză.
- 3) Efectul lipsei utilizării elementelor de interfață: adoptarea unui model cu interacțiune totală, (A1 int. totală), conduce la obținerea unor valori net superioare ale  $N_{max}$ . Pe lângă acest lucru în urma analizei diagramelor de variație N, se poate observa că modelul cu interacțiune totală induce solicitare axială de compresiune în capătul superior, liber al elementului vertical ( $h=1.50 m$ ). Acest lucru nu este fizic posibil iar obținerea unor

astfel de rezultate are drept sursă impunerea unor deplasări comune ale nodurilor elementului vertical și ale nodurilor învecinate ce aparțin elementelor plane prin care este modelat pământul. De asemenea efectul de ranforsare și saltul în diagrama  $N$  obținut la  $h=0.75$  m ( $\Delta N$ ), nu se poate surprinde prin utilizarea unui domeniu de analiză cu interacțiune totală la nivelul elementului vertical și la nivelul elementului de armare.

- 4) Efectul utilizării interacțiunii totale la nivelul elementului de armare (A1 int. totala I2) are drept consecințe obținerea unor valori  $N_{max}$  și  $\Delta N$  net superioare față de modelele ce utilizează interacțiunea parțială în diverse variante (A1-B1...A5-B2). Acest lucru se datorează impunerii unor deplasări comune ale nodurilor elementelor liniare prin care se modelează elementele de armare și a nodurilor elementelor plane învecinate prin care se modelează pământul. Se obține astfel o supraîncărcare a elementului de armare cu solicitare axială ce se va transmite elementului vertical printr-un salt puternic al  $\Delta N$ . Acest lucru se poate observa și prin faptul că pe intervalul  $h=0.75m...1.50m$ , diagrama de variație  $N$  este identică.

Efectul modelelor de analiză asupra solicitării axiale în elementul de armare este prezentat în Figura 5.99, Figura 5.100 și Figura 5.101. Efectul modelelor prin care se construiește domeniul de analiză asupra solicitării axiale aferente punctului de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ), se poate vizualiza în Figura 5.102. În vederea evidențierii efectului utilizării elementelor de interfață incorporate în diverse moduri domeniului de analiză, sunt prezentate grafic rezultatele obținute pe domeniul de analiză fără elemente de interfață (A1 int. totală) și pe domeniul de analiză care consideră interacțiunea totală la nivelul elementului de armare și pământul ranforsat (A1 int. totala I2).



**Fig.5.99.** Efectul modelelor de analiză asupra  $N$  (efort axial) element de armare ( $q=10kPa$ ).



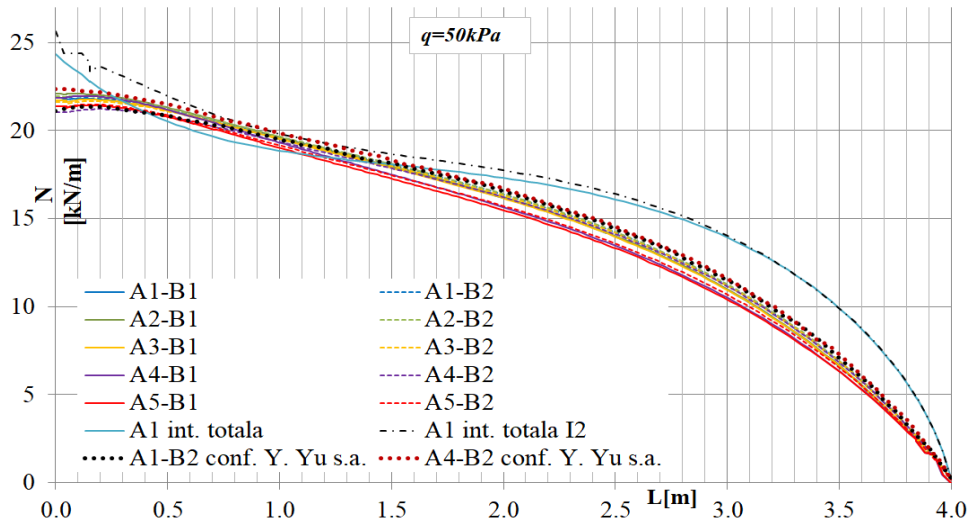


Fig.5.100. Efectul modelelor de analiză asupra  $N$  (efort axial) element de armare ( $q=50kPa$ ).

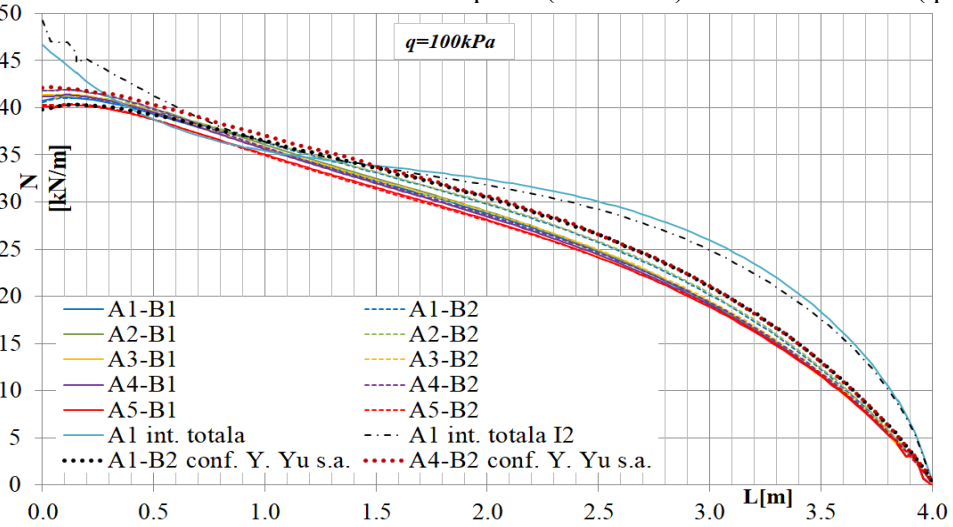


Fig.5.101. Efectul modelelor de analiză asupra  $N$  (efort axial) element de armare ( $q=100kPa$ ).

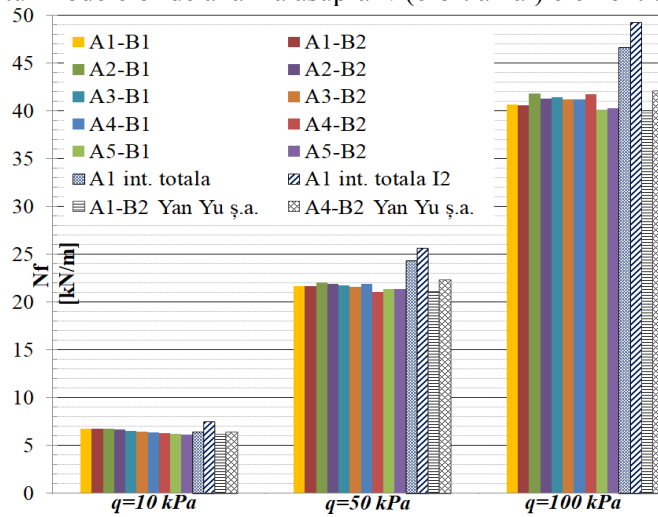
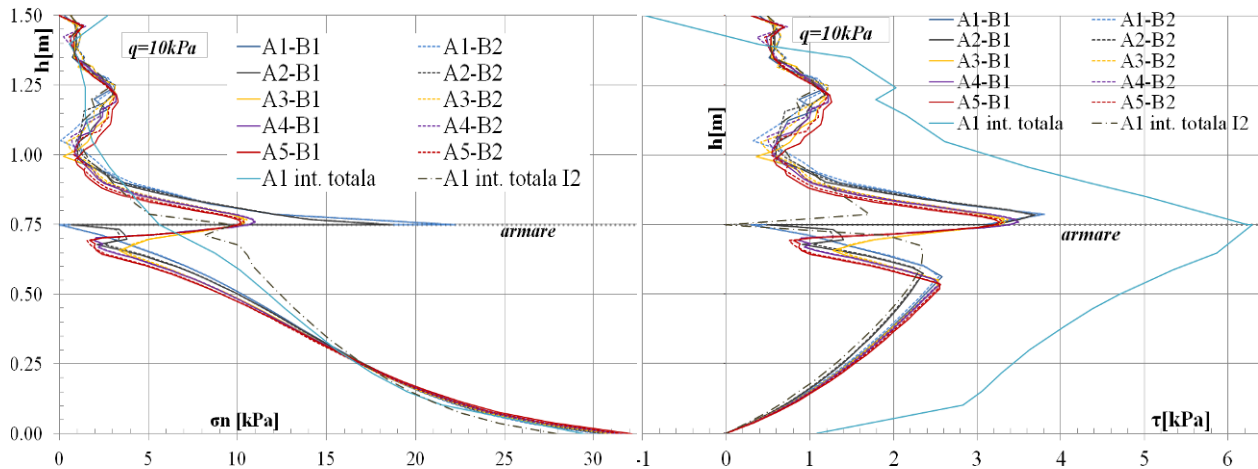


Fig.5.102. Efectul modelelor de analiză asupra  $N_f$  (efort axial în punctul de legătură) element de armare.

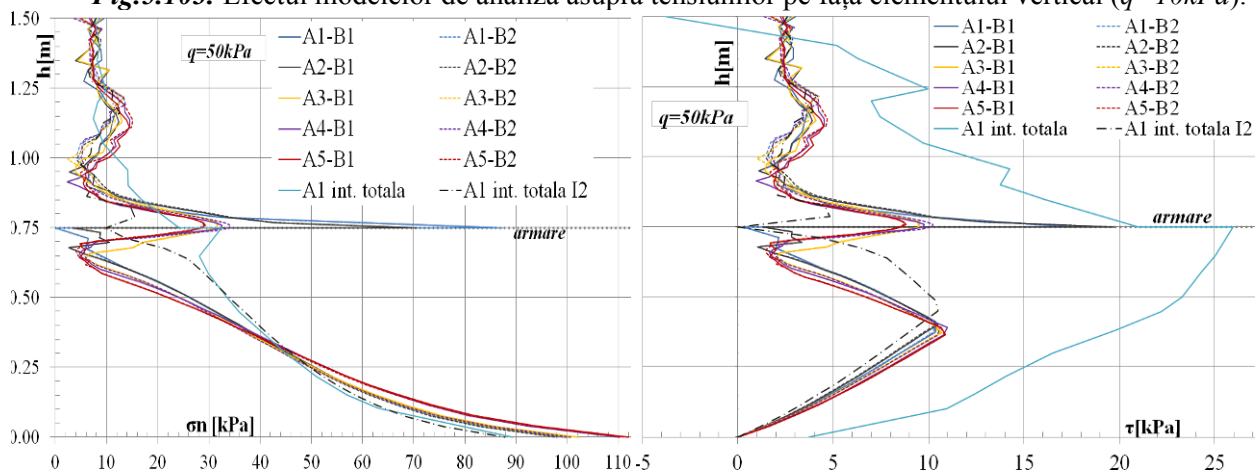
În urma analizelor asupra rezultatelor obținute se pot desprinde următoarele aspecte cu tentă generală:

- 1) Utilizarea detaliului B2 la capătul liber al elementului de armare, are drept implicații o ușoară reducere a valorilor  $N_f$ . Utilizarea detaliului B1 la capătul liber al elementului de armare implică o tendință opusă. De asemenea prin utilizarea detaliului B1, în diagrama  $N$  se observă anumite oscilații bruște în zona învecinată capătului liber, oscilații ce se accentuează odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Aceste variații denotă o detensionare locală a domeniului de analiză, în zona capătului liber al elementului de armare odată cu prelungirea elementelor de interfață dincolo de capătul elementului liniar (detaliu B2 - Fig.5.70).
- 2) Efectul modelării în diferite variante a detaliului A (Fig.5.69) nu prezintă variații semnificative asupra variației  $N$  și a valorii  $N_f$ . Excepția observată este în cazul detaliului A2. În această situație se observă o ușoară creștere asupra  $N_f$ , ce se accentuează odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate ( $q$ ). Utilizarea unui elemente de tip resort în zona de interacțiune (det. A3, A4 și A5) conduc la obținerea unor rezultate cu diferențe minore față de rezultatele obținute prin utilizarea detaliului A1. Cu toate acestea, prelungirea elementelor de interfață în exteriorul nodului de legătură dintre elementul de tip resort și elementului de tip geogrilă (det. A4 și A5) conferă o ușoară reducere a valorilor  $N_f$ , datorat unui efect local de detensionare a domeniului de analiză.
- 3) Efectul lipsei utilizării elementelor de interfață prin adoptarea unui model cu interacțiune totală, (A1 int. totală), conduce la obținerea unor variații  $N$  diferite de-a lungul elementului de armare, raportate la variațiile obținute în modelele A1-B1...A5-B2. Valoarea  $N_f$  devine net superioară în situația aplicării unei suprasarcini exterioare cu valori semnificative ( $q=50, 100$  kPa). Pentru  $q=10$ kPa, valoarea  $N_f$  nu diferă semnificativ față de valorile obținute prin utilizarea modelelor A1-B1...A5-B2.
- 4) Efectul utilizării interacțiunii totale la nivelul elementului de armare (A1 int. totala I2) are drept consecințe obținerea unor valori  $N_f$  net superioare față de modelele ce utilizează interacțiunea parțială în diverse variante (A1-B1...A5-B2). Acest lucru se observă pentru orice valoare  $q$  și se datorează impunerii unor deplasări comune ale nodurilor elementelor liniare prin care se modelează elementele de armare și a nodurilor elementelor plane învecinate prin care se modelează pământul. Se obține astfel o supraîncărcare a elementului de armare cu solicitare axială,  $N$ .

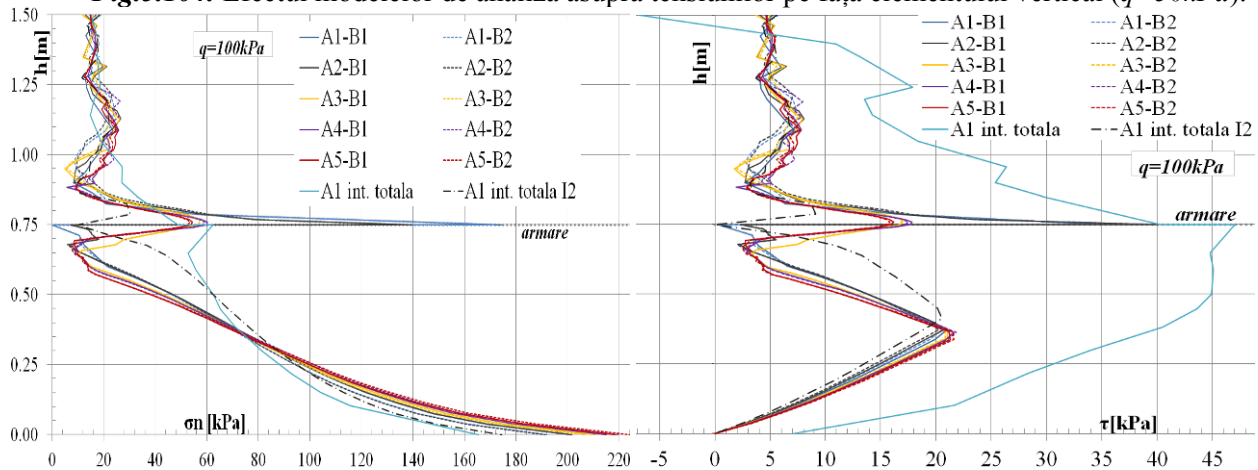
Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor mobilizate pe fața elementului vertical este prezentat în Figura 5.103, Figura 5.104 și Figura 5.105. Se evidențiază variația tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și a tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul înălțimii panoului vertical, în funcție de modelul de analiză utilizat (A1-B1...A5-B2). Adicional sunt prezentate rezultatele obținute pe modelul A1 int. totala I2 (fără interacțiune la nivelul elementului de armare) și pe modelul A1 int. totală (domeniu fără interacțiune). În cazul analizei cu interacțiune totală (A1 int. totală), variația tensiunilor s-a obținut pe secțiuni duse prin elementele plane la 5 mm distanță de elementul liniar (panou vertical).



**Fig.5.103.** Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor pe fața elementului vertical ( $q=10kPa$ ).



**Fig.5.104.** Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor pe fața elementului vertical ( $q=50kPa$ ).



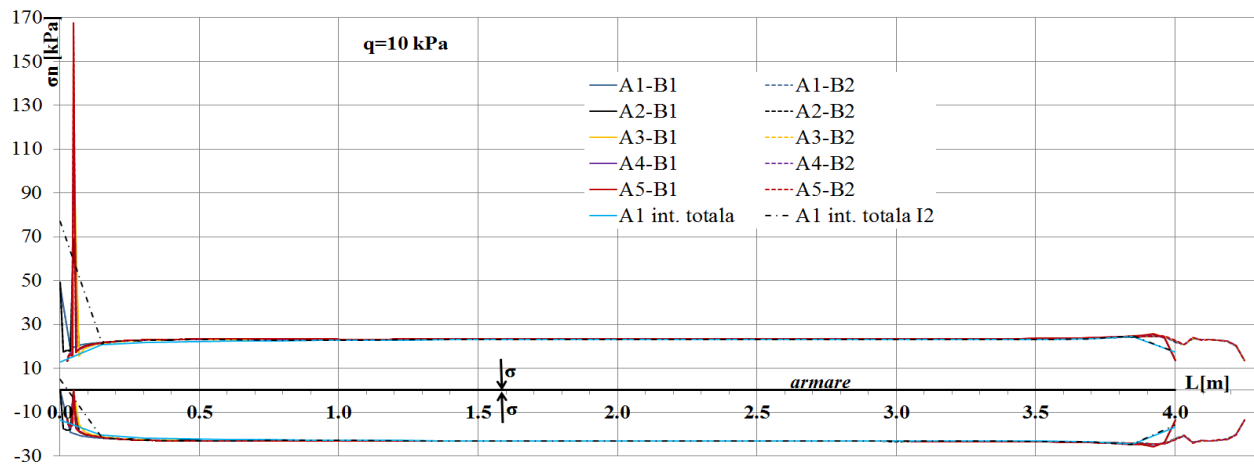
**Fig.5.105.** Efectul modelelor de analiză asupra tensiunilor pe fața elementului vertical ( $q=100kPa$ ).

În urma analizelor rezultatelor obținute se pot desprinde următoarele aspecte cu tentă generală:

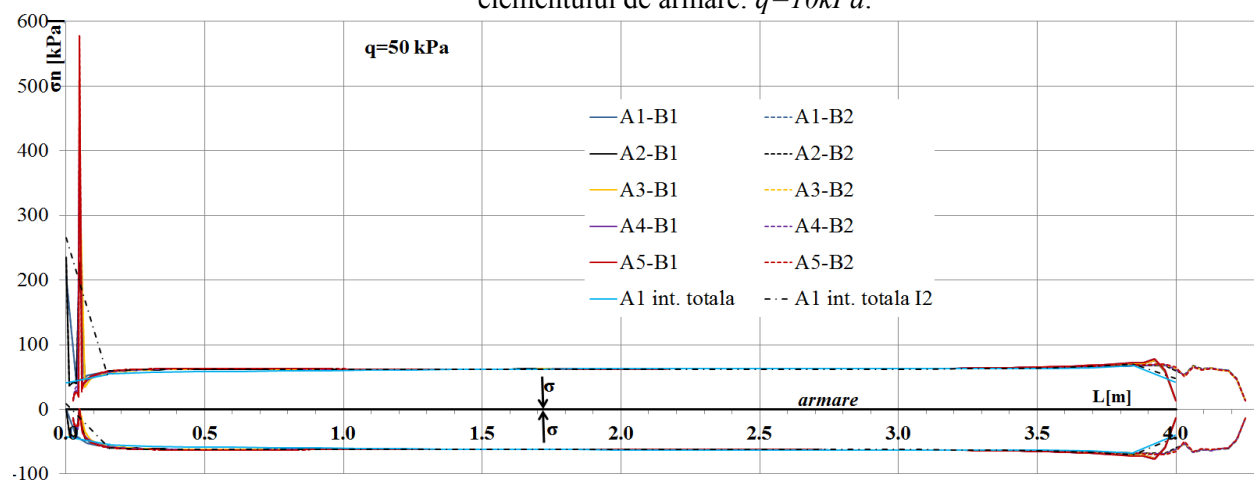
- 1) Utilizarea detaliului B2 sau B1 la capătul liber al elementului de armare nu are influență semnificativă asupra distribuției  $\sigma_n$  și  $\tau$  de-a lungul înălțimii elementului vertical.

- 2) Efectul modelării în diferite variante a detaliului A (Fig.5.69) prezintă variații semnificative asupra variației  $\sigma_n$  și  $\tau$ . În cazul utilizării detaliilor de tipul A1 și A2, diagramele  $\sigma_n$  și  $\tau$  prezintă variații bruște la nivelul elementului de armare ( $h=0.75$  m). În astfel de situații la partea superioară a elementului de armare se înregistrează valori maxime extreme, respectiv la partea inferioară valorile  $\sigma_n$  și  $\tau$  se reduc dramatic spre valori cvasi-nule. În aceste modele elementele de interfață flanchează elementul de armare și se intersectează cu elementele de interfață dispuse pe față elementului vertical. Acest lucru "rupe" continuitatea deformațiilor domeniului de analiză în zona nodului de jointare, creându-se în zona de confluență element vertical-element de armare un punct de concentrare de tensiuni. În cazul utilizării detaliilor de tip A3, A4, A5, legarea elementelor liniare de tip geogrilă de elementele liniare de tip grindă se face printr-un element de tip resort. În aceste situații la nivelul intersectării elementului de armare cu elementul vertical nu se "rupe" continuitatea deformațiilor la nivelul domeniului de analiză. Astfel la nivelul variației  $\sigma_n$  și  $\tau$  pe fața elementului vertical, nu se dezvoltă salturi bruște la  $h=0.75$  m. În aceste situații, amplificarea tensiunilor  $\sigma_n$  și  $\tau$  în zona de contact element vertical-element de armare se realizează prin variații curbilinii (progresive).
- 3) Efectul lipsei utilizării elementelor de interfață: adoptarea unui model cu interacțiune totală, (A1 int. totală), conduce la obținerea unor diagrame de variații  $\sigma_n$  și  $\tau$  diferite față de variațiile obținute prin utilizarea modelelor A1-B1...A5-B2. Diferențele majore se obțin la eforturile tangențiale  $\tau$  unde se pot înregistra diferențe de peste 100% între modelul A1 int. totală și modelele A3-B1... A5-B2. Diferențele se amplifică în cazul aplicării unei suprasarcini mai mari ( $q$ ). Sursa acestor neconcordanțe constă în impunerea unor deplasări comune ale nodurilor elementelor liniare prin care se modelează panoul vertical și elementul de armare și a nodurilor elementelor plane învecinate prin care se modelează pământul.
- 4) Efectul utilizării interacțiunii totale la nivelul elementului de armare (A1 int. totala I2) are drept consecințe obținerea unor valori reduse  $\sigma_n$  la  $h=0.75$  m, respectiv la valori nule  $\tau$  la  $h=0.75$  m. Variația tensiunilor  $\sigma_n$  și  $\tau$  pe înălțimea  $h$  nu prezintă oscilații bruște și prezintă aceeași alură cu variațiile obținute în situațiile A3, A4, A5 exceptând zona din proxima vecinătate a elementului de armare ( $h=0.75$  m).

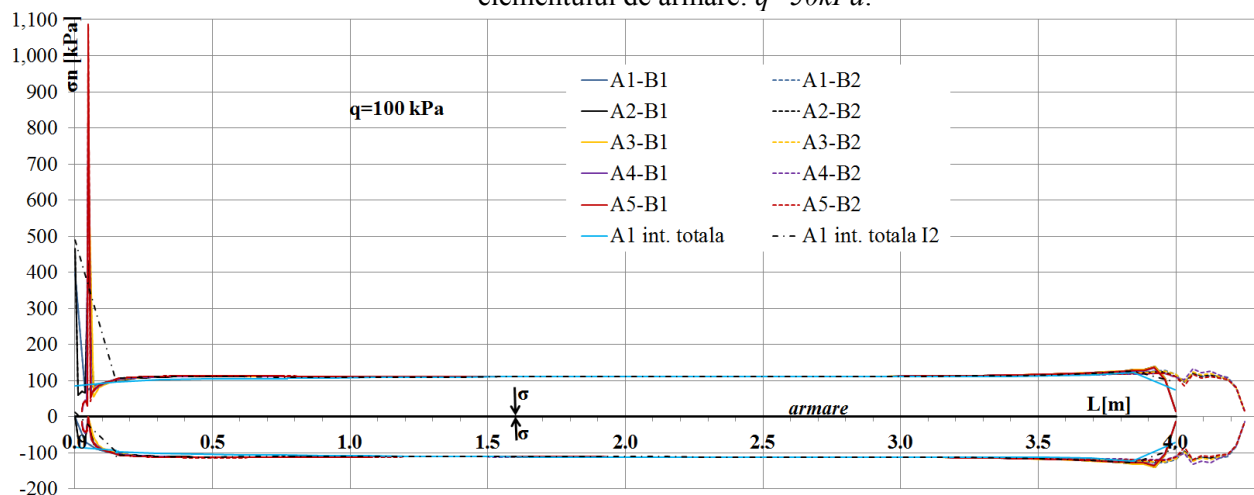
Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale mobilizate pe fețele elementului de armare se prezintă în Fig.5.106, Fig.5.107 și Fig.5.108. Astfel se evidențiază variația tensiunilor normale pe ambele fețe ale elementului de armare obținute prin utilizarea diverselor modele ale domeniului de analiză (A1-B1...A5-B2) respectiv pentru modelul A1 int. totală (domeniu de analiză fără elemente de interfață) și pentru domeniul A1 int. totala I2 (fără elemente de interfață la nivelul elementului de armare). În cazul modelerelor A1 int. totală și A1 int. totala I2, diagramele de variație a tensiunilor s-au obținut pe secțiuni duse prin elementele plane la 5 mm distanță (superior și inferior) de elementul de armare.



**Fig.5.106.** Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare:  $q=10kPa$ .



**Fig.5.107.** Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare:  $q=50kPa$ .



**Fig.5.108.** Efectul modelelor de analiză asupra variației tensiunilor normale pe interfețele elementului de armare:  $q=100kPa$ .

În urma analizelor rezultatelor obținute se pot desprinde următoarele aspecte cu tentă generală:

- 1) Utilizarea detaliului B2 sau B1 la capătul liber al elementului de armare nu are influență semnificativă asupra distribuției tensiunilor normale (superioare și inferioare) în zona capătului de legătura cu elementul vertical. Influența detaliului B1 sau B2 se observă doar la distribuția tensiunilor în zona capătului liber. Diferențele obținute la capătul liber, nu prezintă variații semnificative.
- 2) Efectul modelării în diferite variante a detaliului A (Fig.5.69) prezintă variații semnificative asupra variației tensiunilor normale (superioare și inferioare) doar în zona capătului de legătura cu elementul vertical fără o influență semnificativă asupra capătului liber. Concentrările de tensiuni din zona de legătură element vertical – element de armare capătă diverse forme evidențiindu-se moduri specifice de concentrări ale tensiunilor aferente detaliilor: A1 (un punct de maxim la contactul elementul vertical cu elementul de armare); A2 (un punct maxim la contactul cu elementul vertical respectiv un punct de maxim la 0.05 m distantă) și A3-A4-A5 (un punct de maxim la 0.05 m de elementul vertical). Valoarea maximă al tensiunii normale pe fața superioară se obține pentru detaliul A5, valorile maxime urmărind următoarea succesiune a detaliilor utilizate:  $A5 > A4 > A3 > A2 > A1$ . Aceste aspecte se datorează concentrărilor de tensiuni generate în elementele plane din vecinătatea zonei de legătură a elementului vertical cu elementul de armare care sunt influențate în mod direct de modul în care se dispun elementele de interfață și modul în care se modelează legătura elementului de armare cu elementul vertical.
- 3) Efectul lipsei utilizării elementelor de interfață: adoptarea unui model cu interacțiune totală, (A1 int. totală), conduce la obținerea unor diagrame de variație a tensiunilor normale (superioare și inferioare) fără concentrări locale. Acest lucru este cauzat de faptul că întreg domeniul de analiză nu are incorporate zone de discontinuitate a deformațiilor (elemente de interfață).
- 4) Efectul utilizării interacțiunii totale la nivelul elementului de armare (A1 int. totala I2) conduce la apariția unor concentrări locale ale tensiunilor normale la zona de intersecție element vertical-element de armare. Aceste concentrări apar pe ambele fețe ale elementului de armare și sunt cauzate de deplasarea relativă permisă la nivelul contactului element vertical cu masă de pământ, în timp ce elementul de armare este fixat de elementele plane prin adoptarea unor deplasări comune ale nodurilor comune.

Concentrările de tensiuni normale pe fețele elementului de armare la nivelul legăturii cu elementul vertical sunt cauzate de concentrările de tensiuni din elementele plane aferente acestei zone. Aceste concentrări survin ca efect al modului prin care s-a construit modelul de analiză (detaliu A), (Fig.5.109, Fig.5.110, Fig.5.111, Fig.5.112, Fig.5.113, Fig.5.114 și Fig.5.115) pentru o suprasarcină exterioară aplicată de  $q=100$  kPa.

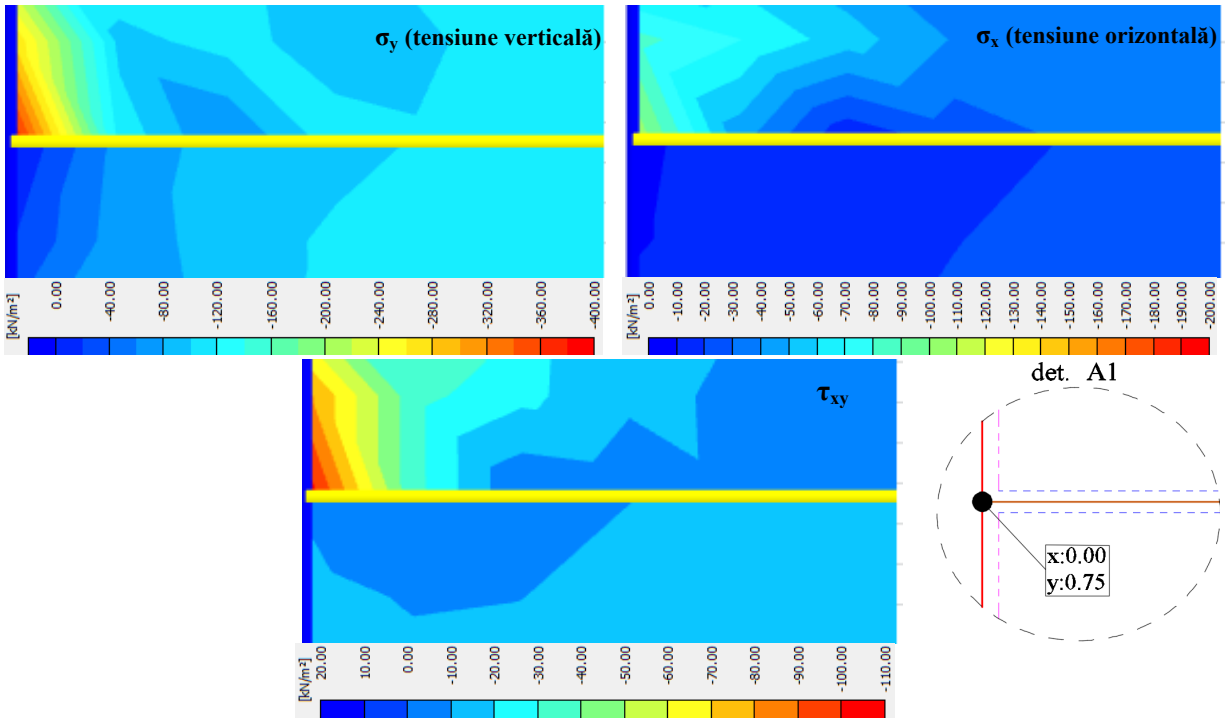


Fig.5.109. Concentrări de tensiuni detaliu A1,  $q=100kPa$ .

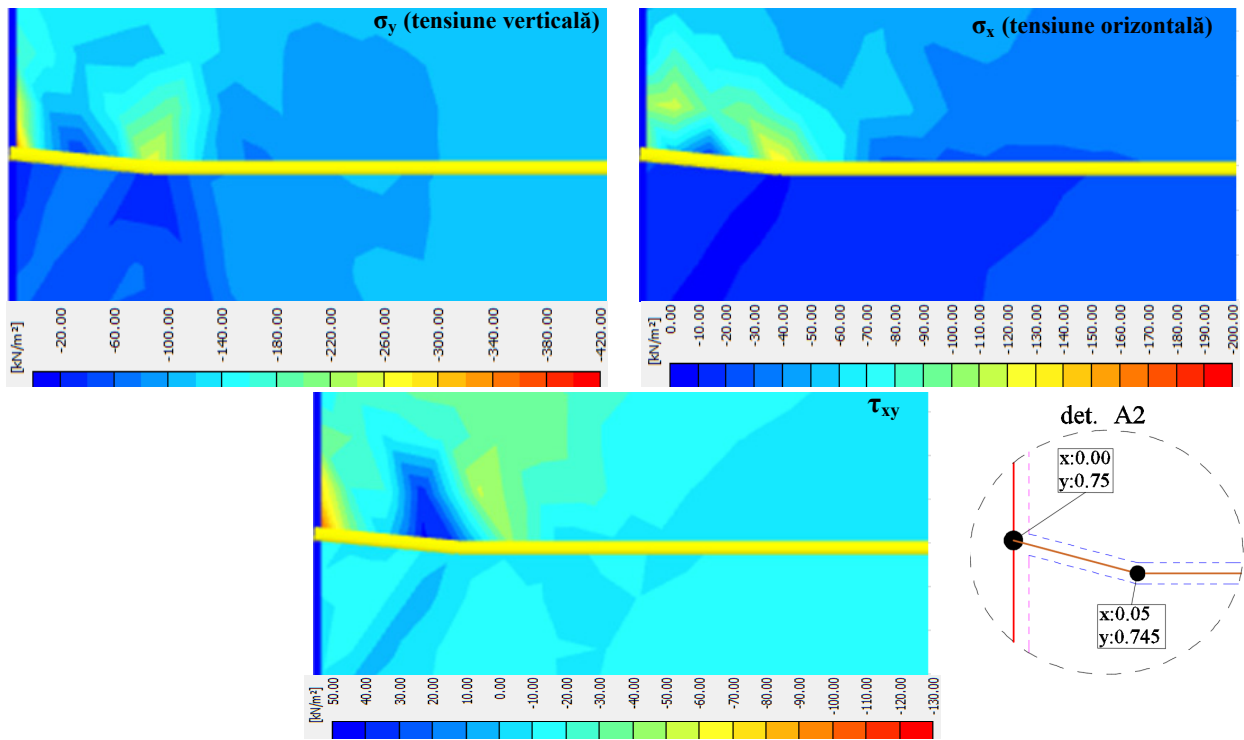


Fig.5.110. Concentrări de tensiuni detaliu A2,  $q=100kPa$ .

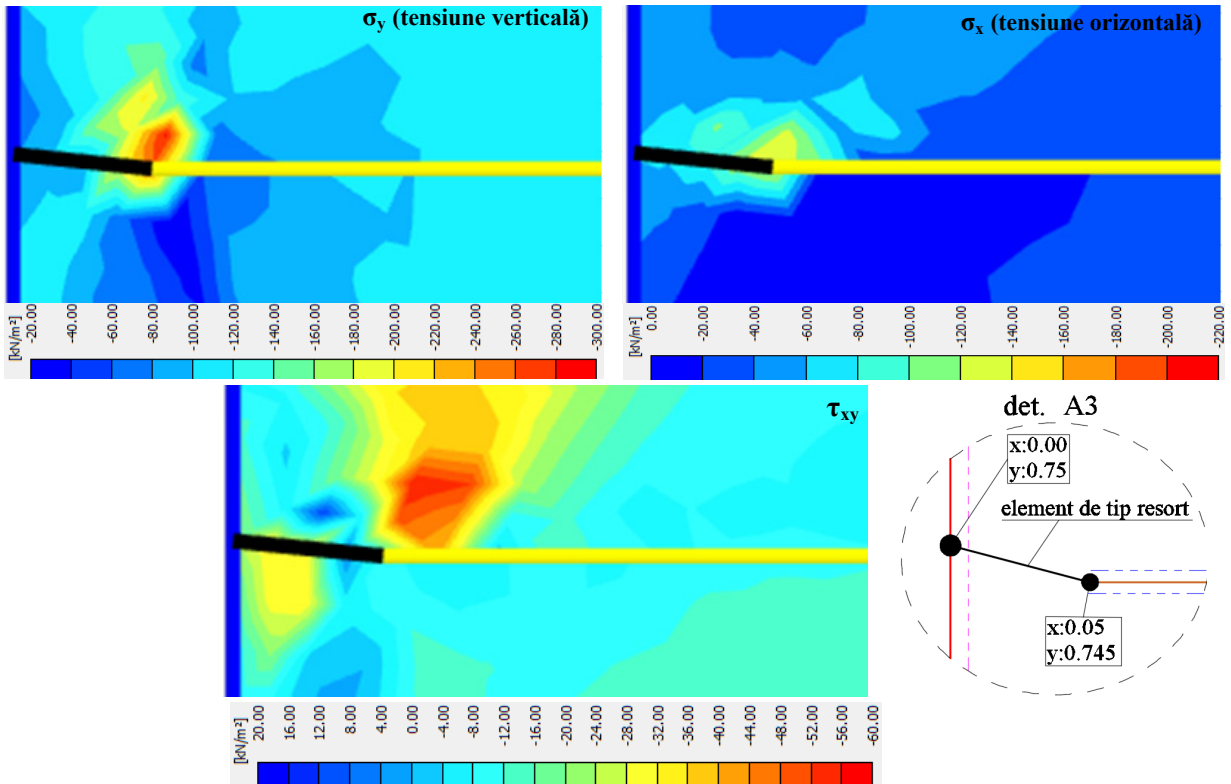


Fig.5.111. Concentrări de tensiuni detaliu A3,  $q=100kPa$ .

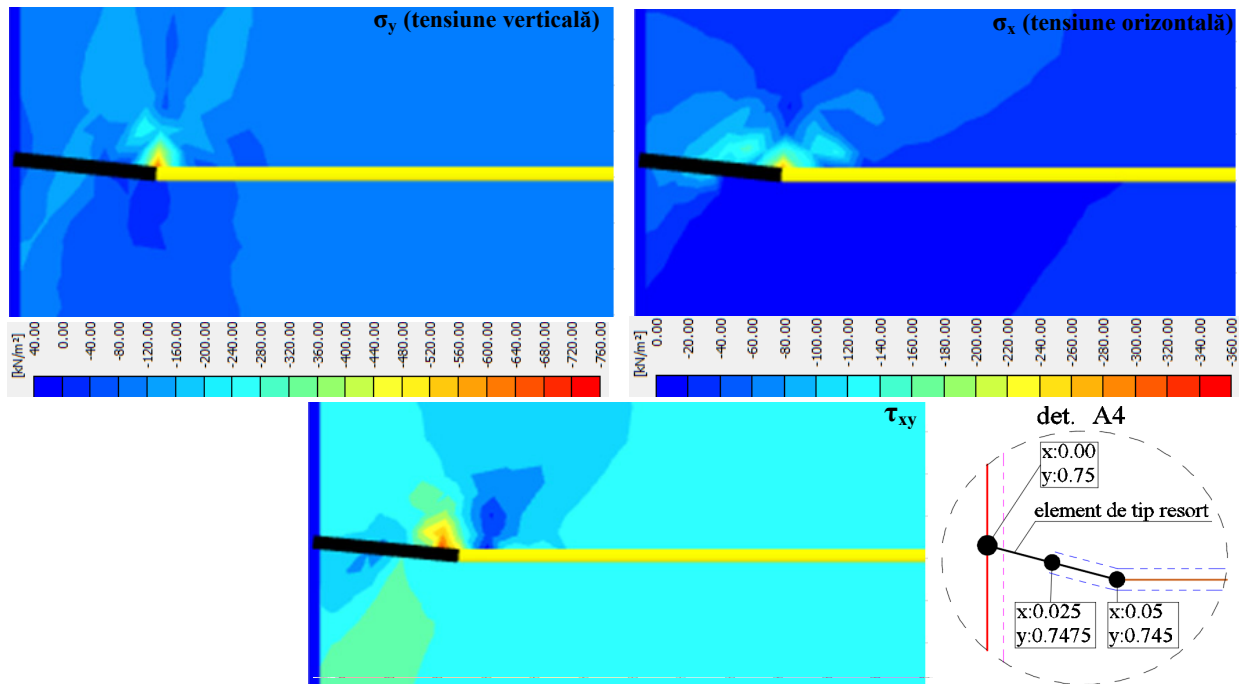


Fig.5.112. Concentrări de tensiuni detaliu A4,  $q=100kPa$ .



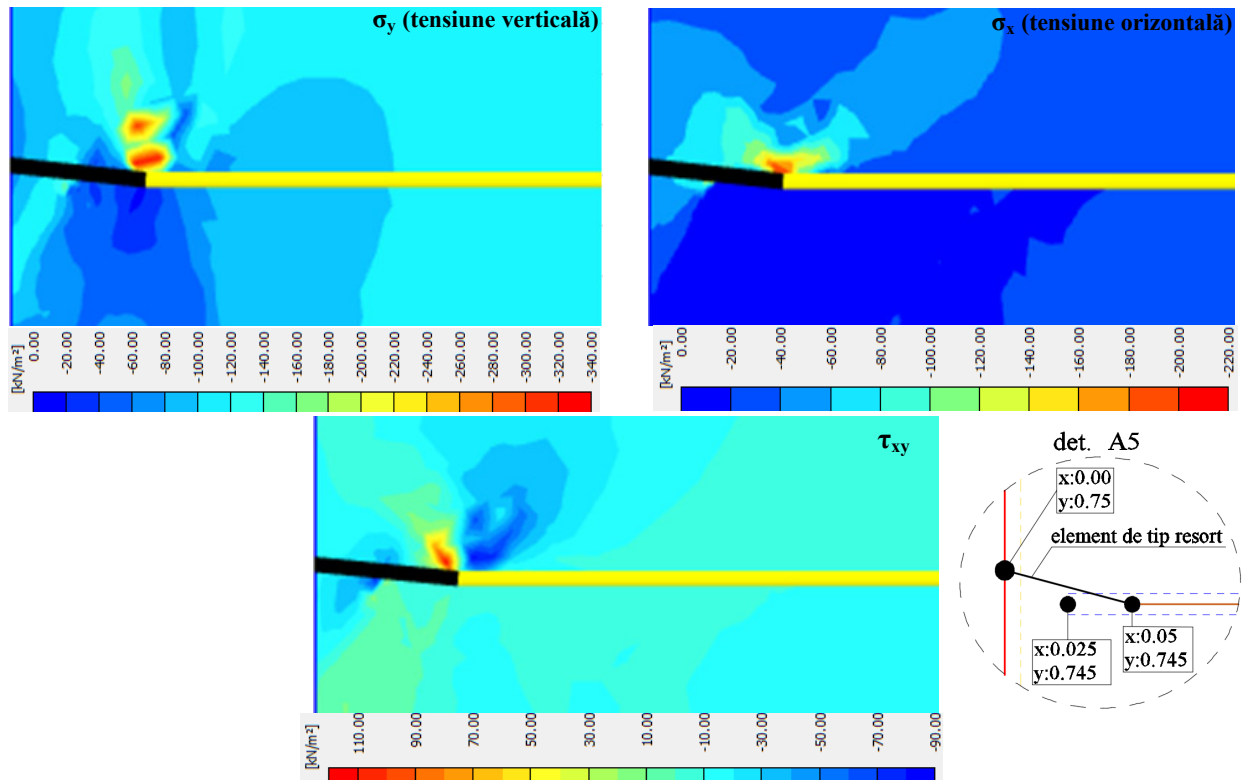


Fig.5.113. Concentrări de tensiuni detaliu A5,  $q=100kPa$ .

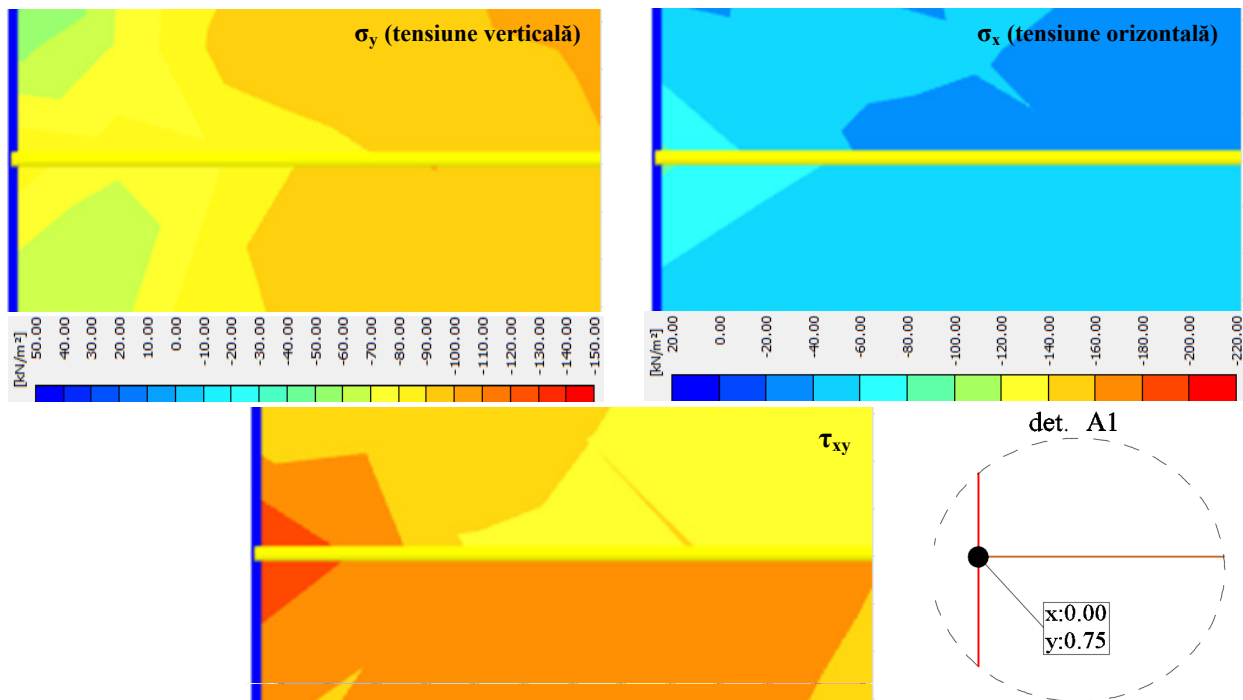
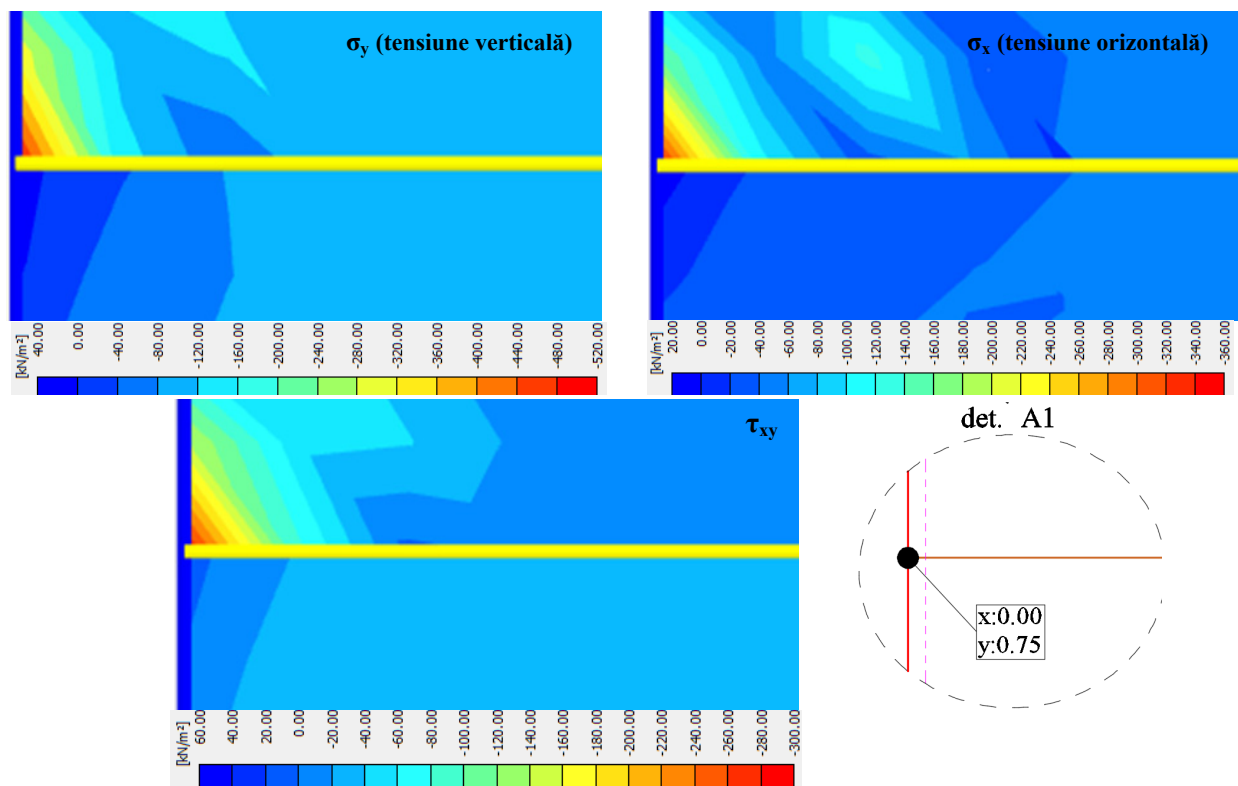


Fig.5.114. Concentrări de tensiuni detaliu A1 int. totală,  $q=100kPa$ .



**Fig.5.115.** Concentrări de tensiuni detaliu *A1 int. totala I2*,  $q=100kPa$ .

Concentrările de tensiuni prezentate în figurile anterioare denotă influența modului de tratare a detaliului A. După cum se poate observa alura de variație a tensiunilor normale verticale ( $\sigma_y$ ) și orizontale ( $\sigma_x$ ), cât și a tensiunilor tangențiale  $\tau_{xy}$  prezintă specificități unice pentru fiecare modalitate de modelare a detaliului A. O singură similitudine se poate observa între modelul *A1 int. totala* și modelul *A1*, cu observația că în cazul *A1 int. totala* valorile maxime ale concentrărilor de tensiuni depășesc valorile aferente modelului *A1*.

### 5.2.2.1 Aspecte generale privind efectul modului de construire a domeniului de analiză asupra răspunsului mecanic estimat.

Ca și concluzie preliminară se poate afirma că diferențele majore între modelele de calcul cu interacțiune parțială (*A1-B1...A5-B2*) se regăsesc în modul în care se distribuie variația tensiunilor în interiorul domeniului de analiză. Acest lucru se regăsește în cadrul distribuției tensiunilor normale și tangențiale pe fața elementului vertical, respectiv în ceea ce privește distribuția tensiunilor normale pe fețele elementului armare. În urma analizei comparative a rezultatelor obținute pe modelele *A1-B1...A5-B2* nu se observă diferențe semnificative în ceea ce privește variația solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical și în elementul de armare. Diferențe majore (în termeni de tensiuni și solicitări axiale) survin în urma comparației rezultatelor cu modelele ce implică interacțiune totală la nivelul elementului vertical și a elementului de armare (*A1 int. totala*) respectiv ce implică interacțiune totală doar la nivelul elementului de armare (*A1 int. totala I2*).

În problemele ce implică ranforsarea pământului cu interacțiune multiplă, se dovedește că metoda numerică are un caracter foarte versatil. În cazul în care se urmărește răspunsul mecanic global, modul de abordare prin care se construiește domeniul de analiză cu interacțiune multiplă nu dezvoltă diferențe mari în ceea ce privește solicitările mobilizate în elementele structurale prin care se realizează ranforsarea. Diferențierea în ceea ce privește modul de construire a detaliilor domeniului de analiză constă în apariția zonelor concentrărilor locale de tensiuni, fără o influență relevantă asupra răspunsului mecanic global.

În cazul în care se urmărește estimarea răspunsului mecanic de detaliu (pe zone locale) se recomandă adoptarea unei construcții a detaliilor de interacțiune a domeniului de analiză prin care să se reducă concentrările locale de tensiuni ce pot reprezenta surse potențiale de contaminare a răspunsului mecanic estimat. În aceste situații se recomandă utilizarea elementelor de tip resort pentru modelarea punctelor de jointare între elementele de ranforsare.

Astfel, în situațiile în care se urmărește estimarea răspunsului mecanic global în cadrul lucrărilor de pământ ranforsat se pot adopta fără probleme, modalități simple de construire a zonelor de interacțiune din cadrul domeniului de analiză. În situațiile în care este necesar a se determina răspunsul mecanic de detaliu se recomandă adoptarea o modelare atentă a zonelor de îmbinare a elementelor structurale în vederea reducerii concentrărilor locale de tensiuni.

Trebuie punctat faptul că prin evitarea utilizării elementelor de interfață în cadrul domeniului de analiză (considerând interacțiunea totală), răspunsul mecanic estimat prezintă diferențe majore față de estimările obținute în situația adoptării elementelor de interfață. Lipsa utilizării elementelor de interfață în cadrul domeniului de analiză trebuie să aibă la bază considerente ingineresti puternice, care să susțină validitatea lipsei deplasărilor relative dintre elementele de ranforsare și pământul învecinat. O situație posibilă în care se justifică lipsa elementelor de interfață dintre elementele de ranforsare și pământ este armarea terenurilor granulare cu geogriile.

## **5.2.3 Efectul rigidităților materialelor**

Efectul variației rigidității materialelor asupra răspunsului mecanic estimat, se investighează prin analize succesive urmărindu-se efectul modificării parametrilor de material. Analizele sunt realizate pe o celulă de ranforsare (Fig.5.68). Domeniul de analiză pe care se realizează această investigație este A4-B2 (Fig.5.69, Fig.5.70) iar discretizarea corespunde setărilor denumite generic: "discretizare f. fina".

### **5.2.3.1 Efectul rigidității pământului**

În vederea surprinderii efectului rigidității pământului s-au realizat analize succesive urmărindu-se efectul datorat modificării modului de deformare liniară a pământului ranforsat (umpluturii armate). Restul parametrilor atribuiți pământului (model MC) sunt:  $\gamma_s = 18kN / m^3$ ,

$E_s = \text{var } kPa$  ,  $\nu_s = 0.3$  ,  $\varphi_s = 44^\circ$  ,  $c_s = 1kPa$  ,  $\psi_s = 14^\circ$  ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$  . Parametri atribuiți elementelor de interfață (I1 și I2) sunt:  $k_n = 49.7 \cdot 10^3 kN / m^3$  ,  $k_s = 4510 kN / m^3$  ,  $\varphi_i = 16.2^\circ$  ,  $c_i = 0.3kPa$  ,  $\psi_i = 0^\circ$  ,  $\sigma_{t,i} = 0kPa$  .

Efectul modificării rigidității pământului asupra diagramei de variație N de-a lungul elementului vertical este surprins în Fig.5.116, pentru diferite intensități ale suprasarcinii  $q$ . Conform Fig.5.116 se poate observa că solicitarea axială în panoul vertical scade odată cu creșterea modului de deformație liniară a terenului ( $E \equiv E_s$ ).

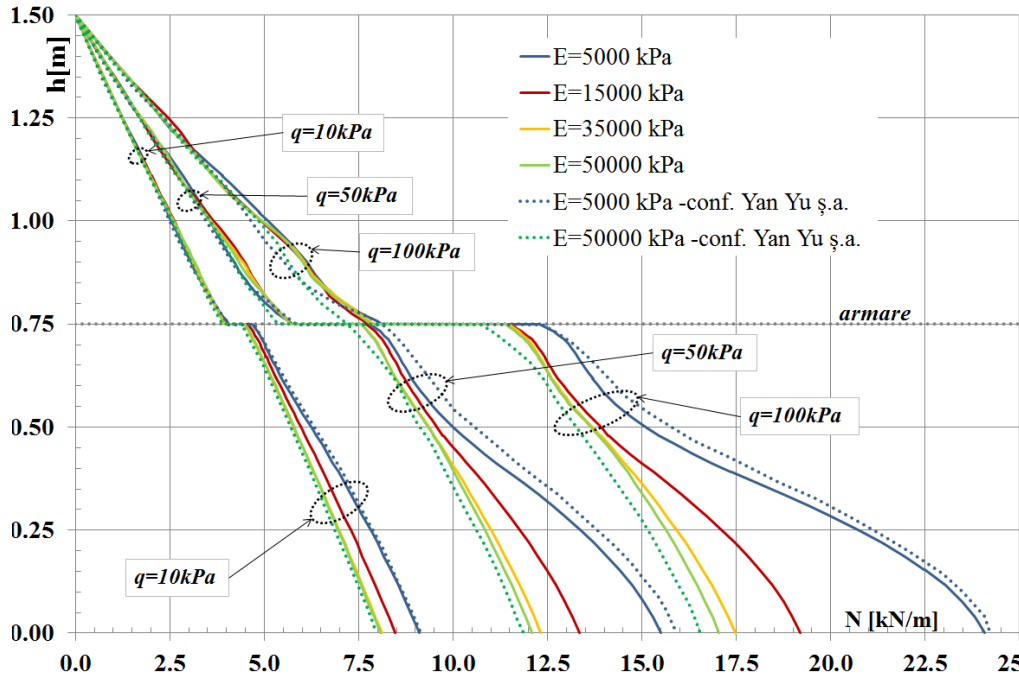
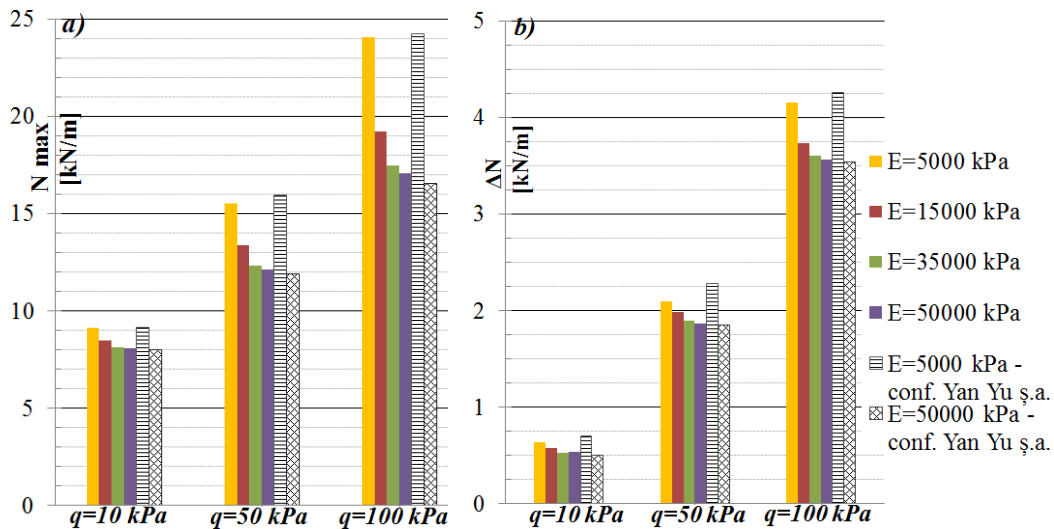


Fig.5.116. Efectul rigidității pământului asupra variației solicitării axiale (N) în elementul vertical.

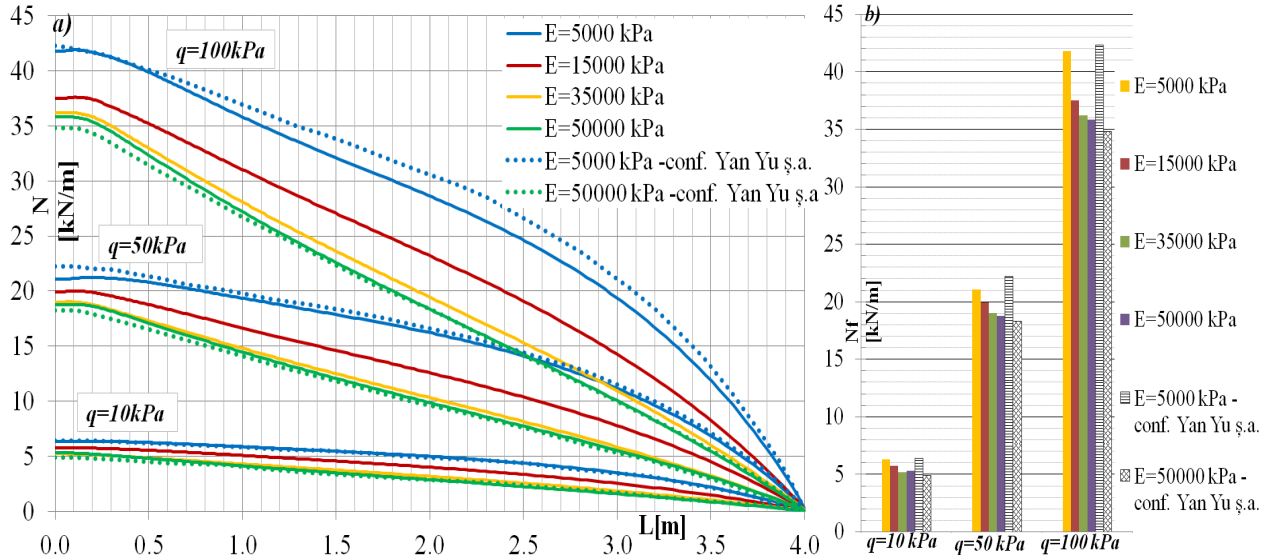
Diferențele înregistrate cresc odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ). Rata de reducere a solicitării maxime ( $N_{max}$ ) scade pentru valori superioare ale  $E$  (între 35000 și 50000 kPa), respectiv crește pentru variația  $E$  între 5000 și 35000 kPa. Reprezentarea grafică a variației solicitării axiale maxime ( $N_{max}$ ) este prezentată în Fig.5.117-a.

Un alt aspect urmărit este variația saltului în diagrama de solicitare axială ( $\Delta N$ ) înregistrat în dreptul elementului de armare. Evoluția saltului ( $\Delta N$ ) în raport cu modificarea rigidității pământului respectă în linii mari tendințele observate în cazul variației  $N_{max}$  și este reprezentat grafic în Fig.5.117-b. Sursa variațiilor surprinse contră în scăderea deformațiilor pământului odată cu creșterea rigidității acestuia. Deformațiile reduse vor genera deplasări relative reduse la nivelul elementelor de interfață respectiv vor transmite solicitări mai mici elementelor liniare (panou vertical). Controlul rigidității pământului armat pus în operă, se poate realiza prin prisma procesului de compactare mecanică.



**Fig.5.117.** Efectul rigidității pământului asupra  $N_{max}$  panou vertical (a) și asupra  $\Delta N$  (b).

Efectul modificării rigidității pământului asupra diagramei de variație  $N$  de-a lungul lungimii elementului de armare (4.00 m) este surprins în Fig.5.118-a, pentru diferite intensități ale suprasarcinii  $q$ . Se poate observa că solicitarea axială în panoul vertical scade odată cu creșterea modului de deformație liniară a terenului  $E$ , (Fig.5.118). Diferențele înregistrate cresc odată cu amplificarea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ). Valoarea solicitării axiale în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) variază nesemnificativ pentru valori superioare ale  $E$  (între 35000 și 50000 kPa), respectiv are o variație semnificativă pentru variația  $E$  între 5000 și 35000 kPa. Variația  $N_f$  este prezentată în Fig.5.118-b. Sursa variațiilor surprinse constă în scăderea deformațiilor pământului odată cu creșterea rigidității acestuia. Deformațiile reduse vor genera deplasări relative reduse la nivelul elementelor de interfață respectiv vor transmite solicitări mai mici elementelor liniare (elementului de armare).



**Fig.5.118.** Efectul rigidității pământului asupra diagramei  $N$  element armare (a) și asupra  $N_f$  (b).

Efectul modificării rigidității pământului asupra diagramei de variație a tensiunilor normale mobilizate pe fața elementului vertical este prezentat în Fig.5.119. Conform rezultatelor obținute se poate observa o ușoară reducere a intensității vârfurilor locale de variație (punctelor locale de maxim) din zona elementului de armare odată cu creșterea valorii E. În ansamblu variația modului de deformație liniară a pământului nu generează variații semnificative ale tensiunilor normale mobilizate pe fața elementului vertical

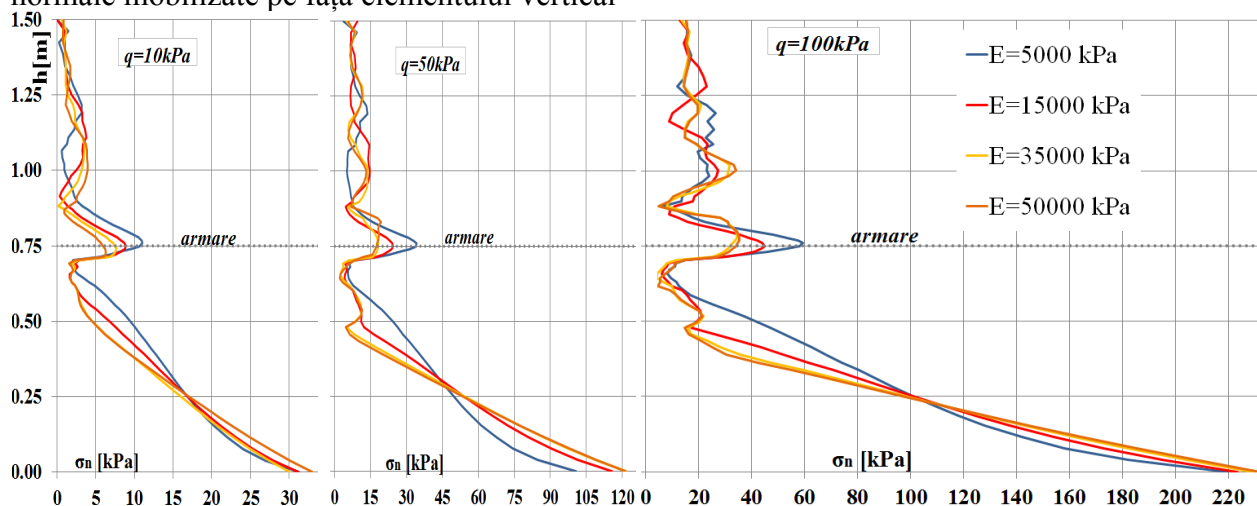


Fig.5.119. Efectul rigidității pământului asupra tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) mobilizate pe elementul vertical

Efectul modificării rigidității pământului asupra diagramei de variație a tensiunilor tangențiale mobilizate pe fața elementului vertical se prezintă în Fig.5.120. Conform rezultatelor obținute se poate observa o accentuare a intensității vârfurilor locale de variație (punctelor locale de maxim) din zona elementului de armare și din jumătatea inferioară odată cu reducerea valorii E. Diferențele înregistrate se accentuează odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză.

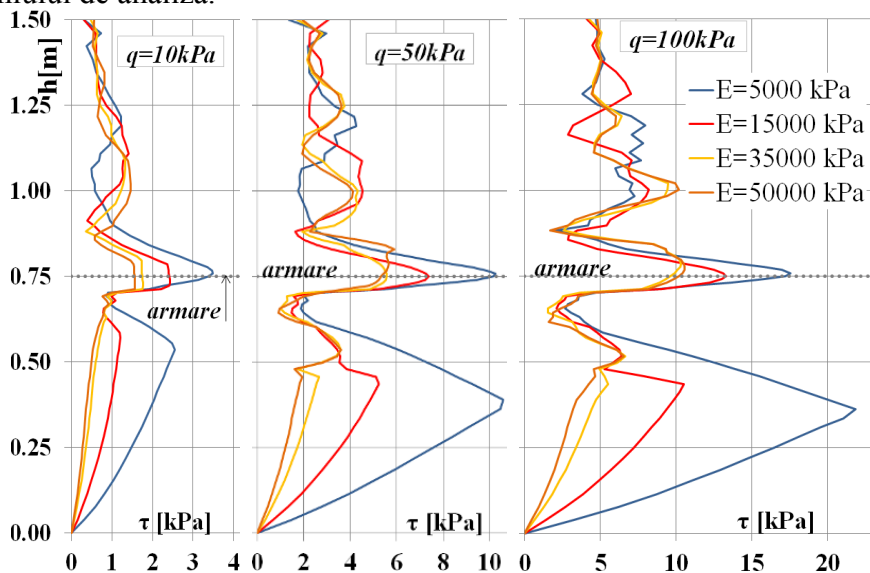


Fig.5.120. Efectul rigidității pământului asupra tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) mobilizate pe elementul vertical

### 5.2.3.2.1 Aspecte generale privind variația rigidității pământului

Rigiditatea pământului ranforsat pus în operă joacă un rol esențial în comportarea mecanică estimată a lucrărilor ce utilizează pământ ranforsat. Creșterea modului de deformare liniară are ca și efect reducerea stării de deformații a masivului de pământ. Acest efect se transpune printr-o reducere a solicitărilor mobilizate în elementele de ranforsare. Controlul rigidității pământului pus în operă se realizează prin procesul de compactare mecanică și joacă un rol esențial în comportarea mecanică generală.

### 5.2.3.2 Efectul rigidităților elementelor de interfață

În vederea surprinderii efectului parametrilor de rigiditate a elementelor de interfață s-au realizat analize succesive pe modelul de analiză A4-B2 ( Fig.5.68). Discretizarea corespunde setărilor denumite generic: ”discretizare f. fina”. În vederea surprinderii efectului investigat s-au realizat două categorii de analize:

5.2.3.2.1 *I1 identic cu I2* ( $I1 \equiv I2$ ) : parametri de material identici interfeței I1: interacțiune element vertical - pământ și I2: interacțiune element de armare – pământ, ( Fig.5.68).

5.2.3.2.2 *I1 diferit de I2* ( $I1 \neq I2$ ) : parametri de material diferiți atribuiți interfeței I1: interacțiune element vertical - pământ și I2: interacțiune element de armare – pământ, (Fig.5.68).

#### 5.2.3.2.1 I1 identic cu I2

Parametri de rezistență atribuiți elementelor de interfață I1 și I2 sunt:  $\varphi_i = 16.2^\circ$  ,  $c_i = 0.3kPa$  ,  $\psi_i = 0^\circ$  ,  $\sigma_{ti} = 0kPa$  . Analizele ulterioare vor investiga efectul modificării parametrilor elastici de rigiditate atribuiți ambelor interfețe. Valorile de pornire a parametrilor de rigiditate sunt:  $k_n = 49.7 \cdot 10^3 kN / m^3$  ,  $k_s = 4510 kN / m^3$  cu un raport  $k_n / k_s = 11.02$  și cu un coeficient de deformare transversală a interfeței,  $\nu_i = 0.45$  obținut conform relației :

$$\frac{2 \cdot (1 - \nu_i)}{(1 - 2 \cdot \nu_i)} = \frac{k_n}{k_s} = 11.02 \quad (5.43)$$

*Analiza 1 (I1=I2)*. Într-o primă analiză s-a investigat efectul modificării rigidității elastice la deformații transversale ( $k_s = \text{var.}$ ) pentru ambele interfețe, menținându-se rigiditatea elastică la deformații normale cu valoare constantă :  $k_n = 49.7 \cdot 10^3 kN / m^3$  . Parametri elementelor de interfață utilizați în analiza 1 sunt prezentați în Tabel 5.4.

**Tabel 5.4** Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza 1.

Variante analiză	$k_n [kN / m^3]$	$k_s [kN / m^3]$	$k_n / k_s$	$\nu_i$
V. 1	$49.7 \cdot 10^3$	16566.667	3	0.25
V. 2	$49.7 \cdot 10^3$	7100	7	0.417
V. 3	$49.7 \cdot 10^3$	4510	11	0.45
V. 4	$49.7 \cdot 10^3$	3313.333	15	0.464
V. 5	$49.7 \cdot 10^3$	1420	35	0.485

Efectul modificării progresive a valorii  $k_s$ , ( $I1=I2$ ), asupra diagramei de variație  $N$  în elementul vertical se poate observa în Figura 5.121. Conform rezultatelor obținute, se poate admite că odată cu reducerea  $k_s$  (prin utilizarea unui raport  $k_n / k_s$  superior), elementul vertical va înregistra valori inferioare  $N$  pe prima jumătate inferioară elementului de armare. Pe a doua jumătate superioară elementului de armare, variațiile  $N$  generate de modificarea  $k_s$  nu sunt semnificative.

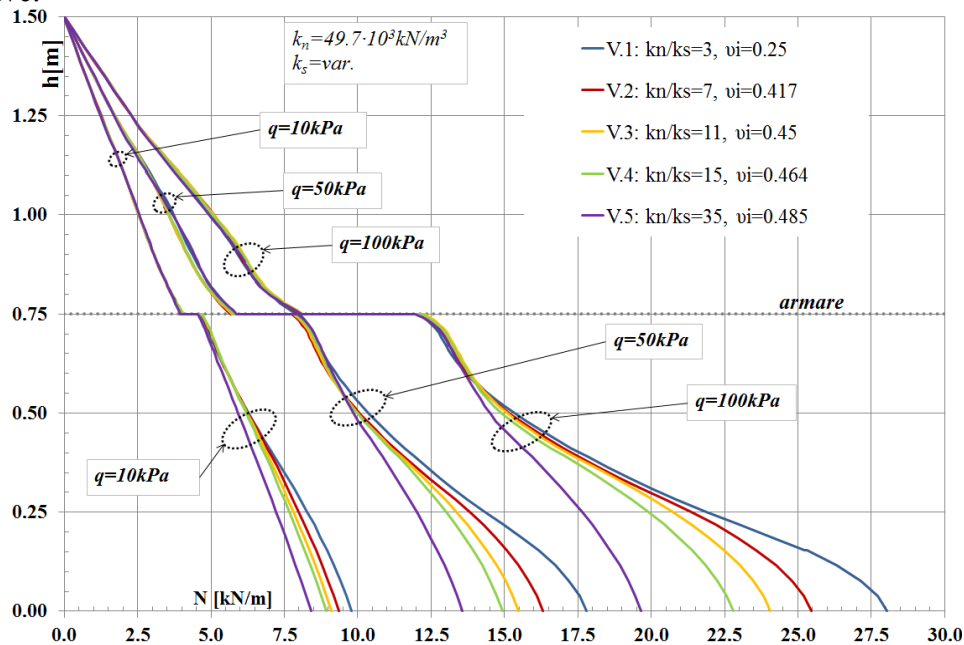


Fig.5.121. Efectul variației  $k_s$  asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical, A1:I1=I2.

Efectul variației  $k_s$  asupra  $N_{max}$  este surprins în Figura 5.122–a, respectiv asupra saltului în diagrama  $N$  ( $\Delta N$ ) se poate observa în Figura 5.122– b. Analizând Figura 5.122, se observa că odată cu reducerea  $k_s$ , (creșterea raportului  $k_n / k_s$ ), valoarea  $N_{max}$  se va reduce. Diferențele obținute se amplifică odată cu creșterea valorii supraîncălzirii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ). Efectul asupra  $\Delta N$  este însă puțin diferit. Astfel se poate observa o ușoară tendință de reducere  $\Delta N$  odată cu reducerea  $k_s$  (creșterea  $k_n / k_s$ ), fără o dependență evidentă față de nivelul supraîncălzirii ( $q$ ).

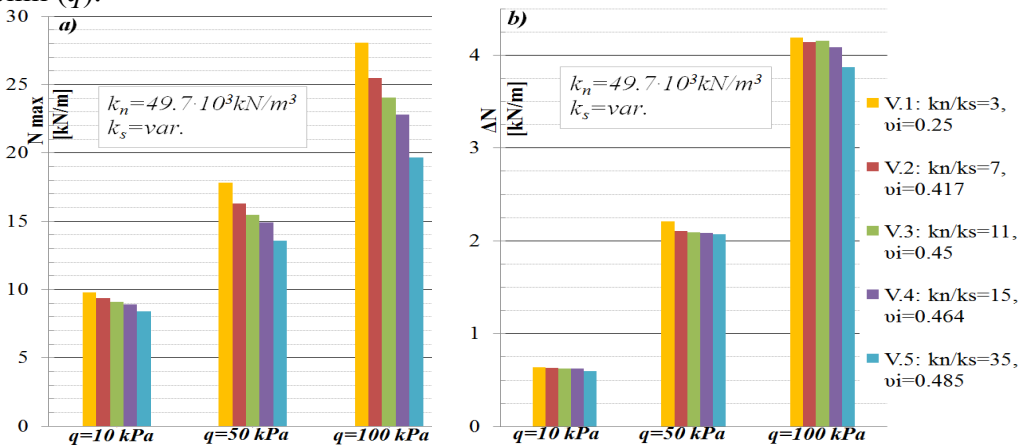
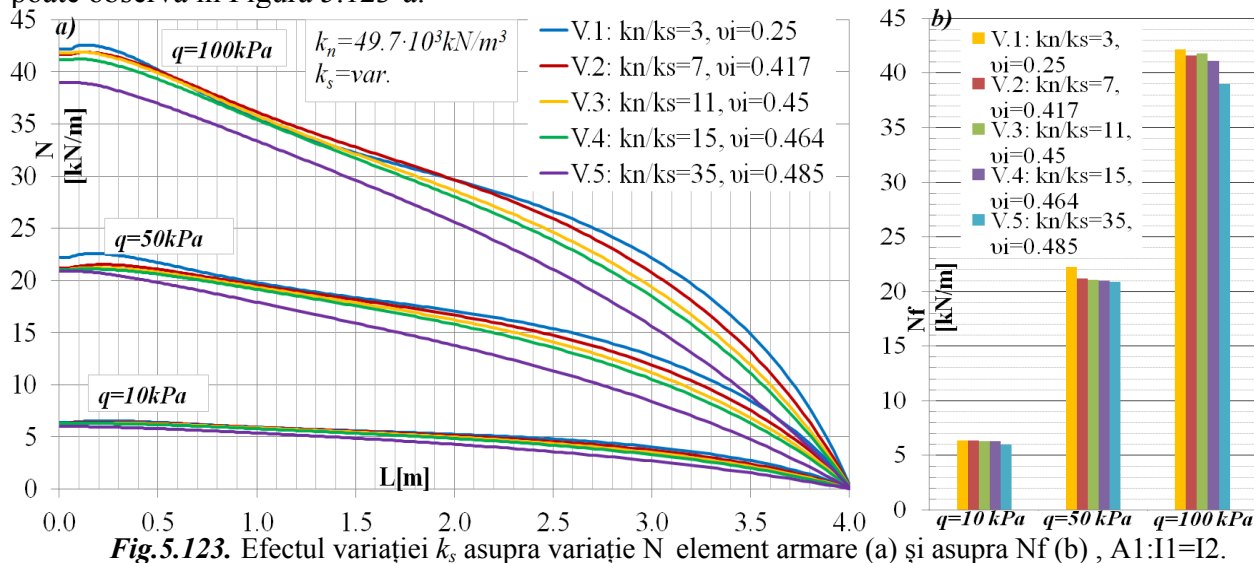


Fig.5.122. Efectul variației  $k_s$  asupra  $N_{max}$  panou vertical (a) și asupra  $\Delta N$  (b), A1:I1=I2.

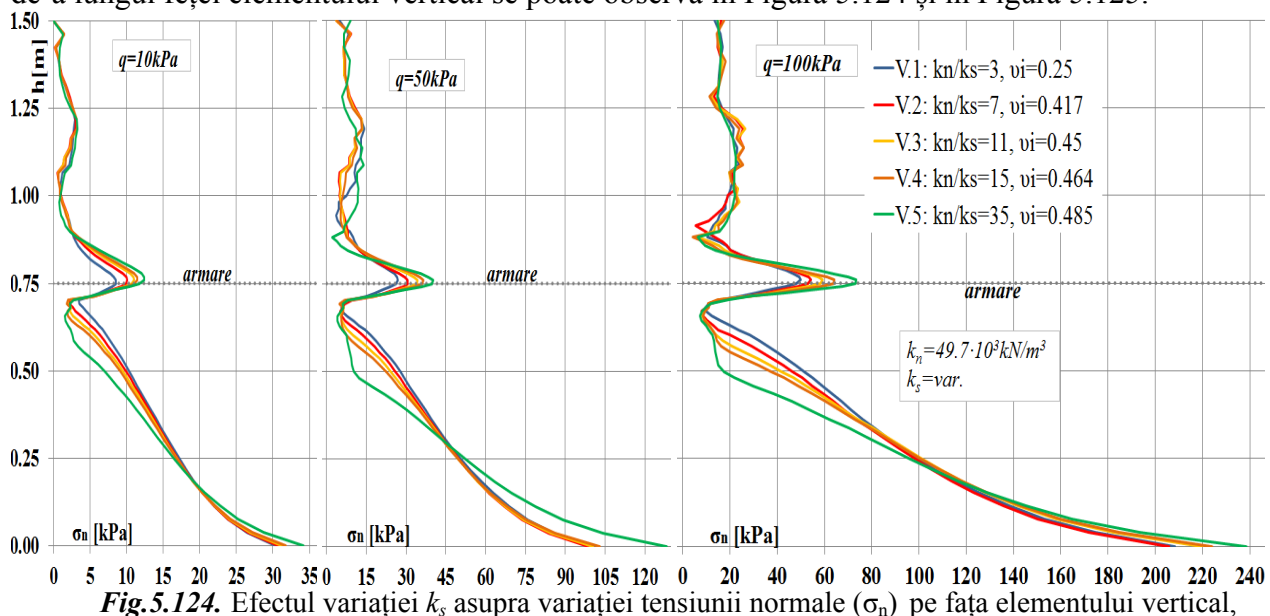


Efectul modificării  $k_s$  ( $I1=I2$ ) asupra diagramei de variație  $N$  în elementul de armare se poate observa în Figura 5.123-a.



La o primă analiză se poate observa că odată cu reducerea  $k_s$  (creșterea raportului  $k_n / k_s$ ), elementul de armare se va încărca cu valori  $N$  ușor mai mici. Un alt efect al reducerii  $k_s$  este o ”aplatizare” sau ”liniarizare” a diagramei de variație a solicitării axiale ( $N$ ) de-a lungul elementului de armare. Acest efect devine mai pronunțat odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare ( $q$ ) aplicate domeniului de analiză. Variația valorii solicitării axiale din elementul de armare ce se înregistrează în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) este prezentată în Fig.5.123-b și, în principiu, prezintă aceleași tendințe de variație.

Efectul modificării  $k_s$  ( $I1=I2$ ) asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul feței elementului vertical se poate observa în Figura 5.124 și în Figura 5.125.



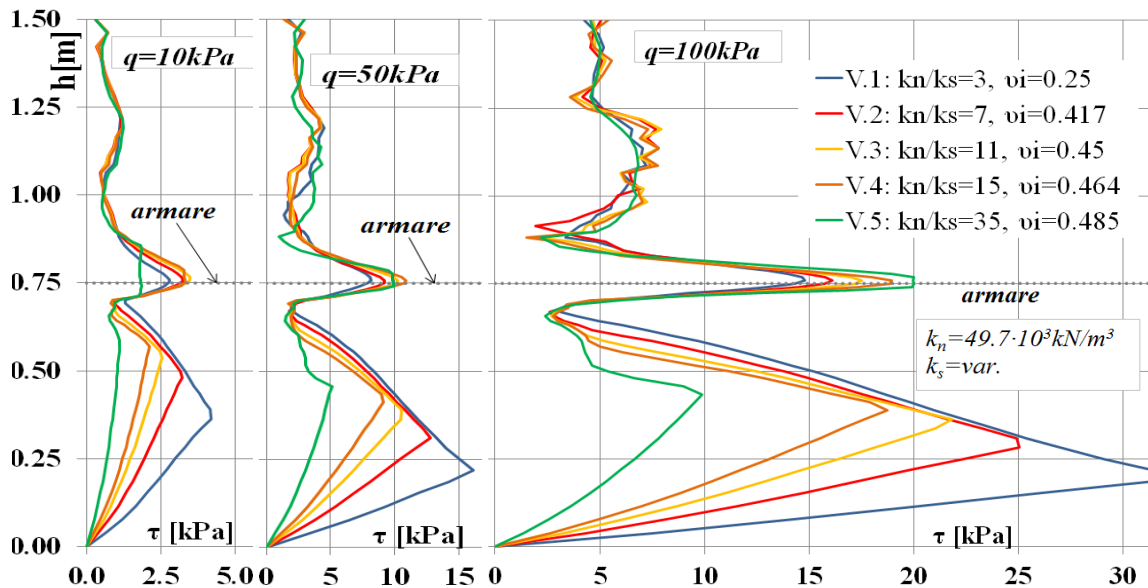


Fig.5.125. Efectul variației  $k_s$  asupra variației tensiunii tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical, A1:I1=I2.

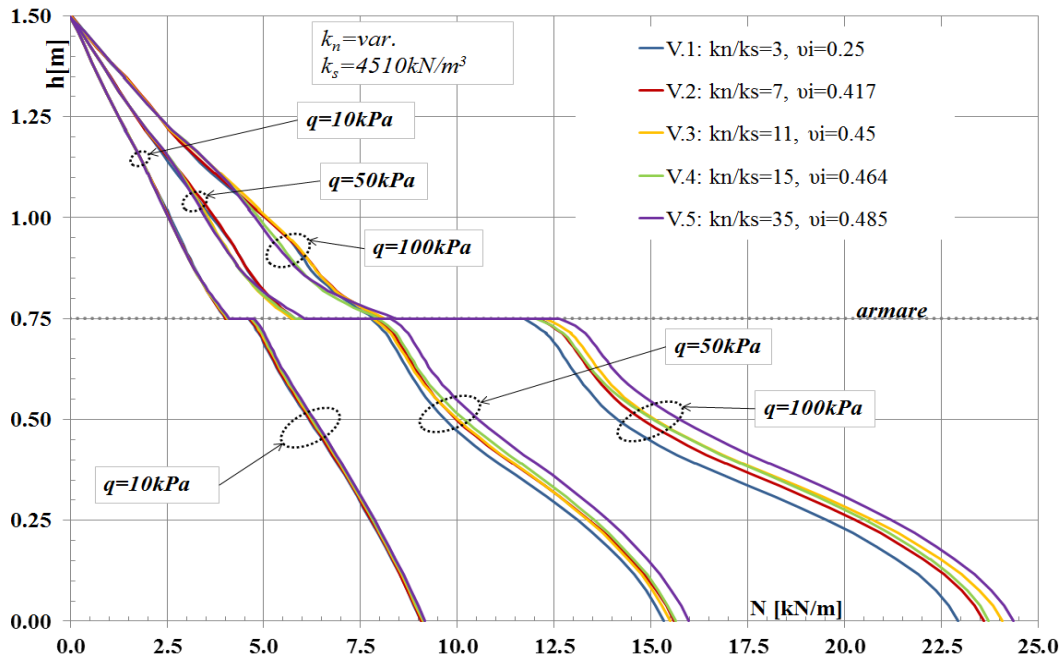
Ca și observație generală se poate admite că variația  $k_s$  nu generează modificări semnificative ale  $\sigma_n$  și  $\tau$  pe zona superioară elementului de armare. Efectul variației  $k_s$  se răsfrânge asupra diagramei  $\sigma_n$  și  $\tau$  în zona elementului de armare ( $h=0.75$  m) și pe jumătatea inferioară elementul de armare. Astfel, în zona legăturii elementului vertical cu elementul de armare, odată cu reducerea  $k_s$ , se dezvoltă accentuarea apariției unor concentrări de tensiuni. Pe zona de sub elementul de armare se poate observa o reducere a valorilor tensiunilor tangențiale odată cu reducerea valorii  $k_s$ . Toate aceste tendințe se accentuează sub suprasarcini exterioare sporite.

*Analiza 2 (I1=I2).* O altă analiză constă în investigarea efectului modificării rigidității elastice la deformații normale ( $k_n = \text{var.}$ ), menținând rigiditatea elastică la deformații tangențiale cu valoare constantă :  $k_s = 4510 \text{ kN} / \text{m}^3$ . Parametri elementelor de interfață utilizați în analiza 2 sunt prezentați în Tabel 5.5.

**Tabel 5.5** Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza 2.

variante analiză	$k_n [kN / m^3]$	$k_s [kN / m^3]$	$k_n / k_s$	$\nu_i$
V. 1	13530	4510	3	0.25
V. 2	31570	4510	7	0.417
V. 3	49700	4510	11	0.45
V. 4	67650	4510	15	0.464
V. 5	157850	1420	35	0.485

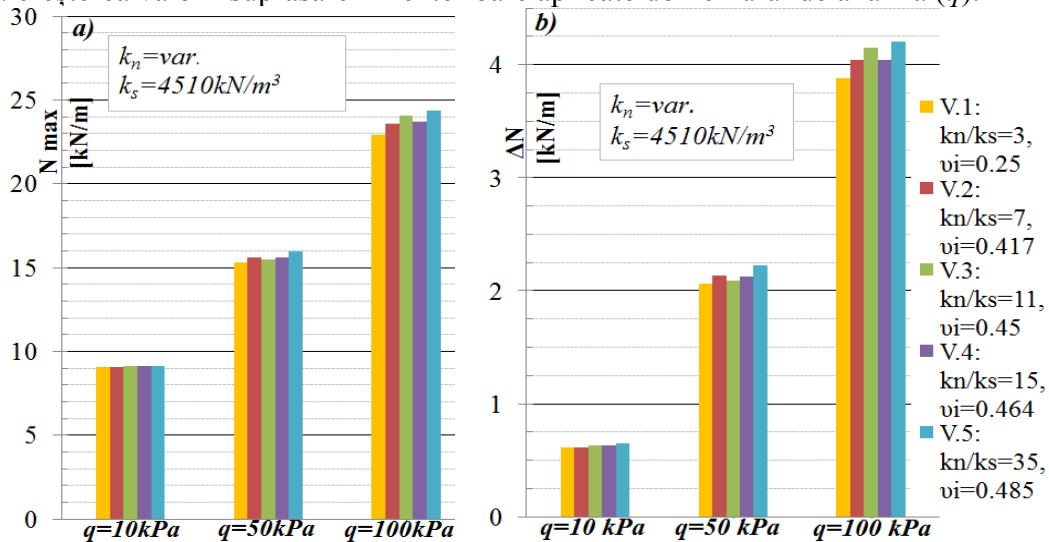
Efectul variația valorii  $k_n$  (I1=I2) asupra diagramei de variație N în elementul vertical se poate observa în Figura 5.126.



**Fig. 5.126.** Efectul variației  $k_n$  (A2:I1=I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.

Analizând rezultatele obținute, se poate admite că odată cu creșterea  $k_n$ , elementul vertical va înregistra valori superioare  $N$  pe jumătatea situată sub elementul de armare. Pe a doua jumătate (zona superioară elementului de armare) variațiile  $N$  generate de modificarea  $k_n$  nu sunt semnificative.

Efectul creșterii  $k_n$  asupra valorii  $N_{max}$  este surprins în Figura 5.127–a, respectiv asupra saltului în diagrama  $N$ ,  $\Delta N$ , se poate observa în Figura 5.127–b. Analizând Figura 5.127, se observa că odată cu creșterea  $k_n$ , variația  $N_{max}$  înregistrează o ușoară tendință de creștere. Efectul asupra  $\Delta N$  înregistrează aceeași tendință cu variația  $N_{max}$ . Diferențele obținute se amplifică ușor odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).



**Fig. 5.127.** Efectul variației  $k_n$  (A2:I1=I2) asupra  $N_{max}$  panou vertical (a) și asupra  $\Delta N$  (b).

Efectul creșterii  $k_n$  asupra diagramei de solicitare axială  $N$  în elementul de armare se poate observa în Figura 5.128-a.

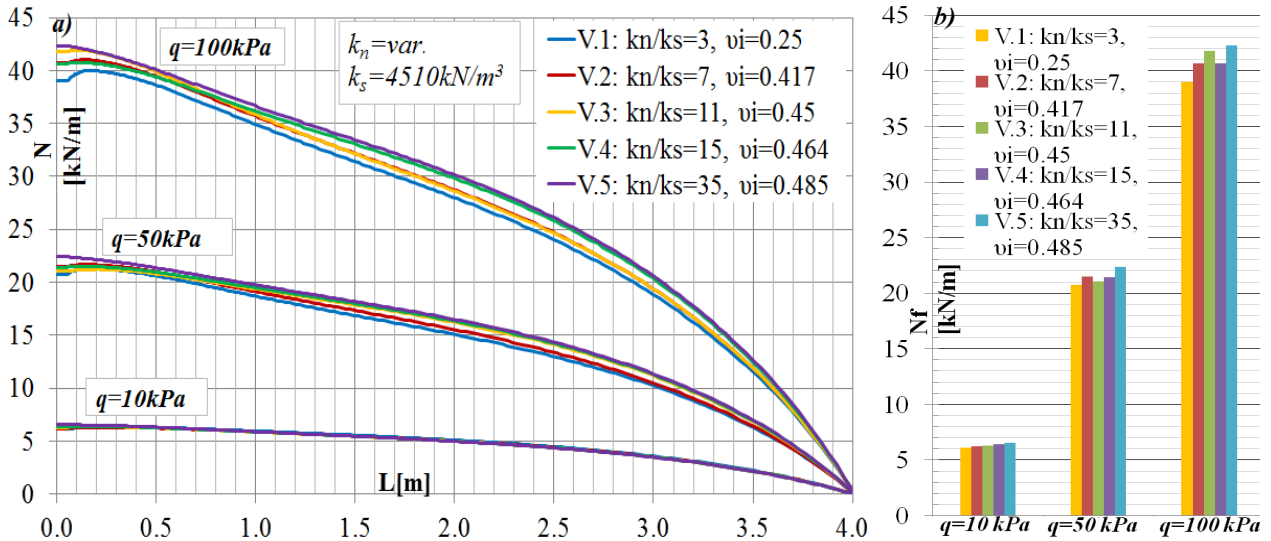


Fig. 5.128. Efectul variației  $k_n$  (A2:I1=I2) asupra variației  $N$  element armare (a) și asupra  $N_f$  (b).

La o primă analiză se poate observa că odată cu creșterea valorii  $k_n$  elementul de armare se va încărca cu valori  $N$  ușor superioare. Variația valorii solicitării axiale din elementul de armare ce se înregistrează în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) este prezentată în Figura 5.128-b și prezintă aceleași tendințe de variație ca cele enunțate anterior. Acest efect devine mai pronunțat odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare ( $q$ ) aplicate domeniului de analiză.

Efectul variației  $k_n$  asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul feței elementului vertical se poate observa în Figura 5.129 și în Figura 5.130.

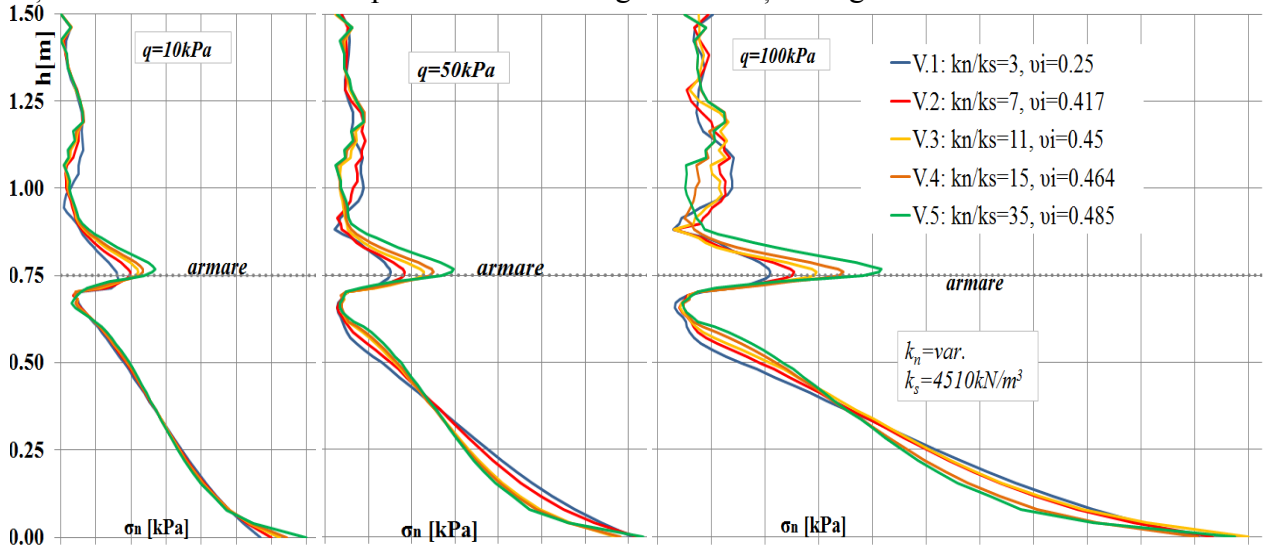
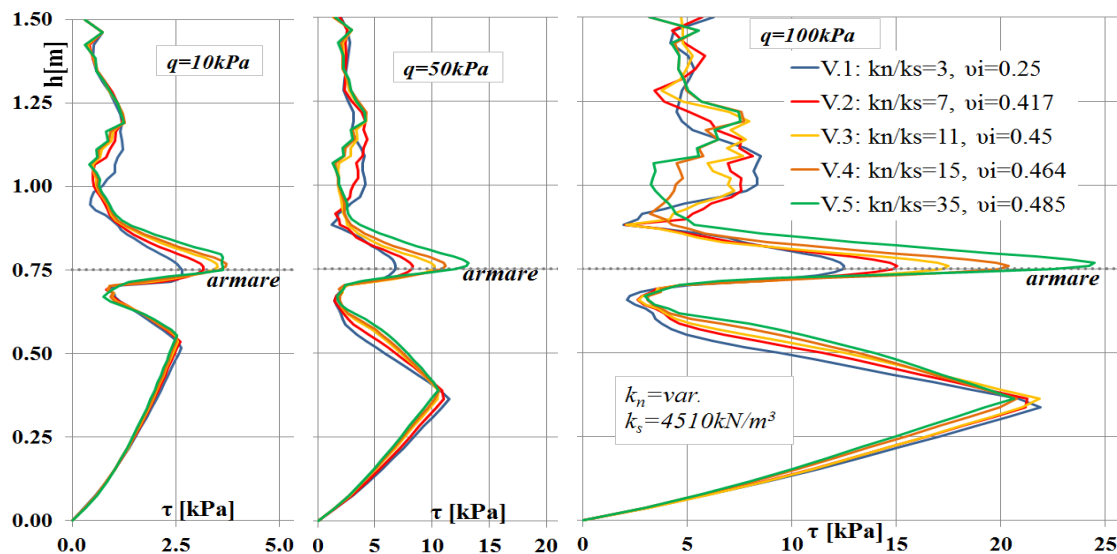


Fig. 5.129. Efectul variației  $k_n$  (A2:I1=I2) asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.



**Fig.5.130.** Efectul variației  $k_n$  (A2:I1=I2) asupra variației tensiunii tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.

Ca și observație, se poate admite că odată cu creșterea valorii  $k_n$  nu se generează modificări semnificative ale  $\sigma_n$  și  $\tau$  pe zona superioară și inferioară elementului de armare. Efectul variației  $k_n$  se răsfrânge asupra diagramei  $\sigma_n$  și  $\tau$  în zona din proxima vecinătate a elementului de armare ( $h=0.75$  m). Astfel în zona aferentă elementului de armare, odată cu creșterea raportului  $k_n$  se dezvoltă accentuarea apariției unor concentrații de tensiuni (normale și preponderent tangențiale). Toate aceste tendințe se accentuează sub suprasarcini exterioare sporite.

### 5.2.3.2.2 I1 diferit de I2

Analizele ulterioare vor investiga efectul modificării rigidităților elastice utilizând parametri de rigiditate diferiți atribuiți interfeței 1: interacțiune pământ-element vertical și interfeței 2 :interacțiune pământ-element de armare, (Fig.5.68).

*Analiza 1 (I1≠I2).* Analiza curentă investighează efectul variației rigidităților interfeței 1 (interacțiune pământ-element vertical) în timp ce interfața 2 (interacțiune pământ-element de armare) își menține constanți parametri de rigiditate ( $k_n = 49.7 \cdot 10^3 \text{ kN} / \text{m}^3$ ,  $k_s = 4510 \text{ kN} / \text{m}^3$ ). Analiza 1 admite menținerea raportului  $k_n / k_s \cong 11$  identic pentru ambele interfețe (I1 și I2). Gestiunea parametri elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale Analizei 1(I1≠I2) este expusă în Tabel 5.6.

**Tabel 5.6** Parametri de input elemente de interfață– Analiza 1(I1≠I2).

variante analiză	Interfața 1 (I1)		Interfața 2 (I2)		$k_n / k_s$	$\nu_i$	$k_n(I1) / k_n(I2)$
	$k_n [kN / m^3]$	$k_s [kN / m^3]$	$k_n [kN / m^3]$	$k_s [kN / m^3]$			
V. 1	13530	1228	49700	4510	11	0.45	0.272
V. 2	31570	2865	49700	4510	11	0.45	0.635
V. 3	49700	4510	49700	4510	11	0.45	1
V. 4	67650	6140	49700	4510	11	0.45	1.361
V. 5	157850	14324	49700	4510	11	0.45	3.176

Efectul modificării rigidităților interfeței I1 (I1≠I2), asupra diagramei de variație N în elementul vertical se poate observa în Figura 5.131.

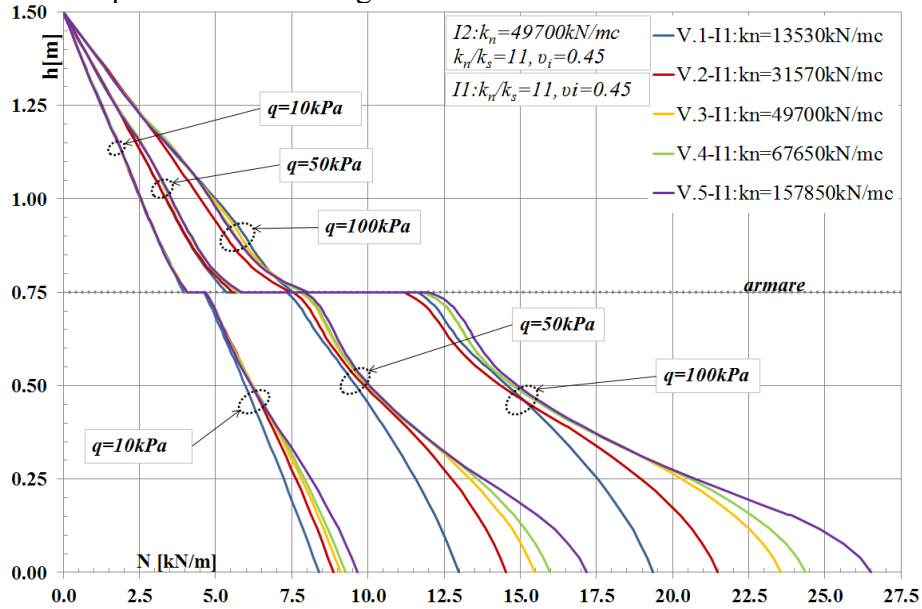


Fig.5.131. Efectul modificării rigidității I1 (A1:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale (N) în elementul vertical.

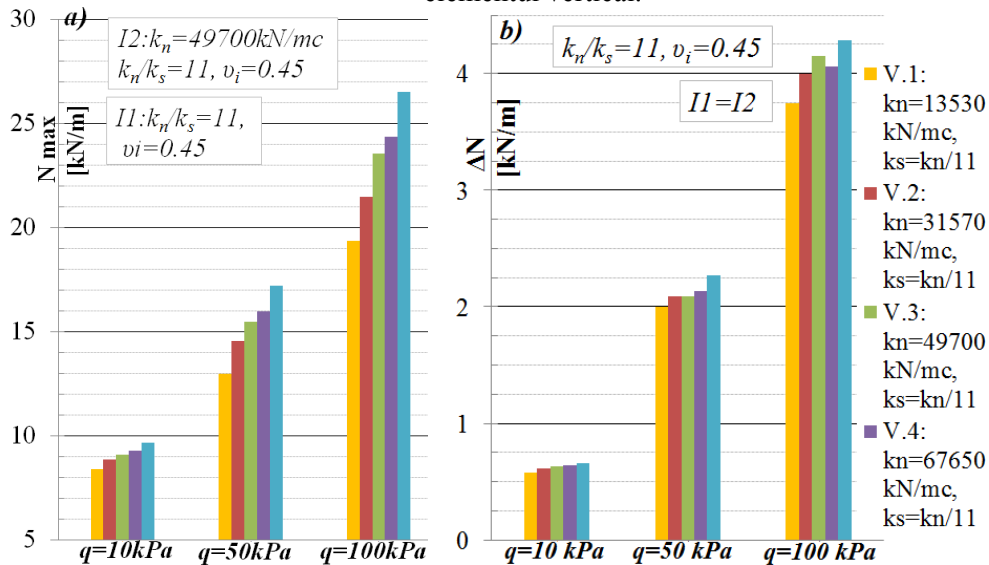
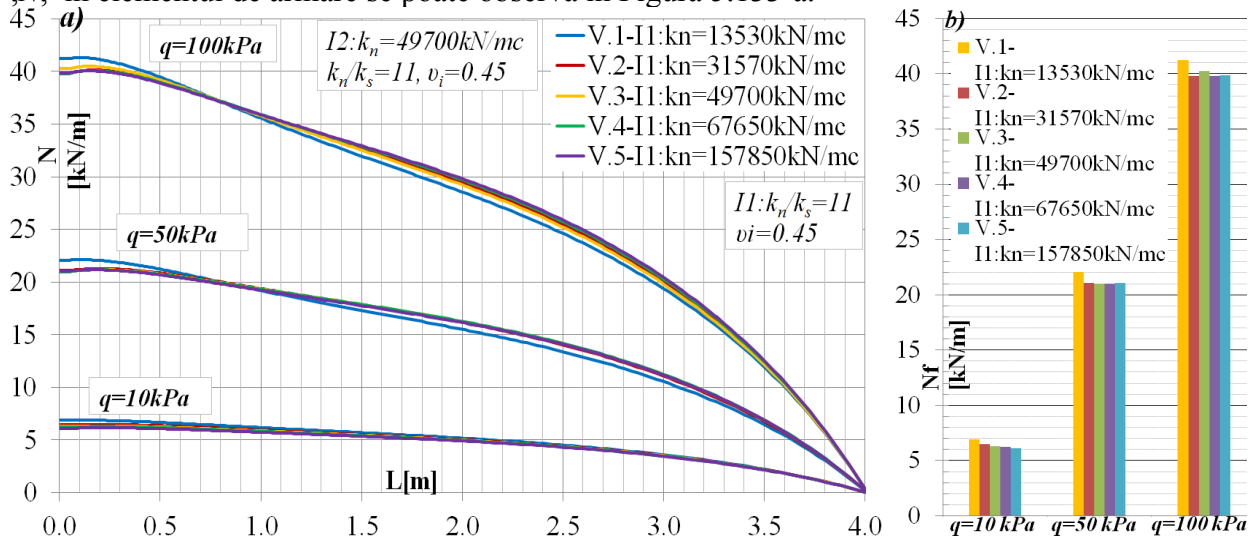


Fig.5.132. Efectul modificării rigidității I1 (A1:I1≠I2) asupra  $N_{max}$  panou vertical(a) și asupra  $\Delta N$ (b).

Se poate admite că odată cu creșterea parametrilor elastici de rigiditate ai interfeței I1, elementul vertical va înregistra valori superioare N pe zona situată inferior elementului de armare. Pe zona superioară elementului de armare, variațiile N generate de modificarea rigidității interfeței I1 nu sunt semnificative, (Fig.5.131). Efectul modificării rigidității I1 asupra valorii  $N_{max}$  este surprins în Figura 5.132-a, respectiv asupra saltului în diagrama N, ( $\Delta N$ ) în Figura 5.132-b. Se observa că odată cu creșterea rigidităților elastice ale interfeței I1, variația  $N_{max}$  înregistrează o tendință de creștere. Efectul asupra  $\Delta N$  este cvasi-similar cu efectul asupra  $N_{max}$ . Diferențele obținute tind să se amplifice ușor odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză (q).



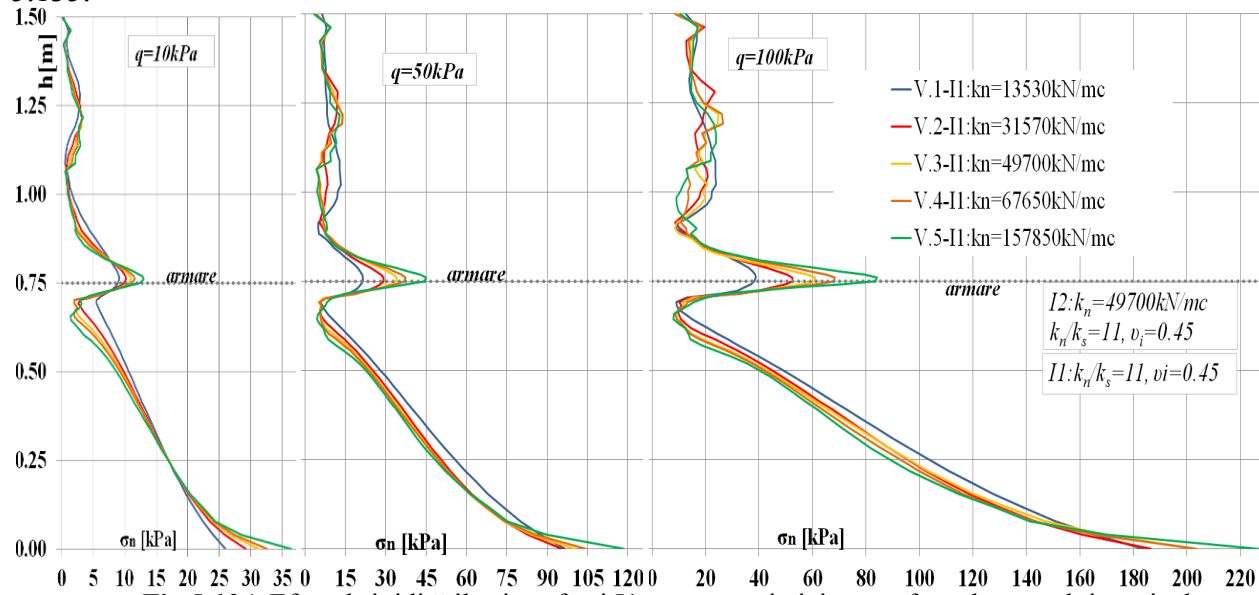
Efectul modificării rigidităților elastice a interfeței I1 asupra diagramei de solicitare axială  $N$ , în elementul de armare se poate observa în Figura 5.133-a.



**Fig.5.133.** Efectul rigidității I1 ( $A1:I1 \neq I2$ ) asupra variației  $N$  element armare (a) și asupra  $N_f$  (b).

Se poate observa că efectul modificării rigidităților interfeței I1, nu generează diferențe semnificative ale solicitării axiale mobilizate în elementul de ranforsare. Variația valorii solicitării axiale ce se înregistrează în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) este prezentată în Figura 5.133-b și prezintă aceleași tendințe de variație ca cele enunțate anterior.

Efectul variației rigidităților interfeței I1 asupra diagramei tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul feței elementului vertical se poate observa în Figura 5.134 și în Figura 5.135.



**Fig.5.134.** Efectul rigidităților interfeței I1 asupra variației  $\sigma_n$  pe fața elementului vertical.

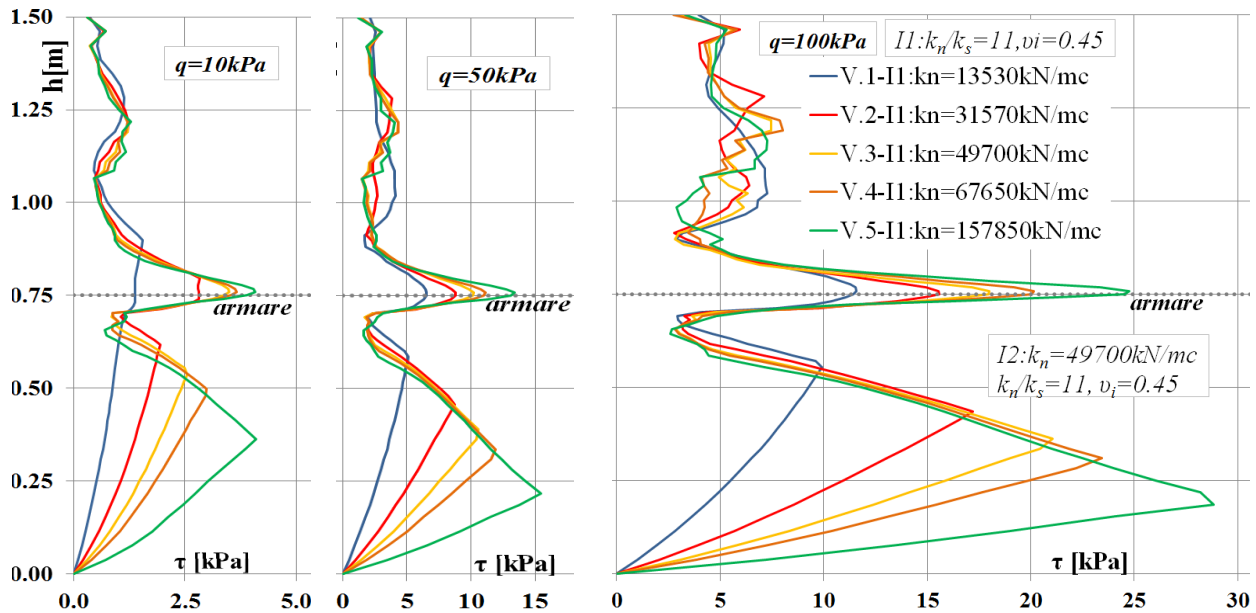


Fig.5.135. Efectul rigidităților interfeței I1 ( $A1:I1 \neq I2$ ) asupra variației  $\tau$  pe fața elementului vertical.

În urma analizei rezultatelor obținute, se poate admite că variația rigidităților interfeței I1 nu generează modificări semnificative ale diagramei  $\sigma_n$ . Creșterea rigidităților elastice ale interfeței I1 generând o ușoară amplificare ale maximelor locale ale tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) înregistrate în dreptul elementului de armare ( $h=0.75\text{m}$ ). Pe de altă parte, variația rigidităților interfeței I1 generează modificări semnificative ale diagramei  $\tau$  de-a lungul suprafeței elementului vertical. Astfel, odată cu creșterea rigidităților elastice ale elementelor de interfață, se înregistrează creșteri masive ale valorilor  $\tau$  atât în zona elementului de armare ( $h=0.75\text{m}$ ) dar mai ales pe zona inferioară a elementului de armare ( $h=0\text{ m} \dots 0.75\text{ m}$ ). Se mai observă că punctul de maxim al diagramei  $\tau$  situat în jumătatea inferioară elementului de armare coboară odată cu creșterea rigidității interfeței I1, iar odată cu coborârea acestuia, valoarea maximă crește semnificativ. Toate aceste tendințe se accentuează sub suprasarcini exterioare sporite. Astfel pentru  $q=100\text{kPa}$  valoarea  $\tau_{\max}$  pe zona  $h=0.00\text{m} \dots 0.75\text{ m}$  este de  $9.93\text{ kPa}$  (V.1) respectiv de  $28.85\text{ kPa}$  (V.5), înregistrând un spor maxim de modificare de  $+190.5\%$ , aferent unui spor de creștere a rigidităților interfeței I1 de  $+1066.45\%$ .

*Analiza 2 ( $I1 \neq I2$ ).* Analiza 2 ( $I1 \neq I2$ ) investighează variația rigidităților interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare), în timp ce interfața I1 (interacțiune pământ-element vertical) își menține constanți parametri de rigiditate ( $k_n = 49.7 \cdot 10^3\text{ kN/m}^3$ ,  $k_s = 4510\text{ kN/m}^3$ ). Se admite menținerea raportului  $k_n/k_s \cong 11$  identic pentru ambele interfețe. Gestiunea parametrilor elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale Analizei 2 ( $I1 \neq I2$ ) este prezentată în Tabel 5.7.

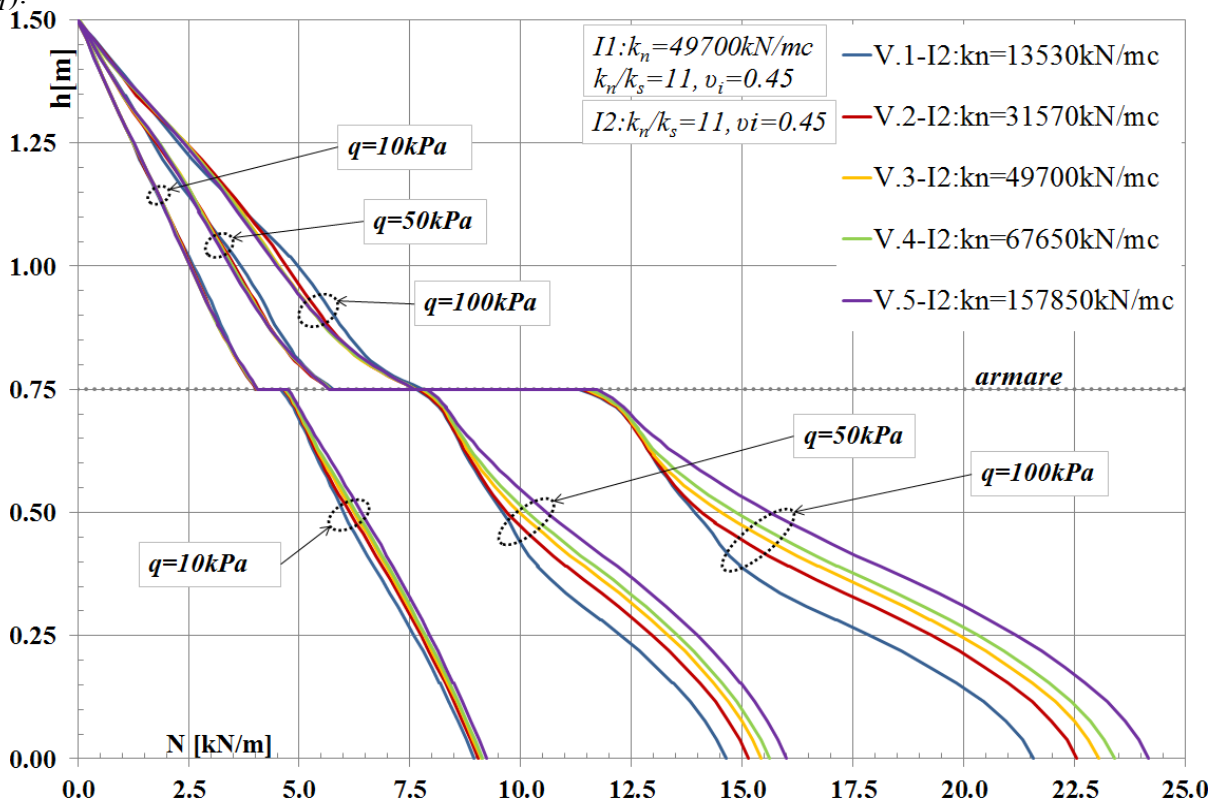


**Tabel 5.7** Parametri de input elemente de interfață– Analiza 2 (I1≠I2).

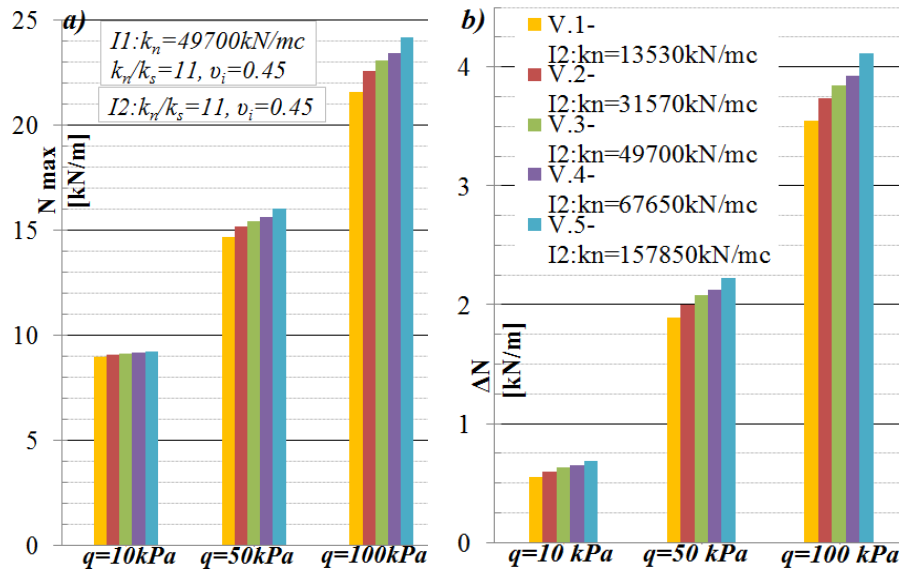
variante analiză	Interfața 1 (I1)		Interfața 2 (I2)		$k_n / k_s$	$\nu_i$	$\frac{k_n(I1)}{k_n(I2)}$
	$k_n [kN / m^3]$	$k_s [kN / m^3]$	$k_n [kN / m^3]$	$k_s [kN / m^3]$			
V. 1	49700	4510	13530	1228	11	0.45	3.673
V. 2	49700	4510	31570	2865	11	0.45	1.574
V. 3	49700	4510	49700	4510	11	0.45	1
V. 4	49700	4510	67650	6140	11	0.45	0.735
V. 5	49700	4510	157850	14324	11	0.45	0.315

Efectul modificării rigidităților interfeței I2 (I1≠I2), asupra diagramei de variație N în elementul vertical se poate observa în Figura 5.136.

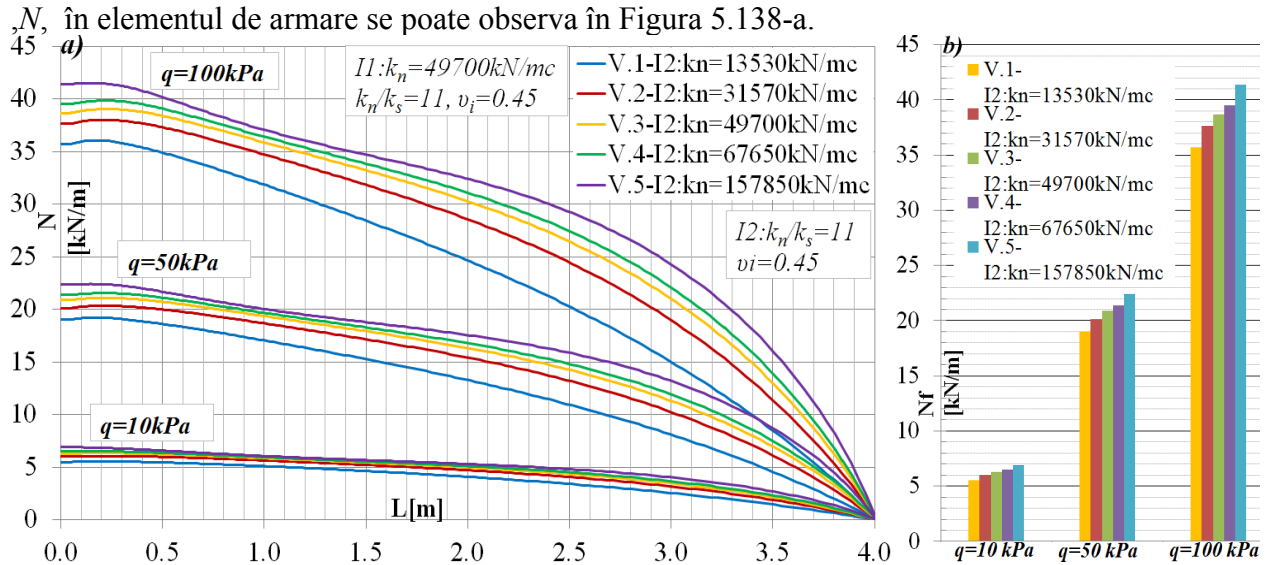
Se poate observa că odată cu creșterea parametrilor elastici de rigiditate ai interfeței I2, elementul vertical va înregistra valori superioare N pe zona situată sub elementului de armare. Pe zona superioară elementului de armare, variațiile N generate de modificarea rigidității interfeței I2 sunt ne semnificative, (Fig.5.136). Efectul modificării rigidității I2 asupra  $N_{max}$  este surprins în Figura 5.137–a, respectiv asupra saltului în diagrama N ( $\Delta N$ ) se poate observa în Figura 5.137–b. Odată cu creșterea rigidităților elastice ale interfeței I2, variația  $N_{max}$  înregistrează o tendință de creștere. Efectul asupra  $\Delta N$  este similar cu efectul asupra  $N_{max}$ . Diferențele obținute tind să se amplifice ușor odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).



**Fig.5.136.** Efectul modificării rigidității I2 (A2:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale (N) în elementul vertical.



**Fig.5.137.** Efectul modificării rigidității I2 (A2:I1≠I2) asupra  $N_{max}$  panou vertical(a) și asupra  $\Delta N$ (b). Efectul modificării rigidităților elastice a interfeței I2 asupra diagramei de solicitare axială



Odată cu creșterea rigidităților interfeței I2, elementul de ranforsare se va încărca cu valori  $N$  superioare. Variația valorii solicitării axiale din elementul de armare ce se înregistrează în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) este prezentată în Figura 5.138-b și prezintă aceleași tendințe de variație ca cele enunțate anterior.

Efectul variației rigidităților interfeței I2 asupra diagramei tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul feței elementului vertical se poate observa în Figura 5.139 și în Figura 5.140.

Se observă că variația rigidităților interfeței I2 nu generează modificări semnificative ale diagramei  $\sigma_n$ . Totuși, creșterea rigidităților elastice ale interfeței I2 generează o ușoară reducere ale valorilor maxime ale tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) înregistrate în dreptul elementului de armare ( $h=0.75m$ ). Variația rigidităților interfeței I2 generează ușoare modificări ale diagramei  $\tau$ . În

aceeași tentă, odată cu creșterea rigidităților elastice ale interfeței I2, se înregistrează ușoare reduceri ale valorilor  $\tau$  în zona elementului de armare ( $h=0.75\text{m}$ ). Se mai observă că punctul de maxim al diagramei  $\tau$  situat în zona inferioară elementului de armare urcă odată cu creșterea rigidității interfeței I2, fără să înregistreze variații semnificative (păstrează o valoare cvasi-identică).

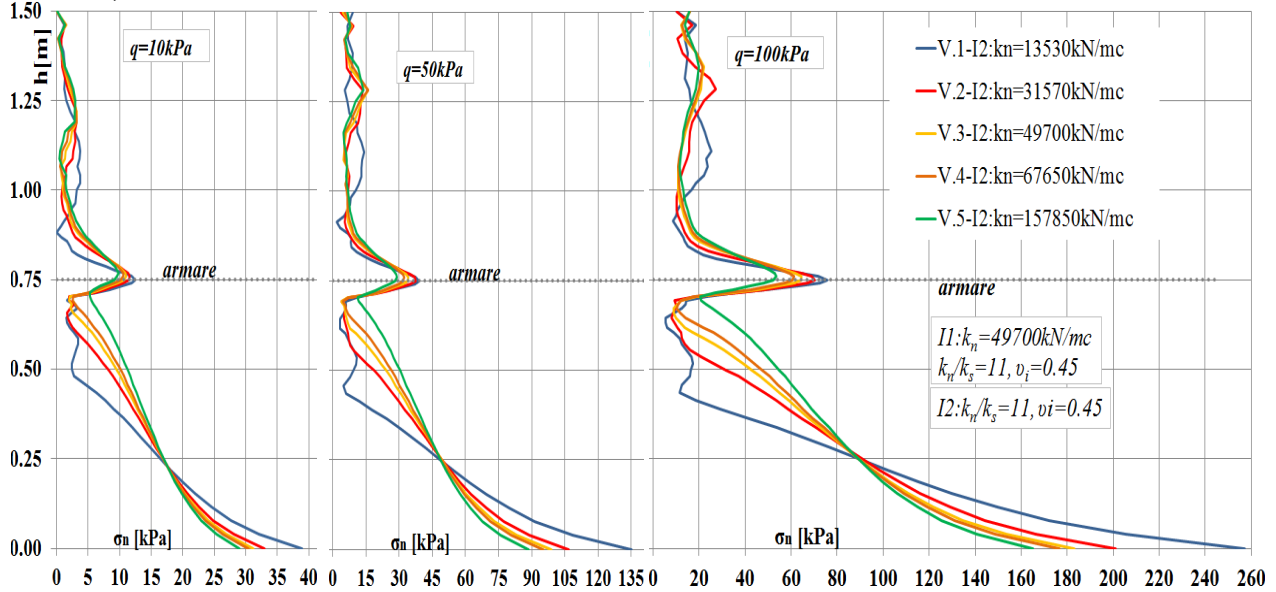


Fig. 5.139. Efectul rigidităților interfeței I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.

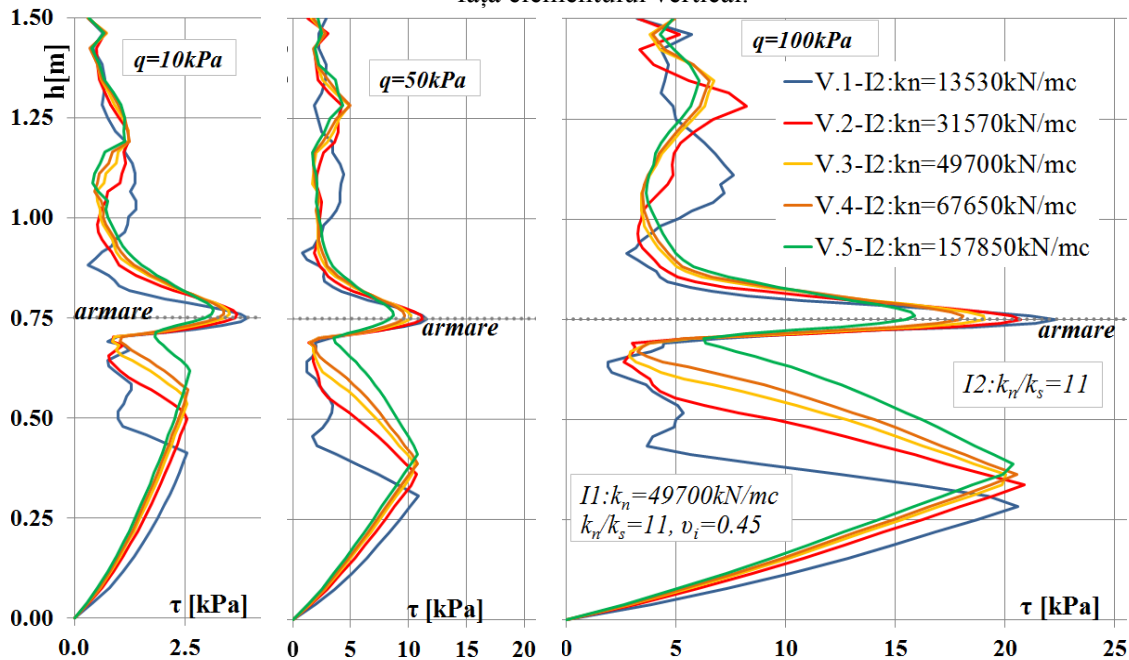


Fig. 5.140. Efectul rigidităților interfeței I2 ( $A2:I1 \neq I2$ ) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.

### 5.2.3.2.3. Aspecte generale privind variația rigidităților elementelor de interfață

Sistemele de sprijin din pământ ranforsat reprezintă o problemă complexă, ce implică interacțiunea teren structură la nivel multiplu (teren –element de parament și teren – element de ranforsare). Modelarea numerică a unor astfel de sisteme mecanice este o problemă sensibilă și necesită o atenție deosebită în ceea ce privește construirea domeniului de analiză și modul în care se utilizează elementele de interfață. Parametrii de rigiditate în domeniul elastic ai materialelor ce definesc domeniului de analiză reprezintă factor determinant în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat.

Rigiditatea pământului ranforsat se dovedește a fi unul dintre elementele ce reprezintă un factor determinant în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat. Astfel odată cu creșterea rigidității pământului ranforsat pus în operă, se reduc solicitările mobilizare în elementele structurale ale celulei de ranforsare (elementul de parament și elementul de armare), respectiv se reduc tensiunile tangențiale și normale mobilizate la nivelul suprafețelor de contact (în elementele de interfață). Aceste efecte se justifică prin faptul că odată cu creșterea rigidității pământului ranforsat pus în operă, are loc o diminuare a stării de deformații în pământ. Altfel spus, calitatea compactării pământului pus în operă joacă un rol esențial în comportarea mecanică a structurilor de pământ armate.

Parametrii de rigiditate a elementelor de interfață, reprezintă un alt element ce influențează răspunsul mecanic estimat. Astfel creșterea parametrilor de rigiditate ai interfeței prin care se modelează contactul dintre elementul vertical de parament și pământ (interfață I1) are drept efect o amplificare a solicitărilor din cadrul elementului vertical și o reducere ușoară (nesemnificativă) a solicitărilor mobilizate în elementul de ranforsare. De asemenea efectul se va răsfrânge și asupra tensiunilor mobilizate pe fața elementului vertical printr-o ușoară accentuare a maximelor din zona punctului de legătură a elementului vertical cu elementul de armare.

Creșterea parametrilor de rigiditate ai interfeței prin care se modelează contactul dintre elementul de ranforsare și pământ (interfață I2) are drept efect o amplificare a solicitărilor din cadrul elementului vertical și a elementului de ranforsare. Efectul asupra tensiunilor mobilizate pe fața elementului vertical se resimte printr-o reducere evidențiată în special în zona de îmbinare a elementul de parament cu elementul de ranforsare.

Creșterea rigidității tangențiale,  $k_s$ , a elementelor de interfață dispuse la nivelul contactului pământului cu elementul de parament și a elementului de ranforsare (interfață I1 și I2) are drept efect o amplificare a solicitărilor mobilizate în elementul vertical și elementul de ranforsare. Efectul asupra tensiunilor normale mobilizate pe fața elementului vertical este nesemnificativ, observându-se o ușoară reducere în zona legăturii dintre elementul vertical și elementul de ranforsare. În ceea ce privește tensiunile tangențiale mobilizate pe fața elementului vertical, odată cu creșterea  $k_s$  (pentru I1 și I2) se observă o amplificare a tensiunilor pe zona inferioară elementului de armare.

Creșterea rigidității normale,  $k_n$ , a elementelor de interfață dispuse la nivelul contactului pământului cu elementul de parament și a elementului de ranforsare (interfață I1 și I2) are drept efect o amplificare ușoară (nesemnificativă) a solicitărilor mobilizate în elementul vertical și elementul de ranforsare. Creșterea valorii  $k_n$  nu generează variații semnificate asupra variației tensiunilor mobilizate pe fața elementului vertical, observându-se doar o amplificare ușoară

(neseemnificativă) a maximelor locale din dreptul punctului de legătură a elementului vertical cu elementul de armare.

Se poate desprinde concluzia că parametri de rigiditate ai elementelor de interfață prin care se modelează interacțiunea au un rol important în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat al celulei de ranforsare. Elementele de interfață prin care se modelează contactul dintre elementul vertical de parament și pământ (interfață I1) au o influență semnificativă asupra solicitărilor mobilizate în elementul vertical și asupra tensiunilor mobilizate pe fața elementului vertical, iar elementele de interfață prin care se modelează contactul dintre elementul de ranforsare și pământ (interfață I2) au o influență semnificativă asupra solicitărilor mobilizate în elementului de ranforsare. Răspunsul mecanic al sistemului este astfel puternic influențat de modul de comportare a elementelor de interfață prin care se simulează suprafețele de contact. Se observă astfel că odată cu creșterea parametrilor de rigiditate are loc o încărcare superioară a elementelor structurare ale sistemului de interacțiune.

Altfel spus, se poate desprinde concluzia că odată cu creșterea parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței se generează amplificarea transferului de solicitări de la masa de pământ spre elementele structurare. Acest lucru are drept efect reducerea stării de tensiune și de deformație mobilizată în interiorul masei de pământ. Se poate spune că prin intermediul parametrilor de rigiditate a elementelor de interfață se "calibrează" mecanismul de transfer a solicitărilor dintre masa de pământ și elementele de ranforsare. Acest efect are o importanță deosebită în ceea ce privește estimarea comportării mecanice a structurilor de sprijin din pământ ranforsat, întrucât mecanismul de transfer dintre pământ și elementele de ranforsare determină echilibrul global al domeniului de analiză și implicit starea de deformații a întregului sistem mecanic. Controlul real al parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței se poate realiza în practică prin modificarea rugozității suprafeței de contact.

#### **5.2.4. Efectul variației rezistenței la nivelul interfețelor**

În vederea surprinderii efectului parametrilor de rezistență la lunecare a elementelor de interfață s-au realizat analize succesive pe modelul de analiză A4-B2 corespunzător Fig.5.68, cu discretizarea corespunde setărilor denumite generic: "discretizare f. fina". În vederea surprinderii efectului investigat s-au realizat două categorii de analize:

5.2.4.1. *I1 identic cu I2* ( $I1 \equiv I2$ ): parametri de material identici asignați interfeței I1: interacțiune element vertical - pământ și I2: interacțiune element de armare – pământ. (Fig.5.68).

5.2.4.2. *I1 diferit de I2* ( $I1 \neq I2$ ): parametri de material diferiți atribuiți interfeței I1: interacțiune element vertical - pământ și I2: interacțiune element de armare – pământ, (Fig.5.68).

##### **5.2.4.1. I1 identic cu I2**

Parametrii de material atribuiți pământului sunt:  $\gamma_s = 18kN / m^3$ ,  $E_s = 5000kPa$ ,  $\nu_s = 0.3$ ,  $\varphi_s = 44^\circ$ ,  $c_s = 1kPa$ ,  $\psi_s = 14^\circ$ ,  $\sigma_{l,s} = 0kPa$ . Parametrii de rigiditate atribuiți elementelor de

interfață sunt:  $k_n = 49.7 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^3$ ,  $k_s = 4510 \text{ kN/m}^3$  cu un raport  $k_n/k_s = 11.02$  și cu un coeficient de deformație transversală a interfeței  $\nu_i = 0.45$ . Analizele ulterioare vor investiga efectul modificării parametrilor de rezistență la lunecare atribuiți ambelor interfețe, asupra răspunsului mecanic al domeniului de analiză

*Analiza R1 (I1=I2).* Analiza R1 (I1=I2) admite existența unor parametri identici ai rezistenței la forfecare pentru interfața 1 și pentru interfața 2. Astfel unghiul de dilatanță și rezistența la întindere vor avea valorile prestabilite ( $\psi_i = 0^\circ$ ,  $\sigma_{t,i} = 0 \text{ kPa}$ ), iar adeziunea,  $c_i$  și unghiul de frecare la nivelul interfeței,  $\varphi_i$  se vor modifica progresiv. Parametrii de forfecare la nivelul interfeței se vor considera ca parametri de cedare la vârf, fără a se lua în considerare comportarea post-vârf/reziduală, (Fig.5.141). Se admite criteriul Mohr-Coulomb ca și criteriu de cedare la lunecare iar parametrii de rezistență ai interfeței se vor obține pe baza coeficientului de reducere  $R_{inter}$  aplicat parametrilor de rezistență a pământului:

$$\varphi_i = a \tan [R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)] \quad (5.44)$$

$$c_i = R_{inter} \cdot c_s \quad (5.45)$$

$$\tau_{p,i} = \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) + c_i \quad (5.46)$$

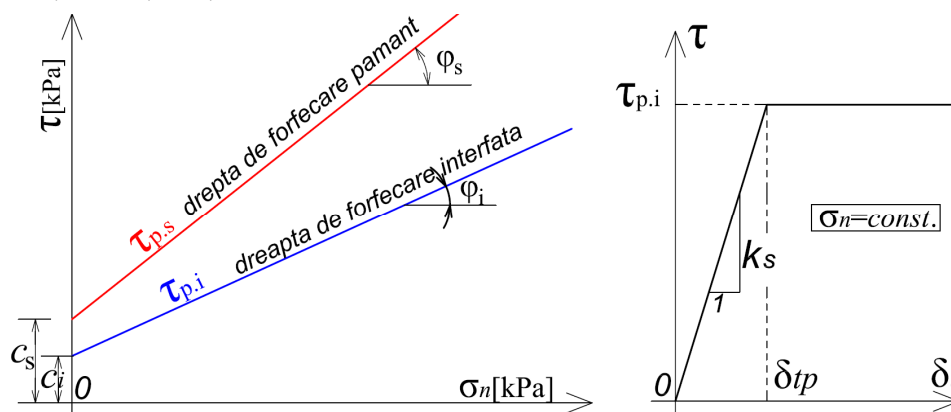


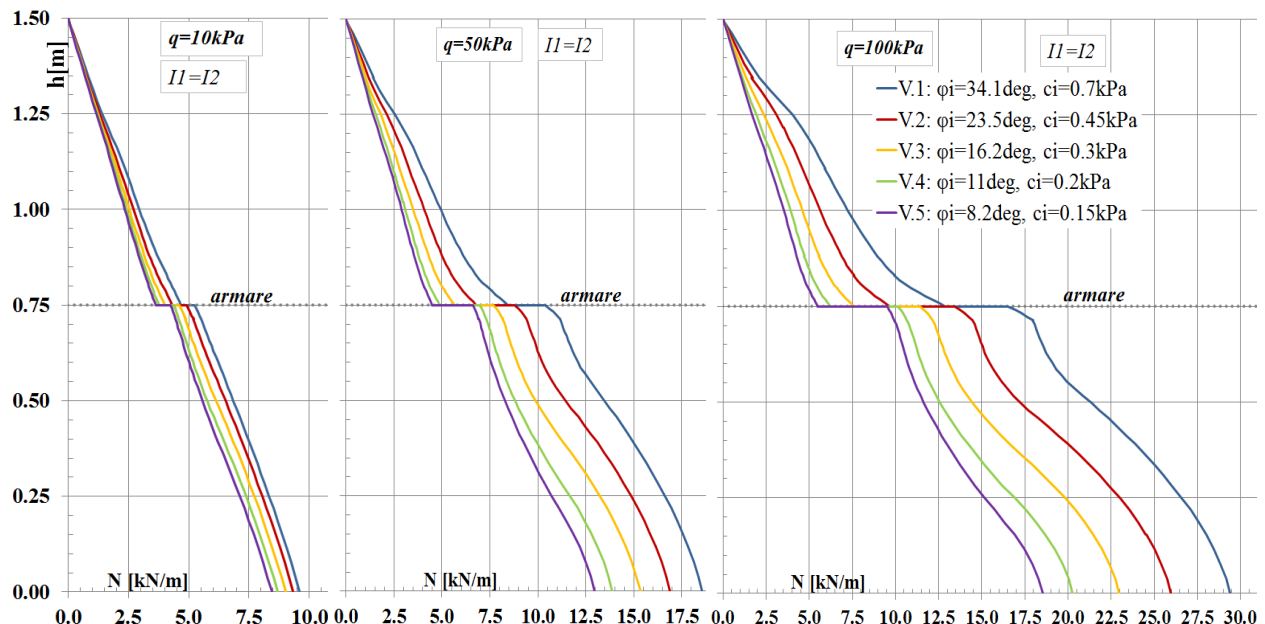
Fig.5.141. Comportarea la lunecare liniar elastică perfect plastică la nivelul interfeței.

Gestiunea parametrilor elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale analizei R1 este expusă în Tabel 5.8.

**Tabel 5.8** Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza R1.

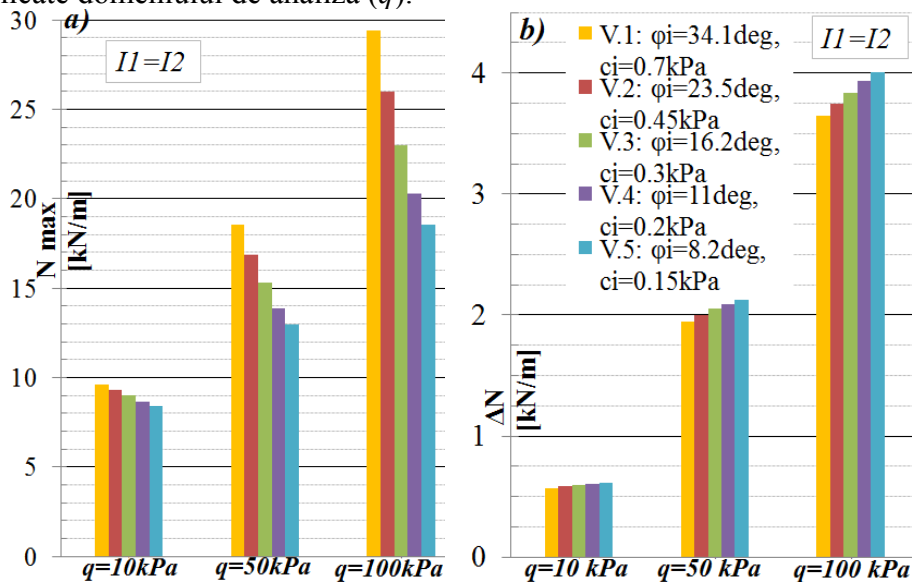
Variante analiză	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$
V. 1	34.1	0.7	0.7
V. 2	23.5	0.45	0.45
V. 3	16.2	0.3	0.3
V. 4	11	0.2	0.2
V. 5	8.2	0.15	0.15

Efectul modificării concomitente a rezistenței la lunecarea interfețelor I1 și I2 (I1=I2), asupra diagramei de variație  $N$  în elementul vertical se poate observa în Figura 5.136.



**Fig.5.142.** Efectul rezistenței la forfecare a interfețelor (R1:I1=I2) asupra variației solicitării axiale (N) în elementul vertical.

La o analiză globală se poate admite că odată cu creșterea rezistenței la forfecare la nivelul interfețelor I1 și I2 se vor înregistra valori superioare N pe toată înălțimea elementului vertical. Diferențele obținute tind să se amplifice odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).



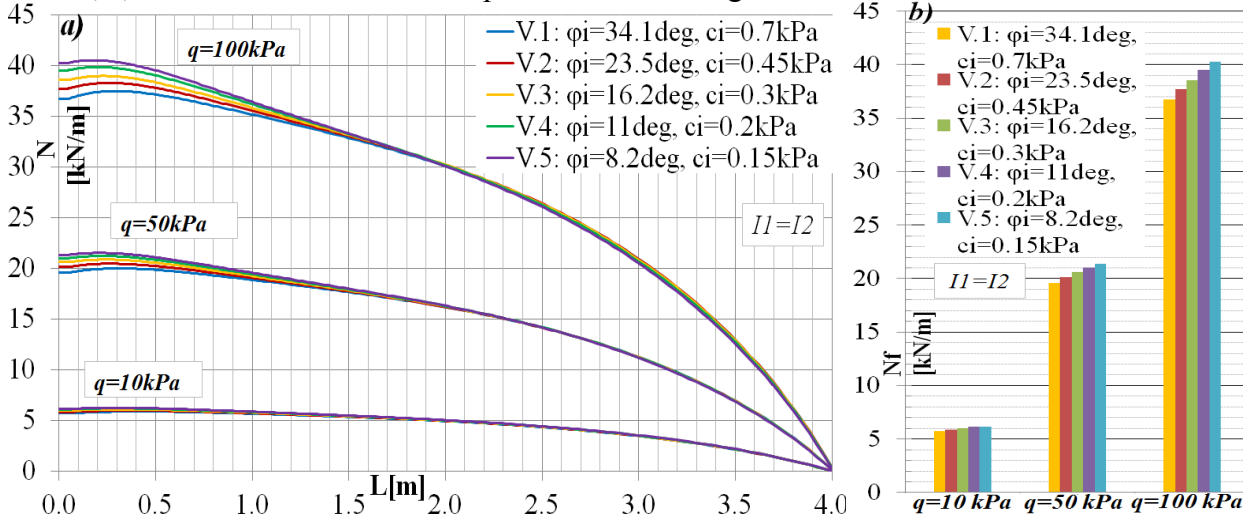
**Fig.5.143.** Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor (R1:I1=I2) asupra  $N_{max}$  panou vertical(a) și asupra  $\Delta N$ (b).

Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor asupra  $N_{max}$  este surprins în Fig.5.143–a, respectiv asupra saltului în diagrama N, ( $\Delta N$ ) se poate observa în Figura 5.143–b. Analizând Figura 5.143 se observă că odată cu creșterea rezistenței la forfecare la nivelul interfețelor, variația  $N_{max}$  înregistrează o tendință de creștere (Fig.5.143–a). Efectul asupra  $\Delta N$  este opus în raportul cu variația  $N_{max}$ . Astfel, creșterea rezistenței la forfecare la nivelul



interfețelor induce reducerea valorii saltului în diagrama  $N$ , ( $\Delta N$ ) din dreptul elementului de armare, (Fig.5.143–b). Diferențele obținute se amplifică gradual odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).

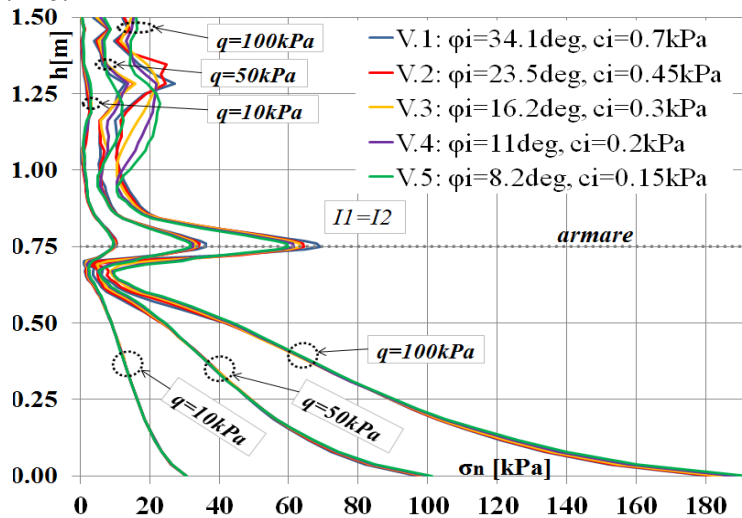
Efectul modificării rezistențelor la forfecare a interfețelor asupra diagramei de solicitare axială  $N$ , în elementul de armare se poate observa în Figura 5.144-a.



**Fig.5.144.** Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor (R1:I1=I2) asupra variației  $N$  element armare (a) și asupra valorii  $N_f$  (b).

La o primă analiză se poate observa că odată cu creșterea rezistenței la forfecare, elementul de ranforsare se va încărca cu valori  $N$  inferioare (solicitarea axială mobilizată în elementul de armare se va diminua). Variația valorii solicitării axiale din elementul de armare ce se înregistrează în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) este prezentată în Figura 5.144-b și prezintă aceleași tendințe de variație ca cele enunțate anterior.

Efectul variației rezistenței la alunecare la nivelul interfețelor asupra diagramei tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul feței elementului vertical se poate observa în Figura 5.145 și în Figura 5.146.



**Fig.5.145.** Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor I2 (R1:I1=I2) asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.



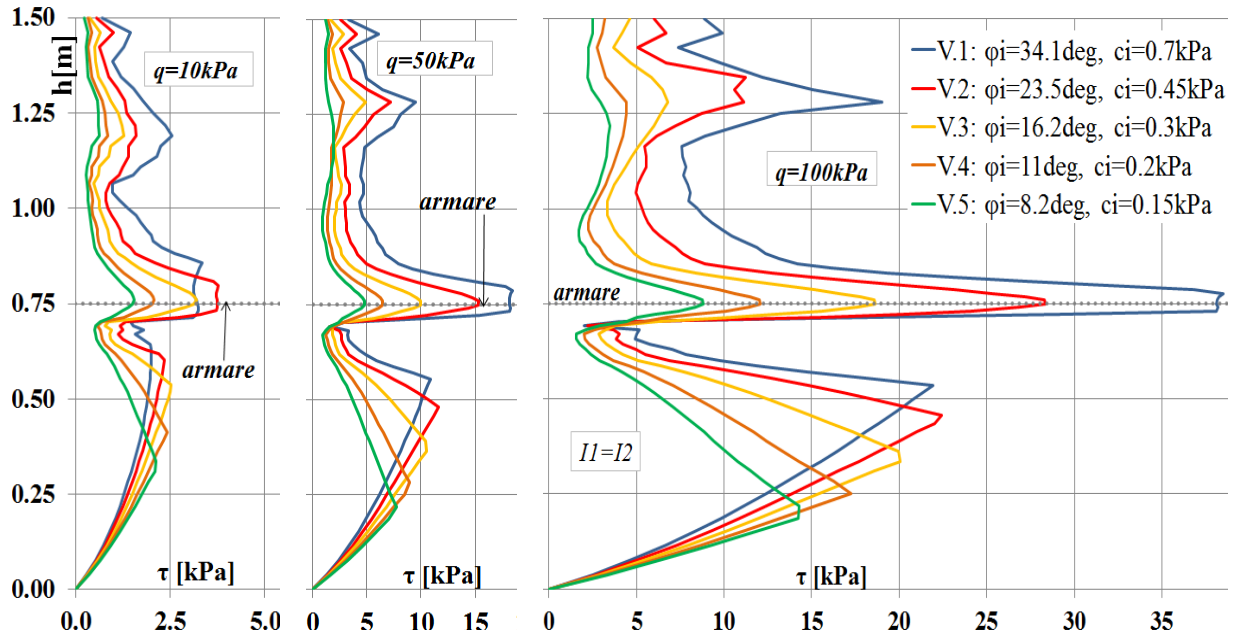


Fig.5.146. Efectul modificării rezistenței la forfecare a interfețelor I2 (R1:I1=I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.

Ca și observații generale se poate admite că variația rezistenței la forfecare a interfețelor nu generează modificări semnificative asupra diagramei de variație  $\sigma_n$  de-a lungul înălțimii elementului vertical. Creșterea rezistenței la forfecare a interfețelor va genera însă o amplificare a tensiunilor tangențiale  $\tau$  pe zona elementului vertical situată deasupra elementului de armare și în zona din vecinătatea punctului de legătură a elementului vertical cu elementul de armare. Pe zona inferioară elementului de armare maximul local al tensiunii tangențiale prezintă tendințe de accentuare la valorile mari ale rezistenței la forfecare. O altă tendință a variației  $\tau$  pe zona inferioară elementului de armare constă în coborârea punctului de maxim local  $\tau$  odată cu diminuarea rezistenței la forfecare a elementelor de interfață.

*Analiza R2 (I1=I2).* Analiza R2 (I1=I2) admite existența unor parametri identici ai rezistenței la forfecare pentru interfața 1 și pentru interfața 2. Astfel unghiul de dilatanță și rezistența la întindere vor avea valorile prestabilite anterior:  $\psi_i = 0^\circ$ ,  $\sigma_{t,i} = 0kPa$ . Se admite criteriul Mohr-Coulomb ca și criteriu de cedare, considerându-se comportarea la lunecare definită prin rezistența la vârf ( $\tau_{p,i}$ ) și prin rezistența reziduală ( $\tau_{r,i}$ ). Parametrii de vârf ai rezistenței la lunecare ai interfeței, ( $c_i, \varphi_i$ ) se vor obține pe baza coeficientului de reducere,  $R_{inter}$ , aplicat parametrilor de rezistență ai pământului. Adicional, parametrii reziduali ai rezistenței la lunecare ai interfeței, ( $c_{i,rez}, \varphi_{i,rez}$ ) se vor obține pe baza coeficientului de reducere rezidual,  $R_{inter,rez}$ , aplicat parametrilor de rezistență ai pământului, (Fig.5.147):

$$\varphi_{i,rez} = a \tan [R_{inter,rez} \cdot \tan(\varphi_s)] \quad (5.47)$$

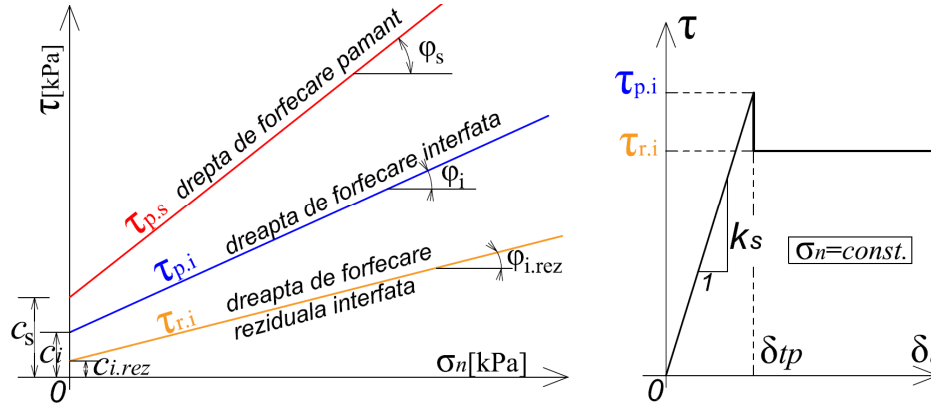
$$c_{i,rez} = R_{inter,rez} \cdot c_s \quad (5.48)$$

$$\tau_{r,i} = \sigma_n \cdot \tan(\varphi_{i,rez}) + c_{i,rez} \quad (5.49)$$

Rezistența la forfecare reziduală ,  $\tau_{r,i}$  , se definește ca o fracțiune din rezistența la vârf  $\tau_{p,i}$  . Astfel, conform propunerii anterioare, rezistența reziduală la alunecare a interfeței se va defini prin intermediul coeficientului de reducere a rezistenței la forfecare  $\alpha_r$  , utilizând următoarea formulare:

$$\tau_{r,i} = \tau_{p,i} \cdot \alpha_r \quad (5.50)$$

$$\alpha_r = \frac{\tau_{r,i}}{\tau_{p,i}} = \frac{\sigma_n \cdot \tan(\varphi_{i,rez}) + c_{i,rez}}{\sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) + c_i} = \frac{R_{inter,rez} \cdot (\sigma_n \cdot \tan(\varphi_s) + c_s)}{R_{inter} \cdot (\sigma_n \cdot \tan(\varphi_s) + c_s)} = \frac{R_{inter,rez}}{R_{inter}} \quad (5.51)$$



**Fig.5.147.** Comportarea la alunecare liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală la nivelul interfeței.

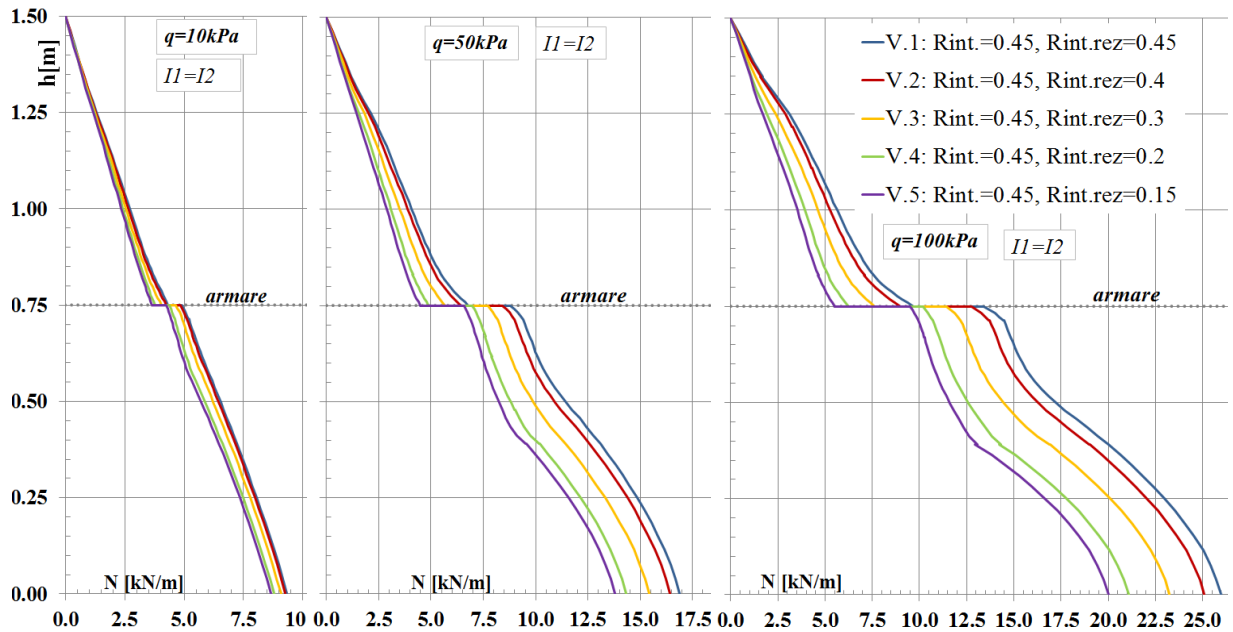
În acest caz, comportarea pe direcție tangențială a suprafeței de contact se consideră de tip liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală. Valoarea  $\alpha_r$  poate varia între 1 și 0. În cazul extrem  $\alpha_r=1$  modelul de comportare la forfecare corespunde modelului liniar elastic perfect plastic fără rezistență reziduală. În cazul extrem opus,  $\alpha_r=0$ , modelul de comportare la forfecare va descrie comportarea liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală nulă, aferent unui material perfect casant. Comportarea la alunecare simulată prin acest model corespunde unei comportări prin care se simulează o ecrusarea ”instantanee”. Prin introducerea rezistenței la alunecare reziduale se asigură reducerea supraestimării tensiunilor tangențiale în domeniul post elastic evaluate conform modelului liniar elastic perfect plastic fără rezistență reziduală. Analiza în cauză investighează variația parametrilor de forfecare reziduali ( $c_{i,rez}$  ,  $\varphi_{i,rez}$  ) asupra comportării mecanice a domeniului de analiză.

Gestiunea parametrilor elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale analizei R2 este expusă în Tabel 5.9.

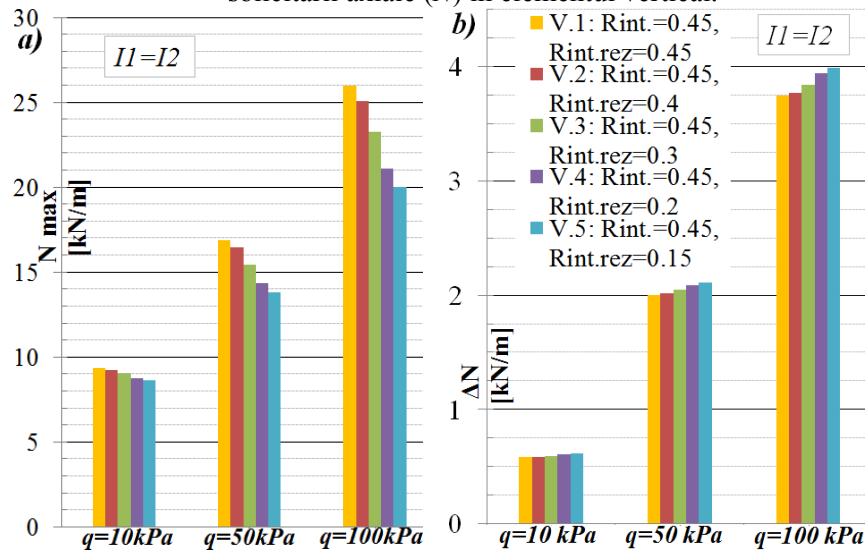
**Tabel 5.9** Parametri de input elemente de interfață I1=I2 – Analiza R2.

Variante analiză	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$\varphi_{i,rez}$ (°)	$c_{i,rez}$ (kPa)	$R_{inter}$	$R_{inter,rez}$	$\alpha_r = R_{inter,rez}/R_{inter}$
V. 1	23.5	0.45	23.5	0.45	0.45	0.45	1
V. 2	23.5	0.45	21.1	0.4	0.45	0.4	0.89
V. 3	23.5	0.45	16.2	0.3	0.45	0.3	0.67
V. 4	23.5	0.45	11	0.2	0.45	0.2	0.44
V. 5	23.5	0.45	8.2	0.15	0.45	0.15	0.33

Efectul modificării concomitente a rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor I1 și I2 (I1=I2), asupra diagramei de variație N în elementul vertical se poate observa în Figura 5.148.



**Fig. 5.148.** Efectul rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor ( $R2:I1=I2$ ) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.



**Fig. 5.149.** Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor ( $R2:I1=I2$ ) asupra valorii  $N_{max}$  panou vertical(a) și asupra valorii  $\Delta N$ (b).

Conform rezultatelor obținute, se poate admite că odată cu creșterea rezistenței reziduale la forfecare la nivelul interfețelor  $I1$  și  $I2$  se vor înregistra valori superioare  $N$  pe toată înălțimea elementului vertical. Diferențele obținute tind să se amplifice odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).

Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor asupra  $N_{max}$  este surprins în Figura 5.149–a, respectiv asupra saltului în diagrama  $N$  ( $\Delta N$ ) se poate observa în Figura 5.149–b. Analizând Figura 5.149 se observă că odată cu creșterea rezistenței reziduale la forfecare la nivelul interfețelor, variația  $N_{max}$  înregistrează o tendință de creștere (Fig.5.149–a). Efectul asupra  $\Delta N$  este opus în raport cu variația  $N_{max}$ . Astfel o creștere a rezistenței reziduale la forfecare la nivelul interfețelor induce diminuarea valorii saltului în diagrama  $N(\Delta N)$  din dreptul

elementului de armare (Fig.5.149–b). Diferențele obținute se amplifică gradual odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).

Efectul modificării rezistențelor la forfecare a interfețelor asupra diagramei de solicitare axială  $N$ , în elementul de armare se poate observa în Fig.5.150-a.

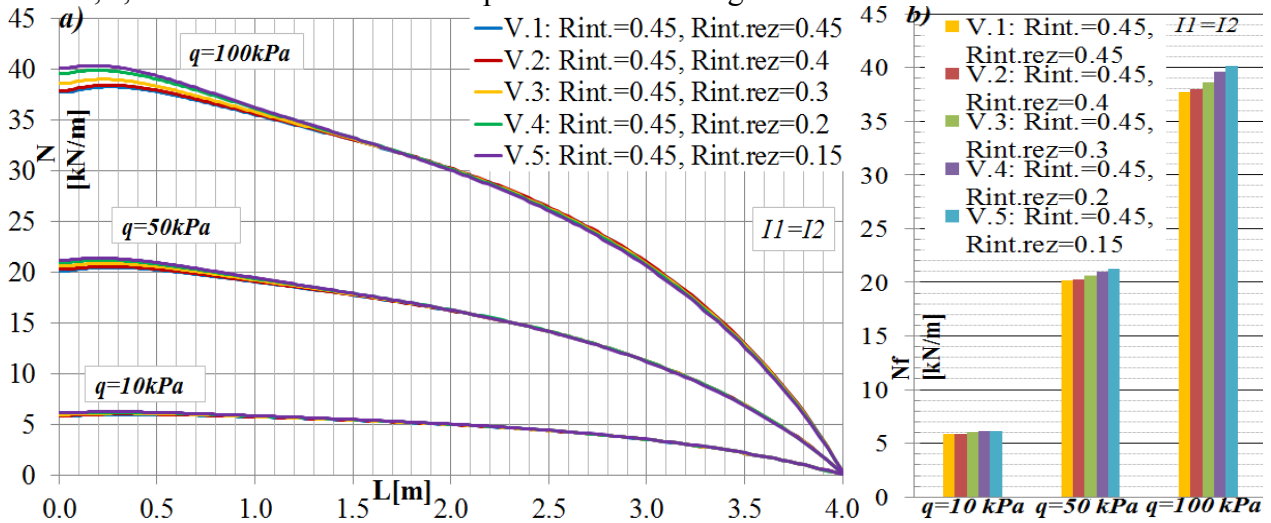


Fig.5.150. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor ( $R2:I1=I2$ ) asupra variației  $N$  element armare (a) și asupra valorii  $N_f$  (b).

La o primă analiză se poate observa că odată cu creșterea rezistenței reziduale la forfecare, elementul de ranforsare se va încărca cu valori  $N$  inferioare (solicitarea axială mobilizată în elementul de armare se va diminua). Variația valorii solicitării axiale din elementul de armare ce se înregistrează în punctul de legătură cu elementul vertical ( $N_f$ ) este prezentată în Figura 5.150-b și prezintă aceleași tendințe de variație ca cele enunțate anterior. Diferențele obținute se amplifică gradual odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).

Efectul variației rezistenței la lunecare la nivelul interfețelor asupra diagramei tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul feței elementului vertical se poate observa în Figura 5.151 și în Figura 5.152. Ca și observație generală, se poate admite că variația rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor nu generează modificări semnificative asupra diagramei de variație  $\sigma_n$  de-a lungul înălțimii elementului vertical. Creșterea rezistenței la forfecare reziduală a interfețelor va genera însă o amplificare a tensiunilor tangențiale  $\tau$  pe zona elementului vertical situată deasupra elementului de armare și în dreptul elementului de armare. Pe zona inferioară elementului de armare, tensiunea tangențială prezintă tendințe de diminuare a valorilor de maxim local odată cu creșterea rezistenței reziduale la forfecare.

Odată cu diminuarea rezistenței la forfecare reziduală a interfețelor se poate observa o diagramă de variație bruscă (cu salturi mari de variație) a tensiunilor tangențiale  $\tau$  pe jumătatea inferioară elementului de armare. Aceste salturi bruște de variație indica diferențierea între comportarea elastică și comportarea plastică la lunecare a elementelor de interfață. Diferențele obținute se amplifică gradual odată cu creșterea valorii suprasarcinii exterioare aplicate domeniului de analiză ( $q$ ).

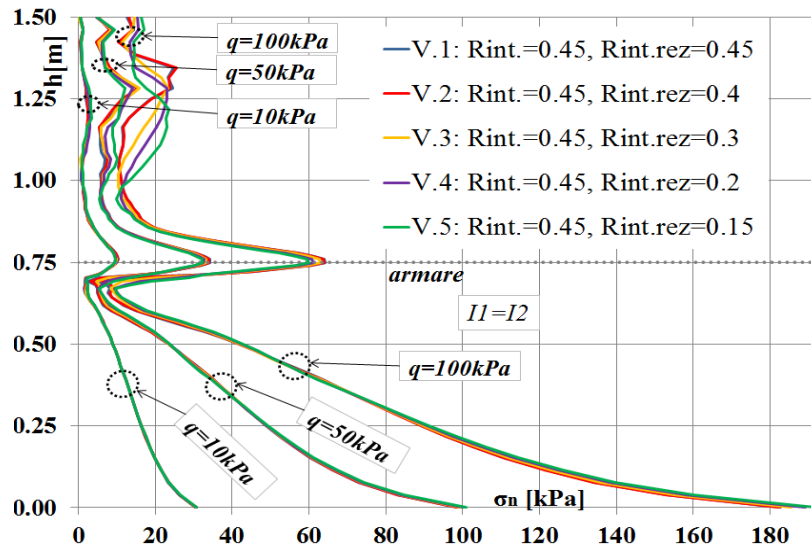


Fig.5.151. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor (R2:I1=I2) asupra variației tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical.

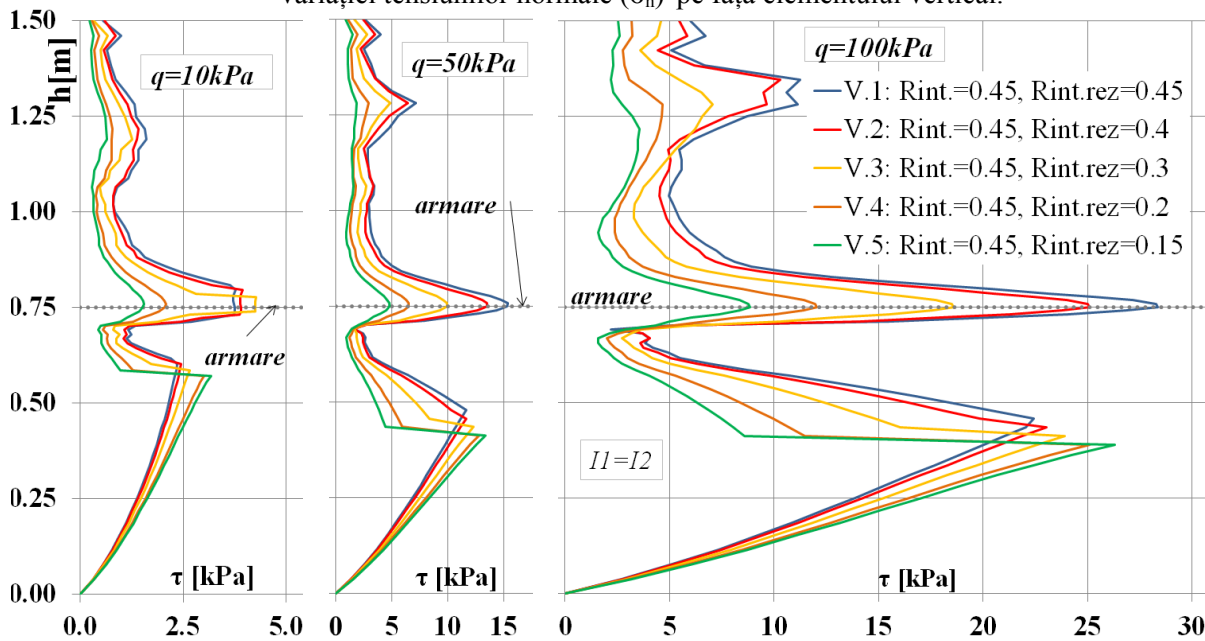


Fig.5.152. Efectul modificării rezistenței reziduale la forfecare a interfețelor (R2:I1=I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.

#### 5.2.4.2. I1 diferit de I2

Analizele ulterioare vor investiga efectul modificării rezistenței la alunecare în mod diferit pentru interfața 1: interacțiune pământ-element vertical și pentru interfața 2: interacțiune pământ-element de armare, (Fig.5.68). Analizele s-au realizat pe domeniul de analiză A4-B2 (Fig.5.68). Parametri de material atribuiți pământului sunt:  $\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$ ,  $E_s = 5000 \text{ kPa}$ ,  $\nu_s = 0.3$ ,  $\varphi_s = 44^\circ$ ,  $c_s = 1 \text{ kPa}$ ,  $\psi_s = 14^\circ$ ,  $\sigma_{t.s} = 0 \text{ kPa}$ . Parametri de rigiditate atribuite elementelor de interfață sunt:  $k_n = 49.7 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^3$ ,  $k_s = 4510 \text{ kN/m}^3$  cu un raport  $k_n/k_s = 11.02$  și cu un

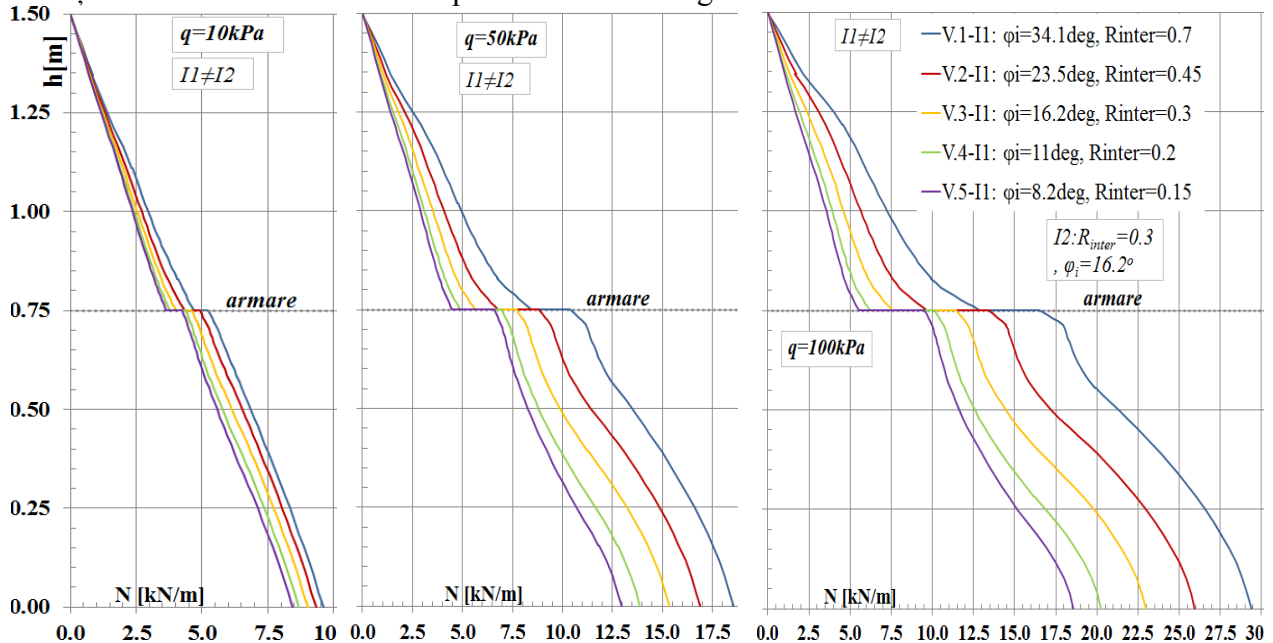
coeficient de deformatie transversala a interfeței  $\nu_i = 0.45$ . Unghiul de dilatanță și rezistența la întindere la nivelul ambelor interfețe (I1 și I2), se vor considera :  $\psi_i = 0^\circ$ ,  $\sigma_{t,i} = 0kPa$ .

*Analiza RA1 (I1≠I2).* Analiza RA1 investighează efectul modificării rezistenței la forfecare a interfeței 1 (I1: interacțiune pământ-element vertical) fără a varia rezistența la lunecare a interfeței 2 (I2: interacțiune pământ-element de armare). Rezistența la lunecare este definită prin prisma parametrilor de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) fără a se ține cont de rezistența la forfecare reziduală. Parametri de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) se vor obține pe baza coeficientului de reducere  $R_{inter}$  aplicat parametrilor de rezistență a pământului. Gestiunea parametrilor de forfecare ai elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale analizei 1 este expusă în Tabel 5.10.

**Tabel 5.10** Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RA1.

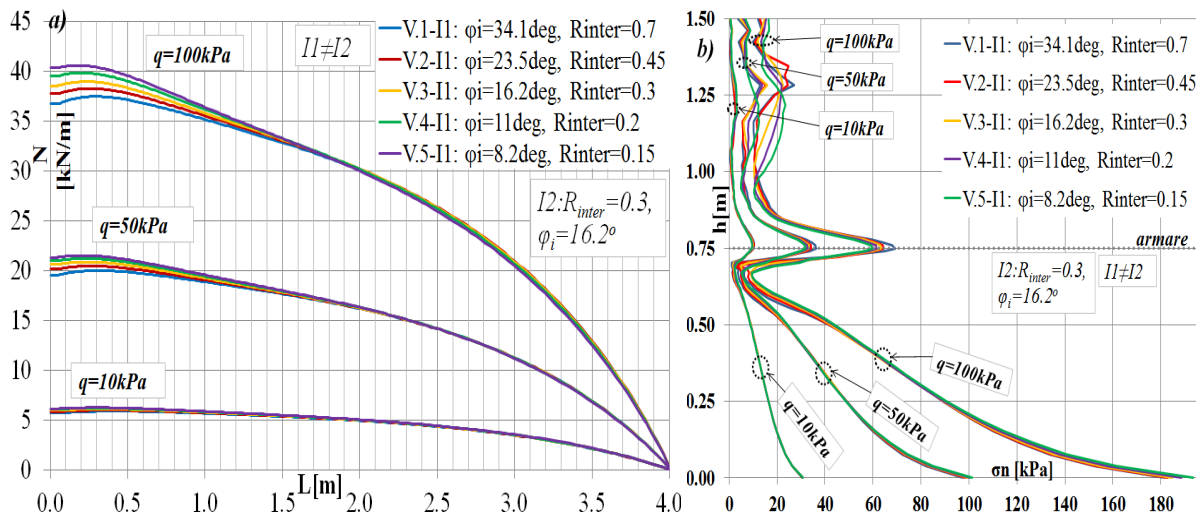
Variante analiză	Interfața 1 (I1)			Interfața 2 (I2)		
	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$
V. 1	34.1	0.7	0.7	16.2	0.3	0.3
V. 2	23.5	0.45	0.45	16.2	0.3	0.3
V. 3	16.2	0.3	0.3	16.2	0.3	0.3
V. 4	11	0.2	0.2	16.2	0.3	0.3
V. 5	8.2	0.15	0.15	16.2	0.3	0.3

Efectul modificării a rezistenței la forfecare a interfeței I1 (I1≠I2), asupra diagramei de variație N în elementul vertical se poate observa în Figura 5.153.



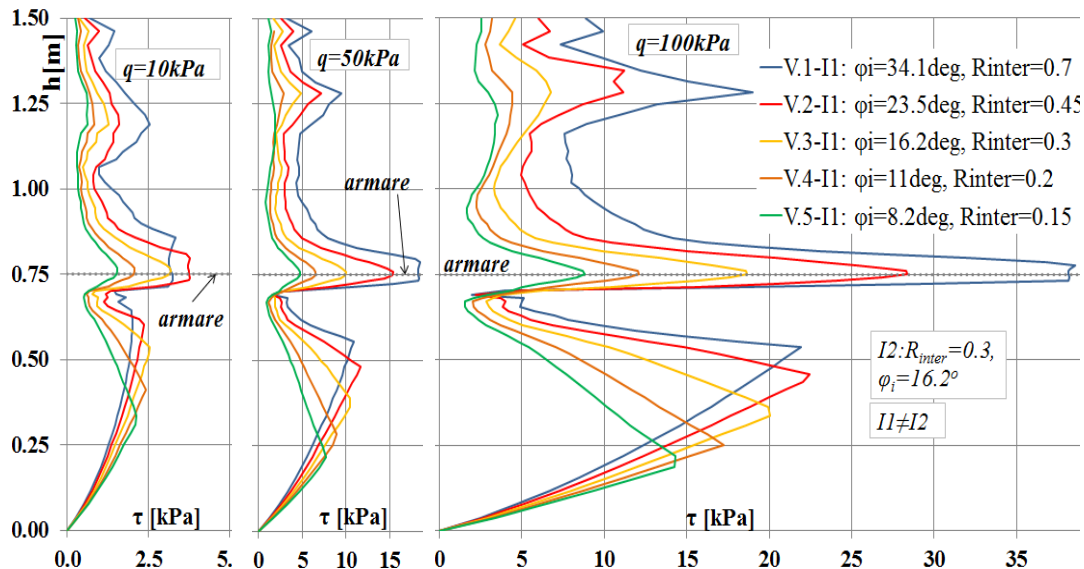
**Fig.5.153.** Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I1 (RA1:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.





**Fig.5.154.** Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I1 (RA1:I1≠I2) asupra variației  $N$  element armare (a) și asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical (b).

O analiză succintă a Figurii 5.153 în raport cu Figura 5.136 (din cadrul analizei R1) relevă faptul că efectul modificării rezistenței interfeței I1 este identic cu modificarea simultană și concomitentă a rezistenței la forfecare a ambelor interfețe (I1 și I2). În consecință variația rezistenței la forfecare a interfeței I1 denotă un efect identic cu variația rezistenței la forfecare a ambelor interfețe (I1 și I2) asupra diagramei de solicitare axială în elementul vertical. Aceeași observație se susține și asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul de armare Figura 5.154-a versus Figura 5.144-a (din cadrul analizei R1), respectiv asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical; Figura 5.154-b versus Figura 5.134 (din cadrul analizei R1) și asupra variației tensiunii tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical; Figura 5.155 versus Figura 5.146 (din cadrul analizei R1).



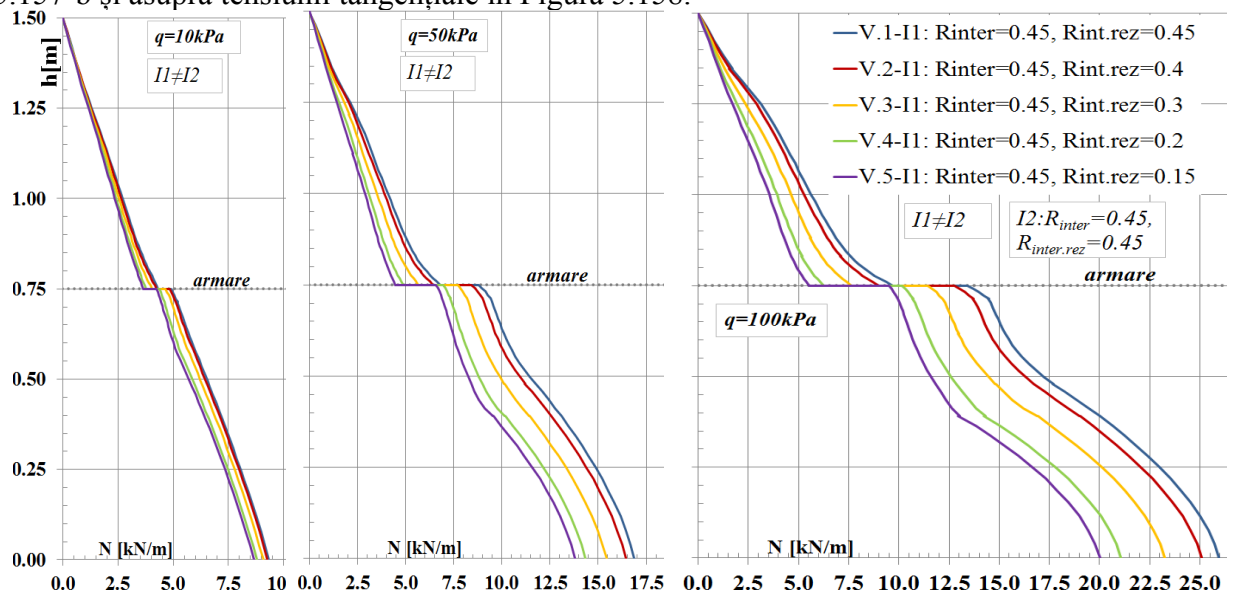
**Fig.5.155.** Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I1 (RA1:I1≠I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.

*Analiza RB1 (I1≠I2).* Analiza RB1 investighează efectul modificării rezistenței la forfecare reziduală a interfeței I1 (interacțiune pământ-element vertical) fără a varia rezistența la alunecare a interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare). Rezistența la alunecare este definită prin prisma parametrilor de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) și de parametri de forfecare reziduali ( $c_{i.rez}, \varphi_{i.rez}$ ). Parametri de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) se vor obține pe baza coeficientului de reducere  $R_{inter}$  aplicat parametrilor de rezistență a pământului iar parametri de forfecare reziduali ( $c_{i.rez}, \varphi_{i.rez}$ ) se obțin în mod similar cu aplicarea coeficientului de reducere rezidual  $R_{inter.rez}$  aplicat parametrilor de rezistență a pământului. Analiza în cauză investighează variația parametrilor de forfecare reziduali ( $c_{i.rez}, \varphi_{i.rez}$ ) ai interfeței 1 asupra comportării mecanice a domeniului de analiză. Gestiunea parametrilor de forfecare ai elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale analizei 1 este expusă în Tabel 5.11.

**Tabel 5.11** Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RB1.

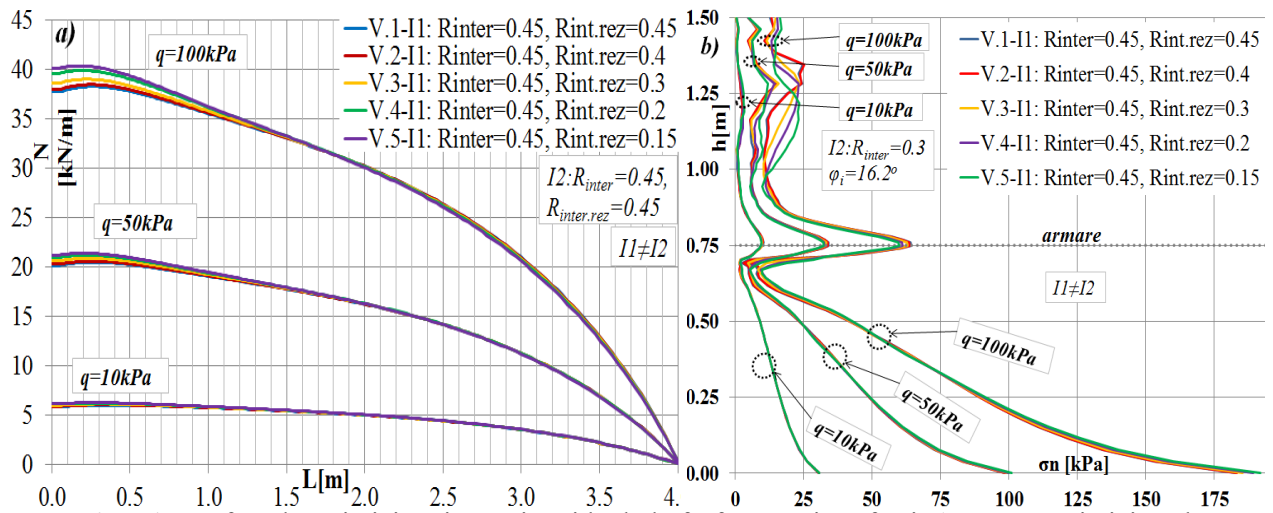
Variante analiză	Interfața 1 (I1)						Interfața 2 (I2)		
	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$	$\varphi_{i.rez}$ (°)	$c_{i.rez}$ (kPa)	$R_{inter.rez}$	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter} = \frac{R_{inter.rez}}{R_{inter}}$
V. 1	23.5	0.45	0.45	23.5	0.45	0.45	23.5	0.45	0.45
V. 2	23.5	0.45	0.45	21.1	0.4	0.4	23.5	0.45	0.45
V. 3	23.5	0.45	0.45	16.2	0.3	0.3	23.5	0.45	0.45
V. 4	23.5	0.45	0.45	11	0.2	0.2	23.5	0.45	0.45
V. 5	23.5	0.45	0.45	8.2	0.15	0.15	23.5	0.45	0.45

Efectul modificării a rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 (interacțiune pământ-element vertical), asupra diagramei de variație N în elementul vertical se poate observa în Figura 5.156. Efectul asupra variației N în elementul de armare este prezentat în Figura 5.157-a, respectiv asupra variației tensiunii normale mobilizate pe fața elementului vertical în Figura 5.157-b și asupra tensiunii tangențiale în Figura 5.158.

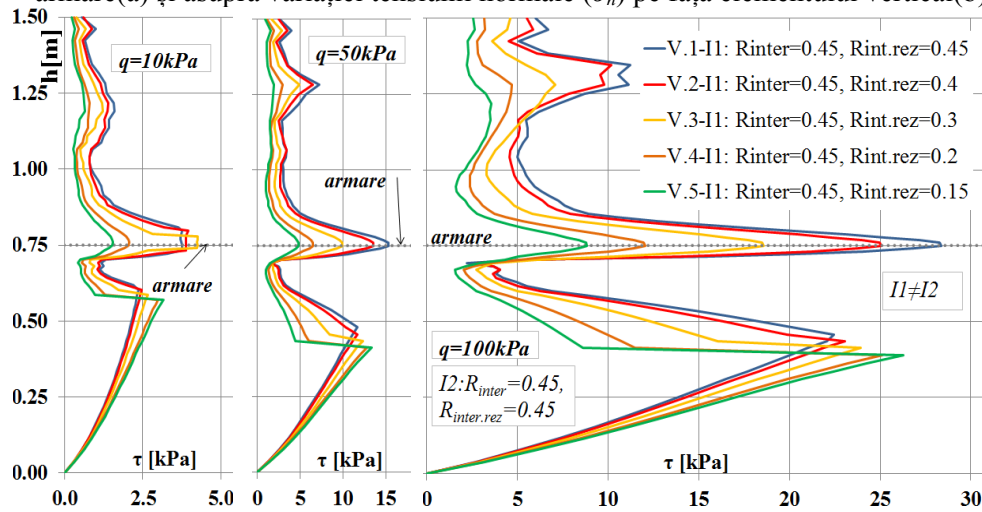


**Fig.5.156.** Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 (RB1:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical.





**Fig.5.157.** Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 asupra variației  $N$  element armare(a) și asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical(b).



**Fig.5.158.** Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 (RB1:I1≠I2) asupra variației tensiunilor tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical.

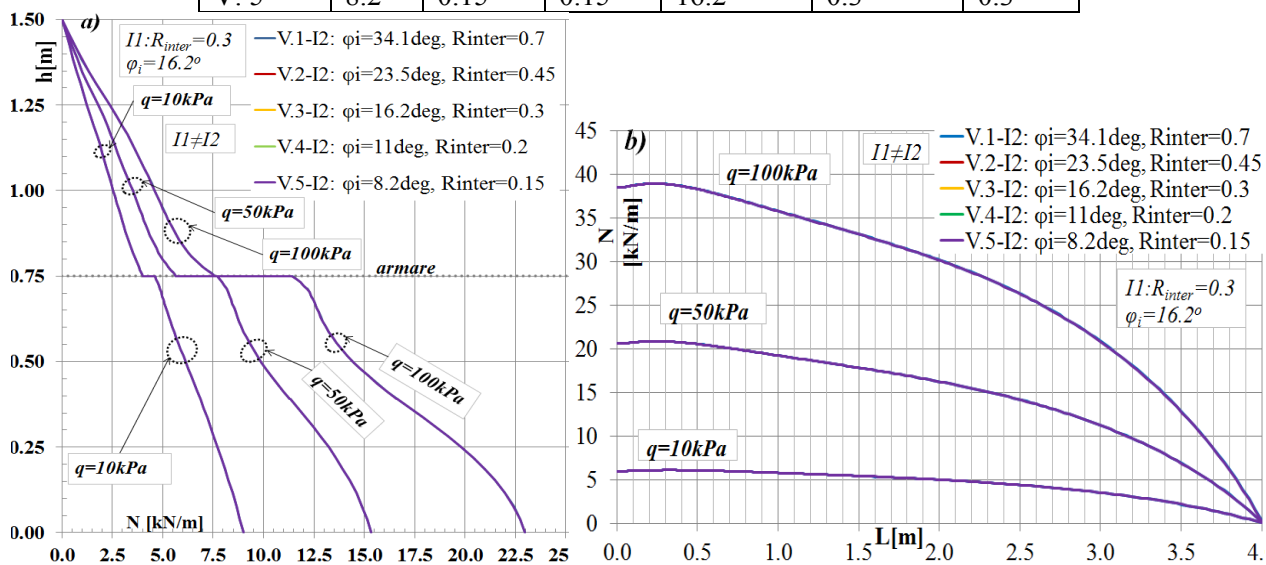
O analiză succintă între Figura 5.156 și Figura 5.158 (din cadrul analizei R2) relevă faptul că efectul modificării rezistenței reziduale a interfeței I1 este identic cu modificarea simultană și concomitentă a rezistenței reziduale la forfecare a ambelor interfețe (I1 și I2). În consecință variația rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I1 denotă un efect identic cu variația rezistenței reziduale la forfecare a ambelor interfețe (I1 și I2) asupra diagramei de solicitare axială în elementul vertical. Aceeași observație se susține și asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul de armare Figura 5.157-a versus Figura 5.150-a (din cadrul analizei R2), asupra variației tensiunii normale ( $\sigma_n$ ) pe fața elementului vertical Figura 5.157-b versus Figura 5.151 (din cadrul analizei R1) și asupra variației tensiunii tangențiale ( $\tau$ ) pe fața elementului vertical Figura 5.158 versus Figura 5.152 (din cadrul analizei R1).

*Analiza RA2 (I1≠I2).* Analiza RA2 investighează efectul modificării rezistenței la forfecare a interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare) fără a varia rezistența la lunecare a interfeței I1 (interacțiune pământ-element vertical). Rezistența la lunecare este definită

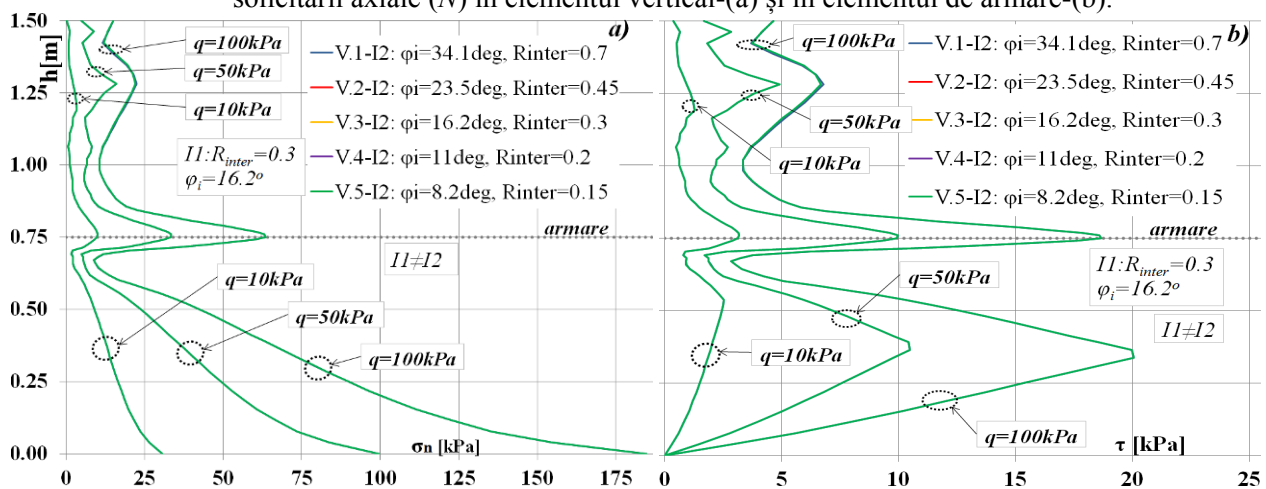
prin prisma parametrilor de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) fără a se ține cont de rezistența la forfecare reziduală. Parametri de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) se vor obține pe baza coeficientului de reducere  $R_{inter}$  aplicat parametrilor de rezistență a pământului. Gestiunea parametrilor de forfecare ai elementelor de interfață utilizați în variatele diferite ale analizei RA2 este expusă în Tabel 5.12.

**Tabel 5.12** Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RA2.

Variante analiză	Interfața 2 (I2)			Interfața 1 (I1)		
	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$
V. 1	34.1	0.7	0.7	16.2	0.3	0.3
V. 2	23.5	0.45	0.45	16.2	0.3	0.3
V. 3	16.2	0.3	0.3	16.2	0.3	0.3
V. 4	11	0.2	0.2	16.2	0.3	0.3
V. 5	8.2	0.15	0.15	16.2	0.3	0.3



**Fig. 5.159.** Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I2 (RA2:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale ( $N$ ) în elementul vertical-(a) și în elementul de armare-(b).



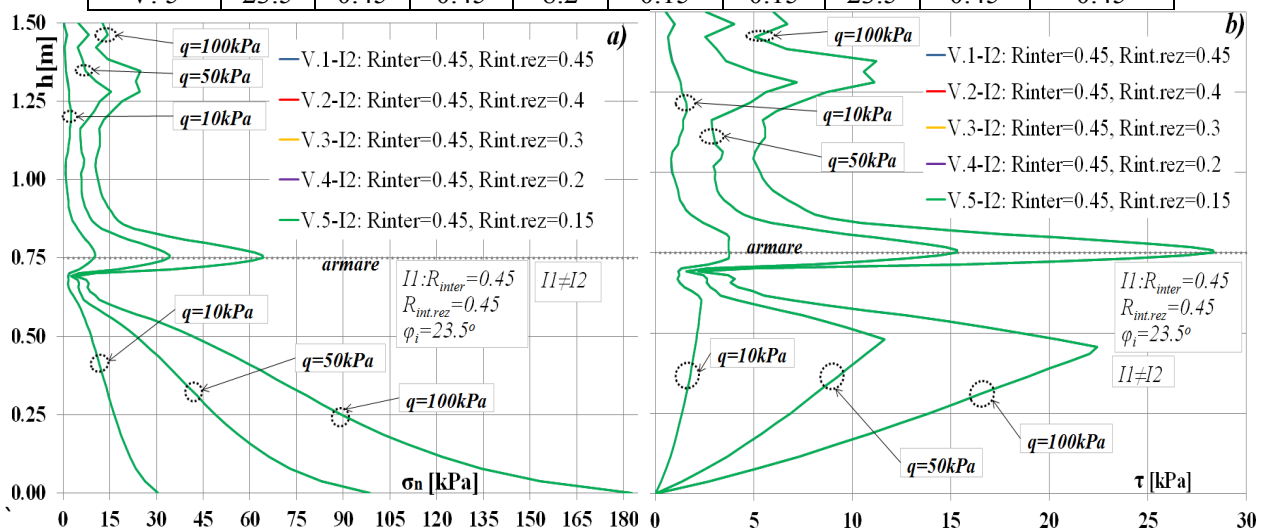
**Fig. 5.160.** Efectul variației rezistenței la forfecare a interfeței I2 (RA2:I1≠I2) asupra variației tensiunii normale - (a) și tangențiale - (b) pe fața elementului vertical.

Conform rezultatelor obținute se observă că variația rezistenței la forfecare a interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare) nu influențează în niciun fel variația solicitării axiale (N) în elementul vertical (Fig.5.159-a) sau în elementul de armare (Fig.5.159-b). De asemenea variația tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul înălțimii elementului vertical nu este afectată de variația rezistenței la forfecare a interfeței I2 ,(Fig.5.160).

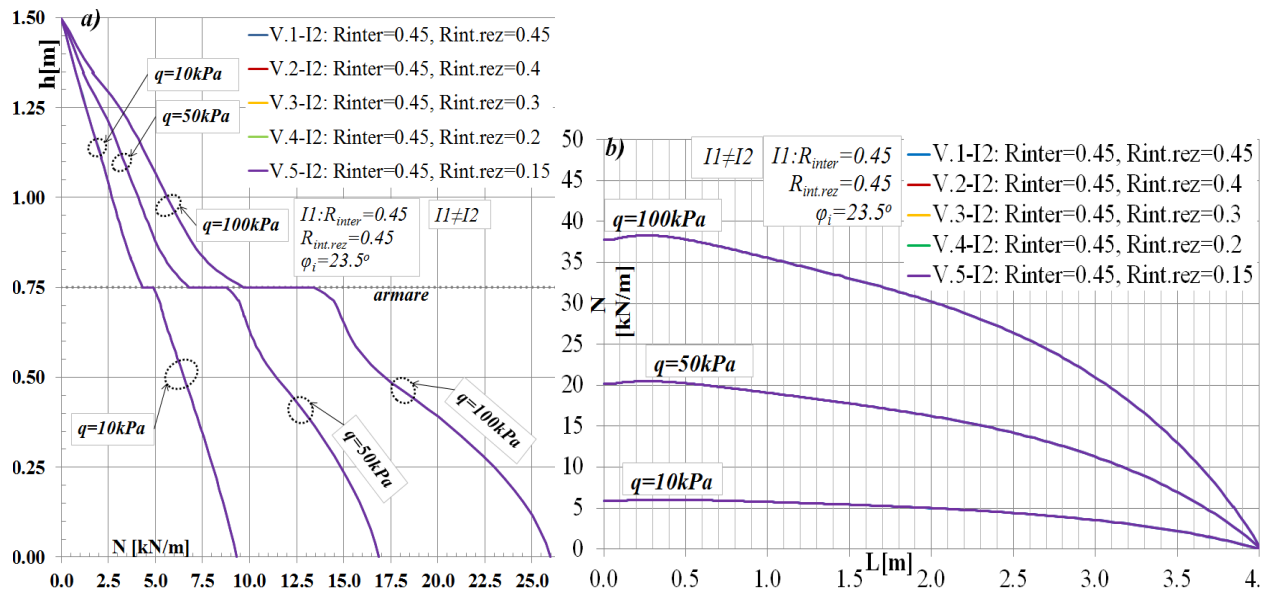
*Analiza RB2 (I1≠I2).* Analiza RB2 admite investighează efectul modificării rezistenței la forfecare a interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare) fără a varia rezistența la alunecare a interfeței I1 (interacțiune pământ-element vertical). Rezistența la alunecare este definită prin prisma parametrilor de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) și a parametrilor de forfecare reziduali ( $c_{i,rez}, \varphi_{i,rez}$ ). Parametri de forfecare de vârf ( $c_i, \varphi_i$ ) se obțin pe baza coeficientului de reducere,  $R_{inter}$ , aplicat parametrilor de rezistență a pământului iar parametri de forfecare reziduali ( $c_{i,rez}, \varphi_{i,rez}$ ) se obțin în mod similar cu aplicarea coeficientului de reducere rezidual,  $R_{inter,rez}$ , parametrilor de rezistență a pământului. Analiza în cauză investighează variația parametrilor de forfecare reziduali ( $c_{i,rez}, \varphi_{i,rez}$ ) ai interfeței I2 asupra comportării mecanice a domeniului de analiză. Gestiunea parametrilor de forfecare ai elementelor de interfață utilizați în cadrul analizei RB2 este expusă în Tabel 5.13.

**Tabel 5.13** Parametri de input elemente de interfață I1≠I2 – Analiza RB2.

Variante analiză	Interfața 2 (I2)						Interfața 1 (I1)		
	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter}$	$\varphi_{i,rez}$ (°)	$c_{i,rez}$ (kPa)	$R_{inter,rez}$	$\varphi_i$ (°)	$c_i$ (kPa)	$R_{inter,rez}$
V. 1	23.5	0.45	0.45	23.5	0.45	0.45	23.5	0.45	0.45
V. 2	23.5	0.45	0.45	21.1	0.4	0.4	23.5	0.45	0.45
V. 3	23.5	0.45	0.45	16.2	0.3	0.3	23.5	0.45	0.45
V. 4	23.5	0.45	0.45	11	0.2	0.2	23.5	0.45	0.45
V. 5	23.5	0.45	0.45	8.2	0.15	0.15	23.5	0.45	0.45



**Fig.5.161.** Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I2 (RB2:I1≠I2) asupra variației tensiunii normale(a) și tangențiale(b) pe fața elementului vertical.



**Fig.5.162.** Efectul variației rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I2 (RB2:I1≠I2) asupra variației solicitării axiale (N) în elementul vertical(a) și în elementul de armare(b).

Modificarea rezistenței reziduale la forfecare a interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare) nu induce variații ale tensiunilor normale ( $\sigma_n$ ) și tangențiale ( $\tau$ ) de-a lungul înălțimii elementului vertical, (Fig.5.161), respectiv nu induce variații ale solicitării axiale (N) în elementul vertical sau în elementul de armare, conf. Fig.5.162.

### 5.2.4.3. Aspecte generale privind variația rezistenței elementelor de interfață

Conform rezultatelor obținute în urma analizelor anterioare, se observă că modificarea rezistenței la forfecare a interfeței I2 (interacțiune pământ-element de armare) nu afectează comportarea mecanică la nivelul analizei unei celule de ranforsare. Efectul variației rezistenței la forfecare la nivelul interfețelor este practic determinat doar de modificarea rezistenței la forfecare a interfeței I1(interacțiune pământ-element vertical).

Admițând o comportare la lunecare a interfeței de tip liniar elastică perfect plastică fără rezistență reziduală se observă că odată cu creșterea valorii de vârf a rezistenței la lunecare se vor înregistra creșteri ale solicitărilor axiale mobilizate în elementul vertical și diminuări ale solicitărilor axiale mobilizate în elementul de armare. În ceea ce privește efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței I1 asupra tensiunilor mobilizate pe fața elementului vertical, se observă o accentuare a variației tensiunilor tangențiale odată cu creșterea rezistenței la lunecare, în timp ce variația tensiunilor normale este insensibilă modificării rezistenței la lunecare a interfeței I1. Acest aspect este justificat prin faptul că odată cu creșterea parametrilor de rezistență la lunecare la nivelul interfeței, deplasarea relativă tangențială aferentă plasticizării crește. Altfel spus de-a lungul suprafeței elementului vertical se vor reduce zonele de plasticizare, iar pe zonele plasticizare se va menține valoarea maximă a tensiunilor tangențiale (rezistența de vârf la lunecare), amplificându-se astfel suma tensiunilor tangențiale transmise de la pământ la elementul vertical. Practic, creșterea rezistenței de vârf la lunecare a interfeței I1 are drept efect o amplificare a mecanismului de transfer a tensiunilor de la masa de pământ spre elementul vertical. În consecință elementul vertical se va încărcă suplimentar, starea de eforturi și de deformații din masa de pământ se va reduce, iar elementul de armare va înregistra o diminuare

a încărcării cu solicitări structurale. Trebuie punctat faptul că, utilizând o comportare la interfeței la lunecare de tip liniar elastic perfect plastică fără rezistență reziduală se realizează o supraevaluare a transferului tensiunilor tangențiale la nivelul contactului pământului cu elementul structural. Acest lucru este justificat de faptul că la nivelul contactului, după atingerea plasticizării aferente cedării la lunecare, tensiunile tangențiale rămân constante la valoarea rezistenței de vârf la lunecare. O astfel de analiză conferă o estimare acoperitoare a solicitărilor mobilizate în elementul vertical și poate genera subevaluări a deformațiilor masivului de pământ armat și a solicitărilor mobilizate în elementul de ranforsare.

Evitarea acestor erori în ceea ce privește estimarea răspunsului mecanic se poate face prin atribuirea elementelor de interfață a unui comportări la lunecare de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală, (Fig.5.147). Urmărind acest aspect, s-au realizat analize parametrice în vederea investigării variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței II asupra răspunsului mecanic estimat. Astfel odată cu reducerea rezistenței la lunecare reziduale se observă o reducere a solicitării axiale mobilizate în elementul vertical de parament și o ușoară accentuare a solicitării axiale mobilizate în elementul de armare. Acest fenomen se datorează unei detensionări locale a elementelor de interfață aflate în domeniul plastic, ca urmare a reducerii tensiunilor tangențiale admise după cedarea la lunecare. În consecință, are loc a reducere a intensității mecanismului de transferului al tensiunilor tangențiale la nivelul contactului dintre elementul vertical și pământul înconjurător, reducându-se în acest fel supraestimarea solicitărilor în elementul vertical de parament și subestimarea deformațiilor masei de pământ ranforsate. Efectul unei astfel de comportări la lunecare a interfeței II, constă în apariția unor puncte de variații bruște (de tip salt brusc) în diagrama de tensiuni tangențiale mobilizate pe fața elementului vertical, (Fig.5.148). Punctul aferent saltului în diagrama  $\tau$  reprezintă punctul care limitează comportarea interfeței între domeniul elastic și domeniul plastic. Cu cât coeficientului de reducere a rezistenței la forfecare ( $\alpha_\tau$ ) va fi mai mic, cu atât saltul în diagrama  $\tau$  va fi mai proeminent.

Se poate concluziona, că prin adoptata unei comportări la lunecare a interfeței de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală se reduc erorile propagate în estimarea răspunsului mecanic datorate unei comportări la lunecare a interfeței de tip liniar elastice fără rezistență reziduală. Un factor important într-o astfel de modelare este valoarea adoptată a coeficientului de reducere a rezistenței la forfecare ( $\alpha_\tau$ ). Acest coeficient determină diferența dintre rezistența de vârf și rezistența reziduală la lunecare a interfeței. Adoptarea unui coeficient  $\alpha_\tau$  superior față de comportarea reală va genera supraevaluarea solicitărilor în elementul vertical și subevaluarea stării de tensiuni și de deformații în masivul de pământ armat. Pe de altă parte, adoptarea unui coeficient  $\alpha_\tau$  inferior față de comportarea reală va genera subevaluarea solicitărilor în elementul vertical și supraevaluarea stării de tensiuni și de deformații în masivul de pământ armat. Valoarea coeficientului  $\alpha_\tau$  este influențat de rugozitatea suprafeței de contact și de parametri pământului iar determinarea exactă necesită încercări de laborator.

### **5.2.5 Concluzii și recomandări privind modelarea interacțiunii în cadrul sistemelor de sprijin din pământ ranforsat**

Sistemele de sprijin ce implică ranforsarea masei de pământ reprezintă probleme complexe ce implică interacțiune multiplă. Modelarea numerică a unui astfel de sistem reprezintă

o problemă sensibilă la o serie de elemente necesare în construirea și definirea domeniului de analiză. Astfel s-a analizat comportarea la nivelul unui element prefabricat utilizat în realizarea structurilor de sprijin din pământ ranforsat, analiza fiind denumită generic analiza unei ”celule de ranforsare”. În vederea evaluării capabilităților de estimare a răspunsului mecanic au fost realizate o serie de analize parametrice în starea plană de deformății (MEF-2D). În vederea modelării interacțiunii la nivelul suprafețelor de contact s-au utilizat elemente de interfață cu grosime nulă, cu o comportare tangențială guvernată de criteriul Mohr-Coulomb și cu o comportare pe direcție normală guvernată de principiul limitării tensiunilor la întindere (TCO).

În urma analizelor realizate anterior s-a investigat efectul mai multor factori în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat. Gestiunea efectelor factorilor investigați asupra răspunsului mecanic obținut este sintetizat astfel:

#### **FACTORI CE INFLUENȚEAZĂ SOLICITAREA AXIALĂ ( $N$ ) LA NIVELUL ELEMENTULUI VERTICAL:**

- **Gradul de finețe al discretizării** :  $N_{max}$  scade odată cu creșterea gradului de finețe. Diferențe obținute pe jumătatea inferioară elementului de armare. Diferențele cresc odată cu nivelul suprasarcinii exterioare.
- **Modelul de calcul**: În urma analizelor nu se obțin diferențe majore între modelele ce consideră interacțiune parțială (A1-B1...A5-B2). Se obțin diferențe majore (creștere  $N_{max}$ ) între modelele de interacțiune parțială și modelele de interacțiune totală.
- **Modulul de deformăție liniară al pământului ( $E$ )**: Majorarea  $E$  conduce la reducerea  $N$ .
- **Rigiditatea elastică  $k_s$  a ambelor interfețe ( $I1=I2$ )**: Creșterea progresivă  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la creșterea  $N$  pe zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  a ambelor interfețe ( $I1=I2$ )**: Creșterea progresivă  $k_n$  pentru ambele interfețe conduce la o ușoară creștere a  $N$  pe zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a ambelor interfețe ( $I1=I2$ )**: Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la o creștere semnificativă a  $N$  pe zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I1 ( $I1 \neq I2$ )**: Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I1 conduce la o creștere semnificativă a  $N$  pe zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I2 ( $I1 \neq I2$ )**: Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I2 conduce la o creștere ușoară a  $N$  pe zona inferioară elementului de armare.
- **Rezistența la forfecare a ambelor interfețe ( $I1=I2$ )**: Creșterea simultană a rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru ambele interfețe conduce la o creștere substanțială a  $N$  pe toată înălțimea elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare reziduală a ambelor interfețe ( $I1=I2$ )**: Creșterea simultană a rezistenței reziduale la forfecare pentru ambele interfețe conduce la o creștere semnificativă a  $N$  pe toată înălțimea elementului vertical.

- **Rezistența la forfecare a interfeței I1 (I1≠I2):** Creșterea rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I1 conduce la o creștere substanțială a N pe toată înălțimea elementului de armare.
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I1 (I1≠I2):** Creșterea rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I1 conduce la o creștere semnificativă a N pe toată înălțimea elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare a interfeței I2 (I1≠I2):** Variația rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei N pe toată înălțimea elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I2 (I1≠I2):** Variația rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei N pe toată înălțimea elementului vertical.

#### FACTORI CE INFLUENȚEAZĂ SOLICITAREA AXIALĂ (N) LA NIVELUL ELEMENTULUI DE ARMARE:

- **Gradul de finețe al discretizării :**  $N_f$  crește ușor odată cu creșterea gradului de finețe. Diferențele cresc odată cu nivelul suprasarcinii exterioare.
- **Modelul de calcul:** diferențe care nu sunt semnificative între modelele ce consideră interacțiune parțială (A1-B1...A5-B2). Se obțin diferențe semnificative (creștere  $N_f$ ) între modelele de interacțiune parțială și modelele de interacțiune totală.
- **Modului de deformație liniară al pământului (E):** Majorarea E conduce la reducerea N.
- **Rigiditatea elastică  $k_s$  a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea progresivă  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la creșterea N pe toată lungimea elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea progresivă  $k_n$  pentru ambele interfețe conduce la o ușoară creștere a N pe zona adiacentă legăturii elementului de armare cu elementul vertical.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la o creștere semnificativă a N pe toată lungimea elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I1 (I1≠I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I1 conduce la o diminuare ne semnificativă a diagramei N de-a lungul lungimii elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I2 (I1≠I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I2 conduce la o creștere a N pe toată lungimea elementului de armare.
- **Rezistența la forfecare a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea simultană a rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru ambele interfețe conduce la o ușoară diminuare a N pe zona elementului de armare din proximitatea elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare reziduală a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea simultană a rezistenței reziduale la forfecare pentru ambele interfețe conduce la o diminuare ușoară a N pe zona elementului de armare din proximitatea elementului vertical

- **Rezistența la forfecare a interfeței I1 (I1≠I2):** Creșterea rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I1 conduce la o diminuare ușoară a N pe zona elementului de armare din proximitatea elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I1 (I1≠I2):** Creșterea rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I1 conduce la o diminuare ușoară a N pe zona elementului de armare din proximitatea elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare a interfeței I2 (I1≠I2):** Variația rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei N pe toată lungimea elementului de armare.
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I2 (I1≠I2):** Variația rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei N pe toată lungimea elementului de armare.

#### FACTORI CE INFLUENȚEAZĂ MOBILIZAREA TENSIUNILOR NORMALE ( $\sigma_N$ ) PE FAȚA ELEMENTULUI VERTICAL:

- Gradul de finețe al discretizării : maximele locale  $\sigma_n$  cresc odată cu creșterea gradului de finețe. Diferențele cresc odată cu nivelul suprasarcinii exterioare.
- **Modelul de calcul:** diferențe care nu sunt semnificative între modelele ce utilizează detalii A3, A4, A5 respectiv între modelele ce utilizează detalii A1, A2. Între modelele: A1, A2 și modelele: A3, A4, A5 se obțin diferențe majore a diagramei de variație  $\sigma_n$ . Modelele ce utilizează interacțiune totală denotă variații  $\sigma_n$  total diferite față de modelele ce utilizează interacțiune parțială.
- **Modulul de deformație liniară al pământului (E):** Variația E conduce la variații ne semnificative  $\sigma_n$ .
- **Rigiditatea elastică  $k_s$  a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea progresivă  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la reducerea maximelor locale  $\sigma_n$ .
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea progresivă  $k_n$  pentru ambele interfețe conduce la o ușoară creștere maximelor locale  $\sigma_n$ .
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la o ușoară creștere a maximului local  $\sigma_n$  din dreptul elementului de armare și o ușoară diminuare a valorii  $\sigma_n$  înregistrată în punctul aferent bazei (articulării) elementului vertical.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I1 (I1≠I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I1 conduce la o ușoară creștere a maximului local  $\sigma_n$  din dreptul elementului de armare și o ușoară creștere a valorii  $\sigma_n$  înregistrată în punctul aferent bazei (articulării) elementului vertical.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I2 (I1≠I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I2 conduce la o ușoară scădere a maximului local  $\sigma_n$  din dreptul elementului de armare și o scădere semnificativă a valorii  $\sigma_n$  înregistrată în punctul aferent bazei (articulării) elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare a ambelor interfețe (I1=I2):** Creșterea simultană a rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru ambele interfețe nu conduce variații semnificative ale diagramei  $\sigma_n$ .



- **Rezistența la forfecare reziduală a ambelor interfețe (II=I2):** Creșterea simultană a rezistenței reziduale la forfecare pentru ambele interfețe nu conduce variații semnificative ale diagramei  $\sigma_n$ .
- **Rezistența la forfecare a interfeței I1 (II≠I2):** Creșterea rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I1 nu conduce variații semnificative ale diagramei  $\sigma_n$ .
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I1 (II≠I2):** Creșterea rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I1 nu conduce variații semnificative ale diagramei  $\sigma_n$ .
- **Rezistența la forfecare a interfeței I2 (II≠I2):** Variația rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei  $\sigma_n$ .
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I2 (II≠I2):** Variația rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei  $\sigma_n$ .

#### FACTORI CE INFLUENȚEAZĂ MOBILIZAREA TENSIUNILOR TANGENȚIALE, ( $\tau$ ) PE FAȚA ELEMENTULUI VERTICAL:

- Gradul de finețe al discretizării : maximele locale  $\tau$  cresc odată cu creșterea gradului de finețe. Diferențele cresc odată cu nivelul suprasarcinii exterioare.
- **Modelul de calcul:** diferențe care nu sunt semnificative între modelele ce utilizează detalii A3, A4, A5 respectiv între modelele ce utilizează detalii A1, A2. Între modelele: A1, A2 și modelele: A3, A4, A5 se obțin diferențe majore a diagramei de variație  $\tau$  (în zona elementului de armare). Modelele ce utilizează interacțiune totală denotă variații  $\tau$  total diferite față de modelele ce utilizează interacțiune parțială.
- **Modului de deformație liniară al pământului (E):** Majorarea E conduce la scăderi ale maximelor  $\tau$  înregistrate de-a lungul înălțimii feței elementului vertical.
- **Rigiditatea elastică  $k_s$  a ambelor interfețe (II=I1):** Creșterea progresivă  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la reducerea maximului local  $\tau$  din zona elementului de armare și creșterea maximului local  $\tau$  din zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  a ambelor interfețe (II=I1):** Creșterea progresivă  $k_n$  pentru ambele interfețe conduce la o ușoară creștere maximelor locale  $\tau$  din zona elementului de armare și o ușoară diminuare maximului local  $\tau$  din zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a ambelor interfețe (II=I1):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru ambele interfețe conduce la o creștere a maximului local  $\tau$  din dreptul elementului de armare și a maximului local  $\tau$  din zona inferioară elementului de armare. Pe jumătatea superioară elementului de armare creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru ambele interfețe generează variații oscilatorii imposibil de cuantificat a diagramei  $\tau$ .
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I1 (II≠I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I1 conduce la o creștere a maximului local  $\tau$  din dreptul elementului de armare și a maximului local  $\tau$  din zona inferioară elementului de armare.
- **Rigiditatea elastică  $k_n$  și  $k_s$  a interfeței I2 (II≠I2):** Creșterea progresivă și simultană  $k_n$  și  $k_s$  pentru interfața I2 conduce la o ușoară scădere a maximului local  $\tau$  din dreptul elementului de armare și o ușoară urcare a maximului local  $\tau$  din jumătatea inferioară elementului de armare.

- **Rezistența la forfecare a ambelor interfețe ( $I1=I2$ ):** Creșterea simultană a rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru ambele interfețe conduce la obținerea unor valori  $\tau$  net superioare pe toată jumătatea superioară a elementului vertical. Pe jumătatea inferioară odată cu creșterea simultană a rezistenței de vârf la forfecare pentru ambele interfețe se observă o ușoară majorare a maximului local  $\tau$  și o ușoară migrare a punctului de maxim local spre elementul de armare.
- **Rezistența la forfecare reziduală a ambelor interfețe ( $I1=I2$ ):** Creșterea simultană a rezistenței reziduale la forfecare pentru ambele interfețe conduce la obținerea unor valori  $\tau$  net superioare pe toată jumătatea superioară a elementului vertical și a o valoare redusă a maximului local  $\tau$  înregistrat pe jumătatea inferioară a elementului vertical (sub elementul de armare). Creșterea simultană a rezistenței reziduale la forfecare pentru ambele interfețe conduce la obținerea diminuării salturilor bruște a diagramei de variație  $\tau$  pe jumătatea inferioară a elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare a interfeței I1 ( $I1 \neq I2$ ):** Creșterea rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I1 conduce la obținerea unor valori  $\tau$  net superioare pe toată jumătatea superioară a elementului vertical. Pe jumătatea inferioară odată cu creșterea simultană a rezistenței de vârf la forfecare pentru ambele interfețe se observă o majorare a maximului local  $\tau$  și o migrare a punctului de maxim local spre elementul de armare.
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I1 ( $I1 \neq I2$ ):** Creșterea rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I1 conduce la obținerea unor valori  $\tau$  net superioare pe toată jumătatea superioară a elementului vertical. Pe jumătatea inferioară odată cu creșterea rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I1 se observă o diminuare a maximului local  $\tau$  și o migrare a punctului de maxim local spre elementul de armare. De asemenea odată cu creșterea rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I1 se observă o diminuare a salturilor bruște a diagramei de variație  $\tau$  pe jumătatea inferioară a elementului vertical.
- **Rezistența la forfecare a interfeței I2 ( $I1 \neq I2$ ):** Variația rezistenței de vârf la forfecare (fără a se considera o rezistență reziduală) pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei  $\tau$ .
- **Rezistența la forfecare reziduală a interfeței I2 ( $I1 \neq I2$ ):** Variația rezistenței reziduale la forfecare pentru interfața I2 nu are influență asupra diagramei  $\tau$ .

Conform celor expuse anterior se poate desprinde ideea generală conform căreia problemele ingineresti ce implică interacțiunea multiplă la nivelul pământului cu elemente structurale de ranforsare este o problemă destul de complexă a cărui modelare numerică poate deveni sensibilă la o serie de factori.

În ceea ce privește construirea domeniului de analiză, metoda numerică se dovedește foarte versatilă privind estimarea răspunsului mecanic global. Astfel modul prin care se construiesc anumite zone de interes ale domeniului de analiză (îmbinarea elementului vertical cu elementul de ranforsare, capătul elementului de ranforsare) nu aduce după sine modificări substanțiale (semnificative) asupra răspunsului mecanic global estimat. Cu toate acestea, modul prin care se construiesc zonele problematice ale domeniului de analiză vor influența în mod major concentrările locale de tensiuni ce se mobilizează pe anumite zone. Altfel spus modul prin care se construiește modelul de analiză joacă un rol major în ceea ce privește estimarea răspunsului mecanic local, pe anumite zone de detaliu. În cadrul analizei unei astfel de probleme, atenția acordată alcătuirii domeniului de analiză pe zonele problematice trebuie să fie corelată cu scopul

analizei în sine. Astfel dacă se urmărește răspunsul mecanic global (estimarea deplasărilor globale ale sistemului de sprijin, determinarea solicitărilor în elementele structurale), nu este necesară o modelare detaliată a zonelor de detaliu (îmbinarea elementelor de armare cu elementul de parament, etc.). În cazul în care se urmărește răspunsul mecanic local (de detaliu), trebuie acordată o atenție deosebită asupra modelării anumitor zone problematice din cadrul domeniului de analiză. Astfel prin adoptarea adecvată a modului în care se construiesc anumite detalii problematice din cadrul domeniului de analiză se pot evita concertările locale de tensiuni nerealiste, fapt ce va genera o reducere a diferențelor dintre răspunsul mecanic de detaliu estimat și comportarea reală. Trebuie însă menționat că o analiză prin care se urmărește surprinderea răspunsului mecanic de detaliu implică un efort suplimentar, evidențiat prin creșterea timpului necesar modelării și necesită cunoștințe specifice privind capabilitățile și limitările elementelor finite utilizate în cadrul analizei (elemente plane, elemente de interfață, elemente liniare structurale, elemente de tip resort, etc.).

Trebuie punctat faptul că prin evitarea utilizării elementelor de interfață în cadrul domeniului de analiză (considerând interacțiunea totală), răspunsul mecanic estimat prezintă diferențe majore față de estimările obținute în situația adoptării elementelor de interfață. Lipsa utilizării elementelor de interfață în cadrul domeniului de analiză trebuie să aibă la bază considerente ingineresti puternice, care să susțină validitatea lipsei deplasărilor relative dintre elementele de ranforsare și pământul învecinat. O situație posibilă în care se justifică lipsa elementelor de interfață dintre elementele de ranforsare și pământ este armarea terenurilor granulare cu geogridurile.

Un alt factor care trebuie tratat cu atenție este gradul de finețe al discretizării domeniului de analiză. S-a observat că fineței discretizării domeniului de analiză joacă un rol influent într-o oarecare măsură asupra răspunsului mecanic estimat. Adoptarea unei discretizări fine are drept efect reducerea solicitării axiale în elementul vertical și ușoară amplificare a solicitării axiale în elementul de armare. Diferențele obținute nu sunt mari, întrucât variațiile procentuale maxime obținute sunt de 13.8% pentru elementul vertical, respectiv 4.8% pentru elementul de armare.

O discretizare grosieră are drept efect o încărcare superioară a elementelor de ranforsare, respectiv o încărcare inferioară a terenului ranforsat. Prin creșterea gradului de finețe a rețelei de discretizare efectul obținut este invers, respectiv o încărcare inferioară a elementelor de ranforsare și o încărcare superioară a pământului ranforsat. Trebuie menționat că prin adoptarea unui grad de finețe foarte fin al rețelei de discretizare se pot obține supraîncărcări nerealiste a terenului ranforsat fapt ce poate conduce chiar și la probleme de convergență, datorate unor concentrări și cedări locale ale masei de pământ. Astfel, în cazul modelării sistemelor de pământ ranforsat cu interacțiune la nivel multiplu, se recomandă efectuarea unui studiu parametric de sensibilitate, prin care să se investigheze efectul fineții rețelei de discretizare asupra soluției estimate. Modelarea problemei ingineresti în ansamblu se va realiza pe baza studiului de sensibilitate, în cunoștință de cauză cu efectul fineții gradului de discretizare asupra răspunsului mecanic estimat prin metoda numerică. Prin prisma caracterului aproximativ al metodelor numerice, soluția propusă trebuie să includă un anumit grad de acoperire și trebuie obligatoriu să fie în concordanță cu principiile ingineresti gurate prin experiența unui expert în domeniu. Asumarea unei soluții ingineresti estimate prin metoda numerică trebuie să fie obligatoriu susținută de observații reale, măsurători, experiență anterioară și trebuie să confirme comportări mecanice reale.

Un alt factor determinant în răspunsul mecanic estimat este comportarea mecanică a materialelor atribuite domeniului de analiză. Astfel a fost analizat efectul variației parametrilor de

rigiditate în domeniul elastic a materialelor. Rigiditatea pământului ranforsat (modulul de deformare liniară), are un rol major în ceea ce privește comportarea mecanică estimată prin intermediul metodei numerice. Astfel odată cu creșterea rigidității pământului ranforsat pus în operă, se reduc solicitările mobilizate în elementele structurale ale celulei de ranforsare (elementul de parament și elementul de armare), respectiv se reduc tensiunile tangențiale și normale mobilizate la nivelul suprafețelor de contact (în elementele de interfață). Aceste efecte se justifică prin faptul că odată cu creșterea rigidității pământului ranforsat pus în operă, are loc o diminuare a stării de deformării în pământ. Altfel spus, calitatea compactării pământului pus în operă joacă un rol esențial în comportarea mecanică a structurilor de pământ armate și reprezintă unul dintre factorii principali prin care se poate îmbunătăți comportarea unei astfel de structuri geotehnice.

Parametrii de rigiditate ai elementelor de interfață prin care se modelează interacțiunea teren structură, reprezintă un alt element ce influențează răspunsul mecanic estimat. Conform analizelor realizate se observă că odată cu creșterea parametrilor de rigiditate ai interfeței prin care se modelează contactul dintre elementul vertical de parament și pământ (interfață I1) se egrenează o amplificare a solicitărilor din cadrul elementului vertical și o reducere ușoară (nesemnificativă) a solicitărilor mobilizate în elementul de ranforsare. Pe de altă parte, creșterea parametrilor de rigiditate ai interfeței prin care se modelează contactul dintre elementul de ranforsare și pământ (interfață I2) are drept efect o amplificare a solicitărilor din cadrul elementului vertical și a elementului de ranforsare. Răspunsul mecanic al sistemului este astfel puternic influențat de modul de comportare în domeniul elastic a elementelor de interfață prin care se simulează suprafețele de contact. Se observă astfel că odată cu creșterea parametrilor de rigiditate are loc o încărcare superioară a elementelor structurale ale sistemului de interacțiune.

Altfel spus, odată cu creșterea parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței se generează amplificarea transferului de solicitări de la masa de pământ spre elementele structurale. Acest lucru are drept efect reducerea stării de tensiune și de deformare mobilizată în interiorul masei de pământ. Prin intermediul parametrilor de rigiditate a elementelor de interfață se realizează o "calibrare" a mecanismului de transfer a solicitărilor dintre masa de pământ și elementele de ranforsare. Acest efect are o importanță deosebită în ceea ce privește estimarea comportării mecanice globale și de detaliu a structurilor de sprijin din pământ ranforsat, întrucât mecanismul de transfer dintre pământ și elementele de ranforsare determină echilibrul global al domeniului de analiză și implicit modul de distribuție a stării de deformării și de tensiuni a întregului sistem mecanic. Controlul real al parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței se poate realiza în practică prin modificarea rugozității suprafeței de contact.

Un alt aspect investigat, este efectul rezistenței la lunecare a interfețelor asupra răspunsului mecanic estimat. Conform analizelor realizate, se observă că variația rezistenței la lunecare a interfeței prin care se modelează contactul dintre pământ și elementul de armare (I2) nu aduce modificări răspunsului mecanic estimat. În schimb, variația rezistenței la forfecare a interfeței prin care se modelează interacțiunea pământului cu elementul vertical de parament (I1) va conduce la anumite modificări ale soluției obținute prin metoda numerică. Considerând o comportare la lunecare de tip liniar elastică perfect plastică fără rezistență reziduală, creșterea rezistenței la lunecare a interfeței I1 va produce o amplificare a solicitărilor axiale din cadrul elementului vertical și o diminuare a solicitărilor axiale din cadrul elementului de armare.

Acest efect se justifică prin faptul că odată cu creșterea parametrilor de rezistență la lunecare a interfeței (rezistența la vârf), deplasarea relativă tangențială aferentă plasticizării crește, iar zonele de plasticizare mobilizate de-a lungul suprafeței de contact se vor reduce. Pe

lângă acest lucru pe zonele plasticizare se va menține valoarea maximă a tensiunilor tangențiale (rezistența de vârf la lunecare), amplificându-se valoarea globală a tensiunilor tangențiale transmise de la pământ la elementul vertical. Deci odată cu creșterea rezistenței la lunecare a interfeței se realizează o amplificare a mecanismului de transfer a solicitărilor mecanice pe direcția tangențială, de la pământ la elementul structural și implicit se va genera o supraevaluare a solicitărilor mobilizate în elementul vertical și o subevaluare a solicitărilor mobilizate în masivul de pământ ranforsat.

În concluzie, trebuie menționat faptul că atribuind interfeței o comportare la lunecare de tip liniar elastic perfect plastică fără rezistență reziduală, se realizează o supraevaluare a transferului tensiunilor tangențiale la nivelul contactului pământului cu elementul structural. Acest lucru se justifică prin faptul că la nivelul contactului, după atingerea plasticizării, tensiunile tangențiale rămân constante la valoarea rezistenței de vârf la lunecare. O astfel de analiză dezvoltă o oarecare îndepărtare a răspunsului mecanic estimat de metoda numerică față de comportarea reală prin faptul că se vor genera supraevaluări ale solicitărilor mobilizate în elementul vertical de parament și subevaluări a deformațiilor masivului de pământ armat și a solicitărilor mobilizate în elementul de ranforsare.

Evitarea unor astfel de erori se poate face prin atribuirea elementelor de interfață a unei comportări la lunecare de tip liniar elastic perfect plastică cu rezistență reziduală, (Fig.5.147). Astfel, odată cu reducerea rezistenței la lunecare reziduale în raport cu rezistența de vârf, se observă o reducere a solicitării axiale mobilizate în elementul vertical de parament și o ușoară accentuare a solicitării axiale mobilizate în elementul de armare. Acest fenomen se datorează unei detensionări locale a elementelor de interfață aflate în domeniul de comportare post elastic. Se reduce astfel intensitatea mecanismului de transfer al tensiunilor tangențiale la nivelul contactului dintre elementul vertical și pământul învecinat, reducându-se în acest fel supraestimarea solicitărilor în elementul vertical de parament și subestimarea deformațiilor masei de pământ ranforsate. Atribuită unei astfel de comportări interfeței de la nivelul contactului elementului vertical cu pământul sprijinit, generează apariția unor puncte de variație bruscă, de tip salt brusc al diagramei de variație a tensiunilor tangențiale mobilizate pe fața elementului vertical, (Fig.5.148). O astfel de variație de tip salt, marchează delimitarea comportării elastice de comportarea plastică a elementelor de interfață.

Cu cât diferența dintre rezistența de vârf și rezistența reziduală va fi mai mare, cu atât saltul în diagrama  $\tau$  va fi mai accentuat. Adoptarea adecvată a parametrilor rezistenței la lunecare la vârf și reziduale a interfeței reprezintă cheia unei modelări corecte cu o comportare mecanică estimată cât mai apropiată de comportarea reală. Stabilirea rezistenței reziduale ca o fracțiune a rezistenței de vârf se face prin intermediul coeficientului de reducere a rezistenței,  $\alpha_\tau$ . Valoarea coeficientului  $\alpha_\tau$  este puternic influențată de rugozitatea suprafeței de contact și de parametrilor pământului iar determinarea exactă necesită încercări de laborator.

Conform celor menționate anterior s-a arătat că determinarea parametrilor mecanici de material joacă un rol esențial în ceea ce privește comportarea estimată prin metodele numerice. În ceea ce privește parametri mecanici aferenți interacțiunii la nivelul elementelor de interfață ( $k_s, k_n, \varphi_i, c_i, \varphi_{i.rez}, c_{i.rez}$ ) s-a observat că valoarea numerică a acestora joacă un rol esențial în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat prin metoda numerică. Modul prin care se modelează anumite detalii cât și gradul de finețe a discretizării domeniului de analiză, poate genera anumite diferențe în ceea ce privește răspunsului mecanic estimat prin metoda numerică.

În concordanță cu elementele observate, se evidențiază capabilitatea și versatilitatea MEF cât și multitudinea de posibilități prin care se poate calibra un domeniu de analiză în vederea obținerii unui comportări mecanice estimate cât mai apropiate de comportarea reală. Mai mult, prin atribuirea la nivelul interfeței a unei comportări la lunecare de tip liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală se fac pași înainte privind reducerea diferențelor dintre comportarea reală și comportarea mecanică estimată. Însă, nu trebuie ignorat faptul că MEF este o metodă numerică aproximativă de calcul și trebuie privită ca o unealtă disponibilă, atât în procesul de proiectare a structurilor geotehnice cât și în cercetarea comportării structurilor geotehnice (D. M. Potts, [A.155]). Așadar, întocmai ca unei unelte de lucru și MEF poate și trebuie să sufere îmbunătățiri în vederea creșterii eficienței și a capabilităților acestei metode numerice care a revoluționat calculele ingineresti în ultimii ani.

### **5.3. Analiza parametrică privind interacțiunea în analiza sistemelor de sprijin.**

Analiza mecanică a sistemelor de sprijin rezemate pentru excavațiile adânci din zonele urbane reprezintă o problemă de importantă majoră întrucât răspunsul mecanic estimat al masivului de pământ influențează modul de comportare al obiectivelor din vecinătatea amplasamentului. Analizele unor astfel de probleme necesită o atenție deosebită privind modelarea corectă comportării mecanice a pământului, a modului de comportare a elementelor structurale, respectiv a modului de interacțiune la nivelul pământului cu sistemul de sprijin. În analizele următoare se urmărește rolul interacțiunii pământului cu sistemul de sprijin asupra răspunsului mecanic estimat, cât și surprinderea efectului modelului constitutiv atribuit pământului.

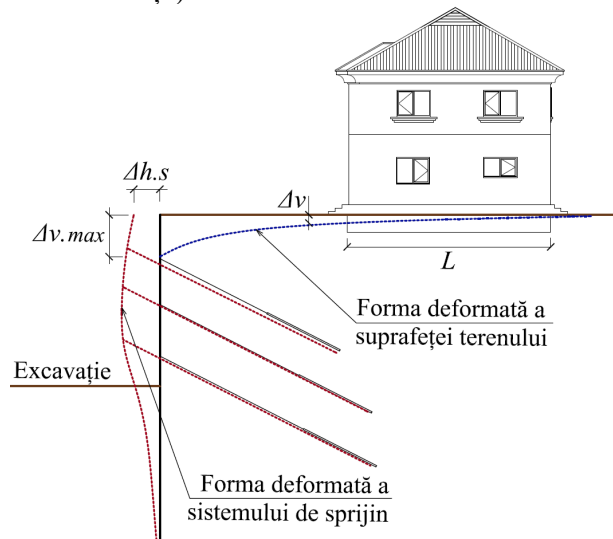
Proiectarea sistemelor de sprijin în zonele urbane (NP 124:2010, [A.145]), impune analiza unor aspecte deosebit de importante pentru asigurarea rezistenței și a stabilității clădirilor învecinate și a peretelui de sprijin.

Dacă prin metoda de calcul MCR (metoda coeficientului de reacțiune) se permite determinarea eforturilor structurale și a deplasărilor mobilizare în sistemul de sprijin, iar prin metoda de calcul MEL (metoda echilibrului limită) se permite determinarea eforturilor structurale mobilizate în sistemul de sprijin, prin MEF (metoda elementului finit) se permite determinarea tensiunilor și a deplasărilor în orice punct din cadrul domeniului de analiză. Altfel spus, MEF permite determinarea atât a deplasării orizontale a sistemului de sprijin, cât și a deplasărilor verticale a suprafeței terenului din vecinătatea excavației. Acest aspect este foarte important întrucât prin MEF se poate estima tasarea suferită de construcțiile situate în apropiere de excavație. Alura diagramei de tasare a terenului învecinat excavației, reprezintă un aspect deosebit de important în procesul de proiectare a sistemului de sprijin. Principial, forma deformată a suprafeței terenului descrie 2 tipuri :

- Deformație concavă, sau de tip ”șă”.
- Deformație convexă sau de tip ”covată”.

În funcție de tipul deformației suprafeței terenului, construcțiile situate în zona de influență a excavației vor reacționa diferit. Alura diagramei de tasare a terenului de tip ”șă” (concavă) se dovedește a fi cea mai periculoasă în raport cu stabilitatea structurală a construcțiilor învecinate. A. Marcu ș.a., [A.132], analizează efectul formei tasării terenului asupra structurilor din zidărie portantă. În urma analizelor realizate, [A.132], se observă că structurile multietajate

din zidărie portantă supuse la o tasare concavă de tip ”șă” (tasare relativă  $\Delta v/L=0.001$ ) își pierd în proporție de 70% capacitatea de rezistență, respectiv aceeași structură supusă la o tasare convexă de tip ”covată” (tasare relativă  $\Delta v/L=0.001$ ) își pierd în proporție de 15% capacitate de rezistență. De aici reiese importanța deosebită care trebuie acordată evaluării deplasării pe verticală a terenului înconjurător și stabilirea distanței până la care apar deformații pe verticală la nivelul suprafeței terenului (zona de influență).



**Fig.5.163.** Deplasări problematice în cadrul sistemelor de sprijin al excavațiilor urbane.

Analizele le-am realizat cu scopul de a cuantifica efectul modelului constitutiv al pământului și al modului prin care se modelează interacțiunea asupra răspunsului mecanic estimat. Astfel se pot creiona anumite aspecte și principiei de care trebuie să se țină cont în modelarea numerică, care au drept rezultat reducerea diferențelor dintre comportarea estimată și comportarea reală.

În vederea evaluării efectului interacțiunii asupra răspunsului mecanic al sistemului de sprijin s-a folosit analiza unui sistem de sprijin ancorat pe 3 nivele conf. H. F. Schweiger [A.168],[A.167]. Geometria sistemului de sprijin este prezentată în Fig.5.164. Sistemul de sprijin are următoarele specificații: înălțime excavată : 16.80 m , element vertical de sprijin: diafragma de grosime 80 cm și lungime de 32.00 m. Elementul vertical este rezemat prin 3 rânduri de șpraițuri:

A1 :  $E = 2.1 \cdot 10^8 \text{ kPa}$  ,  $A_s = 15 \text{ cm}^2$  ,  $pas = 2.30 \text{ m}$  ,  $F_T = 768 \text{ kN}$  (Forță de tensionare),  $L = 19.8 \text{ m}$  ,  $L_{bulb} = 8.00 \text{ m}$  , înclinație =  $27^\circ$ .

A2 :  $E = 2.1 \cdot 10^8 \text{ kPa}$  ,  $A_s = 15 \text{ cm}^2$  ,  $pas = 1.35 \text{ m}$  ,  $F_T = 945 \text{ kN}$  (Forță de tensionare),  $L = 23.3 \text{ m}$  ,  $L_{bulb} = 8.00 \text{ m}$  , înclinație =  $27^\circ$ .

A3 :  $E = 2.1 \cdot 10^8 \text{ kPa}$  ,  $A_s = 15 \text{ cm}^2$  ,  $pas = 1.35 \text{ m}$  ,  $F_T = 980 \text{ kN}$  (Forță de tensionare),  $L = 23.8 \text{ m}$  ,  $L_{bulb} = 8.00 \text{ m}$  , înclinație =  $27^\circ$ .

Nivelul apei subterane (N.A.S.) este înregistrat la cota: -3.00 m. În zona excavației N.A.S. va fi coborât la cota: -17.90 m. Analiza în etape de execuție trebuie să cuprindă următoarele etape:

- Etapa 1: Starea inițială de tensiuni :  $\sigma_v = \sum h_i \cdot \gamma_i$ ,  $\sigma_h = \sigma_v \cdot K_0$ .
- Etapa 2: Instalarea diafragmei la cota: -32.00 m.
- Etapa 3: Coborârea N.A.S. în interiorul excavației la cota -17.90 m.
- Etapa 4: Excavare la cota -4.80 m.
- Etapa 5: Instalare și tensionarea ancorei A1.
- Etapa 6: Excavare la cota: -9.30 m.
- Etapa 7: Instalarea și tensionarea ancorei A2.
- Etapa 8: Excavare la cota: -14.35 m.
- Etapa 9: Instalarea și tensionarea ancorei A3.
- Etapa 10: Excavare finală la cota: -16.80 m.

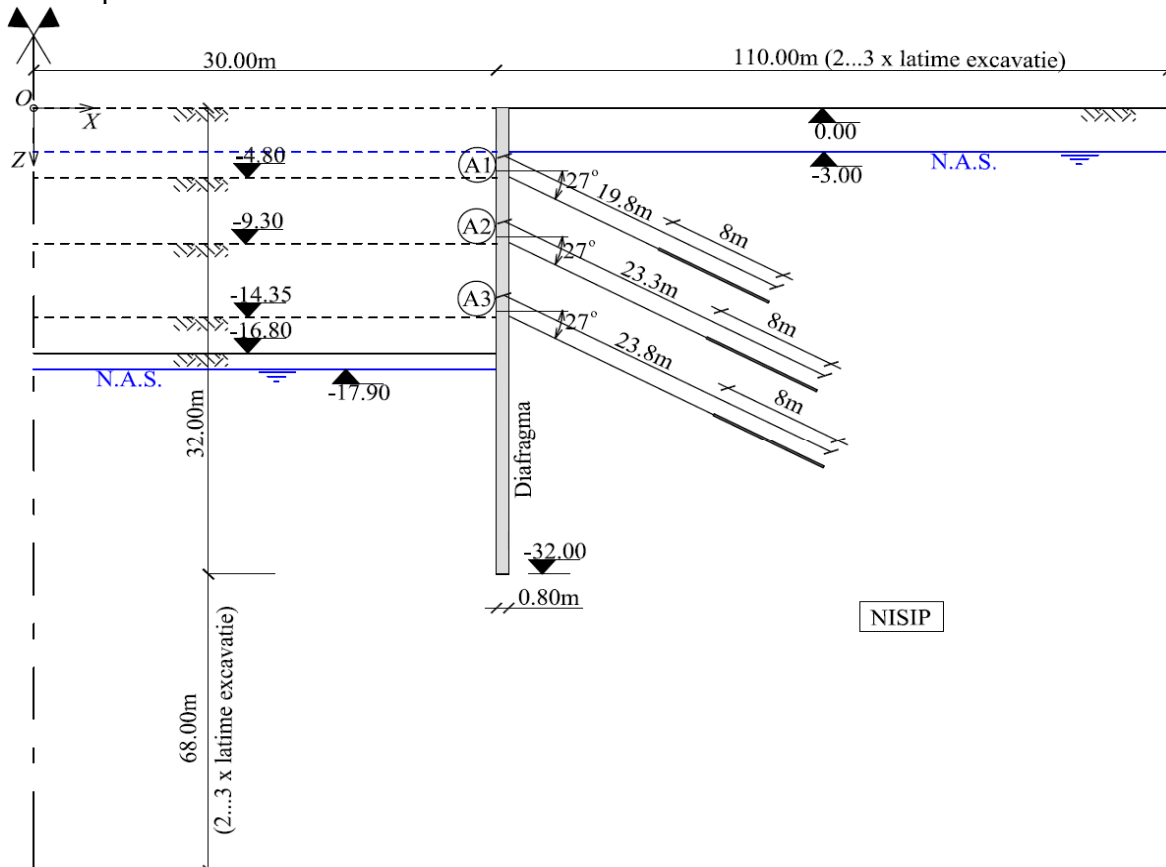


Fig.5.164. Geometrie sistem de sprijin ancorat, conf. H. F. Schweiger, [A.168].

În ceea ce privește proprietățile nisipului sunt date următoarele informații:  $\varphi_s \cong 35^\circ$ ,  $\gamma = 19 \text{ kN} / \text{m}^3$ ,  $\gamma' = 10 \text{ kN} / \text{m}^3$ ,  $\nu_s = 0.2 \dots 0.4$ , respectiv modulul de deformații edometrică variază cu adâncimea astfel:



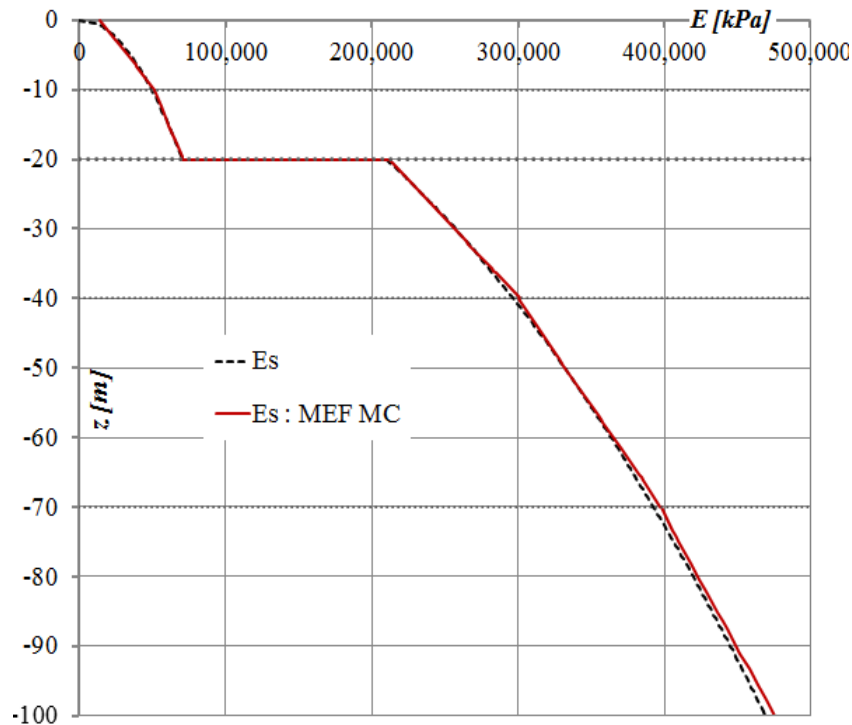
$$E_{oed} = \begin{cases} 20000 \cdot \sqrt{|z|} \cdot kPa \rightarrow \text{pentru } 0 < z < 20m \\ 60000 \cdot \sqrt{|z|} \cdot kPa \rightarrow \text{pentru } z \geq 20m \end{cases} \quad (5.52)$$

În conformitate cu datele puse la dispoziție, terenul va fi modelat utilizându-se modele constitutive diferite cu stratificații diferite. Ca primă observație trebuie menționată asumarea valorii  $\nu_s = 0.28$ .

• O prima variantă de modelare a terenului este prin utilizarea modelului constitutiv liniar elastic perfect plastic de tip Mohr-Coulomb (M.C.). Conform formulării acestui model modulul lui Young al terenului se poate determina în funcție de modulul de deformație edometrică :

$$E_s = \frac{E_{oed} \cdot (1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)}{(1 - \nu_s)} = \frac{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)}{(1 - \nu_s)} \cdot \begin{cases} 20000 \cdot \sqrt{|z|} \cdot kPa \rightarrow \text{pentru } 0 < z < 20m \\ 60000 \cdot \sqrt{|z|} \cdot kPa \rightarrow \text{pentru } z \geq 20m \end{cases} \quad (5.53)$$

Conform ecuație anterioare se poate determina variația  $E_s$  în raport cu adâncimea. În funcție de diagrama de variație obținută se va adoptat o stratificație aferentă, optându-se pentru o valoarea a lui  $E_s$  ce variază liniar cu adâncimea. Astfel, considerând o comportare a pământului de tip liniar elastic - perfect plastic, cu  $E_s$  liniar variabil cu adâncimea, terenul este modelat printr-o succesiune de 5 straturi denumite 1N...5N conform Tabel 5.14. Compararea diagramelor variație  $E_s$  obținute cu ecuația 5.53 și prin MEF sunt exprimate grafic în Fig.5.165 .



**Fig.5.165.** Variația  $E_s$  pe adâncime.

În ceea ce privește parametrii de forfecare  $\varphi_s$ ,  $c_s$ ,  $\psi_s$  s-au adoptat valorile utilizate în lucrarea: [A.168],[A.167]. Deși pământul este un nisip, s-a adoptat o valoare unitară a coeziunii în vederea eliminării unor posibile instabilități numerice. Gestiunea parametrilor de material în

cazul utilizării modelului linear elastic perfect plastic de tip Mohr Coulomb este afișată în Tabel 5.14.

• O a doua opțiune de modelare a pământului este prin utilizarea modelului constitutiv cu ecruisare izotropă "Hardening Soil Model" (HSM). Parametri utilizați sunt conform lucrării: [A.168],[A.167]. În această situație stratificație este alcătuită din 3 straturi (N1...N2), iar parametri de material sunt expuși în Tabel 5.15.

**Tabel 5.14** Stratificație și parametrii teren (M.C.).

Strat	C. sup.[m]	$E_s$ [kPa]	$\mu_s$ [-]	$\varphi_s$ [°]	$c_s$ [kPa]	$\psi_s$ [°]	$\sigma_{t,max}$ [kPa]	$\gamma$	$\gamma_{sat}$	$K_0$ [-]
	C. inf. [m]							[kN/m <sup>3</sup> ]		
1N	0.00	14000	0.28	35	1	5	0	19	20	0.426
	-10.00	51157								
2N	-10.00	51573	0.28	35	1	5	0	19	20	0.426
	-20.00	70888								
3N	-20.00	211980	0.28	38	1	6	0	19	20	0.384
	-40.00	301003								
4N	-40.00	299900	0.28	38	1	6	0	19	20	0.384
	-70.00	396965								
5N	-70.00	398039	0.28	38	1	6	0	19	20	0.384
	-100.00	475466								

**Tabel 5.15** Stratificație și parametrii teren (H.S.M.).

Strat	Cotă sup.[m]	$\varphi_s$ [°]	$c_s$ [kPa]	$\psi_s$ [°]	$\sigma_{t,max}$ [kPa]	$E_{50}^{ref}$ [kPa]	$E_{oed}^{ref}$ [kPa]	$E_{ur}^{ref}$ [kPa]	m [-]	$R_f$ [-]	$\gamma$	$\gamma_{sat}$	$K_0$ [-]
	Cotă inf.[m]										[kN/m <sup>3</sup> ]		
1N	0.00	35	1	5	0	45000	45000	180000	0.55	0.9	19	20	0.426
	-20.00												
2N	-20.00	38	1	6	0	75000	75000	300000	0.55	0.9	19	20	0.384
	-40.00												
3N	-40.00	38	1	6	0	105000	105000	315000	0.55	0.9	19	20	0.384
	-100.00												

\*  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$

Elementul vertical de susținere este un perete mulat (diafragmă) de grosime: 0.80 m,  $E = 30000 \cdot 10^3 kPa$ ,  $\mu = 0.15$ ,  $\gamma = 24kN / m^3$ . Aceasta s-a modelat cu elemente liniare de tip "plate" cu comportare linear elastică la încovoiere și solicitări axiale cu următorii parametri atribuiți:  $EA = 24000000kN/m$ ,  $EI = 1280000kN \cdot m^2/m$ ,  $\mu = 0.15$ ,  $w = 4kN / m / m$ . Interacțiunea între pământ și diafragmă se va analiza prin intermediul elementelor de interfață dispuse pe ambele fețe ale elementelor liniare.

Elementele de interfață se definesc în funcție de modelul utilizat în definirea comportării pământului prin intermediul coeficientului de reducere la nivelul interfeței,  $R_{inter}$ :

→ Cazul modelului M.C.

$$k_s = \frac{G_i}{t_i} = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_s}{t_i} = \frac{(R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{E_s}{2(1+\nu_s)} = \frac{(R_{inter})^2}{\nu_{t,f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{E_s}{2(1+\nu_s)} \quad (5.54)$$

$$k_n = \frac{E_{oed.i}}{t_i} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{E}{2(1+\nu_s)} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{v_{t.f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{E}{2(1+\nu_s)} \quad (5.55)$$

$$c_i = c_s \cdot R_{inter} \quad (5.56)$$

$$\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)) \quad (5.57)$$

$$\psi_i = \begin{cases} 0^\circ \rightarrow R_{inter} < 1 \\ \psi_s \rightarrow R_{inter} = 1 \end{cases} \quad (5.58)$$

→ Cazul modelului HSM diferențele survin în cazul determinării  $k_s$  și  $k_n$ :

$$k_s = \frac{G_i}{t_i} = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_{ur}}{t_i} = \frac{(R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{E_{ur}}{2(1+\nu_{ur})} = \frac{(R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m = \quad (5.59)$$

$$= \frac{(R_{inter})^2}{v_{t.f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m$$

$$k_n = \frac{E_{oed.i}}{t_i} = \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{t_i} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m = \quad (5.60)$$

$$= \frac{11 \cdot (R_{inter})^2}{v_{t.f} \cdot l_{el}} \cdot \frac{1}{2(1+\nu_{ur})} \cdot E_{ur}^{ref} \left( \frac{c_s \cdot \cos \varphi_s - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi_s}{c_s \cdot \cos \varphi_s + p_{ref} \cdot \sin \varphi_s} \right)^m$$

Lungimea liberă a ancorelor s-a modelat cu elemente de tip resort cu următoarele caracteristici:

$$A1 : EA = 315000kN, L_s = 2.30 m, F_T = 768kN$$

$$A2 : EA = 315000kN, L_s = 1.35 m, F_T = 945kN$$

$$A3 : EA = 315000kN, L_s = 1.35 m, F_T = 980kN$$

Bulbii de ancorare s-au modelat cu elemente liniare de tip geogriile (cu rigiditate la solicitări axiale) cu o comportare liniar elastică, având interacțiune totală cu pământul înconjurător. Parametrii elementelor prin care se modelează bulbii ancorelor sunt următorii:

$$A1 : EA = 136957kN/m; \quad A2 : EA = 233333kN/m; \quad A3 : EA = 233333kN/m.$$

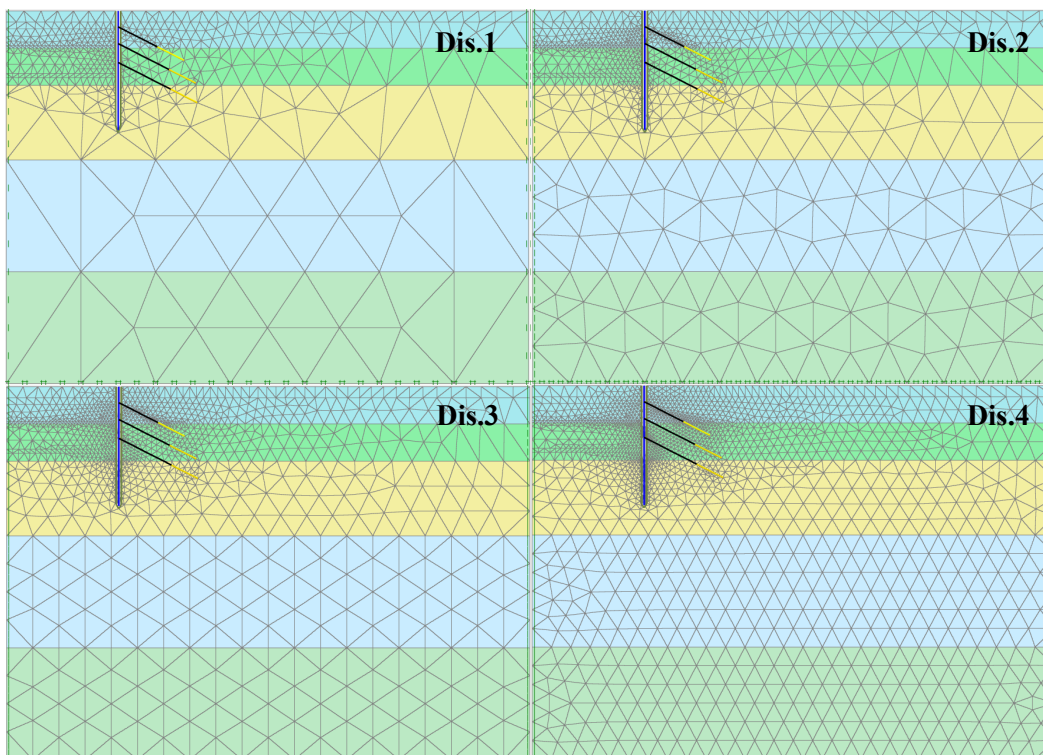
### 5.3.1 Efectul gradului de finețe a discretizării

Efectul gradului de finețe asupra răspunsului mecanic se va investiga pe analize realizate în două situații. O primă situație corespunde utilizării modelului M.C. pentru modelarea pământului, iar a doua situație corespunde utilizării modelului HSM pentru modelarea pământului. Considerând că  $\varphi_i = (2/3)\varphi_s$ , toate analizele se vor realiza utilizând raportul  $R_{inter} = 0.62$ . Analizele se realizează pentru 4 variante de discretizare denumite generic Dis.1...Dis.4, (Fig.5.166). Gestiunea parametrilor aferenți analizelor este prezentată în Tabel 5.16. Analiza s-a realizat în stadii, respectând pașii descriși anterior. Astfel coborârea NAS se

realizează într-o singură etapă anterioară începerii excavației și posterioară execuției diafragmei verticale. Excavația se realizează în 4 etape succesive, (Fig.5.164). Toate analizele s-au realizat în starea plană de deformații utilizându-se ca elemente finite, elemente plane elementele T15, elemente liniare cu 5 noduri și elemente de interfață cu 10 noduri.

**Tabel 5.16** Gestiune parametrii de discretizare domeniu de analiză.

Analiza	Număr noduri	Dimensiune medie element [m]	$v_{t.f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]
Dis.1	8758	3.556	0.1	0.62
Dis.2	14682	3.010	0.1	0.62
Dis.3	22084	2.525	0.1	0.62
Dis.4	33796	2.166	0.1	0.62

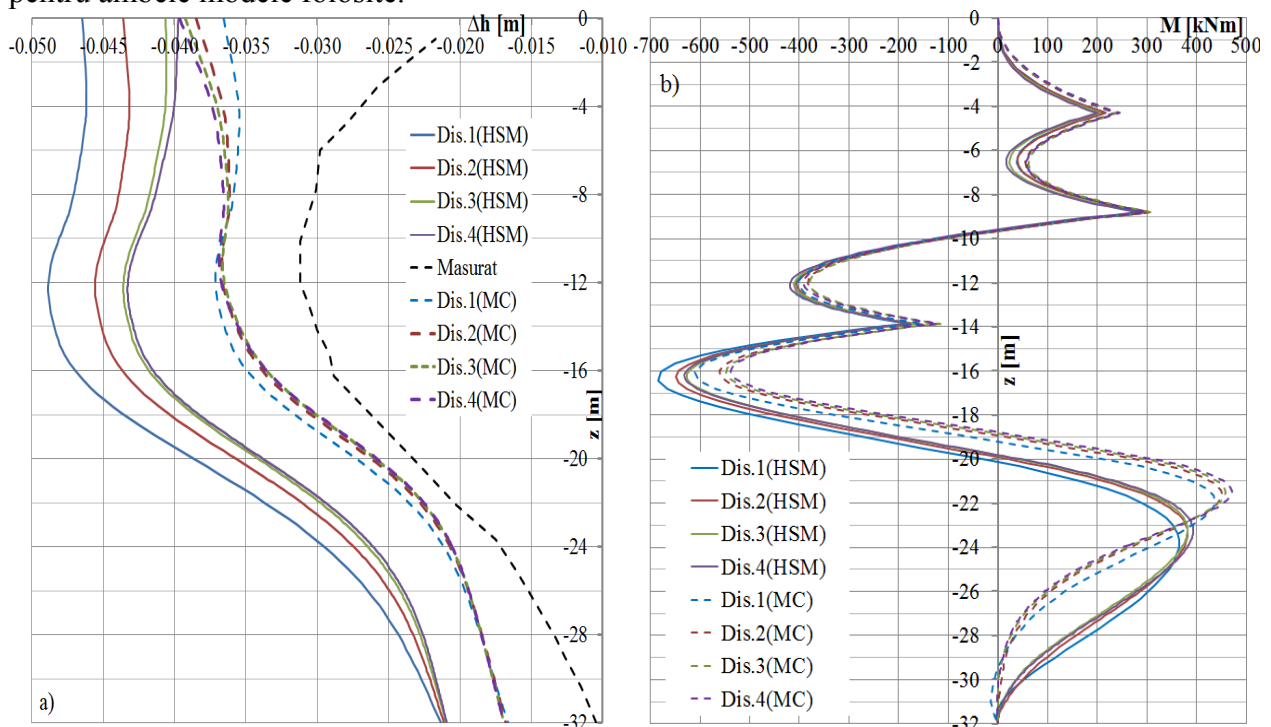


**Fig.5.166.** Variante ale discretizării domeniului de analiză sistem de sprijin ancorat pe 3 nivele.

Efectul gradului de finețe al discretizării se dovedește a avea o influență asupra deplasărilor orizontale ale diafragmei,  $\Delta h$  (Fig.5.167-a) și asupra diagramei de variație a momentului încovoietor  $M$ , (Fig.5.167-b). Ca primă observație se poate observa că variația deformației orizontale a peretelui de sprijin diferă major atât în privința valorilor maxime cât și forme, în funcție de modelul constitutiv asociat unitar pământului și interfeței. Modelul HSM prezintă deplasări mai mari decât modelul MC, (Fig.5.167-a). În ceea ce privește alura de variație, în cazul utilizării modelului HSM, deformația maximă a diafragmei se înregistrează la adâncimea de 12 m, respectiv în cazul modelului MC, deformația maximă a diafragmei se înregistrează la capătul liber superior. În ambele situații deplasările estimate sunt superioare față de măsurătorile inclinometrice corectate, dar alura variației obținută prin adoptarea modelului HSM descrie mai fidel forma deformată obținută prin măsurători inclinometrice. În cazul utilizării modelului HSM,

efectul creșterii gradului de finețe a discretizării are drept efect diminuarea deplasărilor orizontale cu menținerea aceleiași aluri de variație. În cazul modelului MC odată cu creșterea gradului de finețe a discretizării, deplasarea se reduce pentru zona diafragmei inferioară cotei de -12.00 m și se amplifică la capătului superior. În ceea ce privește diagrama momentului încovoietor se poate observa că modelul HSM induce momente maxime superioare aferente feței din aval a diafragmei și momente maxime inferioare aferente feței din amonte a diafragmei. Un alt aspect ce trebuie menționat se referă la deplasarea vârfului diafragmei (cota -32.00 m). Astfel trebuie menționat că variația gradului de discretizare nu aduce variații semnificative asupra deplasării vârfului diafragmei.

În ceea ce privește valoarea maximă a momentului încovoietor, se poate observa că folosirea modelului HSM induce o amplificare a acestei valori. Efectul creșterii gradului de finețe a discretizării are drept efect general o reducere valorilor maxime ale momentului încovoietor pentru ambele modele folosite.

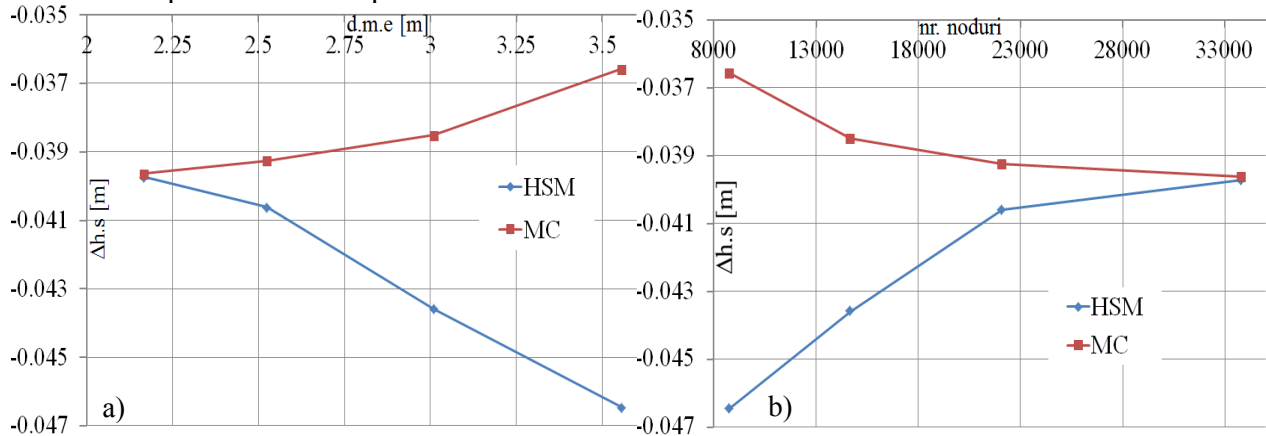


**Fig.5.167.** Efectul gradului de finețe al discretizării asupra  $\Delta h$  diafragmă (a) și  $M$  (b).

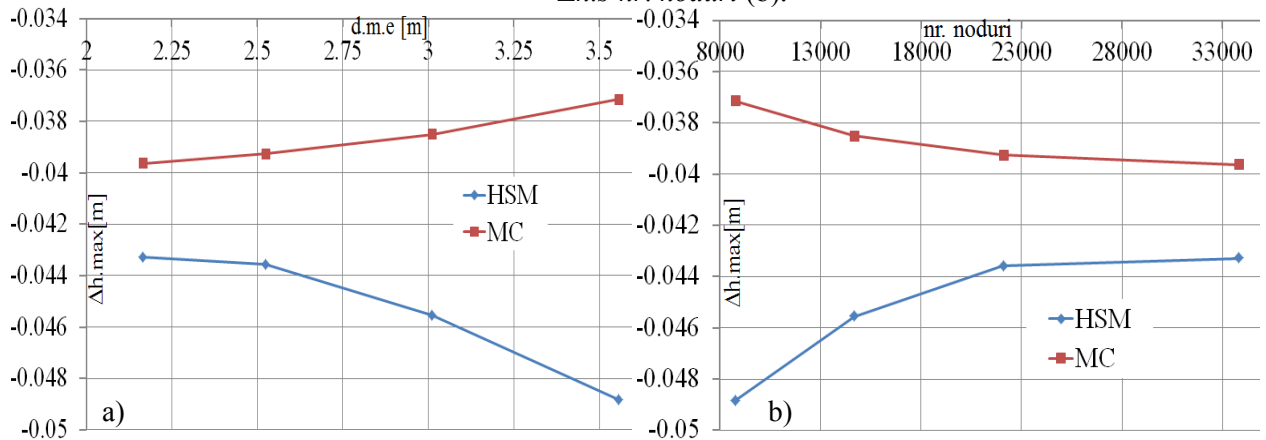
**Variația deplasării verticale a capătului superior al diafragmei,  $\Delta h.s$** , în raport cu parametri ce descriu gradul de finețe al discretizării se poate observa în Fig.5.168. Astfel în Fig.5.168-a se prezintă variația  $\Delta h.s$  în raport cu dimensiunea medie al elementelor finite din cadrul discretizării domeniului de analiză ( $d.m.e.$ ), respectiv în Fig.5.168-b se prezintă variația  $\Delta h.s$  în raport cu numărul de noduri a discretizării. Conform variațiilor observate se poate deduce o tendință de convergență a valorii  $\Delta h.s$  odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării (reducerea  $d.m.e.$  sau creșterea numărului de noduri). Modul de convergență este însă diferit la cele două modele constitutive utilizate. În cazul modelului MC valorile obținute descresc odată cu creșterea gradului de finețe, respectiv în cazul modelului HSM valorile cresc odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării.

**Variația deplasării verticale maxime a diafragmei,  $\Delta h.max$** , în raport cu parametrii ce descriu gradul de finețe al discretizării se poate observa în Fig.5.169. Conform variațiilor

observate se poate deduce o ușoară tendință de convergență a  $\Delta h_{\text{max}}$  odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării. Tendința de convergență este diferită la cele două modele constitutive utilizate în analizele realizate. În cazul modelului MC, odată cu creșterea gradului de finețe valorile  $\Delta h_{\text{max}}$  au tendința să se stabilizeze spre o valoare inferioară. Pe de altă parte, în cazul modelului HSM, odată cu creșterea gradului de finețe valorile  $\Delta h_{\text{max}}$  au tendința să se stabilizeze spre o valoare superioară.



**Fig.5.168.** Efectul gradului de finețe al discretizării: variația  $\Delta h.s-d.m.e.$  (a) și variația  $\Delta h.s-nr. noduri$  (b).



**Fig.5.169.** Efectul gradului de finețe al discretizării: variația  $\Delta h.s-d.m.e.$  (a) și variația  $\Delta h.s-nr. noduri$  (b).

**Variația momentului încovoietor maxim pe fața diafragmei din amonte** excavație,  $M_{\text{max}}(+)$ , în raport cu parametri ce descriu gradul de finețe al discretizării se poate observa în Fig.5.170. În Fig.5.170-a se poate observa variația  $M_{\text{max}}(+)$  în raport cu dimensiunea medie al elementelor finite din cadrul discretizării ( $d.m.e.$ ), respectiv în Fig.5.170-b se prezintă variația  $M_{\text{max}}(+)$  în raport cu numărul de noduri a discretizării. În această situație tendința de convergență nu este atât de proeminentă ca și în cazul deplasărilor laterale ale sistemului de sprijin, cu manifestare identică pentru ambele modele constitutive utilizate (MC și HSM).

**Variația momentului încovoietor maxim pe fața diafragmei din aval** excavație,  $M_{\text{max}}(-)$ , în raport cu parametri ce descriu gradul de finețe al discretizării se poate observa în Fig.5.171. În Fig.5.171-a se poate observa variația  $M_{\text{max}}(-)$  în raport cu dimensiunea medie al elementelor finite din cadrul discretizării ( $d.m.e.$ ), respectiv în Fig.5.171-b se prezintă variația  $M_{\text{max}}(-)$  în raport cu numărul de noduri a discretizării. În acest caz, convergență este foarte

vizibilă urmărind aceeași tendință în ambele modele constitutive utilizate. În conformitate cu rezultatele obținute, odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării, valorile maxime al momentelor încovoietoare maxime, tind să se stabilizeze la o valoare superioară. Altfel spus, sporul de noduri din cadrul domeniului de analiză se resimte printr-un spor a momentelor încovoietoare mobilizate în diafragmă.

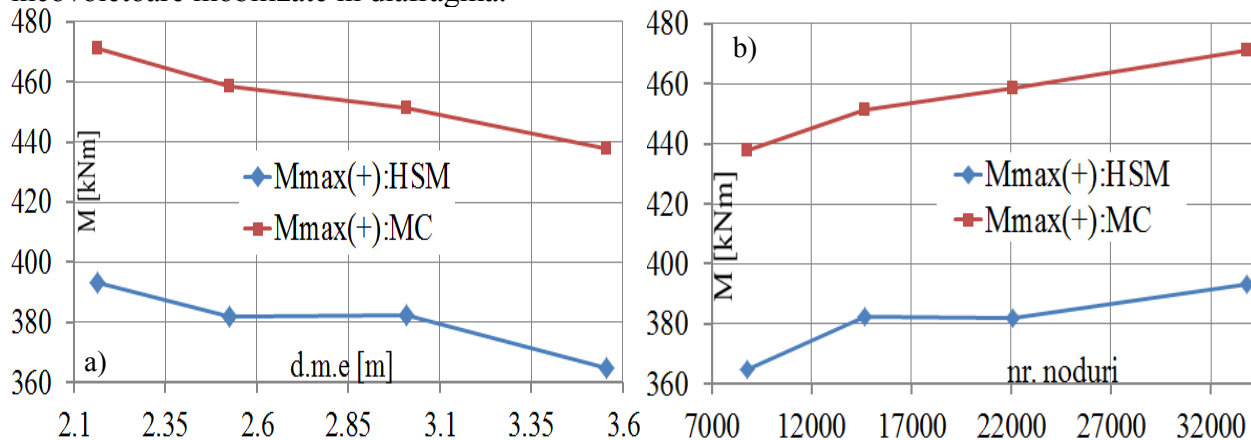


Fig.5.170. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația  $M_{max(+)} - d.m.e$  (a) și variația  $M_{max(+)} - nr. noduri$  (b).

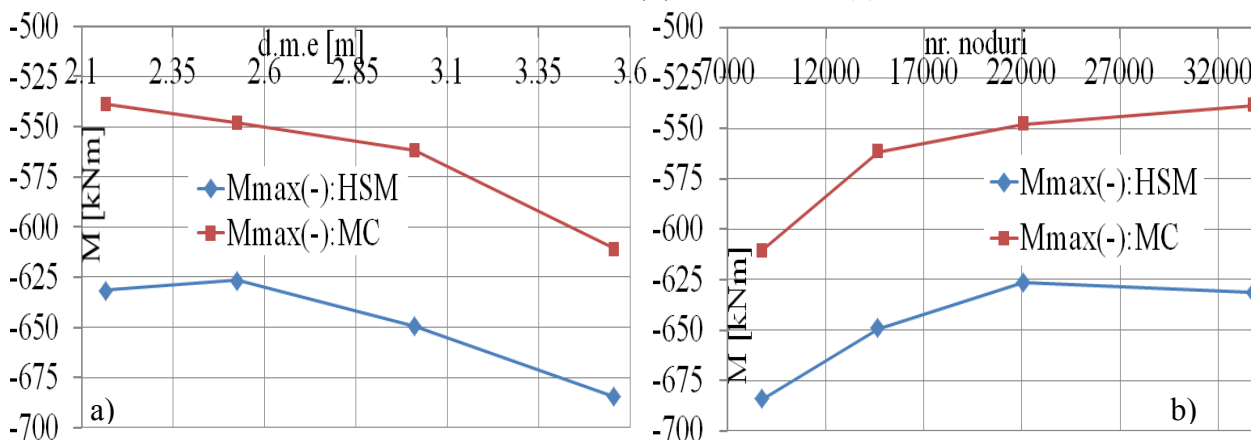


Fig.5.171. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația  $M_{max(-)} - d.m.e$  (a) și variația  $M_{max(-)} - nr. noduri$  (b).

Un alt aspect investigat este deformația terenului pe verticală ( $\Delta v$ ) a terenului din spatele sistemului de sprijin (Fig.5.172) și deformația terenului pe verticală ( $\Delta v$ ) din fața zidului, umflarea fundului săpăturii, ( Fig.5.174). Se poate observa o diferență majoră a deformației terenului pe verticală din spatele zidului dată de modelul constitutiv al terenului. Astfel prin utilizarea unanimă a modelului HSM pentru pământ și interfață se obține o deplasare mult superioară față de modelul MC. Diferențele constă și în alura formei deformației a suprafeței terenului învecinat sistemului de sprijin.

**Variația tasării maxime** a terenului din spatele sistemului de sprijin,  $\Delta v_{max}$  în raport cu parametri ce descriu gradul de finețe al discretizării se poate observa în Fig.5.173. În Fig.5.173-a se poate observa variația  $\Delta v_{max}$  în raport cu dimensiunea medie al elementelor finite din cadrul discretizării ( $d.m.e.$ ), respectiv în Fig.5.173-b se prezintă variația  $\Delta v_{max}$  în raport cu numărul de noduri a discretizării. Tendința de convergență diferă în funcție de modelul constitutiv atribuit



pământului și este puțin mai proeminentă în cazul modelului HSM decât în cazul modelului MC. Astfel în cazul modelului MC sporul de noduri din cadrul domeniului de analiză conduce la tendința de stabilizare a  $\Delta v_{\max}$  la o valoare superioară. În cazul modelului HSM efectul sporului de noduri este invers.

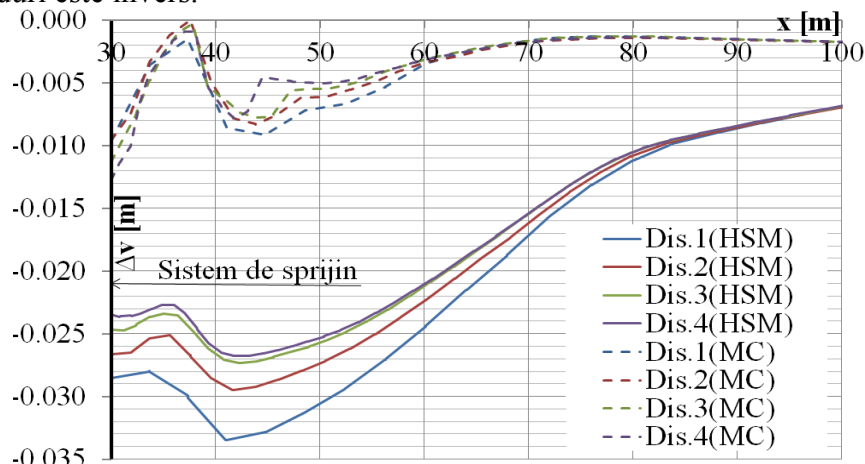


Fig.5.172. Efectul gradului de finețe al discretizării asupra deformației terenului  $\Delta v$  din spatele zidului.

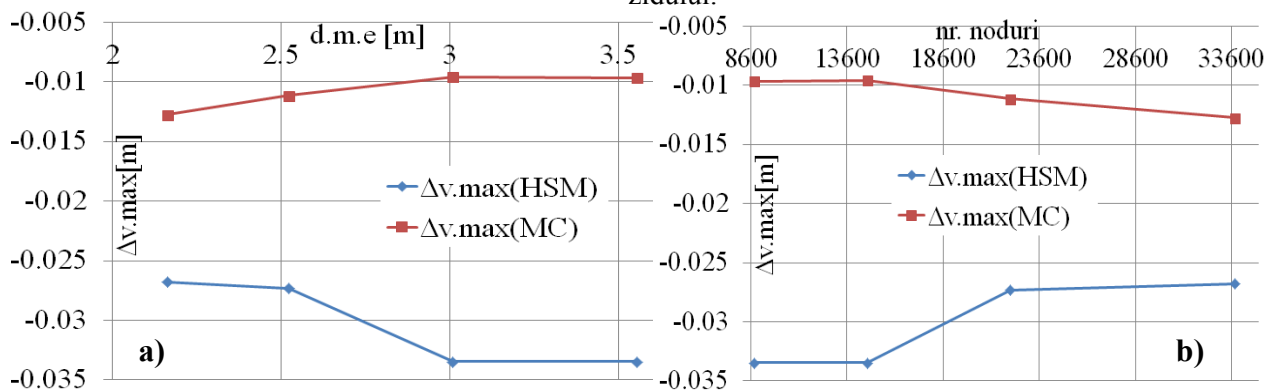


Fig.5.173. Efectul gradului de finețe al discretizării: variația  $\Delta v_{\max}$  – *d.m.e* (a) și variația  $\Delta v_{\max}$  – *nr. noduri* (b).

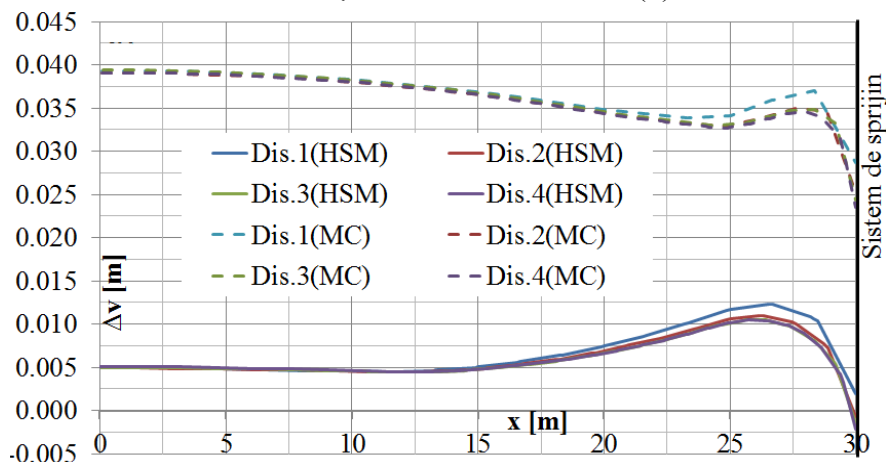


Fig.5.174. Efectul gradului de finețe al discretizării asupra umflării fundului săpăturii.



În ceea ce privește **umflarea fundului săpăturii**, modelul MC gerează umflări net superioare față de HSM, de aprox. 7.5 ori mai mari, (Fig.5.172). În ceea ce privește gradul de finețe al discretizării domeniului de analiză se poate observa ca și tendință globală o reducere ne semnificativă a deformațiilor, odată cu creșterea gradului de finețe.

Diferențele majore sunt datorate modelului constitutiv asociat pământului. Utilizarea modelului MC conduce după sine obținerea unor umflări ale terenului exagerat de mari în raport cu estimarea realizată cu modelul HSM (3.9 cm față de 5 mm).

O observație necesară constă în menționarea faptului că grosimea fictivă a interfeței ( $t_i$ ), cât și modul de determinare a parametrilor  $k_s$  și  $k_n$  sunt direct influențați de gradul de finețe al discretizării. Astfel spus, în analizele anterior realizate, parametri de deformabilitate elastici ai interfeței  $k_s$  și  $k_n$  depind de gradul de finețe al discretizării.

### 5.3.1.1. Aspecte generale privind variația gradului de finețe a discretizării.

În urma analizelor realizate se pot observa anumite tendințe de variația a căror sursă este gradul de finețe al rețelei de discretizare a domeniului de analiză.

În ceea ce privește deformațiile sistemului de sprijin s-a observat că tendințele de variație diferă în funcție de gradul de finețe al discretizării și de modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel în cazul adoptării modelului MC deplasările sistemului de sprijin cresc odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării, iar în cazul modelului HSM deplasările sistemului de sprijin scad odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării. Deplasările sistemului de sprijin tind să stabilizeze pe palierul de variație al dimensiunii medii a elementelor ( $dme$ ) între 2.5 și 2.2 m. Modelul constitutiv ce prezintă sensibilitate accentuată la gradul de finețe al discretizării este modelul HSM. Astfel pentru o diminuare a  $dme$  de la 3.55 m la 2.17 m, deplasarea orizontală a capătului superior al sistemului de sprijin înregistrează o reducere de 7 mm pentru modelul HSM și o creștere de 2.5 mm pentru modelul MC. În ceea ce privește deplasarea orizontală maximă a sistemului de sprijin, odată cu creșterea gradului de finețe, se înregistrează o diminuare de 6 mm pentru modelul HSM și un spor de 3 mm în cazul modelului MC.

În cazul variației momentului încovoietor datorat creșterii gradului de finețe al discretizării, indiferent de modelul constitutiv atribuit pământului, momentul încovoietor prezintă tendințe de diminuare. Tendința de stabilizare la o valoare inferioară (convergența) odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării este mai pronunțată în cazul modelului HSM. Astfel în cazul momentelor încovoietoare, modelul MC prezintă o sensibilitate mai accentuată în raport cu gradul de finețe al discretizării. Pentru o variație a  $dme$  de la 3.55 m la 2.17 m momentul încovoietor maxim mobilizat în diafragmă are o diminuare de 75 kN·m/ml pentru modelul MC respectiv de 55 kN·m/ml pentru modelul HSM.

Profilul de tasare al terenului din spatele zidului de sprijin, este puțin influențat de gradul de finețe al rețelei de discretizare și puternic influențat de modelul constitutiv prin care se modelează. Ca și efect global se poate observa că odată cu creșterea gradului de finețe al discretizării se înregistrează o diminuare a tasării terenului pentru modelul HSM și o accentuare a tasării în cazul modelului MC. Diferențele datorate creșterii gradului de finețe a rețelei de discretizare sunt mai mici de 1 cm în cazul modelului HSM, respectiv mai mici de 5 mm în cazul modelului MC.

Se observă că diferențele generate de gradul de finețe al discretizării se reduc odată cu adoptarea unei rețele fine de discretizare. Altfel spus răspunsul mecanic tinde să convergă spre o

soluție unică odată cu creșterea gradului de finețe a rețelei de discretizare a domeniului de analiză. Această tendință de convergență depinde în principal de tipul de elemente finite din care este alcătuit domeniul de analiză. În consecință, în procesul de determinare a unei soluții inginerești fundamentate pe analize în MEF, se recomandă realizarea de studii parametrice de senzitivitate a discretizării, astfel încât să se stabilească parametri maximi ai rețelei de discretizare față de care răspunsul mecanic estimat nu prezintă variații semnificative. Conform analizelor efectuate, pentru o rețea de discretizare compusă din elemente plane elemente T15, elemente liniare cu 5 noduri și elemente de interfață cu 10 noduri valoarea maximă a dimensiunii medii a elementelor este de aproximativ 2.525 m cu observația că în zonele din vecinătatea elementelor structurale s-a realizat o îndesire locală a nodurilor (Fig.5.166 – Dis.3)

### 5.3.2 Efectul etapelor de analiză

Etaple de analiză prin care se realizează analiza în stagii de lucru, reprezintă un alt aspect investigat. Astfel în analizele ulterioare se investighează efectul realizării excavației în 4 etape (4E-E) și în 7 etape (7E-E) combinat cu efectul coborârii NAS într-o singură etapă (1E-NAS) până la cota -17.90m (conf. Fig.5.164) și cu coborârea NAS în 7 etape (7E-NAS), la o cotă inferioară cu 0.50 m față de cota excavației fiecărei etape. S-au realizat astfel 4 analize prin combinarea etapelor de realizare a excavației cu etapele de coborâre a NAS, conform Tabel 5.17. Toate analizele s-au realizat pe domenii de analize discretizate conform setărilor aferente Dis.4 (Fig.5.166).

**Tabel 5.17** Gestiune parametri analize cu variația etapelor de analiză.

Analiza	Număr noduri	Dimensiune medie element [m]	$v_{t,f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]	Etaple de excavare	Etaple de coborâre NAS
4E-E, 1E-NAS	33796	2.166	0.1	0.62	4	1
4E-E, 4E-NAS	33796	2.166	0.1	0.62	4	4
7E-E, 1E-NAS	32866	2.211	0.1	0.62	7	1
7E-E, 7E-NAS	32866	2.211	0.1	0.62	7	7

Efectul etapelor de analiză asupra deplasării orizontale a diafragmei se poate observa în Fig.5.175-a, respectiv asupra momentului încovoietor în Fig.5.175-b. Se observă că realizarea excavației în mai multe etape de calcul conduce la o reducere nesemnificativă a deplasărilor orizontale și la variații nesemnificative asupra momentului încovoietor (HSM și MC). În ceea ce privește etapele coborârii NAS se poate observa că o coborâre progresivă pe măsura realizării excavației (mai multe etape) denotă o reducere a deplasării orizontale (HSM și MC).

Pe lângă aceste lucruri, în cazul utilizării modelului HSM, reducerea progresivă a NAS conduce la o reducere a deplasării orizontale a vârfului diafragmei (capătul inferior). În ceea ce privește momentele încovoietoare se poate observa că reducerea progresivă a NAS generează o ușoară majorare a momentului încovoietor în cazul HSM și o ușoară diminuare în cazul MC.

Se poate observa astfel că un rol esențial în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat este modelarea corespunzătoare a coborârii nivelului apei subterane. Conform rezultatelor se poate observa că o coborâre bruscă a NAS apriori începerii execuției excavațiilor va genera deplasări superioare ale sistemului de sprijin indiferent de tipul modelului constitutiv adoptat pentru simularea comportării mecanice a pământului. Altfel spus, reducerea progresivă NAS, implică și diminuarea progresivă a presiunii neutrale în masivul de pământ din interiorul incintei excavate, fapt ce va genera mobilizarea unei sări de tensiune efectivă mai redusă în masivul de

pământ ce constituie zone de rezemare a fișei zidului de sprijin. Efectul acestui fapt constă în reducerea stării de tensiuni efective mobilizate în evoluția echilibrului generat prin evoluția nivelului excavației. Reducerea stării de tensiuni, implică și reducerea stării de deformații iar efectul însumat pe parcursul realizării excavației se va resimți în mobilizarea unor deplasări horizontale inferioare ale sistemului de sprijin.

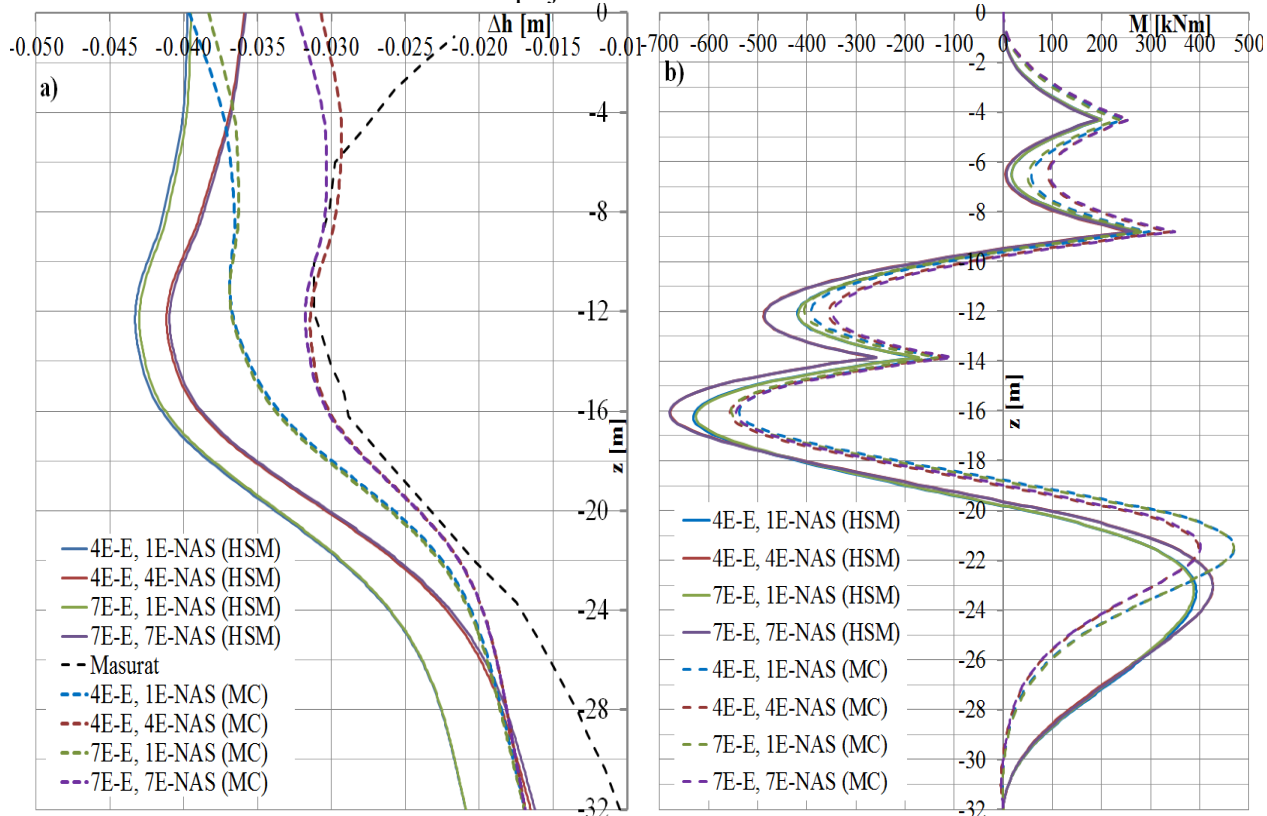


Fig.5.175. Efectul etapelor de analiză asupra  $\Delta h$  diafragmă (a) și asupra  $M$  (b).

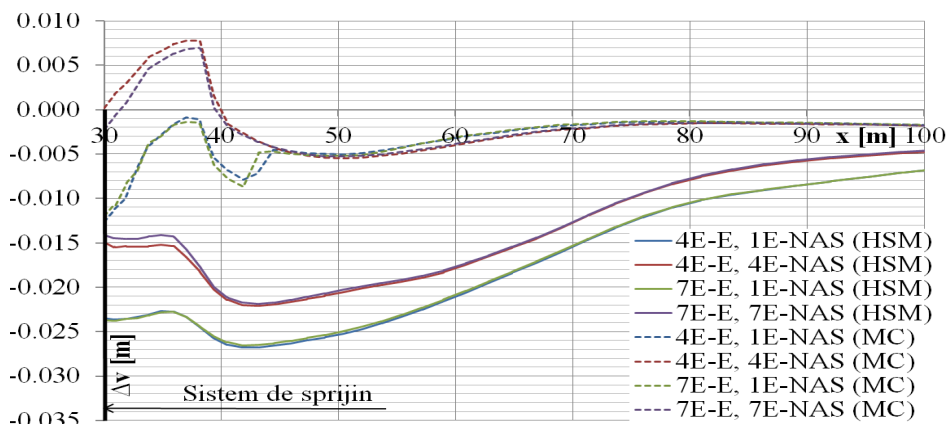


Fig.5.176. Efectul etapelor de analiză asupra deformației terenului,  $\Delta v$ , din spatele zidului.

Efectul etapelor de analiză asupra deformației terenului pe verticală ( $\Delta v$ ) a terenului din spatele sistemului de sprijin este surprins în Fig.5.176. Numărul etapelor de analiză a excavației nu aduce modificări semnificative ale deformației verticale ale terenului din spatele sistemului de sprijin. Pe de altă parte coborârea progresivă a NAS conduce la o reducere a tasării terenului în

cazul HSM. Pe de altă parte în cazul modelului MC coborârea progresivă a NAS conduce la mobilizarea unei umflări locale ( $\Delta v > 0$ ) a terenului în vecinătatea sistemului de sprijin. Acest lucru implică și o ridicare nerealistă a sistemului de sprijin pe măsura realizării excavației.

Efectul etapelor de analiză asupra umflării fundului săpăturii este surprins în Fig.5.177. În ceea ce privește umflarea fundului săpăturii atât etapele de analiză referitoare la realizarea excavației și coborârea NAS nu produce modificări semnificative în cazul utilizării modelului MC. În cazul utilizării modelului HSM se dovedește că numărul etapelor de execuție a excavației nu au un efect semnificativ, însă coborârea progresivă a NAS produce o majorare globală a umflării fundului săpăturii.

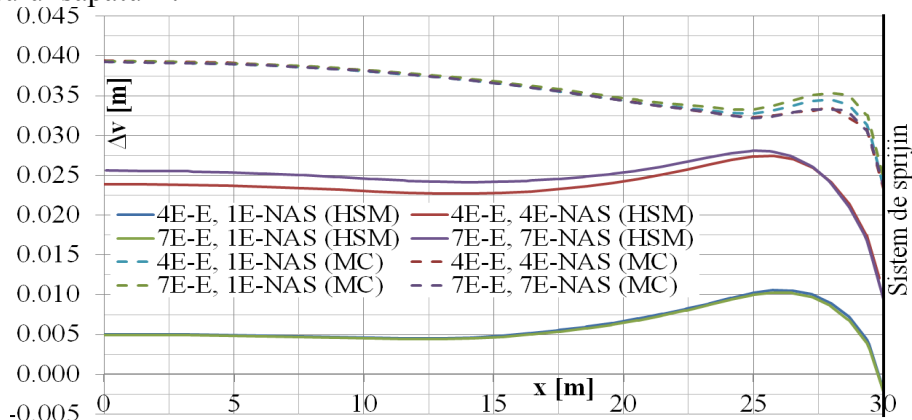


Fig.5.177. Efectul etapelor de analiză asupra umflării fundului săpăturii.

### 5.3.2.1 Aspecte generale privind efectul etapelor de analiză

Conform rezultatelor obținute, se poate desprinde concluzia că modul în care se coboară NAS în interiorul incintei excavate conduce după sine la diferențe semnificative ale răspunsului mecanic estimat. Se observă astfel că o coborâre progresivă a NAS are drept efect eficientizarea răspunsului mecanic al sistemului de sprijin prin înregistrarea unor deplasări inferioare. În ceea ce privește numărul etapelor de analiză prin care se modelează excavația, se observă că o modelare mai exactă prin adoptarea unui număr cât mai mare a stagiilor de analiză are drept efect o ușoară reducere a deplasărilor pentru modelul HSM, respectiv o ușoară amplificare a deplasărilor pentru modelul MC. Trebuie însă menționat că efectul majorării stagiilor de analiză aferente excavației nu este semnificativ în raport cu ordinul de mărime a valorilor deformațiilor înregistrate de sistemul de sprijin.

### 5.3.3 Efectul coeficientului de reducere la nivelul interfeței ( $R_{inter}$ )

În analizele următoare se investighează efectul variației coeficientului de reducere al interfeței,  $R_{inter}$ , asupra răspunsului mecanic al sistemului de sprijin. Au fost realizate analize succesive urmărind variația  $R_{inter}$  de la valoarea unitară până la valoarea de 0.4. Adicional s-a analizat situația aferentă interacțiunii totale dintre diagramă și pământ (fără utilizarea elementelor de interfață). S-au realizat astfel 8 analize, conf. Tabel 5.18.

Trebuie punctat faptul că analize s-au realizat atât pentru modelul HSM atribuit unitar pământului (elementelor plane) și interfeței cât și pentru modelul MC. În toate analizele excavația

s-a realizat în 4 etape cu coborârea NAS progresiv, la o cotă inferioară cu 0.50 m față de cota excavării fiecărei etape. Gradul de finețe al discretizării s-a menținut constant pentru toate analizele efectuate

**Tabel 5.18** Gestiune parametrii analize cu variația  $R_{inter}$ .

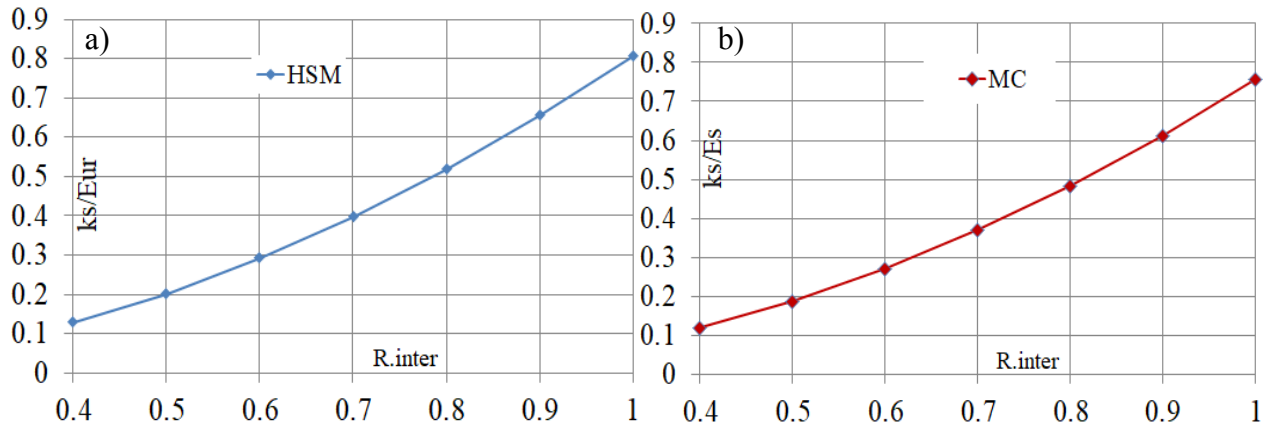
Analiza	Număr noduri	$\nu_{i,f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]	Etape de excavare	Etape de coborâre NAS
$R_{inter}=1$	33796	0.1	1	4	4
$R_{inter}=0.9$	33796	0.1	0.9	4	4
$R_{inter}=0.8$	33796	0.1	0.8	4	4
$R_{inter}=0.7$	33796	0.1	0.7	4	4
$R_{inter}=0.6$	33796	0.1	0.6	4	4
$R_{inter}=0.5$	33796	0.1	0.5	4	4
$R_{inter}=0.4$	33796	0.1	0.4	4	4
Int. totala	33796	-	-	4	4

Un aspect important ce trebuie menționat este faptul că odată cu reducerea  $R_{inter}$  are loc o ”slăbire” a elementelor de interfață. Astfel reducerea  $R_{inter}$  va genera o reducere a parametrilor de rezistență la alunecare ai interfeței ( $\varphi_i, c_i$ ) dar și o reducere a parametrilor elastici de deformabilitate  $k_s$  și  $k_n$ . Gestiunea influenței  $R_{inter}$  asupra parametrilor elementelor de interfață este prezentată în Tabel 5.19, iar reprezentarea grafică a variației  $k_s / E_{ur}$  (HSM),  $k_s / E_s$  (MC) în raport cu  $R_{inter}$  este prezentată în Fig.5.178.

**Tabel 5.19** Variația parametrilor elementelor de interfață funcție de  $R_{inter}$ .

Analiza	$\psi_i$ [°]	Model: HSM		Model: MC	
		$k_s$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$k_n$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$k_s$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$k_n$ [kN/m <sup>3</sup> ]
$R_{inter}=1$	$\varphi_s$	$E_{ur} \cdot 0.807 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 8.88 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.757 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 8.325 \cdot m^{-1}$
$R_{inter}=0.9$	0	$E_{ur} \cdot 0.654 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 7.193 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.613 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 6.743 \cdot m^{-1}$
$R_{inter}=0.8$	0	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 5.683 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 5.328 \cdot m^{-1}$
$R_{inter}=0.7$	0	$E_{ur} \cdot 0.396 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 4.351 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.371 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 4.079 \cdot m^{-1}$
$R_{inter}=0.6$	0	$E_{ur} \cdot 0.291 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 3.197 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.272 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 2.997 \cdot m^{-1}$
$R_{inter}=0.5$	0	$E_{ur} \cdot 0.202 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 2.22 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.189 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 2.081 \cdot m^{-1}$
$R_{inter}=0.4$	0	$E_{ur} \cdot 0.129 \cdot m^{-1}$	$E_{ur} \cdot 1.421 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.121 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 1.332 \cdot m^{-1}$
Int. totala	-	-	-	-	-

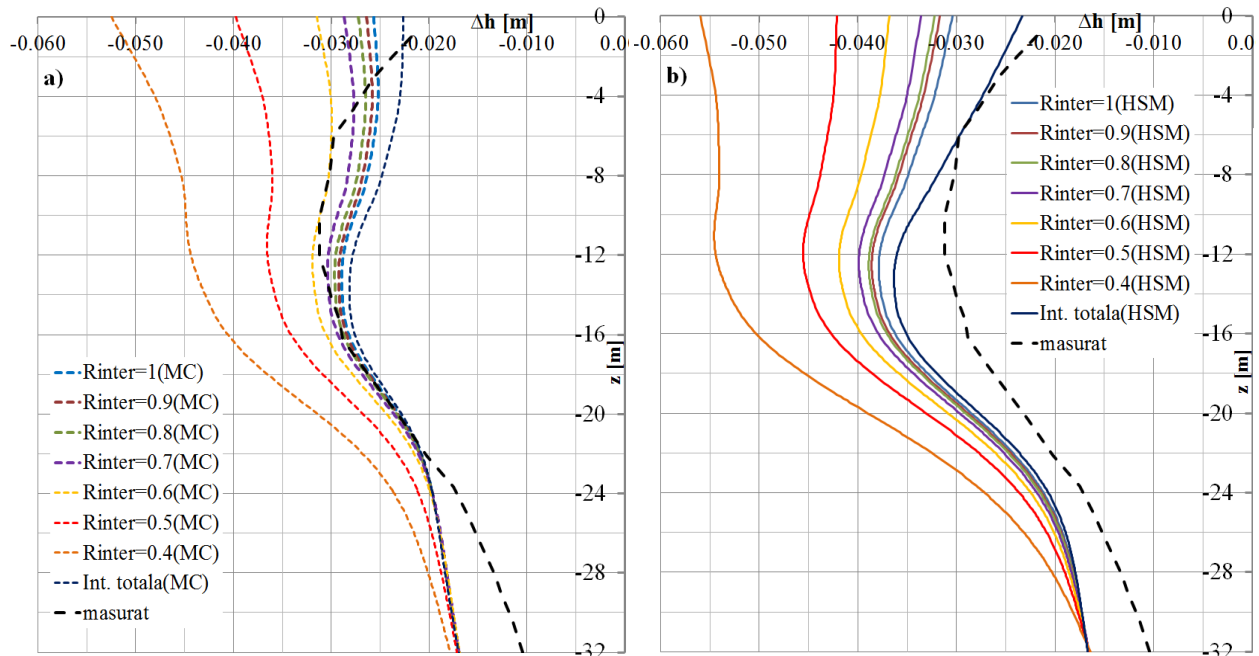
\*  $c_i = c_s \cdot R_{inter}$ ,  $\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s))$ ,  $\nu_i = 0.45$ ,  $k_n / k_s = 11$ .



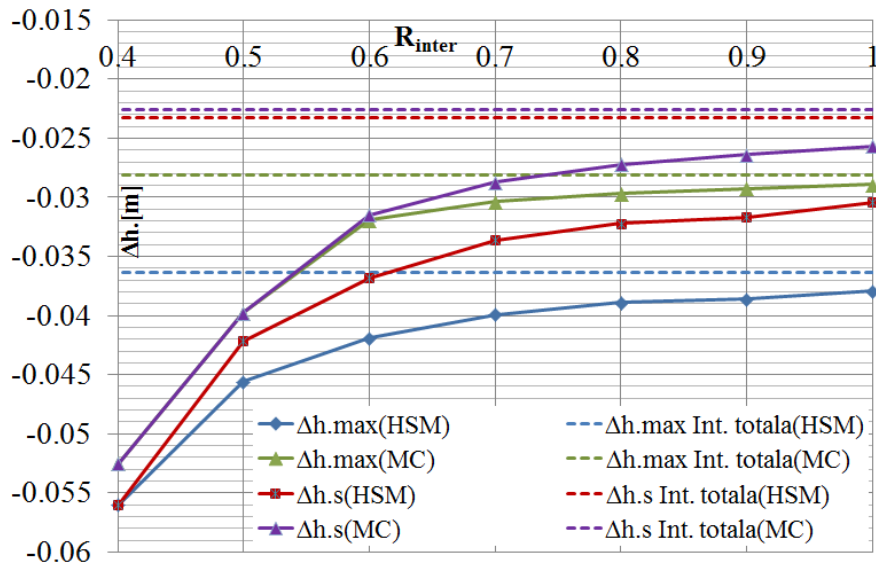
**Fig.5.178.** Variația:  $k_s/E_{ur}- R_{inter}$  (a);  $k_s/E_s- R_{inter}$  (b).

Efectul variației  $R_{inter}$  asupra deplasării orizontale a diafragmei ( $\Delta h$ ) în cazul utilizării modelului MC se poate observa în Fig.5.179-a, respectiv pentru utilizarea modelului HSM în Fig.5.179-b. Ca tendință globală se observă că deplasările orizontale cresc odată cu reducerea parametrului  $R_{inter}$ . Altfel spus prin ”slăbirea” interacțiunii la nivelul contactului zidului de sprijin cu masivul de pământ, sistemului de sprijin va înregistra deformații mai mari.

Deplasările minime se obțin în cazul unei interacțiuni totale (fără utilizarea elementelor de interfață) atât în cazul MC cât și pentru HSM. În urma analizei rezultatelor se poate observa o neliniaritate între variația deplasării pe orizontală a diafragmei raportată la variația  $R_{inter}$ . Se obțin diferențe mai mari ale deplasărilor laterale ale diafragmei atunci când  $R_{inter}$  variază pe un palier inferior (între 0.6 ... 0.4) decât în situația aferentă variației  $R_{inter}$  pe un palier superior (între 1...0.6). Diferențele deplasărilor superioare ale diafragmei ( $\Delta h.s$ ), înregistrate la cota terenului ( $\pm 0.00$ ) cât și diferențele deplasărilor maxime ale diafragmei ( $\Delta h.max$ ) raportate la variația  $R_{inter}$  este prezentată în Fig.5.180.

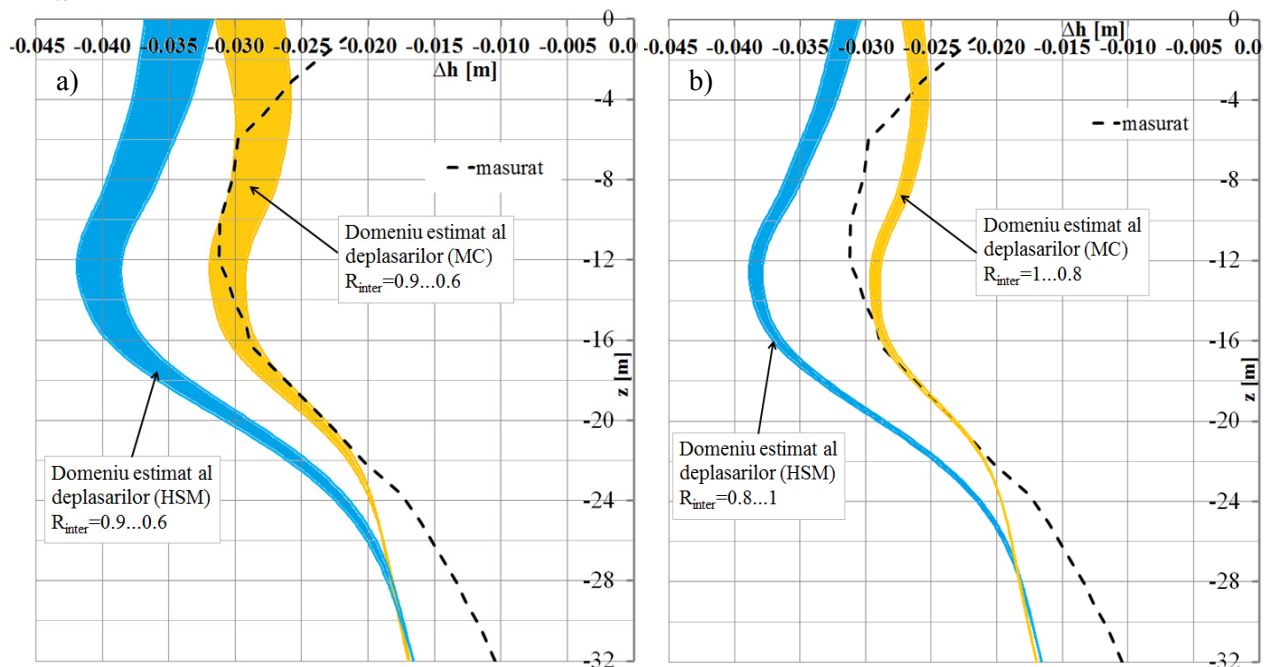


**Fig.5.179.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra  $\Delta h$  diafragmă model MC (a) și HSM (b).



**Fig.5.180.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra  $\Delta h.s$  și asupra  $\Delta hmax$  diafragmă.

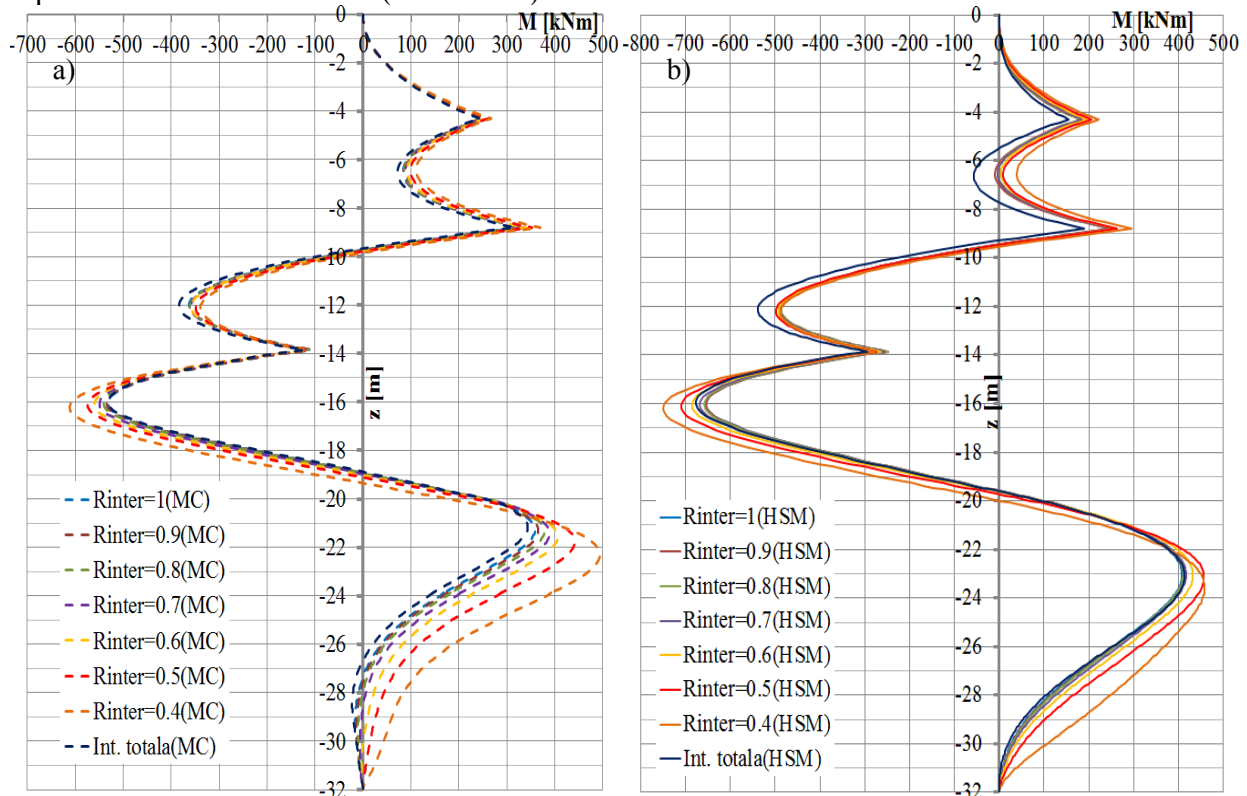
Întrucât stabilirea unui coeficient de reducere al interfeței,  $R_{inter}$ , este dificilă, se propune adoptarea coeficientului  $R_{inter}$  ca un parametru variabil pe un palier definit de o valoare minimă și o valoare maximă. În acest fel estimarea deplasării laterale a sistemului de sprijin se va face sub formă de înfășurătoare. Astfel pe baza adoptării unui palier de variație  $R_{inter}$  se poate estima o înfășurătoare probabilă în care se poate regăsi forma deformată reală (măsurată). Considerând un interval de variație  $R_{inter}=0.9...0.6$ , domeniul estimat al deplasărilor laterale se poate observa în figura Fig.5.165-a. Conf. Gouw Tjie-Liong [A.82], în cazul interacțiunii dintre beton și nisip  $R_{inter}$  poate varia între  $1...0.8$ . Domeniul estimat al deplasărilor laterale pentru intervalul  $R_{inter}=1...0.8$  este prezentat în figura Fig.5.165-b.



**Fig.5.181.** Estimarea deplasării orizontale pe intervalul  $R_{inter}=0.6...0.9$ -a,  $R_{inter}=0.8...1$ -b.

Efectul variației  $R_{inter}$  asupra momentului încovoietor mobilizat în diafragmă în cazul utilizării unitare a modelului MC se poate observa în Fig.5.182-a, respectiv în cazul utilizării modelului HSM, se poate observa în Fig.5.182-b. Ca tendință globală se observă că momentele încovoietoare cresc odată cu reducerea parametrului  $R_{inter}$ .

Diferențele valorilor maxime ale momentului pe fața din aval a diafragmei  $M.max(-)$  pe intervalul  $R_{inter} = 1$  și  $R_{inter} = 0.4$  este de 95.34 kN·m/ml (model HSM) respectiv de 79.64 kN·m/ml (model MC). Diferențele valorilor maxime ale momentului pe fața din amonte a diafragmei  $M.max(+)$  pe intervalul  $R_{inter} = 1$  și  $R_{inter} = 0.4$  este de 50.58 kN·m/ml (model HSM) respectiv de 135.83 kN·m/ml (model MC).



**Fig.5.182.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra  $M$  diafragmă model MC (a) și HSM (b).

Variația momentului maxim mobilizat pe fața din aval a diafragmei,  $M.max(-)$ , în raport cu  $R_{inter}$  este reprezentată grafic în Fig.5.183-a, respectiv momentului maxim mobilizat pe fața din amonte a diafragmei,  $M.max(+)$ , în raport cu  $R_{inter}$  este reprezentată grafic în Fig.5.183-b. În cazul utilizării modelului MC și adoptând o interacțiune totală la nivelul contactului zidului de sprijin cu masivul de pământ (fără utilizarea elementelor de interfață) se poate observa că valorile momentelor maxime pe ambele fețe ale diafragmei se reduc. În cazul utilizării modelului HSM, lipsa utilizării elementelor de interfață generează obținerea unor valori ale momentelor maxime incluse pe palierul de variație al momentelor aferente variației  $R_{inter}$  între 1 și 0.4 (Fig.5.183). În conformitate cu rezultatele obținute se observă că indiferent de modelul constitutiv folosit, odată cu ”slăbirea” interacțiunii momentele încovoietoare din diafragmă se majorează. În cazul utilizării modelului MC indiferent de valoarea  $R_{inter}$  momentele încovoietoare sunt mai mari decât



momentele obținute în urma analizei fără elemente de interfață. În cazul utilizării modelului HSM, există valori  $R_{inter}$  care generează mobilizarea unor momente încovoietoare în diafragmă inferioare valorilor obținute în urma analizei fără elemente de interfață.

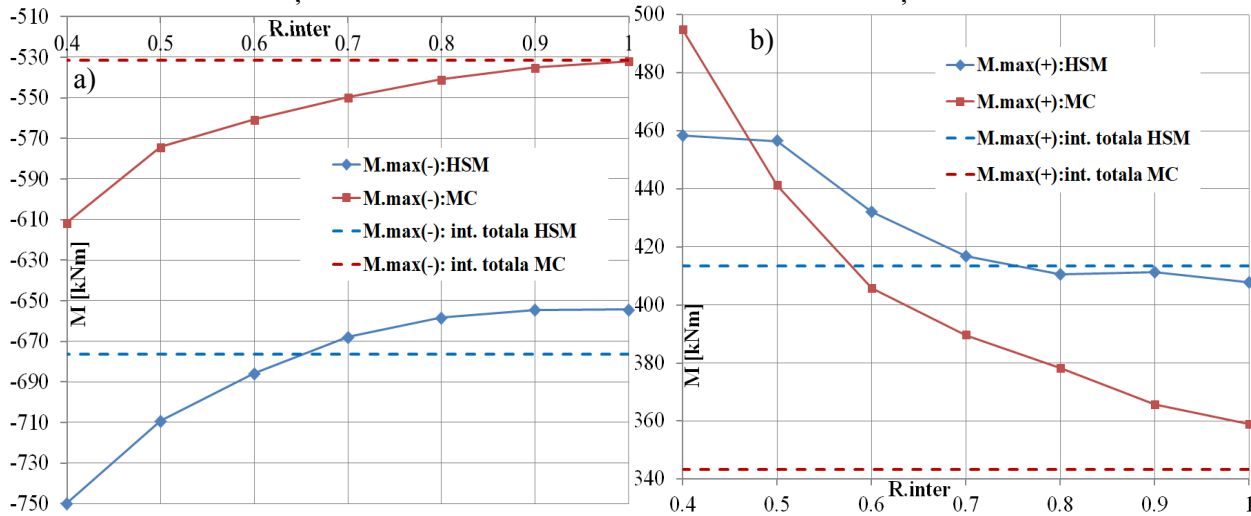


Fig.5.183. Efectul variației  $R_{inter}$  asupra  $M.max(-)$  diafragmă (a) și asupra  $M.max(+)$  diafragmă (b).

Considerând că valoarea coeficientului  $R_{inter}$  nu se cunoaște exact, se propune adoptarea coeficientului  $R_{inter}$  ca un parametru variabil pe un palier definit de o valoare minimă și o valoare maximă. Astfel, momentul încovoietor se poate estima ca o înfășurătoare pentru  $R_{inter}=0.9...0.6$  (Fig.5.184-a), respectiv pentru  $R_{inter}=1...0.8$  (Fig.5.184-b).

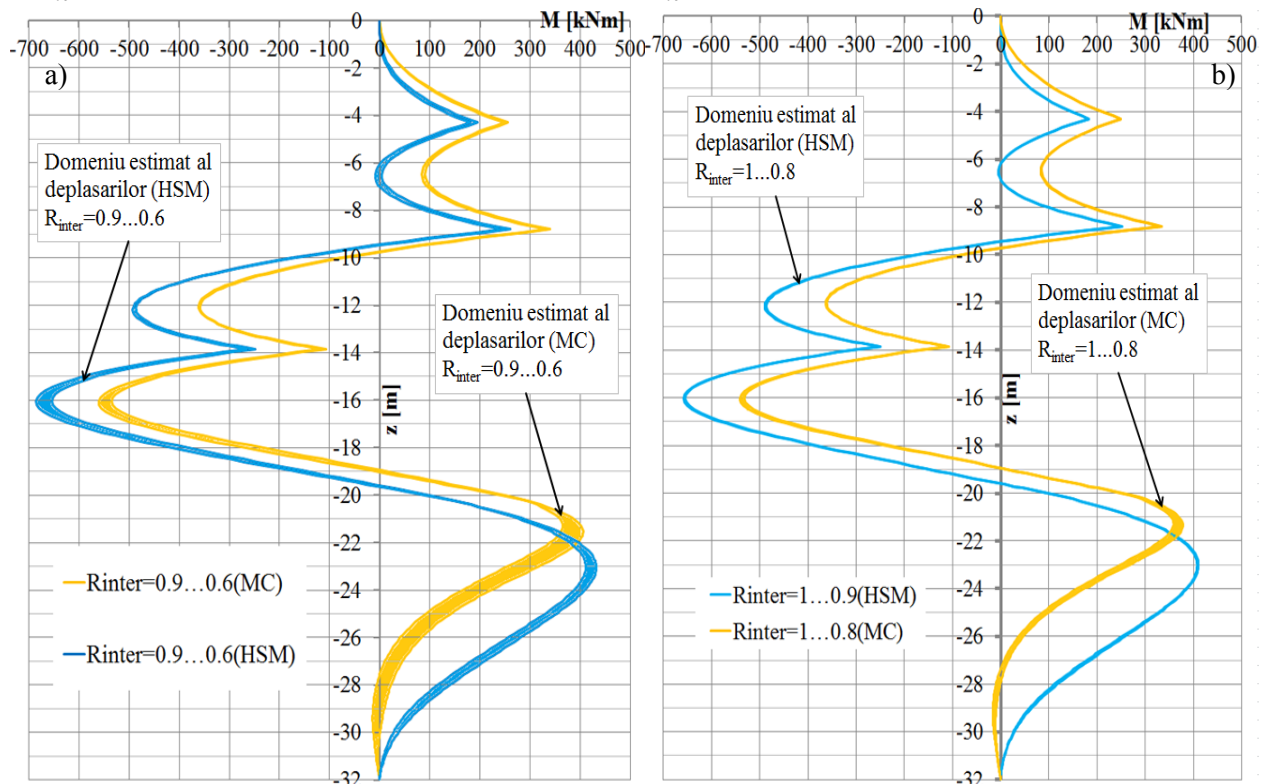
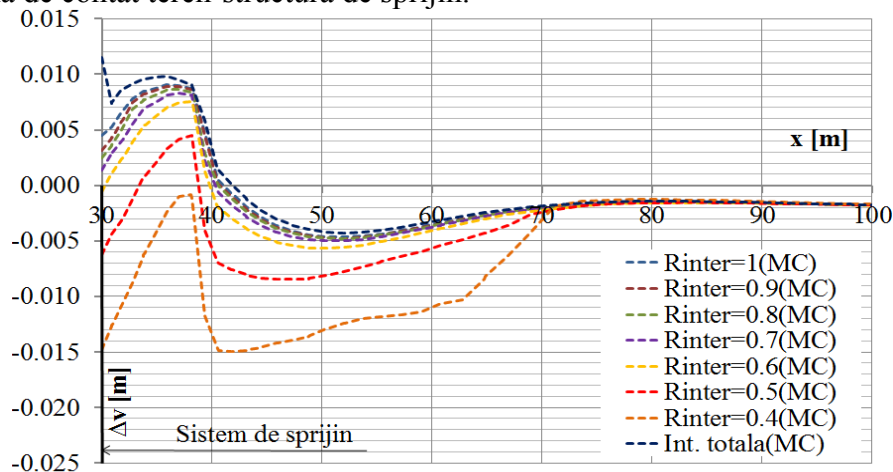


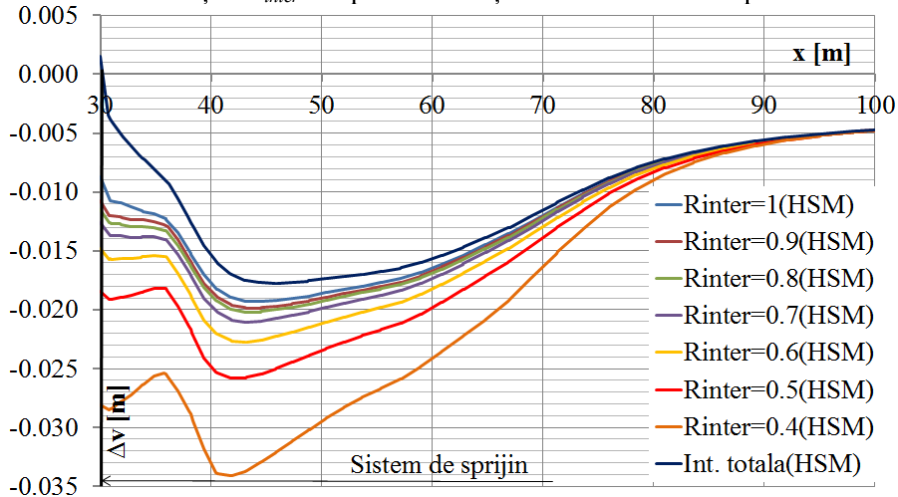
Fig.5.184. Estimarea momentului încovoietor pe intervalul  $R_{inter}=0.6...0.9$ -a,  $R_{inter}=0.8...1$ -b.

Printr-o astfel de abordare se estimează un palier de variație a momentului încovoietor, în funcție de palierul de variație al coeficientului  $R_{inter}$ . Se evită astfel estimarea răspunsului mecanic printr-o soluție unică. În concluzie se adoptă o estimare mai flexibilă prin care se stabilesc limite ale variației diagramei momentului încovoietor mobilizat în diafragmă.

Efectul variației  $R_{inter}$  asupra deplasării verticale a terenului din spatele zidului se poate observa în Fig.5.185 (cazul utilizării unitare a modelului MC) și în Fig.5.186 (cazul utilizării unitare a modelului HSM). Ca tendință globală se observă că profilul de tasare a terenului se accentuează odată cu reducerea parametrului  $R_{inter}$ . În situația utilizării modelului MC diagrama de tasare a terenului prezintă (în mod nerealist) umflări în vecinătatea sistemului de sprijin. Neliniaritatea între variația tasării terenului și variația  $R_{inter}$  se păstrează. Ignorarea interacțiunii parțiale dintre diafragmă și pământ conduce obținerea unor profile de tasare reduse, nerealiste în special în zona de contact teren-structura de sprijin.



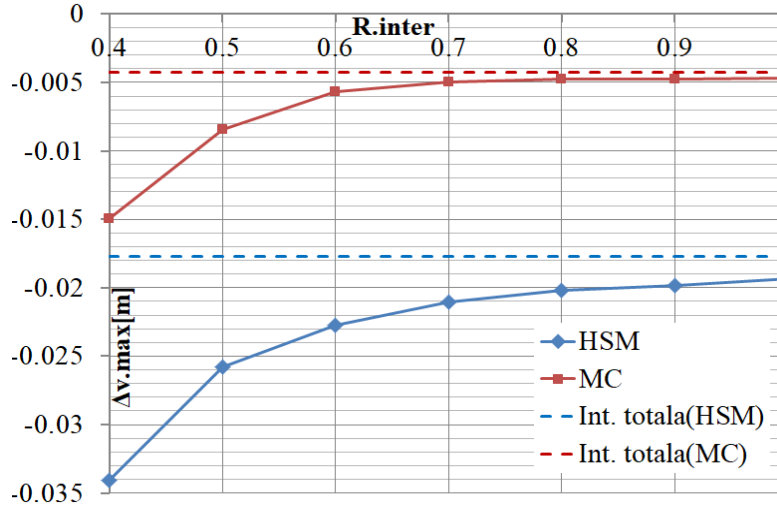
**Fig.5.185.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra deformației terenului  $\Delta v$  din spatele zidului model:MC.



**Fig.5.186.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra deformației terenului  $\Delta v$  din spatele zidului model:HSM.

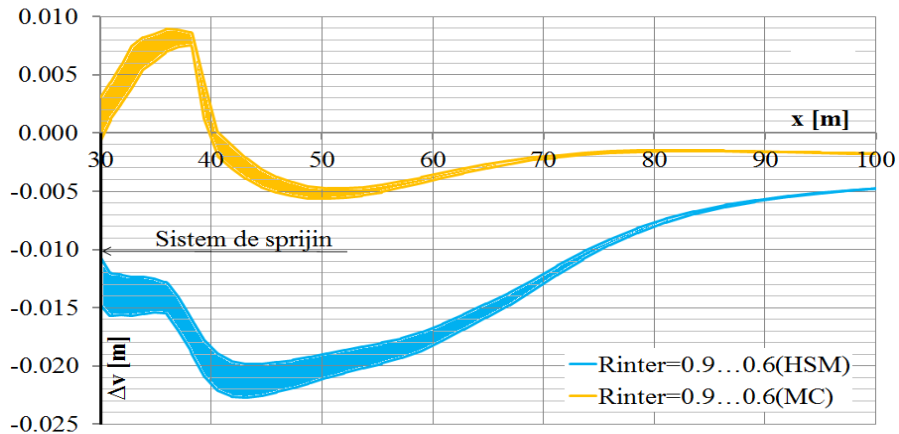
Tasarea maximă se obține la distanța de 10-20 m de sistemul de sprijin (model HSM) respectiv la o distanță de 25-35 m de sistemul de sprijin (model MC). În ceea ce privește zona de influență a sistemului de sprijin, evidențiată prin aplatizarea diagramei  $\Delta v$ , se poate observa că în

situația utilizării modelului HSM zona de influență se întinde pe o distanță de aprox. 70.00 m față de sistemul de sprijin, respectiv în cazul modelului MC zona de influență se dezvoltă pe o distanță de aprox. 40.00 m (70-30) față de sistemul de sprijin. Variația  $R_{inter}$  nu aduce modificări semnificative asupra zonei de influență, evidențiată prin profilul tasării terenului din spatele zidului. Neliniaritatea între variația tasării terenului și variația  $R_{inter}$  se poate evidenția exprimând grafic tasarea maximă a terenului ( $\Delta v_{max}$ ) în raport cu  $R_{inter}$ , (Fig.5.187).

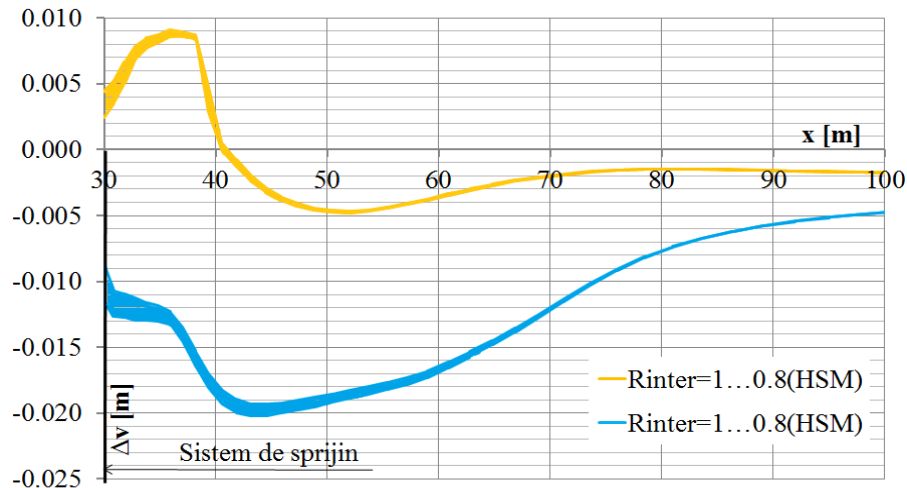


**Fig. 5.187.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra  $\Delta v_{max}$  teren.

Estimarea deplasărilor verticale ale terenului din vecinătatea sistemului de sprijin al excavației poate fi un aspect de o importanță majoră, în cazul existenței unor obiective de importanță în vecinătatea excavației. Unul dintre aspectele cele mai importante (pe lângă dimensionarea structurală a sistemului de sprijin) reprezintă asigurarea siguranței și a stabilității obiectivelor din vecinătatea amplasamentului (clădiri existente, drumuri publice, etc.). Acest aspect se tratează sub aspectul deformației terenului. După cum se poate observa estimarea deformației terenului variază semnificativ în funcție de modelul constitutiv atribuit terenului, și a modului în care se consideră interacțiunea dintre elementul de sprijin și teren. Adoptând principiul estimării pe intervale de variație  $R_{inter}$ , se poate estima un domeniu al distribuției deplasărilor verticale ale terenului pentru  $R_{inter}=0.9...0.6$  (Fig.5.188), respectiv pentru  $R_{inter}=1...0.8$ , (Fig.5.189).



**Fig. 5.188.** Estimarea  $\Delta v$  din spatele zidului pe intervalul  $R_{inter}=0.6...0.9$ .



**Fig.5.189.** Estimarea  $\Delta v$  din spatele zidului pe intervalul  $R_{inter}=0.8...1$ .

În ceea ce privește estimarea diagramei deplasărilor verticale ale terenului se pot puncta următoarele aspecte:

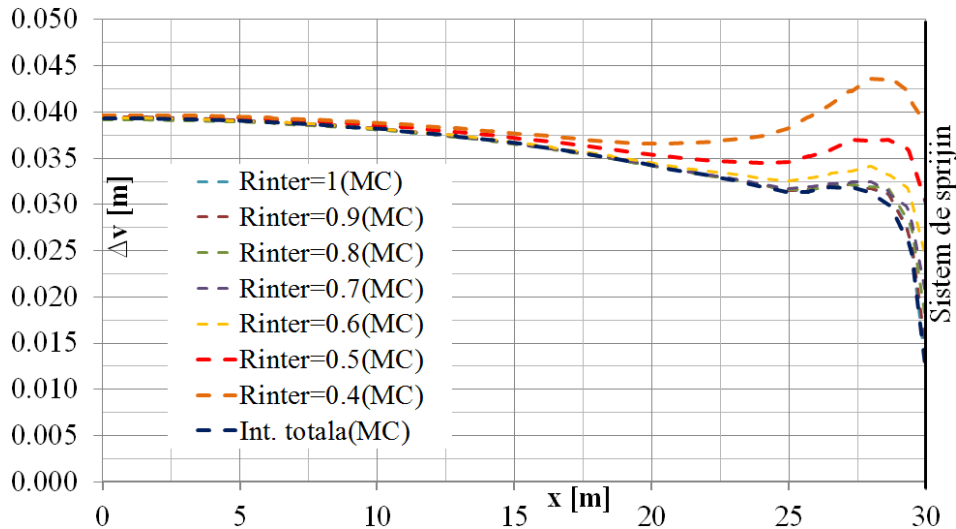
1) Utilizarea modelului MC denotă o umflare a terenului datorată detensionării masivului de pământ ca urmare a realizării excavației progresive. Acest tip de deformăție poate fi în mod forțat asimilat cu un profil de tasare de tip convex – concav irealist, [A.93].

2) Utilizarea modelului HSM denotă un profil de tasare a terenului din spatele sistemului de sprijin de tip concav, profil confirmat de măsurătorile și metodele empirice prezentate de P-G Hsieh ș.a. [A.93]. În conformitate cu studiile realizate, tasarea terenului din spatele unei structuri de sprijin poate descrie o alură de tip concavă sau de tip arc de boltă (convexă). Studii cvasi-simulare referitoare la tasarea terenului învecinat sistemelor de sprijin a excavațiilor sunt prezentate și de M. M- Czajewska, [A.134] și de M. Khoiri ș.a. [A.110].

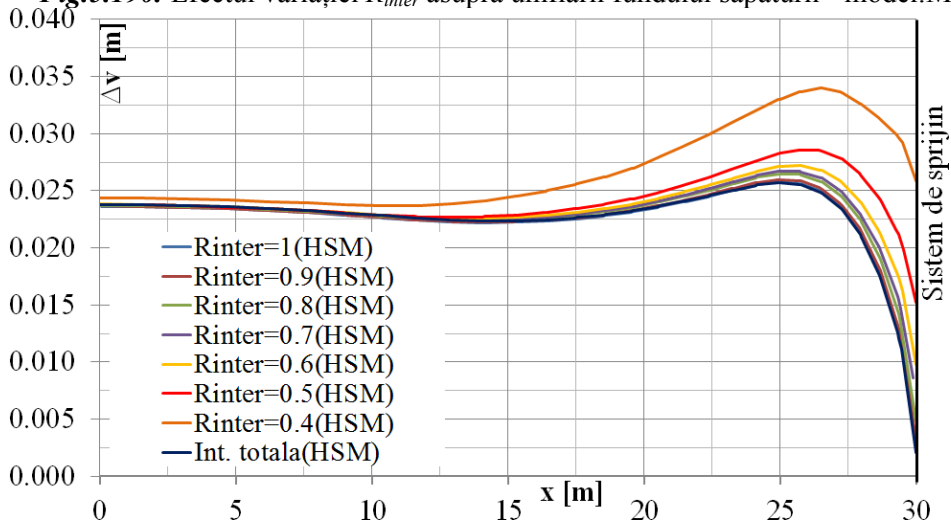
R. J. Jardine ș.a.[A.104] atrage atenția privind efectul utilizării modelelor constitutive liniare și neliniare (în termeni de variație tensiuni - deformații specifice) asupra profilului de tasare estimat a terenului din spatele sistemului de sprijin. Astfel sunt confirmate analizele anterioare privind predicția unui profil de tasare negativă (umflare) în cazul utilizării modelelor liniar elastice (MC).

Efectul variației  $R_{inter}$  asupra umflării fundului săpăturii se poate observa în Fig.5.190 (cazul utilizării modelului MC) și în Fig.5.191 (cazul utilizării modelului HSM). Ca tendință globală se observă că umflările fundului săpăturii se accentuează odată cu reducerea coeficientului  $R_{inter}$  la nivelul interfeței și sunt minime în situația considerării unei interacțiuni totale dintre diafragmă și a pământ (în lipsa utilizării elementelor de interfață).

Trebuie precizat că influența variației  $R_{inter}$  se resimte asupra profilului de umflare a fundului săpăturii doar în vecinătatea sistemului de sprijin (aprox. 15 m). În situația utilizării modelului MC diagrama de umflare a fundului săpăturii este net superioară în raport cu rezultatele obținute prin utilizarea modelului HSM.

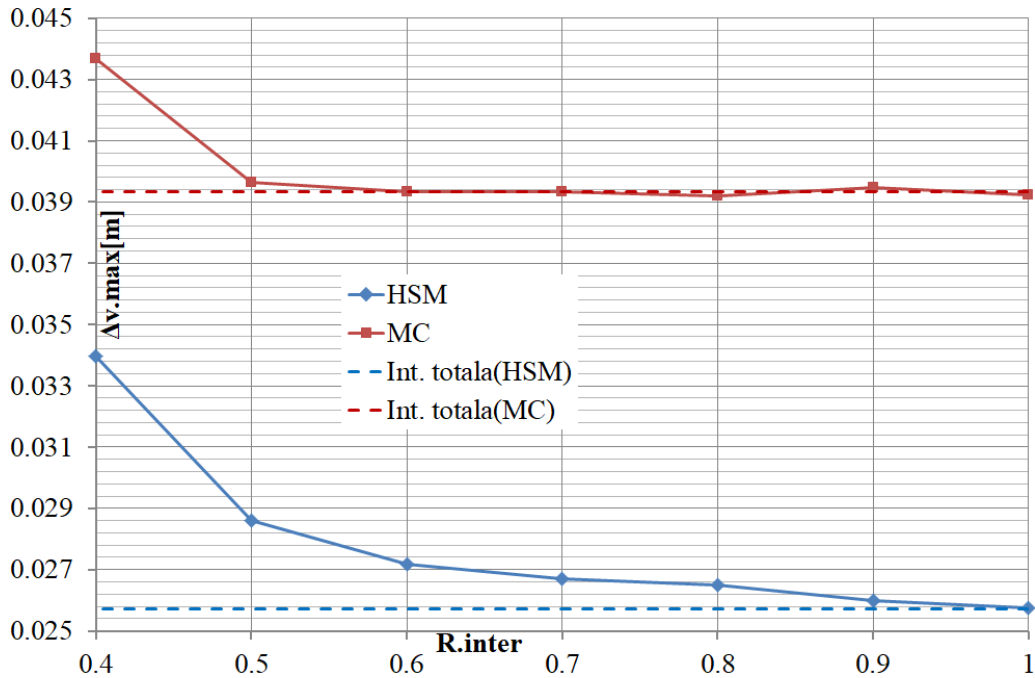


**Fig.5.190.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra umflării fundului săpăturii - model:MC.



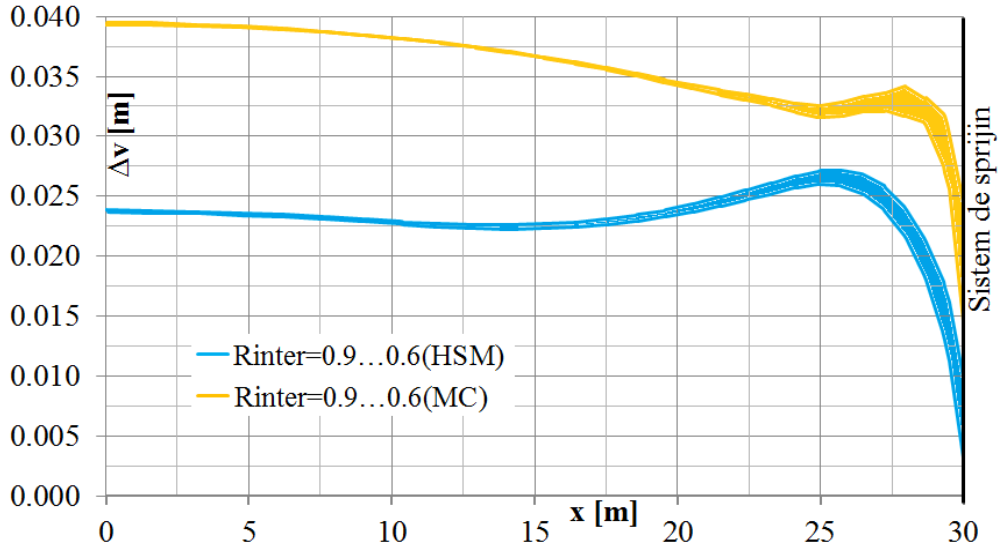
**Fig.5.191.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra umflării fundului săpăturii - model:HSM.

Neliniaritatea între variația umflării fundului săpăturii și variația  $R_{inter}$  se poate evidenția exprimând grafic umflarea maximă a fundului săpăturii ( $\Delta v_{max}$ ) în raport cu  $R_{inter}$ , (Fig.5.192). Diferențele dintre analizele ce utilizează elemente de interfață și analizele cu interacțiune totală nu variază semnificativ pe intervalul  $R_{inter} : 0.5 \dots 1$  pentru modelul MC, respectiv pe intervalul  $R_{inter} : 0.6 \dots 1$  pentru modelul HSM. Diferențele maxime (aprox. 6 mm pentru modelul MC și aprox. 9 mm pentru modelul HSM) apar atunci când interacțiunea este puternic "slăbită" prin adoptarea unui coeficient  $R_{inter}$  redus. Diferențele obținute apar doar pe zona fundului săpăturii limitrofă sistemului de sprijin, altfel la distanțe mai mari de aprox. 10 m, variația proprietăților elementelor de interfață nu aduc modificări profilului de umflare a fundului excavației.

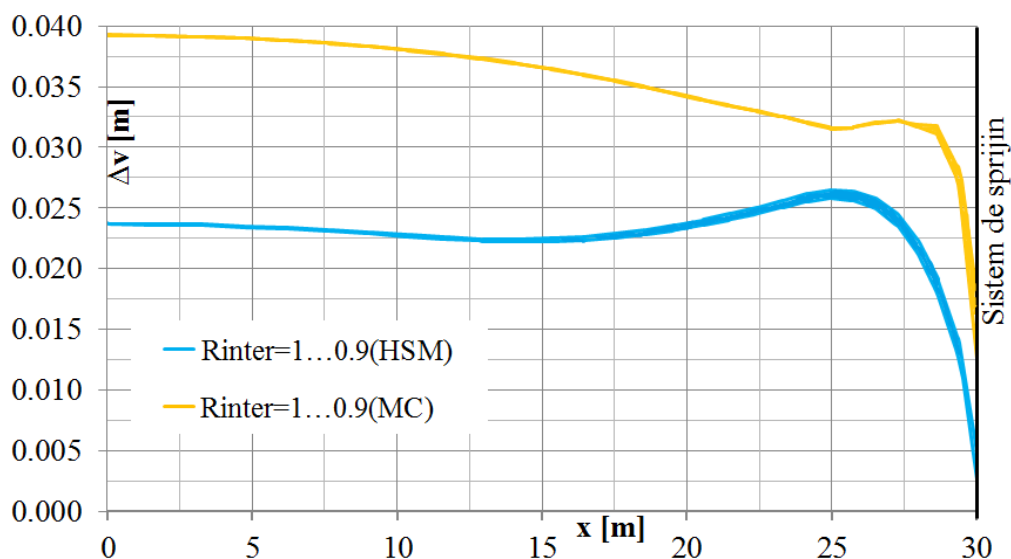


**Fig.5.192.** Efectul variației  $R_{inter}$  asupra umflării maxime a fundului săpăturii.

Adoptând principiul estimării pe intervale de variație  $R_{inter}$ , se poate estima un domeniu al distribuției deplasărilor verticale ale terenului pentru  $R_{inter}=0.9...0.6$  (Fig.5.193), respectiv pentru  $R_{inter}=1...0.8$  (Fig.5.194).



**Fig.5.193.** Estimarea umflării fundului săpăturii pe intervalul  $R_{inter}=0.6...0.9$ .



**Fig.5.194.** Estimarea umflării fundului săpăturii pe intervalul  $R_{inter}=0.8 \dots 1$ .

În urma analizelor se observă că modelul MC asociat pământului are capacități limitate în ceea ce privește simularea deformabilității materialului în situații în care starea de tensiuni se modifică substanțial sau materialul este supus proceselor combinate de tensionare – detensionare (încărcare-descărcare). În situația structurilor de sprijin, prin utilizarea modelului MC se vor obține umflări ale fundului săpăturii exagerate (nerealiste), respectiv diferențele dintre deplasările estimate și cele reale sunt de cel puțin 50%. Astfel se poate spune că modelul MC este un model prin care se aproximează grosier comportarea reală a pământului. Acest lucru este punctat și de R. B. J. Brinkgreve, [A.15].

### 5.3.3.1 Aspecte generale privind efectul coeficientului de reducere la nivelul interfeței

Adoptarea unui coeficient de reducere  $R_{inter}$  redus va genera o ”slăbire” a interfeței prin reducerea atât a parametrilor de deformabilitate, cât și a parametrilor de rezistență. Acest lucru are drept efect amplificarea deplasărilor sistemului de sprijin, amplificarea solicitărilor mobilizate în diafragmă (M), cât și amplificarea tasării terenului di spatele zidului și a umflării fundului săpăturii. Prin această ”slăbire” a interfeței practic se generează un transfer local redus al tensiunilor tangențiale la nivelul suprafeței de contact. Astfel interacțiunea preponderentă pământ structură se va realiza pe direcția normală. Acest lucru permite o comportare prin care se asigură o lunecare (glisare) relativă accentuată a masei de pământ în raport cu elementul structural și un transfer al solicitărilor la nivelul contactului pe direcția normală. Efectul asupra răspunsului mecanic global se evidențiază prin mobilizarea unor deplasări orizontale superioare a diafragmei și prin deformații mai mari înregistrate de masivului de pământ. Momentul încovoietor din diafragmă va crește în concordanță cu forma deformată a sistemului de sprijin. Modul prin care se adoptă valoarea coeficientului de reducere  $R_{inter}$  are un rol important în ceea ce privește răspunsul mecanic global al sistemului iar determinarea valorii  $R_{inter}$  este direct influențată de

rugozitatea suprafeței de contact și granulometria pământului. Determinarea rugozității unei suprafețe de beton rezultate în urma procesului de punere în operă a pereților murați este o chestiune sensibilă și complexă întrucât există factori ai procesului de determinare extrem de greu de cuantificat. În consecință se propune o analiză pe un palier de variație al coeficientului  $R_{inter}$ , iar răspunsul mecanic estimat va fi dat ca o înfășurătoare. Prin această abordare se încearcă estimarea unui domeniu de comportare mecanică a sistemului de sprijin care să includă comportarea reală. Succesul unei astfel de abordări constă în includerea coeficientului de reducere reală,  $R_{inter}$ , în palierul de variație utilizat în analize. Cu cât acest palier este mai restrâns cu atât marja de estimare a comportării mecanice este mai redusă, respectiv cu cât acest palier este mai mare, marja de estimare este mai largă. O estimare prudentă a comportării mecanice se poate asigura prin creșterea palierului de variație coeficientului  $R_{inter}$ . Definierea palierului de variație  $R_{inter}$  reprezintă etapa fundamentală prin care se poate calibra estimarea comportării mecanice și reprezintă o chestiune bazată pe tehnologia de execuție a pereților murați dar mai ales pe experiența și expertiza în domeniu a inginerului.

### 5.3.4 Efectul variației rezistenței la lunecare la nivelul interfeței

Conform analizelor anterioare, prin variația  $R_{inter}$  s-a modificat atât parametri de rezistență la nivelul interfeței, cât și parametri de deformabilitate. În următoarele analize se vor bloca parametri de deformabilitate la o valoare prestabilită prin parametrul  $R_{inter.p}$ , iar parametri de rezistență vor fi afectați de valoarea  $R_{inter.i}$ . Parametri de deformabilitate a interfeței se pot modifica prin intermediul factorului de grosime virtuală ( $v_{t.f}$ ) în funcție de  $R_{inter.i}$ . Punctul de plecare constă în stabilirea analizei de referință caracterizată prin  $R_{inter.p} = 0.8$  și  $v_{t.f.p} = 0.1$ . Analizele ulterioare se vor realiza pe aceeași discretizare ( $l_{el}$  - constant) cu parametrul  $R_{inter.i}$  necesar modificării parametrilor de rezistență la lunecare a interfeței. În consecință se vor determina valorile necesare  $v_{t.f.i}$  astfel încât parametri de deformabilitate a interfețelor să rămână identici  $k_{s.p} = k_{s.i}$ . Determinarea  $v_{t.f.i}$  se poate face astfel:

$$k_{s.p} = k_{s.i} \rightarrow \frac{(R_{inter.r})^2 \cdot G_s}{v_{t.f.r} \cdot l_{el}} = \frac{(R_{inter.i})^2 \cdot G_s}{v_{t.f.i} \cdot l_{el}} \quad (5.61)$$

$$v_{t.f.i} = \frac{(R_{inter.i})^2}{(R_{inter.r})^2 \cdot v_{t.f.r}} \quad (5.62)$$

Analizele realizate consideră realizarea excavației în 4 etape iar coborârea NAS se va face progresiv în 4 etape. Gradul de finețe al discretizării este identic pentru toate analizele și include în domeniul discretizat 33796 noduri cu o dimensiune medie a elementului de 2.166 m. Gestiunea parametrilor analizelor efectuate este prezentată în Tabel 5.20.

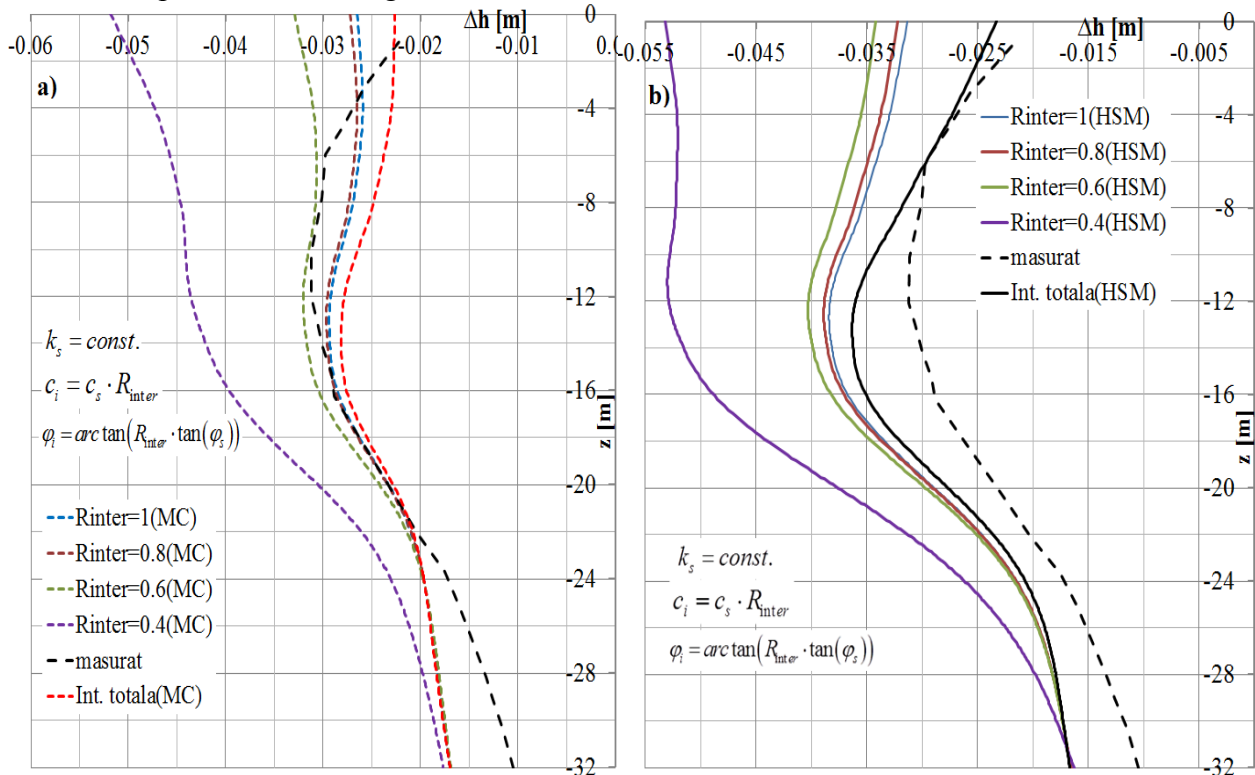


**Tabel 5.20** Parametrii analize variație rezistență la alunecare interfață,  $k_s = const.$

Analiza	$v_{t,f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]	$k_s [kN/m^3]$		$k_n [kN/m^3]$	
			HSM	MC	HSM	MC
$R_{inter}=1$	0.156	1	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	
$R_{inter}=0.8$	0.1	0.8	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	
$R_{inter}=0.6$	0.05625	0.6	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	
$R_{inter}=0.4$	0.025	0.4	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	

\*  $c_i = c_s \cdot R_{inter}$ ,  $\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s))$ .

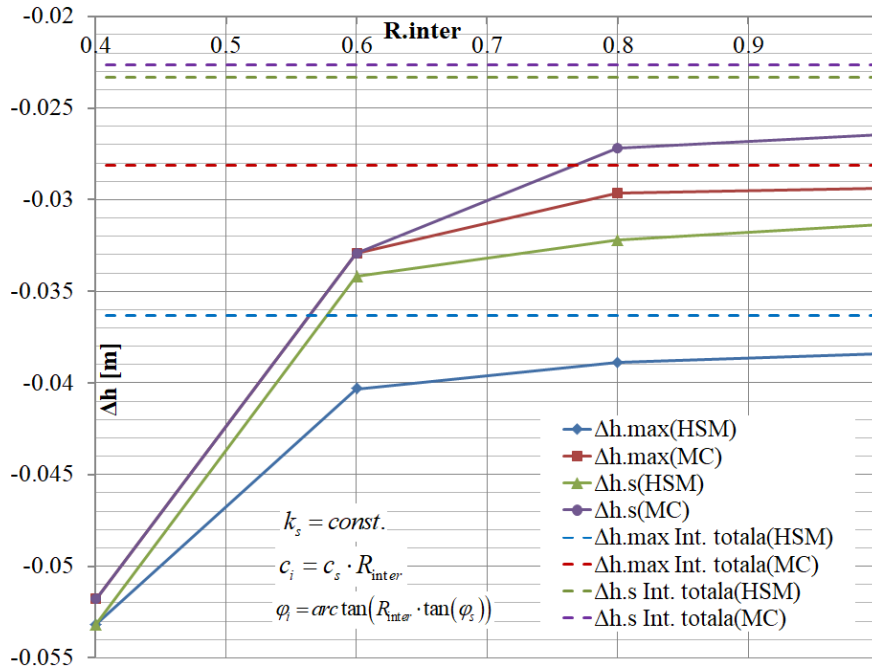
Efectul variației rezistenței la alunecare a interfețelor ( $c_i, \varphi_i$ ), considerând  $k_n, k_s = const.$  asupra deplasărilor laterale ale diafragmei se poate observa în Fig.5.195. Pe lângă rezultatele obținute în urma variației rezistenței la forfecare a interfeței s-au expus și rezultatele analizei cu interacțiune totală în vederea evidențierii efectului adoptării unei interacțiuni parțiale la nivelul contactului pământ-structură geotehnică.



**Fig.5.195.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței asupra  $\Delta h$  diafragmă: model MC (a) și HSM (b).

Tendința globală (în cazul utilizării modelului MC și HSM) este de creștere a deplasărilor laterale ale diafragmei odată cu diminuarea rezistenței la alunecare a interfeței (prin creșterea  $R_{inter}$ ). În urma analizei rezultatelor se poate observa o neliniaritate între variația deplasării pe orizontală a diafragmei raportată la variația  $R_{inter}$  ( $\varphi_i$  și  $c_i$ ). Astfel variația dintre deplasarea

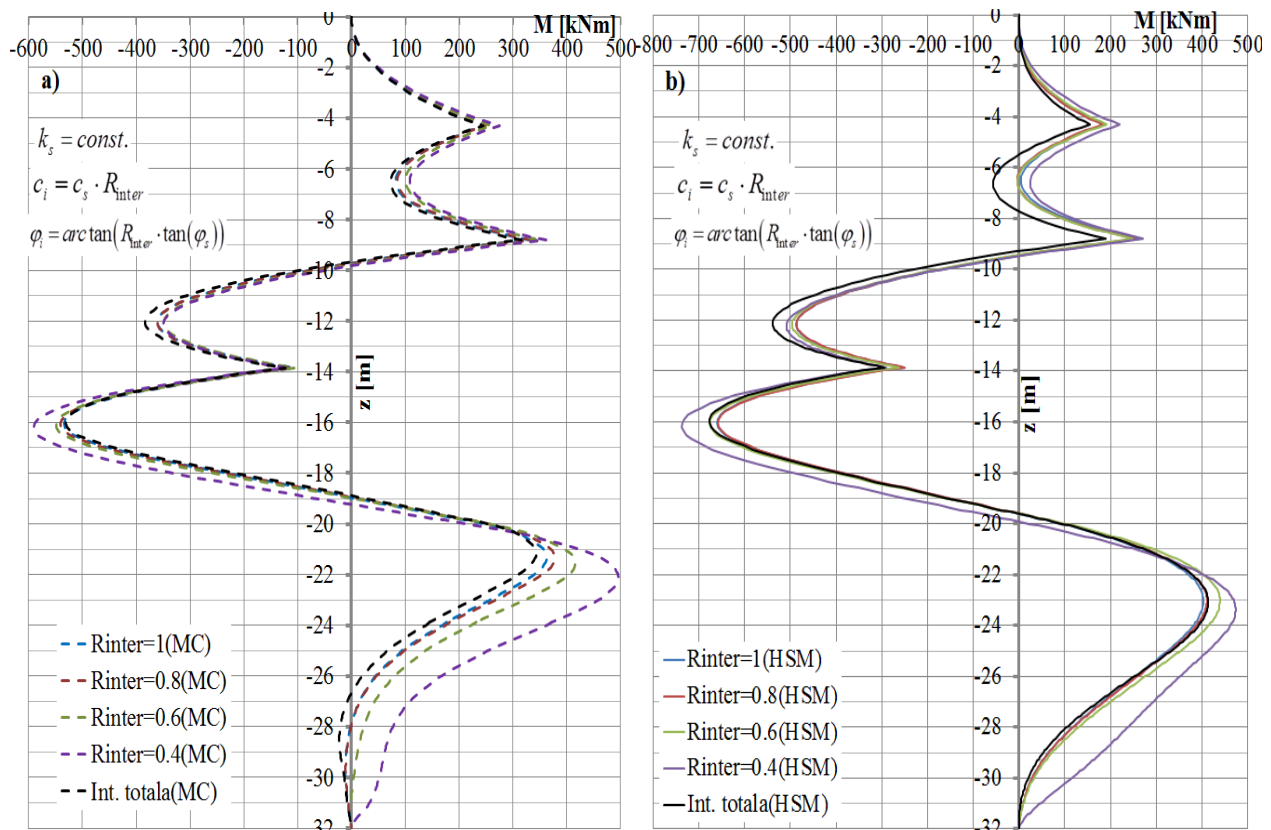
orizontală a capătului superior al diafragmei ( $\Delta h.s$ ) și  $R_{inter}$ , respectiv dintre deplasarea orizontală maximă al diafragmei ( $\Delta h.max$ ) și  $R_{inter}$  este reprezentată grafic în Fig.5.196.



**Fig.5.196.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței ( $R_{inter}$ ) asupra  $\Delta h.max$  și asupra  $\Delta h.s$ .

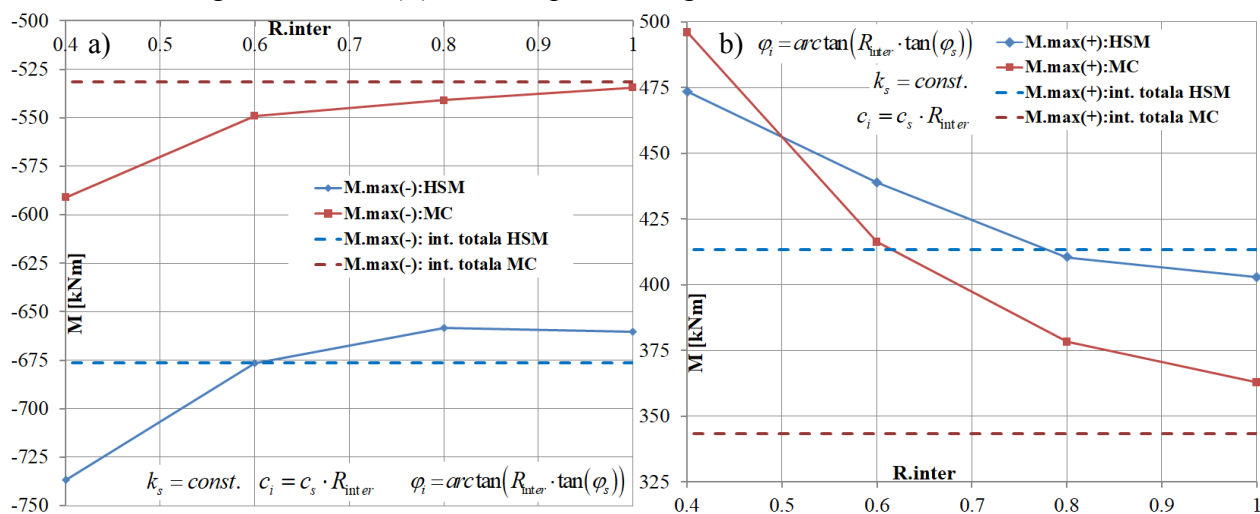
Se obțin astfel diferențe mai mari ale deplasărilor laterale ale diafragmei atunci când  $R_{inter}$  variază pe un palier inferior (între 0.6 ... 0.4) decât în situația aferentă variației  $R_{inter}$  pe un palier superior (între 1...0.6). O altă observație ce trebuie menționată este faptul că variațiile  $\Delta h$  obținute prin reducerea  $R_{inter}$  și  $v_{t,f}$  ( Tabel 5.20) sunt mai reduse decât în situația reducerii  $R_{inter}$  și menținerea  $v_{t,f}$  la valoarea constantă (conf. Fig.5.179). Acest lucru este mai pronunțat în cazul utilizării modelului HSM. Indiferent de modelul constitutiv utilizat deplasările obținute prin utilizarea unei interacțiuni parțiale la nivelul contactului pământ-structură geotehnică sunt superioare în raport cu deplasările obținute în urma analizelor fără utilizarea elementelor de interfață (interacțiune totală).

Efectul variației rezistenței la alunecare a interfețelor ( $c_i, \varphi_i$ ), considerând  $k_n; k_s = const.$  asupra momentului încovoietor din diafragmă se poate observa în Fig.5.197. Ca tendință globală se observă că momentele încovoietoare cresc odată cu reducerea parametrului  $R_{inter}$  ( $c_i, \varphi_i$ ). Neliniaritatea între variația momentului încovoietor și variația  $R_{inter}$  se păstrează. Momentele obținute în urma analizelor cu interacțiune totală sunt mai reduse decât momentele obținute în analizele ce consideră interacțiunea parțială pământ-structură și utilizează modelul MC. În cazul utilizării modelului HSM acest aspect se poate observa doar pentru utilizarea unui coeficient de reduce  $R_{inter}$  mai mic de 0.6 pentru momentul mobilizat pe fața din aval a diafragmei și pentru un coeficient de reduce  $R_{inter}$  mai mic de 0.8 pentru momentul mobilizat pe fața din amonte a diafragmei, (Fig.5.198).



**Fig.5.197.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței asupra  $M$  diafragmă: model MC (a) și HSM (b).

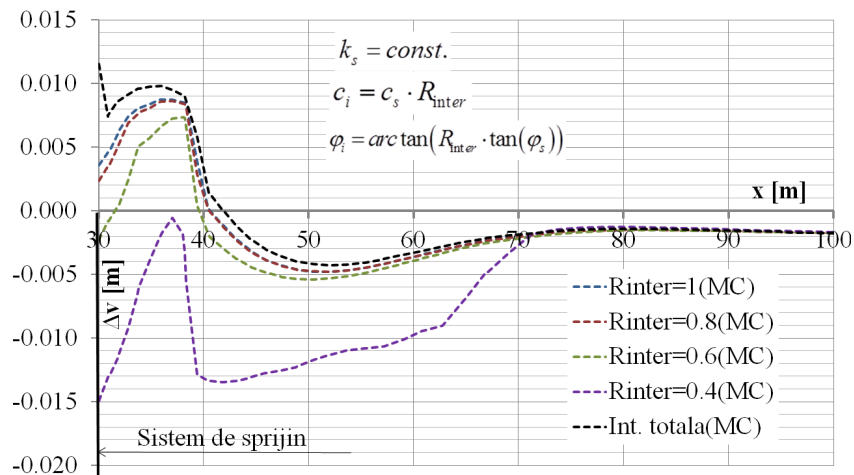
Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței (variația  $R_{inter}$ ) asupra momentului încovoietor maxim mobilizat pe fața din aval a diafragmei,  $M_{max}(-)$ , este surprins în Fig.5.198-a, respectiv efectul variației  $R_{inter}$  asupra momentului încovoietor maxim mobilizat pe fața din amonte a diafragmei,  $M_{max}(+)$ , este surprins în Fig.5.198-b.



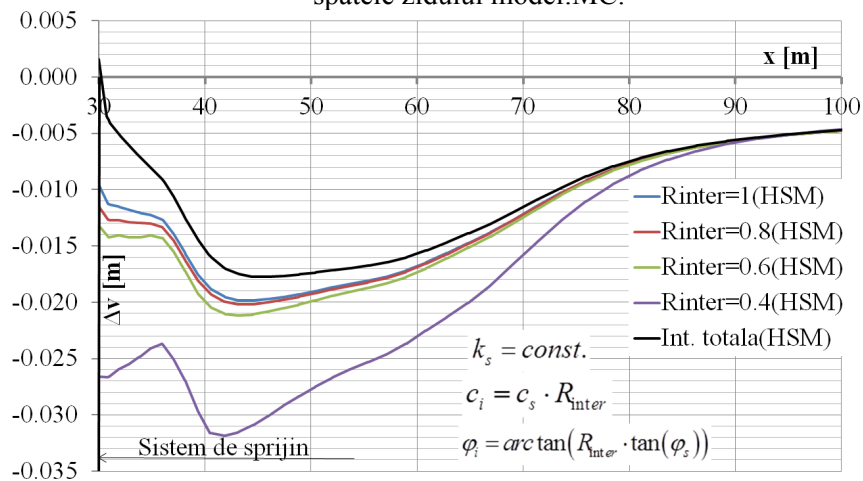
**Fig.5.198.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței asupra ( $R_{inter}$ ) asupra  $M_{max}(-)$ -a și asupra  $M_{max}(+)$ -b.

Variația  $M$  obținută prin reducerea  $R_{inter}$  și  $v_{t,f}$  (conf. Tabel 5.20) sunt ușor mai accentuate decât în situația reducerii  $R_{inter}$  și menținerea  $v_{t,f}$  la valoarea constantă (conf. Fig.5.182) pentru modelul MC și cvasi-identice pentru modelul HSM.

Efectul variației rezistenței la alunecare a interfețelor ( $c_i, \varphi_i$ ), considerând  $k_n; k_s = const.$  asupra tasării terenului din spatele zidului se poate observa în Fig.5.199 (model HSM) și în Fig.5.200 (model HSM). Ca tendință globală, se observă că tasările terenului se accentuează odată cu reducerea rezistenței la alunecare a interfeței (reducere  $R_{inter}$  și  $v_{t,f}$  astfel încât  $k_s$  și  $k_n$  să aibă valori constante). Neliniaritatea între variația tasării terenului învecinat și variația  $R_{inter}$  se păstrează.



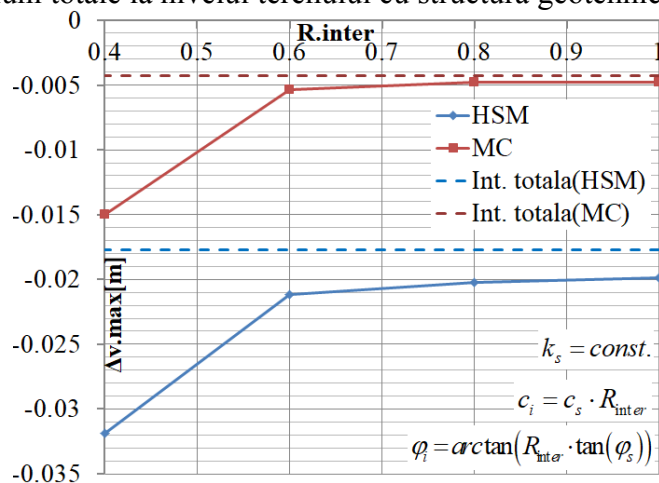
**Fig.5.199.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței asupra deformației terenului  $\Delta v$  din spatele zidului model:MC.



**Fig.5.200.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței asupra deformației terenului  $\Delta v$  din spatele zidului model:HSM.

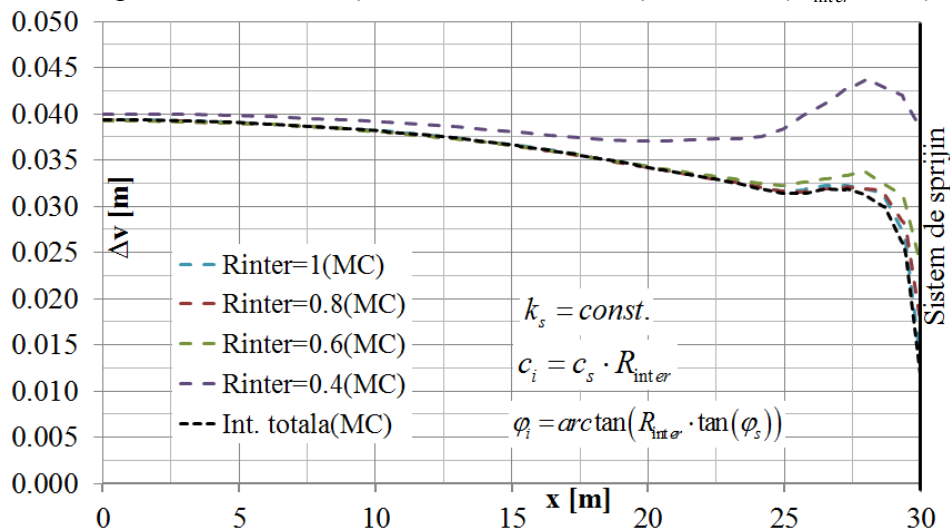
Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței (variația  $R_{inter}$ ) asupra tasării maxime ( $\Delta v_{max}$ ) a terenului din spatele sistemului de sprijin este surprins în Fig.5.201. Se poate observa o neliniaritate  $\Delta v_{max} - R_{inter}$ , astfel diferențele sunt nesemnificative pe intervalul  $R_{inter} = 0.6...1$  și diferențe majore pe intervalul  $R_{inter} = 0.4...0.6$ . Astfel spus reducerea rezistenței la alunecare la

nivelul interfeței induce apariția unei tasări maxime superioare a terenului din spatele sistemului de sprijin având un efect similar pentru modelul HSM și MC. Indiferent de modelul constitutiv utilizat, prin adoptarea unei interacțiuni parțiale se obțin tasări mai mari decât în situația aferentă adoptării unei interacțiuni totale la nivelul terenului cu structura geotehnică.

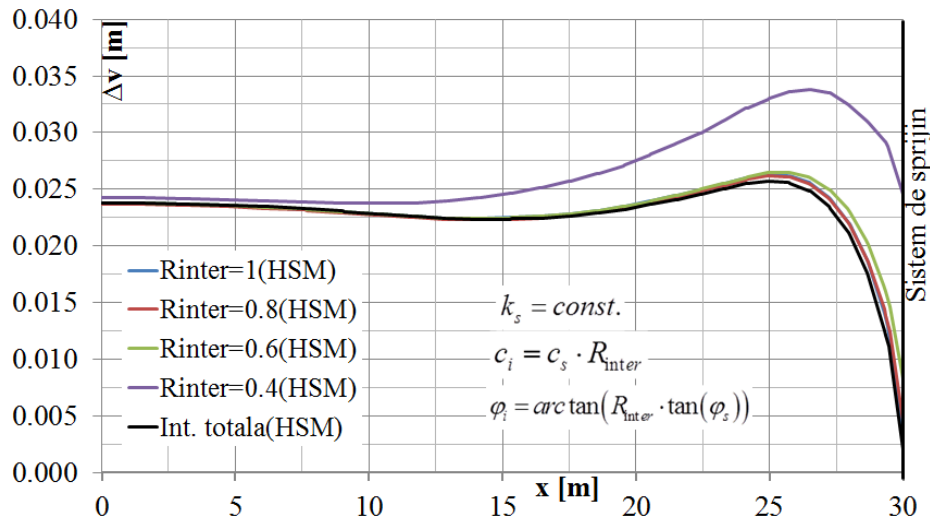


**Fig.5.201.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței (variația  $R_{inter}$ ) asupra tasării maxime a terenului din spatele sistemului de sprijin ( $\Delta v.max$ ).

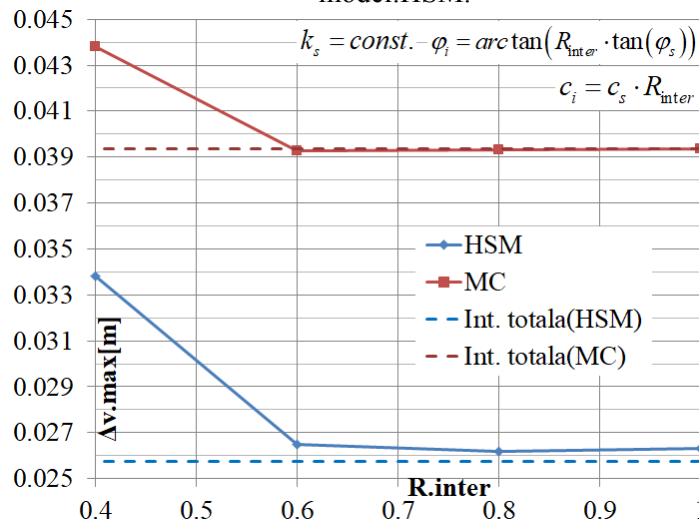
Efectul variației rezistenței la alunecare a interfețelor ( $c_i, \varphi_i$ ), considerând  $k_n; k_s = const.$  asupra umflării fundului săpăturii se poate observa în Fig.5.202 (model HSM) și în Fig.5.203 (model HSM). Ca tendință globală se observă că umflarea fundului săpăturii se accentuează odată cu reducerea rezistenței la alunecare a interfeței (reducere  $R_{inter}$  și  $v_{t.f}$  astfel încât  $k_s$  și  $k_s$  să aibă valori constante). Neliniaritatea între variația umflării fundului săpăturii și variația  $R_{inter}$  se păstrează. Exprimarea grafică a variației  $R_{inter}$  în raport cu umflarea maximă a fundului săpăturii ( $\Delta v.max$ ) este prezentată în Fig.5.204. Tendința de variație este aceeași cu variația obținută pentru tasarea maximă a terenului din spatele sistemului de sprijin, iar diferențele semnificative se obțin în cazul adoptării unei rezistențe la alunecare a interfeței reduse, ( $R_{inter} < 0.6$ ).



**Fig.5.202.** Efectul variației rezistenței la alunecare a interfeței asupra umflării fundului săpăturii - model:MC.



**Fig.5.203.** Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței asupra umflării fundului săpăturii - model:HSM.



**Fig.5.204.** Efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței (variația  $R_{inter}$ ) asupra umflării maxime a fundului săpăturii ( $\Delta v_{max}$ ).

### 5.3.4.1. Aspecte generale privind efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței

Comportarea la lunecare adoptată la nivelul suprafeței de contact este de tip liniar elastică perfect plastică fără rezistență reziduală. Prin reducerea parametrilor de rezistență la lunecare la nivelul interfeței ( $\varphi_i, c_i$ ), se reduce valoarea maximă a tensiunilor tangențiale prin care se delimitează comportarea elastică de comportarea plastică, (rezistența la lunecare). Pe lângă acest lucru se reduce și valoarea deplasării relative tangențiale prin care se delimitează comportarea elastică de comportarea plastică pe direcție tangențială, ( $\delta_{tp}$ ). Altfel spus reducerea parametrilor de rezistență la lunecare la nivelul interfeței ( $\varphi_i, c_i$ ) generează reducerea palierului de comportare elastică la lunecare a interfeței. Acest efect extrapolat pe toată suprafața de contact exercită o reducere a capacității de transfer a tensiunilor tangențiale dintre structură și masivul de pământ.

Ca urmare a reducerii capacității de interacțiune pe direcție tangențială la nivelul interfeței se vor genera alunecări relative accentuate între sistemul de sprijin și masivul de pământ, iar interacțiune se va realiza preponderent pe direcția normală suprafeței de contact.

În consecință prin reducerea rezistenței la alunecare la nivelul interfeței se reduce capacitatea de transfer a solicitărilor pe direcție tangențială dintre masivul de pământ și structura geotehnică. Astfel se vor înregistra deplasări orizontale mai mari și solicitări mai accentuate în sistemul de sprijin, respectiv deplasări verticale mai mari în interiorul masivului de pământ.

Adoptarea unei comportări la alunecare a interfeței de tip liniar elastic perfect plastică fără a considera o diferențiere între rezistența la vârf și rezistența reziduală (pe domeniul post elastic), aduce după sine anumite neconcordanțe privind capacitatea de preluare a tensiunilor tangențiale la nivelul contactului după intrarea în domeniul plastic a interfeței. Astfel după atingerea plasticizării, comportarea post elastică admite o supraevaluare a capacității de preluare a tensiunilor tangențiale la nivelul suprafeței de contact. În consecință, prin modelul de comportare la alunecare atribuit interfeței (liniar elastic perfect plastic) se va supraestima atât comportarea la alunecare post elastică, cât și mecanismul de transfer dintre structura geotehnică și masivul de pământ sprijinit.

Diminuarea acestui efect și adoptarea unei abordări mai prudente a analizei se poate realiza prin atribuirea unei comportări la alunecare a interfeței de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistența la alunecare reziduală, inferioară rezistenței de vârf.

### 5.3.5 Efectul variației rezistenței reziduale la alunecare a interfeței

Considerând o comportarea la alunecare al interfeței de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală la alunecare (post vârf) sau model de tip cvasi-casant, (Fig.5.4) este necesară atribuirea unei rezistențe la alunecare de vârf,  $\tau_p$  și o rezistență reziduală la forfecare  $\tau_r$ .

Atribuirea unei astfel de comportări, se face prin intermediul parametrilor  $R_{inter}$  și  $R_{inter.rez}$ :

$$\tau_p = \sigma_n \cdot \tan(\varphi_i) + c_i = \sigma_n \cdot (R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)) + R_{inter} \cdot c_s \quad (5.63)$$

$$\tau_r = \sigma_n \cdot \tan(\varphi_{i,r}) + c_{i,r} = \sigma_n \cdot (R_{inter.rez} \cdot \tan(\varphi_s)) + R_{inter.rez} \cdot c_s \quad (5.64)$$

$$\alpha_\tau = \frac{\tau_r}{\tau_p} = \frac{R_{inter.rez}}{R_{inter}} \leq 1 \quad (5.65)$$

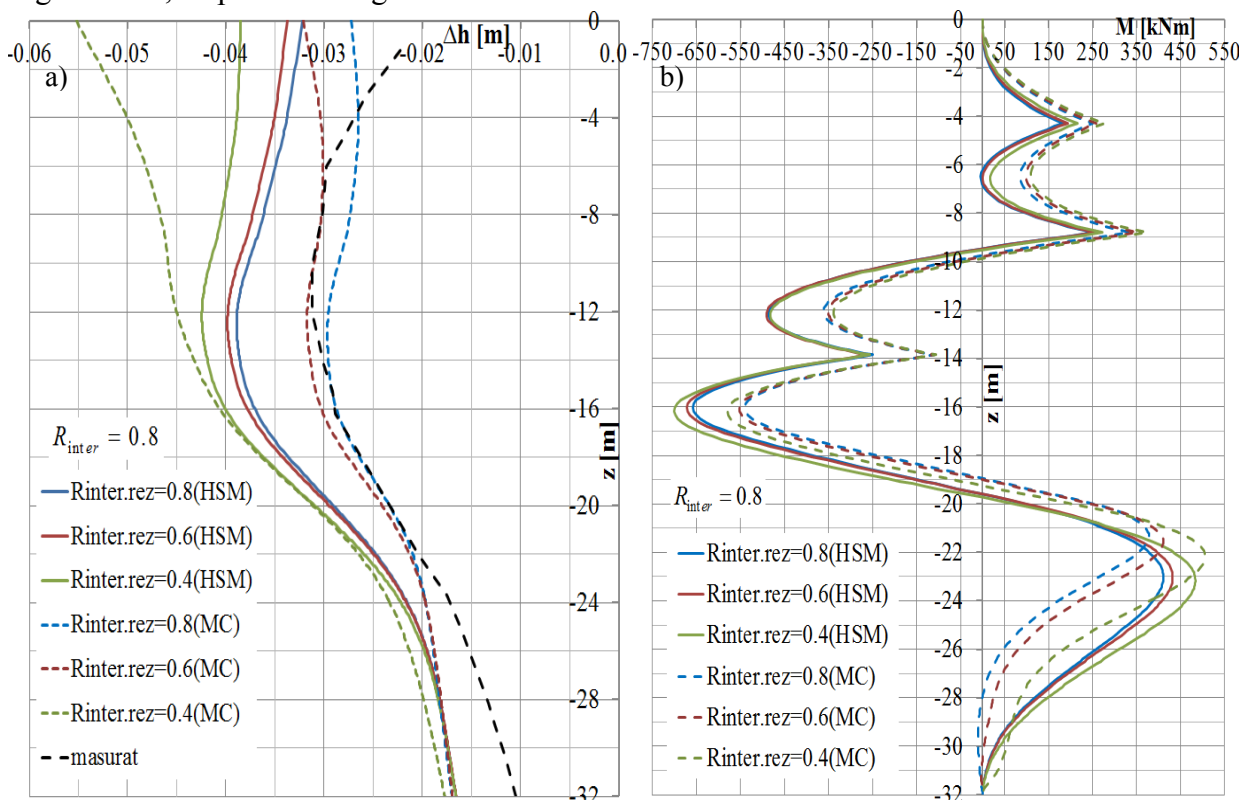
În analizele următoare am urmărit surprinderea efectului datorat variației rezistenței reziduale la alunecare la nivelul interfeței, prin variația parametrului  $R_{inter.rez}$ . Toate analizele s-au realizat pe modele ce consideră realizarea excavației în 4 etape cu coborârea progresivă a NAS în 4 etape. Gradul de finețe al discretizării adoptat este identic pentru toate analizele și include în domeniul discretizat 33796 noduri cu o dimensiune medie a elementului de 2.166 m, și cu  $\nu_{i,f} = 0.1$ . Elementele de interfață au predefinite valoarea coeficientului lui Poisson  $\nu_i = 0.45$  respectiv cu următorul raport constant  $k_n / k_s = 11$ , menținându-se valoarea coeficientului  $R_{inter} = 0.8$ . Gestiunea parametrilor analizelor efectuate este prezentată în 0.

**Tabel 5.21** Parametrii analize considerând variația rezistenței reziduale la alunecare a interfeței.

Analiza	$v_{t.f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]	$R_{inter.rez}$ [-]	$\alpha_\tau$ [-]	$k_s$ [kN/m <sup>3</sup> ]	
					Model HSM	Model MC
$R_{inter.REZ}=0.8$	0.1	0.8	0.8	1	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$
$R_{inter.REZ}=0.6$	0.1	0.8	0.6	0.75	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$
$R_{inter.REZ}=0.4$	0.1	0.8	0.4	0.5	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$

\*  $c_i = c_s \cdot R_{inter}$ ,  $\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s))$ ,  $c_{i.REZ} = c_s \cdot R_{inter.REZ}$ ,  $\varphi_{i.REZ} = \arctan(R_{inter.REZ} \cdot \tan(\varphi_s))$

Efectul variației rezistenței reziduale la alunecare a interfeței (variația  $R_{inter.rez}$ ) asupra deplasării orizontale a diafragmei ( $\Delta h$ ) și asupra momentului încovoietor ( $M$ ) se poate observa în Fig.5.205-a, respectiv în Fig.5.205-b.

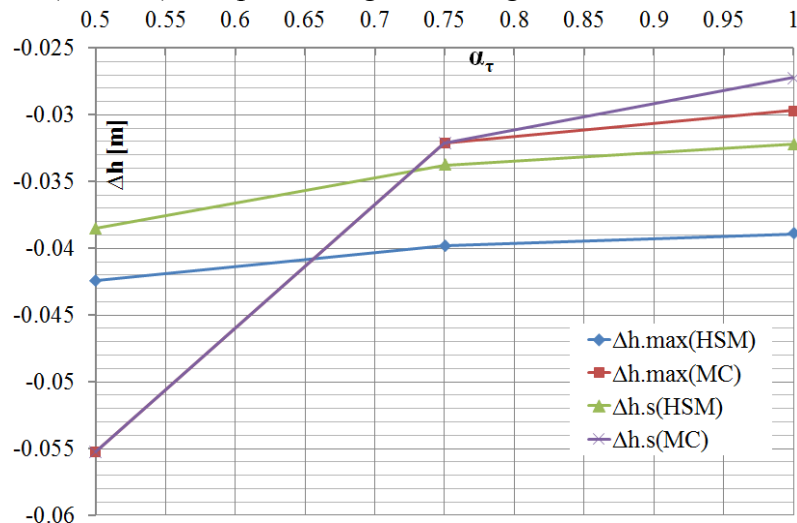


**Fig.5.205.** Efectul variației rezistenței reziduale la alunecare a interfeței asupra deplasării laterale a diafragmei (a) și asupra momentului încovoietor al diafragmei (b).

Ca tendință globală se observă că deplasările orizontale cresc odată cu reducerea rezistenței reziduale a interfeței (reducerea  $R_{inter.rez}$ ). Efectul reducerii  $R_{inter.rez}$  are un efect mai accentuat în cazul utilizării modelului MC. În urma analizei rezultatelor se poate observa neliniaritatea între variația deplasării pe orizontală a diafragmei raportată la variația  $R_{inter.rez}$ . Astfel se obțin diferențe mai mari ale deplasărilor laterale ale diafragmei atunci când  $R_{inter.rez}$  variază pe un palier redus (0.4...0.6), în comparație cu variația  $R_{inter.rez}$  pe palierul 0.8...0.6,



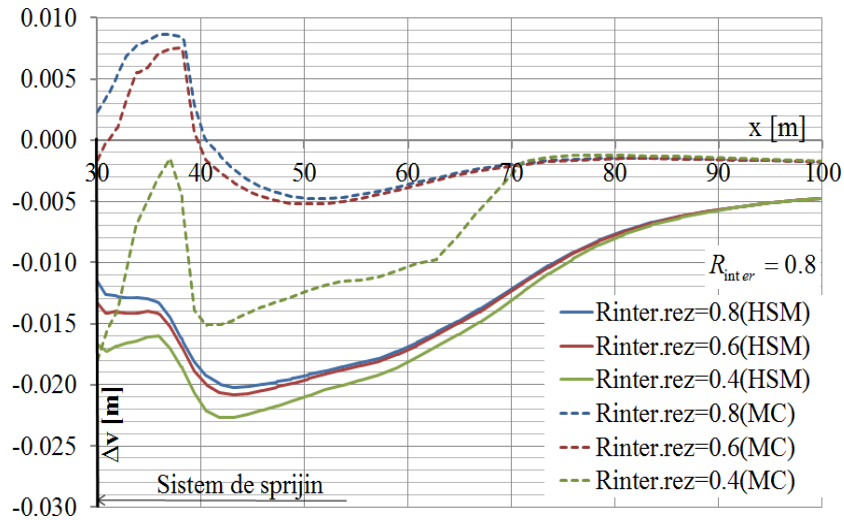
(Fig.5.205). Efectul reducerii rezistenței reziduale la lunecare a interfeței (reducerea  $\alpha_\tau$ ) asupra deplasării orizontale a capătului superior al diafragmei ( $\Delta h.s$ ) cât și asupra deplasării orizontale maxime a diagramei ( $\Delta h.max$ ) este prezentat grafic în Fig.5.206.



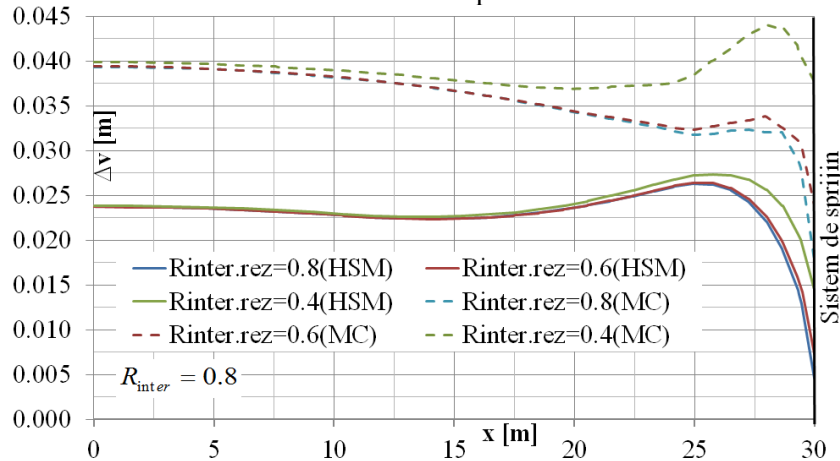
**Fig.5.206.** Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra  $\Delta h.max$  și asupra  $\Delta h.s$  diafragmă.

În ceea ce privește variația momentului încovoietor se poate observa o tendință generală de amplificare a maximelor locale odată cu reducerea  $R_{inter.rez}$ . Variațiile valorilor momentelor maxime sunt mai accentuate atunci când  $R_{inter.rez}$  variază pe un palier redus (0.4...0.6), și mai reduse când  $R_{inter.rez}$  pe palierul 0.8...0.6. Altfel spus, reducerea rezistenței reziduale la lunecare la nivelul interfeței generează mobilizarea unor momente încovoietoare mai mari în sistemul de sprijin. Acest efect este mai accentuat în cazul utilizării modelului MC.

Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței (variația  $R_{inter.rez}$ ) asupra deplasării verticale a terenului din spatele zidului și asupra umflării fundului săpăturii se poate observa în Fig.5.207, respectiv în Fig.5.208. Ca și tendință globală se observă că odată cu reducerea rezistenței reziduale la lunecare a interfeței (reducerea  $R_{inter.rez}$ ) profilul tasării terenului din spatele zidului se amplifică, respectiv umflarea fundului săpăturii se amplifică. În cazul utilizării unitare a modelului MC, odată cu reducerea  $R_{inter.rez}$  efectul este mult mai predominant decât în cazul utilizării modelului HSM. Un lucru interesant este că în cazul adoptării modelului MC, odată cu utilizarea  $R_{inter.rez}$  (rezistență reziduală redusă) profilul de tasare a terenului din spatele zidului nu mai înregistrează umflări. Acest efect se justifică prin reducerea semnificativă a interacțiunii tangențiale la nivelul contactului sistemului de sprijin cu pământului învecinat.



**Fig.5.207.** Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra deformației verticale a terenului  $\Delta v$  din spatele zidului.



**Fig.5.208.** Efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței asupra umflării fundului săpăturii.

### 5.3.5.1. Aspecte generale privind efectul variației rezistenței reziduale la lunecare a interfeței

Conform așteptărilor, odată cu reducerea rezistenței reziduale la lunecare a interfeței se reduce capacitatea mecanismului de transfer a tensiunilor tangențiale la nivelul suprafeței de contact dintre peretele de sprijin și masivul de pământ sprijinit. Această diminuare a mecanismului de transfer, derivă din reducerea posibilității de interacțiune pe direcție tangențială la nivelul interfeței în domeniul de comportare post elastic (plastic). Astfel prin diminuarea supraevaluării tensiunilor tangențiale în domeniul plastic, apare un efect de "detensionare" la nivelul suprafeței de contact, evidențiat prin accentuarea lunecării relative de la nivelul peretelui de sprijin cu masivul de pământ sprijinit. Ca urmare, odată cu creșterea diferenței dintre rezistența la lunecare de vârf și rezistența la lunecare reziduală a interfeței, (reducerea  $\alpha_r$ ) se vor înregistra amplificări ale deplasării orizontale a sistemului de sprijin, respectiv amplificări ale momentului încovoietor mobilizat în peretele de sprijin ancorat. De asemenea, reducerea

rezistenței reziduale la lunecare la nivelul interfeței va genera amplificarea deformațiilor masivului de pământ sprijinit, înregistrându-se tasări superioare la nivelul suprafeței terenului cât și amplificarea umflării fundului excavației.

Adoptarea unei comportări la lunecare a interfeței cu considerarea rezistenței reziduale limitează capacitatea de transmitere a tensiunilor tangențiale la nivelul suprafeței de contact în domeniul de comportare post elastic. Cu cât rezistența reziduală la lunecare a interfeței este mai mică în raport cu rezistența de vârf, cu atât se vor înregistra deformații mai mari la nivelul domeniului de analiză. În ceea ce privește estimarea adecvată a comportării mecanice la nivelul suprafeței de contact este necesară adoptarea unui raport  $\tau_r / \tau_p$  (valoarea  $\alpha_r$ ) care să fie în concordantă cu comportarea real definită de curba de variație  $\tau_r - \delta_r$ .

Prin adoptarea unei valori deficitare a valorii  $\alpha_r$  poate conduce la o estimare defectuoasă a răspunsului mecanic estimat. Astfel adoptarea unei valori  $\alpha_r$  mai mare decât valoarea reală, conduce după sine la o subevaluarea a solicitărilor mobilizate în sistemul de sprijin, respectiv a deformațiilor sistemului de sprijin și a masivului de pământ sprijinit. Adoptarea unei valori  $\alpha_r$  mai mici decât valoarea reală, conduce la o supraevaluare a solicitărilor mobilizate în sistemul de sprijin, respectiv a deformațiilor sistemului de sprijin și a masivului de pământ sprijinit. În concluzie, adoptarea unei comportări la lunecare a interfeței de tip liniar elastice perfect plastice cu rezistență reziduală aduce îmbunătățiri substanțiale în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat a structurilor de sprijin, dar calibrarea modelului (adoptarea valorii  $\alpha_r$ ) trebuie făcută în cunoștință de cauză pe baza unor principii mecanice fundamentate pe comportarea reală la nivelul suprafeței de contact. Dintre factorii fizici care influențează comportarea  $\tau_r - \delta_r$  se pot evidenția: rugozitatea suprafeței de contact, tipul și granulometria pământului, natura materialului din care este realizat peretele de sprijin, etc.

### 5.3.6 Efectul variației parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței

Dacă în analizele anterioare am investigat efectul variației rezistenței la lunecare a interfeței, în următoarele analize se va investiga efectul variației parametrilor de deformabilitate (rigiditate) a interfeței ( $k_s, k_n$ ), cu menținerea rezistenței la lunecare constante. Modificarea parametrilor  $k_s, k_n$  fără modificarea rezistenței la lunecare se poate realiza prin modificarea factorului de grosime virtuală a interfeței,  $v_{i,f}$ :

$$k_s = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_s}{t_i} = \frac{(R_{inter})^2 \cdot G_s}{v_{i,f} \cdot l_{el}} \quad (5.66)$$

Pentru a se surprinde efectul parametrilor de rigiditate a interfeței ( $k_s, k_n$ ) am realizat analize succesive cu modificarea progresivă a valorii  $v_{i,f}$ . Toate analizele s-au realizat pe modele ce consideră realizarea excavației în 4 etape cu coborârea progresivă a NAS în 4 etape aferente execuției excavației. Gradul de finețe al discretizării este identic pentru toate analizele și include în domeniul discretizat 33796 noduri cu o dimensiune medie a elementului de 2.166 m. Elementele de interfață au predefinite valoarea coeficientului lui Poisson  $\nu_i = 0.45$  având constant raport  $k_n / k_s = 11$ . Comportarea la lunecare a interfeței se consideră liniar elastică

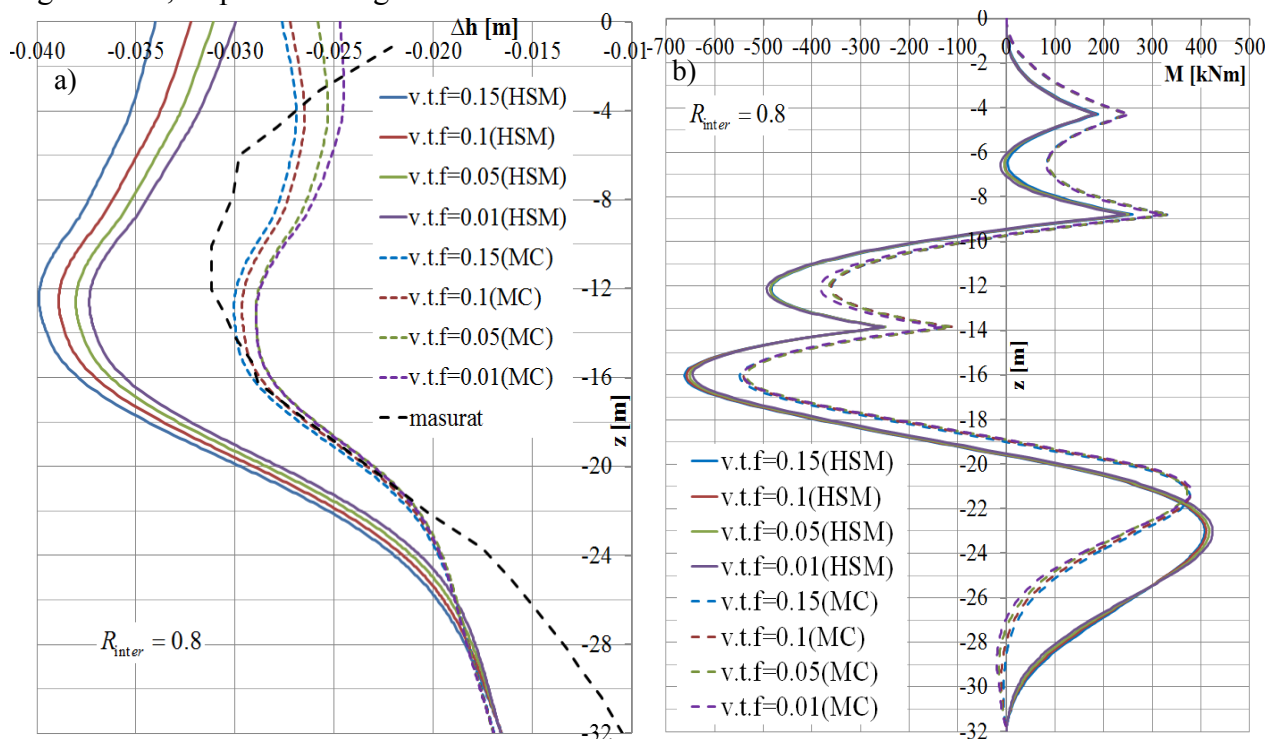
perfect plastică fără considerarea rezistenței reziduale, iar parametrii de forfecare la nivelul suprafeței de contact se determină pe baza parametrilor de forfecare ai pământului cu aplicarea coeficientului de reducere  $R_{inter} = 0.8$ . Gestiunea parametrilor analizelor efectuate sunt prezentați în Tabel 5.22.

**Tabel 5.22** Parametrii analize considerând variația  $k_s, k_n$ .

Analiza	Grosime virtuală interfață, $t_i$ , [m]	$v_{t,f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]	$k_s$ [ $kN/m^3$ ]		$k_n$ [ $kN/m^3$ ]	
				HSM	MC	HSM	MC
$v_{t,f} = 0.15$	$774.209 \times 10^{-3}$	0.15	0.8	$E_{ur} \cdot 0.344 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.323 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	
$v_{t,f} = 0.10$	$516.139 \times 10^{-3}$	0.10	0.8	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	
$v_{t,f} = 0.05$	$258.070 \times 10^{-3}$	0.05	0.8	$E_{ur} \cdot 1.033 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 0.969 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	
$v_{t,f} = 0.01$	$51.614 \times 10^{-3}$	0.01	0.8	$E_{ur} \cdot 5.167 \cdot m^{-1}$	$E_s \cdot 4.844 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$	

$$* c_i = c_s \cdot R_{inter}, \varphi_i = \arctan [R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s)].$$

Efectul variației parametrilor de deformabilitate a interfeței  $k_s, k_n$  (variația  $v_{t,f}$ ) asupra deplasării orizontale a diafragmei ( $\Delta h$ ) și asupra momentului încovoietor ( $M$ ) se poate observa în Fig.5.209-a, respectiv în Fig.5.209-b.

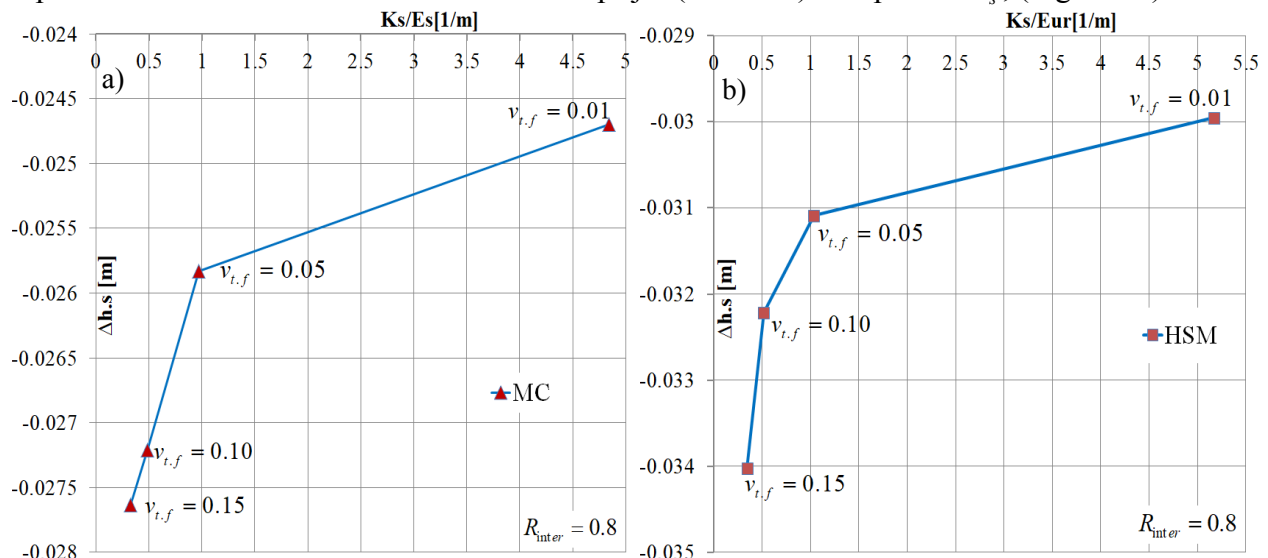


**Fig.5.209.** Efectul variației rigidităților elastice ale interfeței ( $v_{t,f}$ ) asupra deplasării laterale a diafragmei (a) și asupra momentului încovoietor a diafragmei (b).

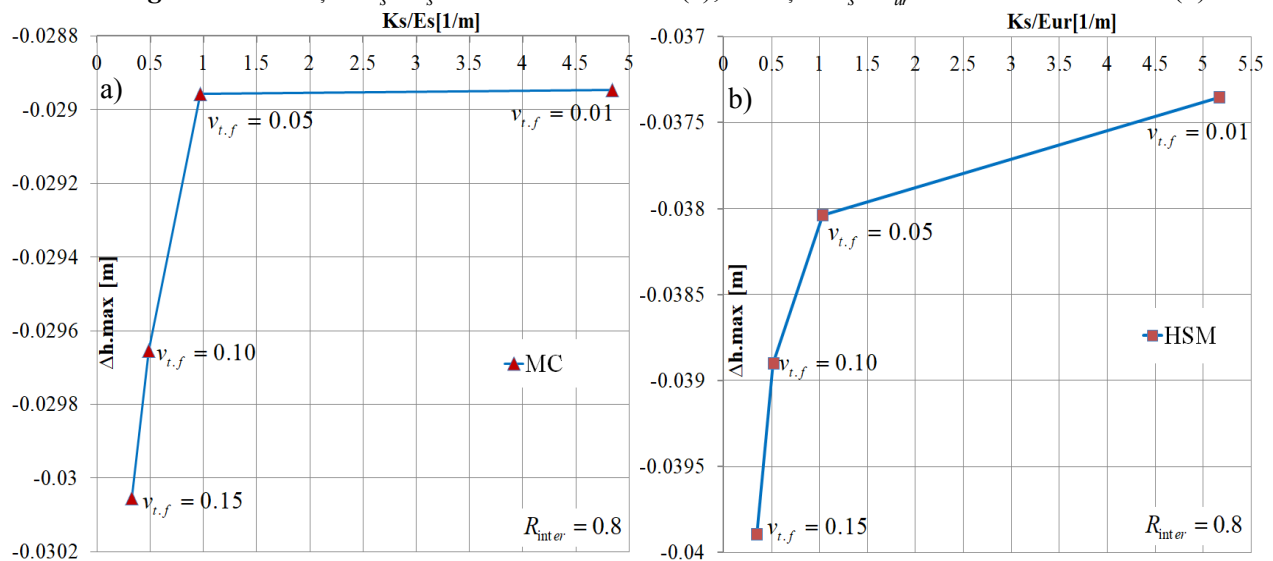
Ca tendință globală se observă că deplasările orizontale cresc odată cu reducerea valorilor parametrilor de rigiditate ai interfeței  $k_s$  și  $k_n$ , respectiv  $\Delta h$  se amplifică odată cu creșterea valorii  $v_{t,f}$  respectiv cu creșterea  $t_i$  (pentru ambele modele constitutive utilizate: MC și HSM). În ceea ce privește distribuția momentului încovoietor în diafragmă se observă că variația  $k_s$  și  $k_n$  nu generează variații semnificative ale diagramei  $M$ .

În condițiile în care se consideră comportarea la lunecare a interfeței de tip liniar elastică perfect plastică, fără rezistență reziduală, prin reducerea parametrului  $k_s$  se permite mobilizarea unor deformații relative tangențiale elastice mai mari la nivelul interfeței. Altfel spus reducerea  $k_s$  are drept efect reducerea capacității de transfer a tensiunilor tangențiale la nivelul suprafeței de contact. Un alt efect al reducerii  $k_s$  este amplificarea palierului elastic de comportare la lunecare al interfeței. Prin această ”slăbire” a mecanismului de transfer se generează obținerea unor deplasări laterale superioare ale diafragmei.

Exprimarea grafică a variației deplasării orizontale a capătului liber a sistemului de sprijin ( $\Delta h.s$ ) în raport cu  $k_s$  este neliniară (Fig.5.210), iar neliniaritatea se observă și în cazul variației deplasării orizontale maxime a sistemului de sprijin ( $\Delta h.max$ ) în raport cu  $k_s$ , (Fig.5.211).



**Fig.5.210.** Variația  $k_s / E_s - \Delta h.s$  : model MC (a); variația  $k_s / E_w - \Delta h.s$  : model HSM (b).



**Fig.5.211.** Variația  $k_s / E_s - \Delta h.max$  : model MC (a); variația  $k_s / E_w - \Delta h.max$  : model HSM (b).

Exprimarea grafică centralizată a deplasărilor orizontale relevante ale sistemului de sprijin ( $\Delta h.s$  și  $\Delta h.max$ ) în raport cu factorul de grosime virtuală ( $v_{t,f}$ ) este expusă în Fig.5.212. Astfel se observă o tendință globală (modelul MC și HSM) de creștere a deplasărilor orizontale ale sistemului de sprijin odată cu creșterea  $v_{t,f}$  (reducerea  $k_s$ ) atât pentru  $\Delta h.s$  cât și pentru  $\Delta h.max$ .

De asemenea prin utilizarea elementelor de interfață pe fețele laterale ale diafragmei se obțin deplasări net superioare față de situația în care nu se utilizează elemente de interfață, respectiv, se admite o interacțiune totală, fără deplasări relative.

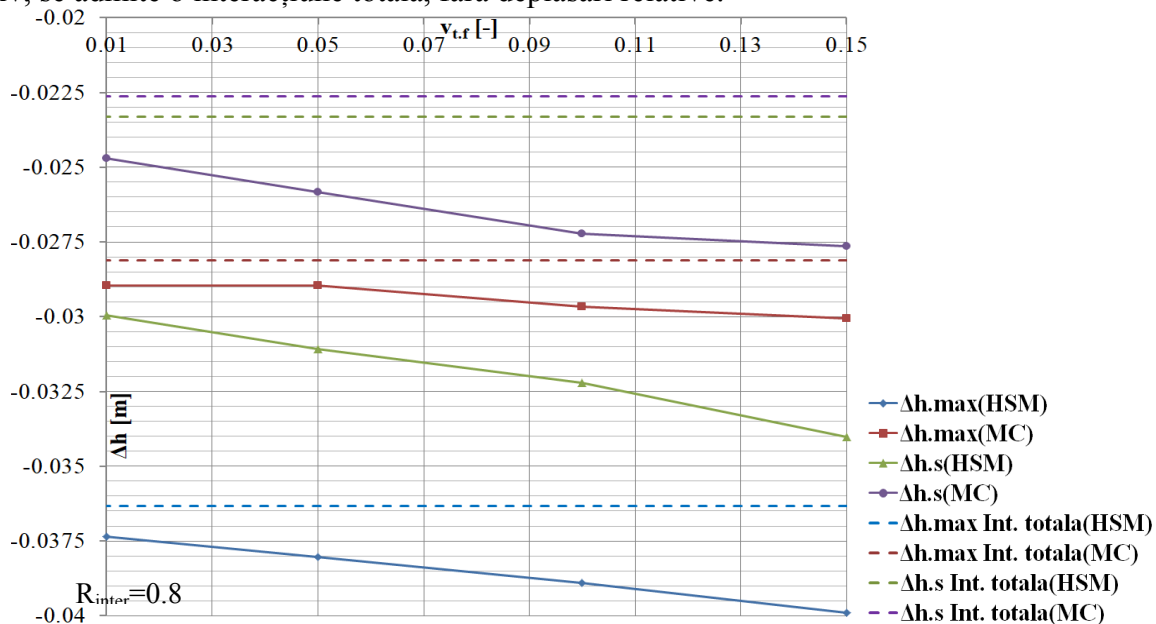
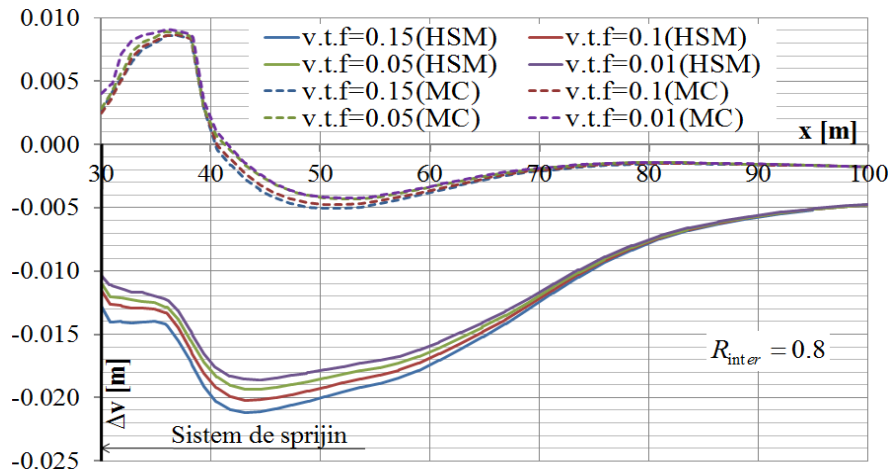


Fig.5.212. Variația  $v_{t,f}$  -  $\Delta h.s$ .

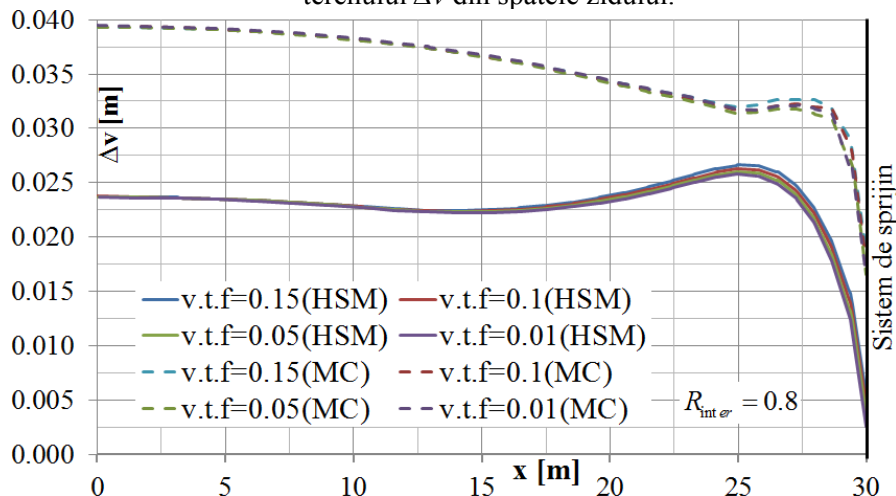
În urma analizei rezultatelor anterioare se poate desprinde următoarea idee. Deplasările orizontale ale sistemului de sprijin ( $\Delta h$ ) cresc odată cu reducerea  $k_s$  sau cu:

- creșterea  $v_{t,f}$
- creșterea  $t_i$

Efectul variației parametrilor de deformabilitate a interfeței  $k_s, k_n$  (variația  $v_{t,f}$ ) asupra deplasării verticale a terenului din spatele zidului și asupra umflării fundului săpăturii se poate observa în Fig.5.213, respectiv în Fig.5.214. Ca și tendință globală se observă că odată cu reducerea  $k_s$  (creșterea  $v_{t,f}$ ) se va genera o ușoară accentuare a profilului de tasare a terenului din spatele zidului. Creșterile nu sunt însă semnificative, observându-se totuși o accentuare a acestui fenomen în situația utilizării modelului HSM. În ceea ce privește variația  $v_{t,f}$  asupra umflării fundului săpăturii, se observă o tendință de accentuare a umflării fundului săpăturii odată cu creșterea  $v_{t,f}$  (reducere  $k_s, k_n$ ). Cu toate acestea, variațiile înregistrate ale umflării fundului excavației nu sunt semnificative (relevante) având valori mult inferioare. Tendința de variație a tasărilor terenului sprijinit cât și a umflării fundului săpăturii în raport cu variația  $k_s$  este justificată prin prisma argumentelor exprimate în cazul variației deplasării orizontale a sistemului de sprijin în raport cu variația  $k_s$ .



**Fig.5.213.** Efectul variației rigidităților elastice ale interfeței ( $v_{t,f}$ ) asupra deformației verticale a terenului  $\Delta v$  din spatele zidului.



**Fig.5.214.** Efectul variației rigidităților elastice ale interfeței ( $v_{t,f}$ ) asupra umflării fundului săpăturii.

### 5.3.6.1. Aspecte generale privind efectul variației rigidității interfeței

Conform analizelor realizate, se observă că variația parametrilor de deformabilitate la nivelul interfeței ( $k_s, k_n$ ) generează variații ale deformațiilor orizontale ale sistemului de sprijin, respectiv asupra deformațiilor orizontale și verticale ale masivului de pământ sprijinit. Reducerea rigidității elastice tangențiale la nivelul interfeței,  $k_s$ , implică mobilizarea unor deplasări relative tangențiale superioare pe domeniul elastic. Se permite astfel, mobilizarea unor deplasări tangențiale relative mai mari la nivelul suprafeței de contact, fapt ce va genera un spor al alunecării relative dintre sistemul de sprijin și masivul de pământ. Astfel, efectul diminuării valorii  $k_s$  se răsfrânge asupra răspunsului mecanic estimat prin creșterea deplasării laterale a sistemului de sprijin, respectiv prin creșterea tasării terenului sprijinit și a umflării fundului excavației. Creșterea valorii  $k_s$  generează un efect opus, respectiv se vor reduce deplasările relative tangențiale la nivelul suprafeței de contact, iar deplasările laterale ale sistemului de sprijin se vor diminua, respectiv tasarea terenului sprijinit și umflarea fundului excavației se va diminua. În

ceea ce privește efectul variației  $k_s$  asupra momentului încovoietor mobilizat în peretele de sprijin, se observă că diferențele înregistrate odată cu variația  $k_s$  sunt nesemnificative.

Se observă astfel, că odată cu creșterea parametrilor  $k_s, k_n$  se asigură o întărire a mecanismului de transfer la nivelul suprafeței de contact, fapt ce va genera o interacțiune mai puternică la nivelul contactului structurii cu pământul. Determinarea parametrilor  $k_s, k_n$  este direct influențată de grosimea benzii de interacțiune, considerată în formularea curentă ca și grosimea virtuală a elementelor de interfață  $t_i$ . Cu cât banda ce se formează la nivelul suprafeței de contact este mai groasă, cu atât parametrii de deformabilitate în domeniul elastic ( $k_s, k_n$ ) sunt mai reduși, respectiv deplasările estimate ale sistemului de sprijin sunt mai mari. Grosimea benzii de interacțiune mobilizată la nivelul suprafeței de contact este influențată de compoziția granulometrică a pământului, rugozitatea suprafeței de contact și parametrii de deformabilitate a pământului. J.T. DeJong ș.a. [A.52],[A.53] au observat în urma realizării unui program experimental, că grosimea benzii de forfecare poate varia între  $1 \cdot d_{50}$  și  $12 \cdot d_{50}$ , unde  $d_{50}$  este diametrul particulei care corespunde conținutului de 50% din curba granulometrică a pământului. Astfel determinarea grosimii interfeței și implicit a parametrilor de deformabilitate  $k_s, k_n$  constituie o procedură ce implică o plajă mare de variație. În lipsa unor informații privind rugozitatea suprafeței de contact a peretelui de sprijin aflat în contact direct cu masivul sprijinit, estimarea  $t_i$  se face sub forma unui proces orientativ, bazat pe principii de corelare. Eventualele erori generate printr-o estimare orientativă a  $t_i$  se pot regăsi în forma deformată estimată a sistemului de sprijin, însă nu aduc influențe semnificative asupra solicitărilor structurale mobilizate în elementele structurale ale sistemului de sprijin. Supraestimarea valorii  $t_i$  (subestimarea  $k_s$ ) atrage după sine generarea de deformații superioare ale sistemului de sprijin, respectiv subestimarea valorii  $t_i$  (supraestimarea  $k_s$ ) are drept efect estimarea unor deplasări inferioare ale sistemului de sprijin. În spiritul unei abordări prudente se poate accepta o supraestimare a valorii  $t_i$  (subestimarea  $k_s$ ) și este de evitat subestimarea valorii  $t_i$  (supraestimarea  $k_s$ ) în concordanță cu rezultatele obținute.

### **5.3.7 Efectul modelului constitutiv al interfeței în raport cu modelul constitutiv al pământului**

În analizele anterioare comportarea pământului și a interfeței le-am considerat într-o manieră unitară, cu un model constitutiv atribuit atât pământului cât și interfeței (MC-model liniar sau HSM- model neliniar). În analizele ulterioare am investigat efectul adoptării individuale a modelelor constitutive atribuite separat pământului și interfeței.

Toate analizele s-au realizat pe modele ce consideră realizarea excavației în 4 etape cu reducerea progresivă a NAS în 4 etape. Gradul de finețe al discretizării este identic pentru toate analizele și include în domeniul discretizat 33796 noduri cu o dimensiune medie a elementului de 2.166 m, și cu  $\nu_{t,f} = 0.1$ . Elementele de interfață au predefinite valoarea coeficientului lui Poisson  $\nu_i = 0.45$  respectiv au raportul  $k_n / k_s = 11$  constant. Valoarea coeficientului de reducere

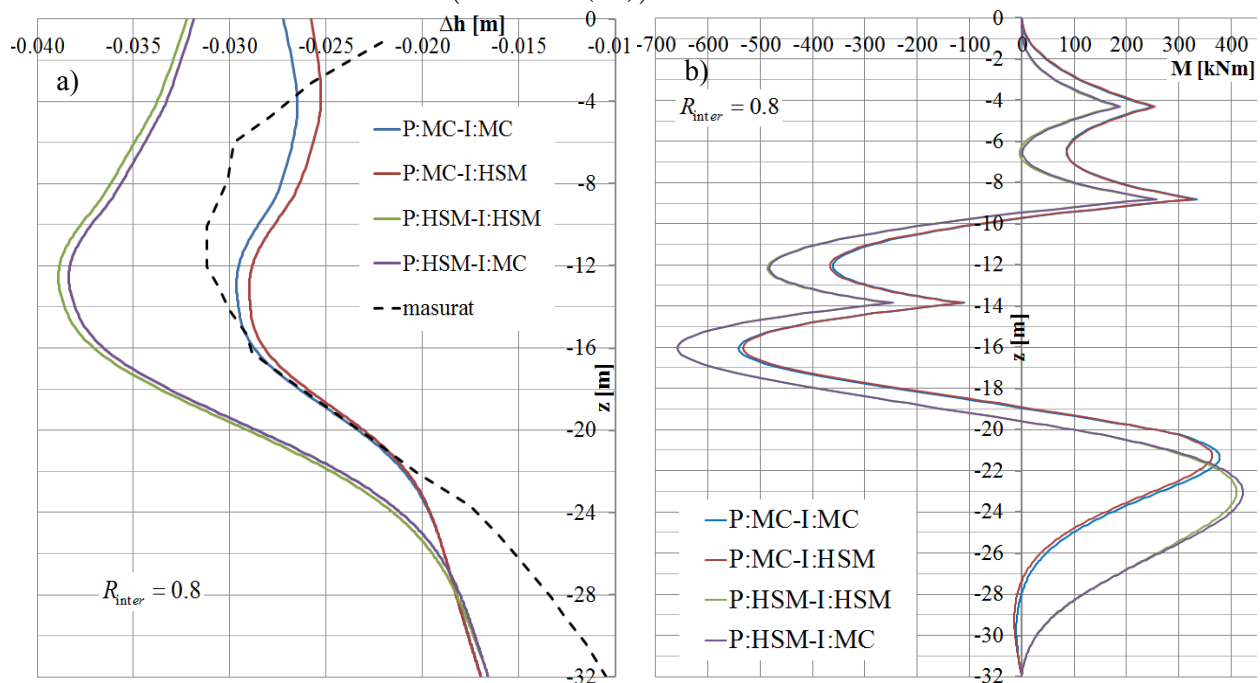


la nivelul interfeței s-a menținut la valoarea  $R_{inter} = 0.8$ . Gestiunea parametrilor analizelor efectuate este prezentată în Tabel 5.23.

**Tabel 5.23** Parametrii analize investigația alternării modelului constitutiv pământ-interfață.

Analiza	Model constitutiv pământ	Model constitutiv interfață	$\nu_{t,f}$ [-]	$R_{inter}$ [-]	$k_s [kN/m^3]$	$k_n [kN/m^3]$
P:MC-I:MC	MC	MC	0.10	0.8	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$
P:MC-I:HSM	MC	HSM	0.10	0.8	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$
P:HSM-I:HSM	HSM	HSM	0.10	0.8	$E_{ur} \cdot 0.517 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$
P:HSM-I:MC	HSM	MC	0.10	0.8	$E_s \cdot 0.484 \cdot m^{-1}$	$11 \cdot k_s$

\*  $c_i = c_s \cdot R_{inter}$ ,  $\varphi_i = \arctan(R_{inter} \cdot \tan(\varphi_s))$ ,  $\nu_i = 0.45$ ,  $k_n / k_s = 11$ .



**Fig.5.215.** Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra deplasării laterale a diafragmei (a) și asupra momentului încovoietor al diafragmei (b).

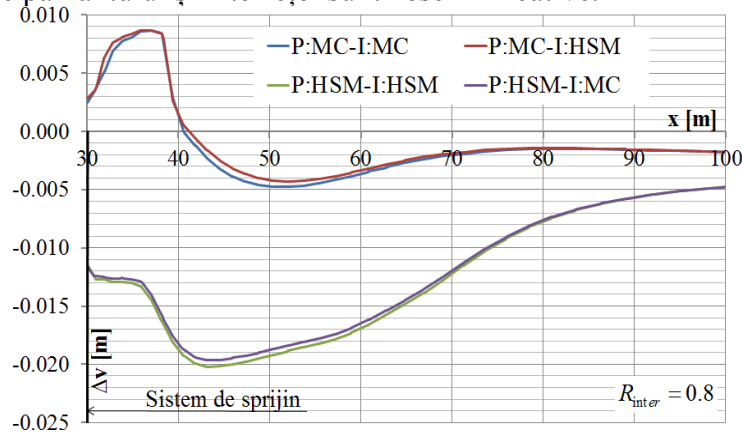
Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra deplasării orizontale a diafragmei ( $\Delta h$ ) și asupra momentului încovoietor ( $M$ ) se poate observa în Fig.5.215-a, respectiv în Fig.5.215-b. Conform Fig.5.215-a se pot puncta anumite aspecte. Astfel pentru utilizarea modelului liniar (MC) atribuit pământului, utilizarea unui model neliniar (HSM) atribuit interfeței va conduce la o reducere a deplasării orizontale a diafragmei față de cazul în care interfața are atribuită un model liniar (MC). Pe de altă parte, pentru utilizarea modelului neliniar (HSM) atribuit pământului, utilizarea modelului neliniar (HSM) atribuit interfeței va conduce la o creștere a deplasării orizontale a diafragmei față de cazul în care interfața are atribuită un model liniar (MC). Diferențele obținute nu sunt semnificative (pentru  $R_{inter} = 0.8$ ) iar elementul care are un rol major în estimarea deplasărilor laterale ale sistemului de sprijin este în mod cert, modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel nu se poate desprinde o tendință generală de variație

datorată modelului constitutiv atribuit interfeței în raport cu modelul constitutiv atribuit pământului.

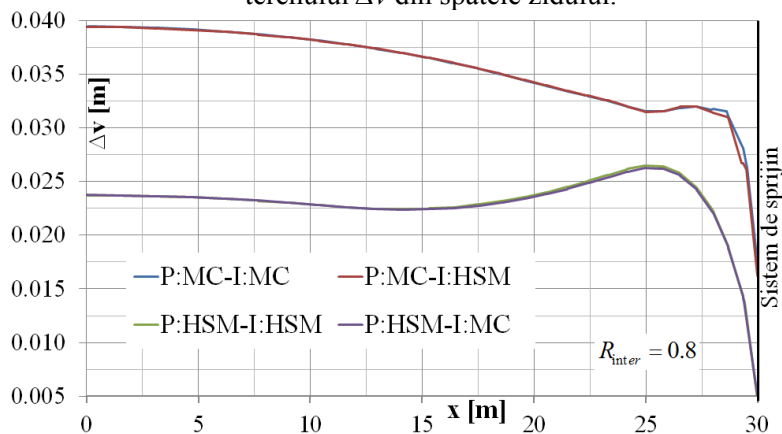
În ceea ce privește efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra diagramei de moment încovoietor din diafragmă nu se observă diferențe semnificative, conf. Fig.5.215-b. Cu toate acestea se poate observa o ușoară tendință de majorare momentelor încovoietoare în situația utilizării unui model constitutiv liniar (MC) atribuit la nivelul interfeței.

În ceea ce privește efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra profilului tasării terenului din spatele sistemului de sprijin, nu sunt observate diferențe semnificative, conf. Fig.5.216.

Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra umflării fundului săpăturii se poate observa în Fig.5.217. Variațiile obținute în urma alternării modelelor constitutive atribuite pământului și interfeței sunt ne semnificative.



**Fig.5.216.** Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra deformației verticale a terenului  $\Delta v$  din spatele zidului.



**Fig.5.217.** Efectul alternanței modelului constitutiv pământ-interfață asupra umflării fundului săpăturii.

### 5.3.7.1. Aspecte generale privind efectul modelului constitutiv adoptat

În concordanță cu rezultatele obținute nu se poate desprinde o concluzie clară privind influența modelului constitutiv atribuit interfeței în raport cu modelul constitutiv atribuit pământului. Efectul adoptării în mod neunitar a modelului constitutiv pentru pământ și interfață

se observă doar asupra deformațiilor orizontale a sistemului de sprijin. Urmărind spiritul abordării prudente în ceea ce privește estimarea răspunsului mecanic, cazul cel mai defavorabil se regăsește în adoptarea unei comportări neliniare atât la nivelul pământului cât și la nivelul interfeței (analiza P:HSM-I:HSM). Adoptarea unei variate diferite a modelelor constitutive atribuite pământului și interfeței nu implică însă diferențe semnificative.

### **5.3.8 Concluzii privind factorii de influență comportării sistemului de sprijin**

Modelarea numerică a structurilor de sprijin reprezintă o problemă de interes major în ceea ce privește aplicațiile de inginerie geotehnică. Conform analizelor anterioare realizate în starea plană de deformații (2D – MEF) se poate observa că modelarea numerică a sistemelor de sprijin utilizând MEF, este o problemă a cărei soluție este sensibilă la o serie de factori. Astfel factorii de influență conduc la obținerea unor diferențe ale răspunsului mecanic estimat sub aspectul stării de tensiuni (solicitări sistem de sprijin) și sub aspectul stării de deformație (deplasări laterale sistem de sprijin, profilul de tasării al masivului susținut, umflarea fundului săpăturii).

Factorul cel mai important îl reprezintă modalitatea prin care se simulează comportarea mecanică a pământului. Astfel, cel mai important factor de influență este modelul constitutiv atribuit pământului. În condițiile adoptării unui model unic atribuit comportării pământului și interfeței, se observă diferențe majore între modelul liniar elastic –perfect plastic (MC) și modelul neliniar elastic (hiperbolic) cu ecrisare izotropă (HSM).

Comparând răspunsul mecanic obținut prin utilizarea modelelor MC și HSM se pot desprinde anumite aspecte definitorii:

#### **Utilizarea modelului MC conduce la :**

- a) Obținerea de deplasări laterale ale diafragmei mai mici , cu diferențe semnificative ale formei deformată (alura deformată) față de modelul HSM.
- b) Obținerea de momente încovoietoare mai mici pe fața din aval a excavației și de momente încovoietoare mai mari pe fața din amonte a excavației.
- c) Obținerea de umflări ale suprafeței terenului în zona din vecinătatea sistemului de sprijin cu un profil al tasării terenului din spatele sistemului de sprijin nerealist din punct de vedere al alurii.
- d) Obținerea unui profil supraevaluat al umflării fundului săpăturii.

#### **Utilizarea modelului HSM conduce la :**

- a) Obținerea de deplasări laterale ale diafragmei mai mari , cu diferențe semnificative ale formei deformată (alura) față de modelul MC. Alura formei deformată a peretelui de sprijin este similară cu forma deformată reală determinată prin intermediul măsurărilor inclinometrice. Diferențele sunt date însă de valorile estimate în raport cu valorile măsurate (valori estimate mai mari în raport cu valorile măsurate). Această neconcordanță își are originea în faptul că prin intermediul măsurărilor inclinometrice nu se poate determina deplasarea vârfului sistemului de sprijin (capătul inferior). În consecință componenta deplasării sistemului de sprijin de tip

translație orizontală nu se poate surprinde prin intermediul unor măsurători inclinometrice fără alte măsurători topografice complementare de care nu dispunem.

b) Obținerea de momente încovoietoare mai mari pe fața din aval a excavației și de momente încovoietoare mai mici pe fața din amonte a excavației.

c) Obținerea unui profil al tasării terenului din spatele sistemului de sprijin realist din punct de vedere al alurii.

d) Obținerea unui profil mai redus al umflării fundului săpăturii.

**Gradul de finețe al discretizării** conduce, de asemenea, la variații ale răspunsului mecanic estimat. Astfel pentru utilizarea unitară a modelul MC creșterea gradului de finețe al discretizării conduce la următoarele efecte:

- Ușoară accentuare a deplasării laterale a capătului liber (superior) a diafragmei
- Diminuarea momentului încovoietor pe fața din aval a diafragmei
- Creșterea ușoară a momentului încovoietor pe fața din amonte a diafragmei
- Creșterea ușoară a tasării maxime a terenului din spatele sistemului de sprijin

Utilizarea unitară a modelul HSM creșterea gradului de finețe al discretizării conduce la următoarele efecte:

- Scăderea deplasărilor laterale ale diafragmei
- Diminuarea momentului încovoietor pe fața din aval a diafragmei
- Creșterea momentului încovoietor pe fața din amonte a diafragmei
- Diminuarea profilului tasării terenului din spatele sistemului de sprijin
- Ușoară diminuare a umflării maxime a fundului săpăturii.

**Etaple de calcul ale analizei în stagii** aduce după sine variații ale răspunsului mecanic estimat. Astfel creșterea etapelor de calcul prin care se modelează excavația nu conduce la diferențe semnificative asupra răspunsului mecanic estimat. În schimb coborârea progresivă a NAS conduce la diferențe mari asupra răspunsului mecanic estimat în comparație cu coborârea NAS într-o singură etapă. Diferențele generate de coborârea progresivă a NAS sunt următoarele.

- Reducerea deplasărilor laterale ale sistemului de sprijin (MC și HSM)
- Majorarea momentelor încovoietoare în perete (model HSM)
- Reducerea momentelor încovoietoare în perete (model HSM)
- Diminuarea profilului tasării (reducerea tasării) terenului din spatele zidului de sprijin (MC și HSM)
- Majorarea umflării fundului săpăturii (model HSM)
- Diminuarea nesemnificativă a umflării fundului săpăturii (model MC)

**Variația rezistenței la lunecare** la nivelul interfeței fără a se ține cont de rezistența reziduală conduce, de asemenea, la variații ale răspunsului mecanic estimat. Diferențele generate de diminuarea rezistenței la lunecare (prin diminuarea parametrilor  $c_i, \varphi_i$ ) sunt următoarele:

- Creșterea deplasărilor laterale ale peretelui (MC și HSM)
- Creșterea momentelor încovoietoare ale peretelui (MC și HSM)
- Creșterea tasării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM)
- Creșterea umflării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM)

**Variația rezistenței reziduale la alunecare** a interfeței conduce la variații ale răspunsului mecanic estimat. Astfel, diferențele generate de diminuarea rezistenței reziduale la alunecare (prin diminuarea parametrilor  $c_{i,rez}, \varphi_{i,rez}$ ) sunt următoarele:

- Creșterea deplasărilor laterale ale diafragmei (MC și HSM), cu precizarea că efectul este mai accentuat în cazul utilizării modelului MC.
- Creșterea momentelor încovoietoare ale diafragmei (MC și HSM)
- Creșterea tasării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM), cu precizarea că efectul este mai accentuat în cazul utilizării modelului MC.
- Creșterea umflării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM).

**Variația parametrilor de rigiditate** la nivelul interfeței conduce de asemenea la variații ale răspunsului mecanic estimat. Diferențele generate de diminuarea parametrilor de rigiditate (prin diminuarea parametrilor  $k_s, k_n$ ) sunt următoarele:

- Creșterea deplasărilor laterale ale diafragmei (MC și HSM)
- O variație nesemnificativă a momentelor încovoietoare ale diafragmei (MC și HSM)
- Creșterea tasării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM), cu precizarea că efectul este mai accentuat în cazul utilizării modelului HSM.
- Creșterea ușoară (nesemnificativă) a umflării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM).

**Variația parametrului  $R_{inter}$**  conduce de asemenea la variații ale răspunsului mecanic estimat. Trebuie menționat că odată cu modificarea parametrului  $R_{inter}$  se modifică atât rezistența la alunecare ( $c_i, \varphi_i$ ), cât și parametri de rigiditate ( $k_s, k_n$ ). Astfel prin reducerea  $R_{inter}$  are loc o "slăbire" a interfeței prin reducerea simultană dar nu în egală măsură a rezistenței la alunecare și a parametrilor de deformabilitate elastici ( $k_s, k_n$ ). Diferențele generate de diminuarea parametrului  $R_{inter}$  sunt următoarele:

- Creșterea deplasărilor laterale ale diafragmei (MC și HSM). Pe lângă acest lucru reducerea  $R_{inter}$  generează și o modificare a alurii formei deformate, crescând preponderent deplasările laterale ale capătului superior al sistemului de sprijin.
- Creșterea momentelor încovoietoare mobilizate în sistemul de sprijin (MC și HSM). Acest efect se resimte pe momentele de acțiune pe ambele fețe ale diafragmei, iar variațiile (creșterile) sunt mai accentuate pentru valori reduse ale  $R_{inter}$ .
- Creșterea tasării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM).
- Creșterea ușoară a umflării terenului din spatele sistemului de sprijin (MC și HSM), cu precizarea că variațiile semnificative se obțin pentru valori reduse ale  $R_{inter}$ .

**Alternarea modelelor constitutive atribuite pământului și interfeței** conduce la variații nesemnificative ale răspunsului mecanic estimat. Trebuie menționat faptul că factorul predominant în ceea ce privește răspunsul mecanic al sistemului de sprijin este modelul constitutiv atribuit pământului. Întrucât efectul datorat modelului constitutiv al pământului a fost menționat anterior, în continuare se va puncta efectul utilizării unui model constitutiv la nivelul interfeței diferit față de modelul atribuit pământului. Variațiile obținute nu sunt semnificative sub aspectul magnitudinii.

Considerând modelul MC atribuit pământului, adoptarea modelului HSM la nivelul interfeței, generează următoarele diferențe ale răspunsului mecanic estimat:

- Reducerea deplasărilor laterale ale diafragmei.
- Variații nesemnificative ale momentelor încovoietoare, tasării terenului din spatele sistemului de sprijin și ale umflării fundului săpăturii

Considerând modelul HSM atribuit pământului, adoptarea modelului MC la nivelul interfeței, generează următoarele diferențe ale răspunsului mecanic estimat:

- Reducerea ușoară ale deplasărilor laterale ale diafragmei.
- Variații nesemnificative ale momentelor încovoietoare, tasării terenului din spatele sistemului de sprijin și ale umflării fundului săpăturii

### **Concluzii și recomandări**

Evaluarea răspunsului mecanic al structurilor geotehnice reprezintă o problemă complexă datorată comportării pământului ca material și a interacțiunii dintre pământ și structura geotehnică. Modelarea numerică a unor astfel de probleme ingineresti în starea plană de deformații (MEF) s-a dovedit a fi o problemă sensibilă din punct de vedere numeric.

Pentru comportarea mecanică a pământului ca material, există modele constitutive specifice, diverse ca formulări și ca și capabilitate de simulare a comportării mecanice reale. În ceea ce privește interacțiunea dintre structura geotehnică și teren lucrurile sunt mai dificil de evaluat și de controlat. Acest aspect derivă din palierul larg al factorilor care influențează comportarea la nivelul contactului dintre pământ și structura geotehnică și care sunt dificil de determinat și de cuantificat în problemele practice de inginerie geotehnică (rugozitatea suprafeței de contact, grosimea benzii de forfecare, etc.).

În consecință, evaluarea răspunsului mecanic al structurilor geotehnice prin intermediul metodelor numerice (MEF) trebuie privit ca o estimare. Pentru ca această estimare să fie cât mai apropiată de răspunsul mecanic real, trebuie ca pământul și interfața să fie modelate printr-un model constitutiv adecvat cu o calibrare calitativă a parametrilor de control iar modelul numeric să fie adecvat calibrat din punct de vedere al sensibilității.

Întrucât factorii care condiționează comportarea interfeței nu se pot cuantifica exact (rugozitatea betonului turnat în pământ, variația granulometriei pământului de-a lungul suprafeței de contact, etc.) este necesară o estimare în cunoștință de cauză a parametrilor ce condiționează mecanismul de transfer mecanic la nivelul interfeței. Astfel estimarea rezistenței la lunecare la nivelul interfeței (cu sau fără considerarea rezistenței reziduale) cât și estimarea parametrilor de rigiditate la nivelul suprafeței de contact trebuie realizată în cunoștință de cauză scopul analizei realizate și cu efectul acestor parametrii asupra răspunsului mecanic. Se recomandă ca această estimare să urmeze adoptarea unei abordări prudente în vederea estimării răspunsului mecanic estimat. Astfel se recomandă ca parametrii de rigiditate la nivelul interfeței să fie ușor subestimați (supraestimare a valorii  $t_i$ ), iar comportarea la lunecare la nivelul suprafeței de contact să includă efectul rezistenței reziduale.

Răspunsul mecanic estimat în cazul sistemelor de sprijin, denotă echilibrul pe forma deformată unitară a sistemului de sprijin și a masivului de pământ fiind direct influențat de capacitatea mecanismului de transfer mecanic la nivelul contactului dintre pământ și elementul structural de sprijin. Capacitatea mecanismului de transfer este determinată de modelul constitutiv prin care se simulează dependența dintre tensiunile mobilizate la nivelul suprafeței de contact și deplasările relative aferente. Prin adoptarea unei comportări la lunecare de tip liniar elastic perfect plastică fără rezistență reziduală, la nivelul interfeței, se supraestimează capacitatea de transfer mecanic pe direcție tangențială în domeniul de comportare post elastic, (Fig.5.5). Eliminarea acestui aspect se realizează odată cu adoptarea la nivelul interfeței a unei comportări de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală la lunecare (model cu ecruisare "instantanee"). În acest sens se poate evidenția comportarea tangențială  $\tau$ - $\delta_t$  print-o manieră simplistă care admite o oarecare subestimare a capacității de transfer mecanic pe direcție tangențială la nivelul suprafeței de contact. Din acest punct de vedere, o astfel de abordare asigură caracterul prudent al analizelor numerice realizate, contribuind la obținerea unui răspuns mecanic estimat, prudent, care admite un anumit grad de acoperire în ceea ce privește estimarea deplasărilor și a solicitărilor mobilizate în elementele structurale, respectiv în ceea ce privește estimarea deformațiilor masivului de pământ sprijinit. Marja de acoperire este generată de palierul de subestimare generat prin diferența dintre comportarea reală  $\tau$ - $\delta_t$  și comportarea estimată prin intermediul modelului liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală (Fig.5.5-b). Altfel spus, gradul de prudență al analizei va fi definit de mărimea suprafeței zonei incluse între diferențele definite de comportarea reală  $\tau$ - $\delta_t$  și comportarea estimată de modelul ce consideră rezistența reziduală la lunecare a interfeței, (Fig.5.5-b). Conform așteptărilor adoptarea modelului ce admite rezistența reziduală la lunecare, generează o "slăbire" a capacității de transfer mecanic la nivelul interfeței pe domeniul de comportare post elastic, cu efecte evidente, resimțite prin amplificarea deplasărilor laterale și a momentului încovoietor din diafragmă, respectiv prin amplificarea tasării terenului sprijinit și a umflării fundului excavației.

În situația în care se urmărește estimarea răspunsului mecanic de tip înfășurătoare, ca un palier de variație, sunt necesare analize multiple prin care să se surprindă limitele de variație ale răspunsului mecanic. Altfel spus, sunt necesare modelări numerice cu parametri de calibrare ai interfeței diferiți (atât sub aspectul rigidităților cât și sub aspectul rezistențelor). Astfel estimarea parametrilor relevanți ai comportării sistemului geo-ingineresc (deplasări, solicitări, tensiuni) se realizează pe intervale de variație de tip înfășurătoare. Această abordare își propune surprinderea răspunsului mecanic real inclus în cadrul unui palier de variație estimat prin analize numerice. Validarea unei astfel de estimări se realizează prin măsurători inclinometrice și topografice în situ, iar eficacitatea dovedită este particulară în funcție de condițiile specifice fiecărei lucrări ingineresti.

## CAP. 6. INTERACȚIUNEA TEREN-STRUCTURĂ LA NIVELUL PEREȚILOR DE SPRIJIN DIN PILOȚI

### 6.1. Pereți de sprijin din piloți. Generalități.

Sistemele de sprijin realizate din piloți sunt o opțiune necesară în multe probleme ingineresti (sisteme de sprijin a excavațiilor adânci, sisteme de consolidare a alunecărilor de teren, etc.). Adoptarea soluției sistemului de sprijin din piloți este condiționată principial de condițiile de amplasament (vecinătăți, topologie), de tipul de lucrare inginerescă (sistem de sprijin pentru excavațiile adânci, sistem de consolidare a alunecărilor de teren), prezența apei subterane, specificitatea stratificație geologice, tehnologia de execuție disponibilă, etc. În funcție de condiționările aferente amplasamentului și a specificului lucrării există mai multe soluții constructive de realizare a pereților de sprijin din piloți (NP 124:2010, [A.146]):

#### a) Piloți cu interspații (Fig.6.1)

Peretele de sprijin din piloți cu interspații este alcătuit principial dintr-un șir de piloți cu diametrul  $D$ , dispuși inter-ax la distanța  $L.ax$ . Distanța inter-ax este mai mare decât diametrul, rezultând o lumina dintre doi piloți învecinați ( $l=L.ax-D$ ). Acest sistem de sprijin este folosit la excavațiile a căror adâncime de excavare nu depășește nivelul apei subterane și la sistemele de consolidare a alunecărilor de teren.

#### b) Piloți tangenți sau cvasi-tangenți (Fig.6.2)

Peretele de sprijin din piloți tangenți este alcătuit dintr-un șir de piloți cu diametrul  $D$ , dispuși inter-ax la distanța  $L.ax$ . Distanța inter-ax este puțin mai mare decât diametrul piloților. Acest sistem de sprijin este folosit pentru susținerea excavațiilor a căror adâncime de excavare nu depășește nivelul apei subterane.

#### c) Piloți secanți (Fig.6.3, Fig.6.4)

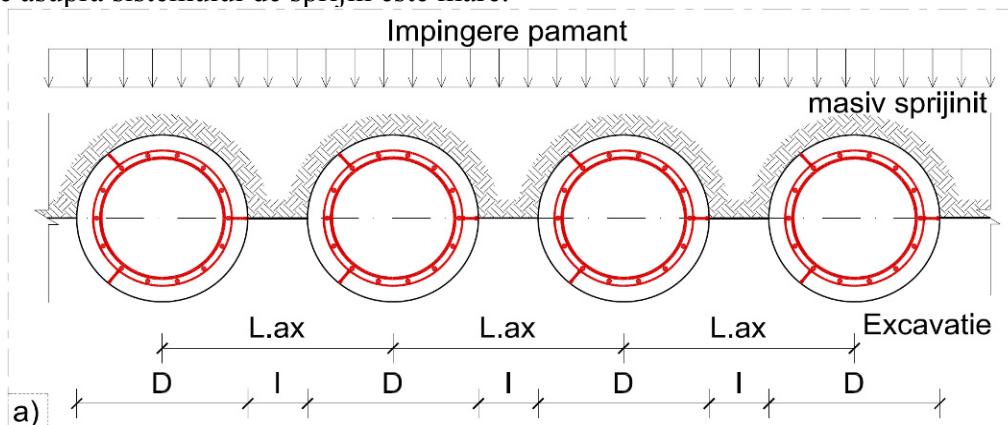
Peretele de sprijin din piloți secanți este alcătuit dintr-un șir de piloți cu diametrul  $D$ . Acest șir este alcătuit din două tipuri de piloți : piloți primari executați în prima etapă având distanța inter-ax  $L.ax2$ , și piloți secundari (de rezistență), executați ulterior, fiind dispuși la o distanță  $L.ax1$ . Configurați implică suprapunerea amprentei piloților secundari cu amprenta piloților primari. Distanța de suprapunere ( $s.p.$ ) se va denumi în continuare secantață. Acest sistem de sprijin este folosit la excavațiile a căror adâncime de excavare depășește nivelul apei subterane.

Pereții îngropați din piloți secanți se pot realiza în două variante. O primă variantă admite utilizarea piloților primari ca piloți de rezistență, (Fig.6.3), considerând astfel că primii piloți executați au rol multiplu, de rezistență și de impermeabilizare. Piloții primari se vor realiza din beton simplu, iar secantața se va alege astfel încât să se asigure etanșarea sistemului de sprijin, iar la momentul execuției piloților secundari să nu se genereze o fisurare a piloților primari.

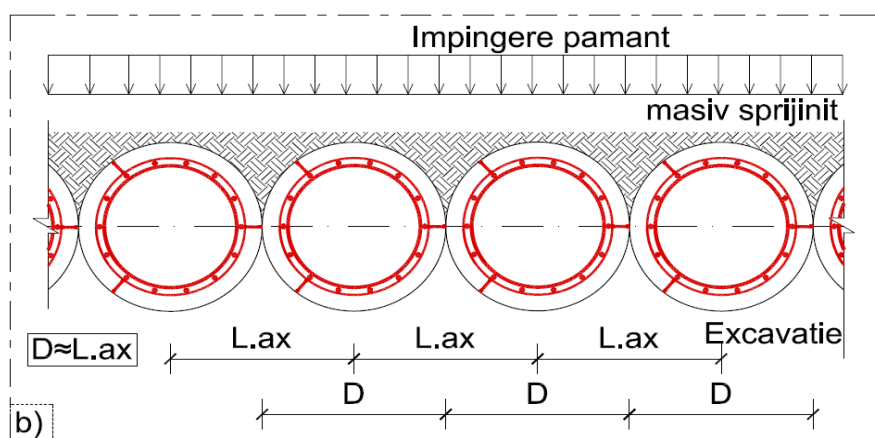
A doua variantă constă în folosirea piloților primari, cu rol unic de impermeabilizare (Fig.6.4). În această situație, piloții primari se realizează dintr-un material cu rezistență scăzută , beton simplu cu adaos de bentonită. În condițiile în care piloții primari sunt mai plastici, secantața poate fi mai mare decât în situația anterioară, urmărindu-se etanșarea sistemului de



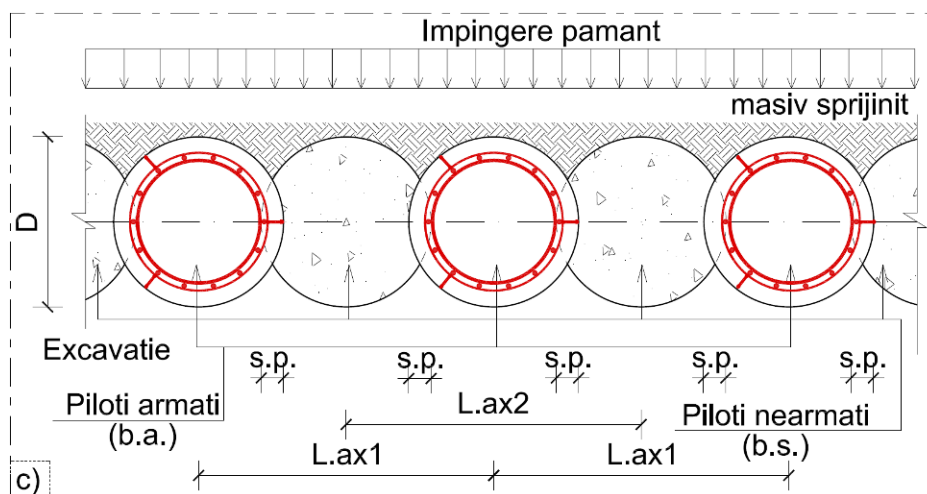
sprijin. Principal acest sistem constructiv se poate alege în situațiile în care presiunea apei subterane asupra sistemului de sprijin este mare.



**Fig.6.1.** Perete de sprijin din piloți cu interspații.



**Fig.6.2.** Perete de sprijin din piloți tangenți.



**Fig.6.3.** Perete de sprijin din piloți secanți – piloți primari de rezistență.

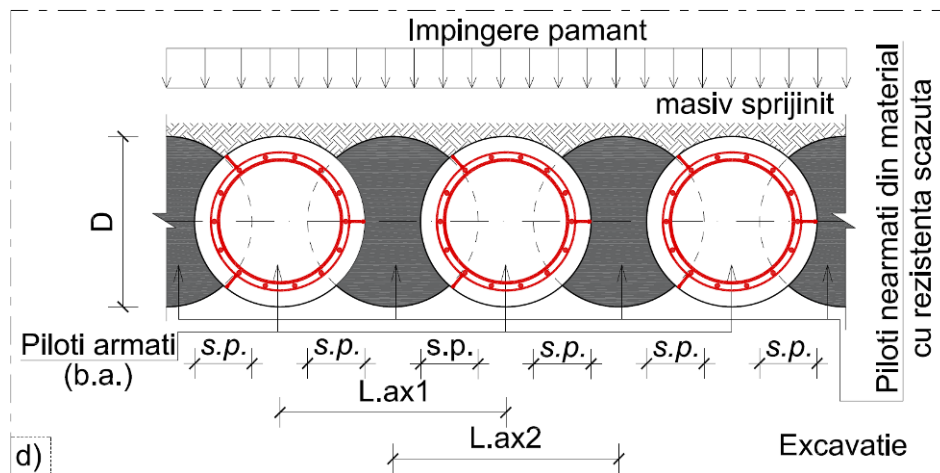


Fig.6.4. Perete de sprijin din piloți secanți – piloți primari de etanșare.

## 6.2. Modelarea peretilor de sprijin din piloți în starea plană de deformații

Determinarea răspunsului mecanic utilizând MEF-2D implică modelarea unei secțiuni plane care să surprindă într-o manieră cât mai relevantă starea de tensiuni și de deformații aferentă interacțiunii teren – perete de sprijin.

Sistemul de sprijin se modelează principal prin intermediul elementelor liniare cu rigiditate la încovoiere și solicitări axiale. Rigiditatea și modelul de comportare atribuite elementelor liniare se va determina în urma unui proces de echivalare a elementelor structurale reale, obținându-se astfel rigidități și legi de comportare medii, care să descrie comportarea sistemului de sprijin pe 1 metru liniar.

Interacțiunea se modelează prin elemente de interfață dispuse la ambele fețe ale peretelui de sprijin aflat în contact cu masivul de pământ. Parametrii elementelor de interfață vor descrie comportarea la nivelul unei suprafețe de contact plane. Întrucât în această situație, suprafața reală de contact (structură – teren) nu este plană se propun procedee de echivalare a parametrilor de deformabilitate și de rezistență a interfeței, fiind necesară atribuirea unei interfețe echivalente la contactul elementelor liniare cu pământul învecinat.

Analizele sunt de tip elasto-plastice pe stadii de lucru și implică atribuirea unor modele constitutive adecvate comportării terenului, interfeței și elementelor liniare structurale.

### 6.2.1. Modelarea peretelui de sprijin din piloți. Echivalarea comportării la nivel de element liniar.

Modelarea peretilor de sprijin din piloți în analizele în starea plană de deformații se realizează prin utilizarea elementelor de tip placă ("plate"). Determinarea proprietăților de

rigiditate a elementelor de tip placă se face printr-un proces de echivalare e rigidităților elementelor componente ale peretelui de piloți.

### 6.2.1.1. Pereți de susținere din piloți cu interspații și piloți tangenți

Considerând un perete din piloți de diametrul  $D$ , dispuși la distanța inter-ax  $L_{ax}$ , în interiorul unei secțiuni echivalente de grosime  $D$  se vor regăsi piloții realizați din beton armat (b.a.) și zonele de pământ incluse între piloți, (Fig.6.5). Întrucât rigiditatea betonului armat este mult mai mare în raport cu rigiditatea pământului, se consideră că aportul zonelor de pământ dintre piloți asupra rigidității axiale și la încovoiere a peretelui de sprijin este nesemnificativă. În consecință zonele de pământ dintre piloți se vor ignora. Astfel rigiditatea la încovoiere și la solicitări axiale ale peretelui de sprijin este dată doar de șirul de piloți realizați din beton armat.

În cadrul echivalării comportării liniar elastice, se consideră că fiecare pilot ,notat simbolic cu  $el1$ , este realizat dintr-un material cu modulul lui Young  $E_{el1}$  și coeficientului lui Poisson,  $\mu_{el1}$ . Fiecare pilot, privit ca element individual, va avea un moment de inerție  $I_{el1}$  ( $I_{el1} = \pi \cdot D^4 / 64$ ) și o arie  $A_{el1}$  ( $A_{el1} = \pi \cdot D^2 / 4$ ).

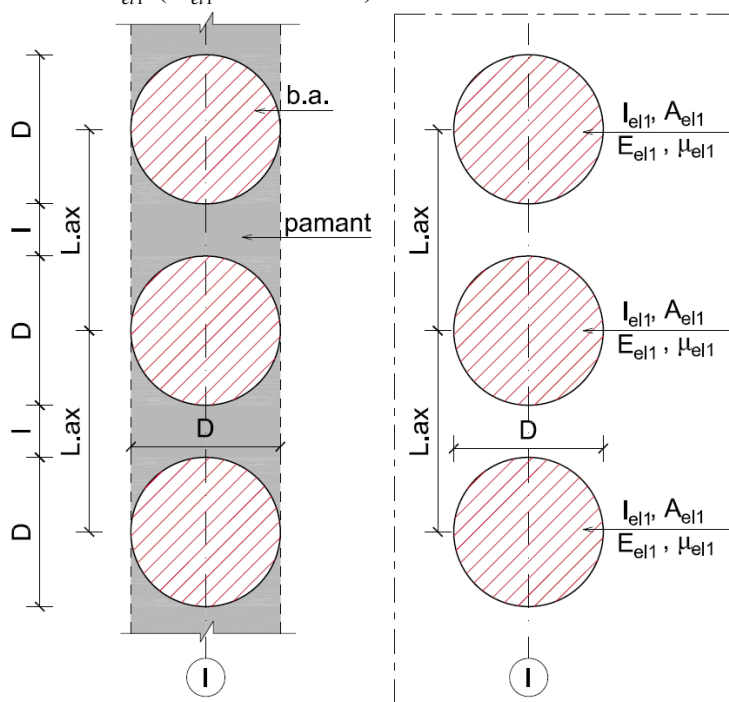


Fig.6.5. Schemă de echivalare perete de sprijin din piloți cu interspații.

Procesul de echivalare a rigidităților zidului de piloți implică determinarea rigidității unei secțiuni echivalente, de formă dreptunghiulară cu lățimea de  $1\text{ m}$  și cu înălțimea echivalentă,  $d_{eq}$ , (Fig.6.6). Proprietățile secțiunii echivalente se vor atribui apoi elementului de tip ”placă”, (Fig.6.6), în vederea transformării secțiunii de calcul într-o secțiune echivalentă ce se poate defini în cadrul domeniului de analiză în starea plană de deformații, (Fig.6.6).

Rigiditățile elastice ale secțiunii echivalente se pot determina astfel:

$$(EA)_e = \frac{E_{el1} \cdot A_{el1}}{L \cdot ax} \quad (6.1)$$

$$(EI)_e = \frac{E_{el1} \cdot I_{el1}}{L \cdot ax} \quad (6.2)$$

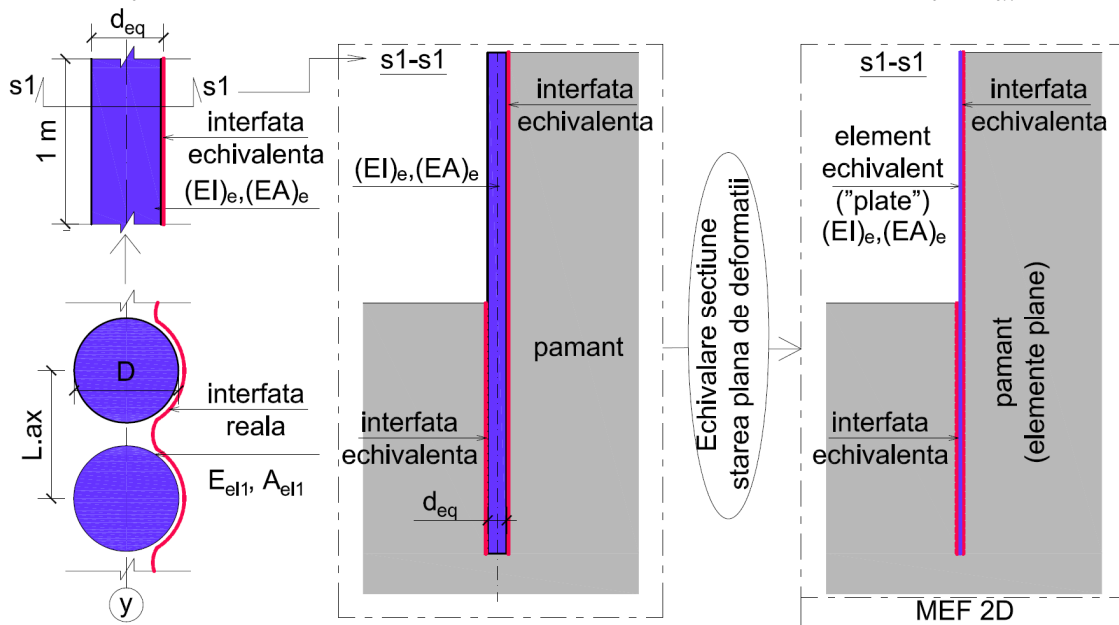
Grosimea secțiunea echivalente  $d_{eq}$  se poate determina astfel:

$$d_{eq} = \sqrt{12 \cdot \frac{(EI)_e}{(EA)_e}} \quad (6.3)$$

În conformitate cu teoria grinzii Mindlin se poate determina rigiditatea elementului la forță tăietoare,  $(GA)_e$ :

$$(GA)_e = k \cdot \frac{(EA)_e}{2(1 + \mu_e)} = \frac{5(EA)_e}{12(1 + \mu_e)} \quad (6.4)$$

unde:  $k$  - factorul de corecție la forfecare având valoarea de  $5/6$ , determinat ca urmare a ipotezei conform căreia rigiditatea la forfecare este determinată pe o secțiune rectangulară echivalentă,  $\mu_e$  este coeficientul lui Poisson atribuit secțiunii echivalente, ( $\mu_e = \mu_{el.1}$ ).



**Fig.6.6.** Schematizarea echivalării pereților de sprijin din piloți în analiza 2D.

În ceea ce privește considerarea unei comportări neliniare la încovoiere, curba  $M - \kappa$  aferentă secțiunii echivalente se va realiza din perechi de puncte  $(M_{el.1.i} / L \cdot ax) - \kappa_i$ . Momentul  $M_{el.1.i}$  reprezintă momentul aferent secțiunii de beton armat a unui pilot (element  $el1$ ) corespunzător curburii  $\kappa_i$ . Perechile  $M_{el.1.i} - \kappa_i$  se vor determina în urma unei analize incrementale la nivelul secțiunii unui pilot (analiză la nivel de fibră).

### 6.2.1.2. Pereți de susținere din piloți secanți

Se consideră cazul general al unui perete de piloți tangenți, de diametrul  $D$ , compus din piloți primari realizați din beton simplu (*b.s.*), dispuși la o distanță inter-ax  $L.ax2$ , notați  $el2$ , și piloți secundari realizați din beton armat (*b.a.*) dispuși la o distanță inter-ax  $L.ax1$ , notați cu  $el1$ , (Fig.6.7). În cadrul piloților secanți se consideră că  $L.ax1 = L.ax2$ . Întrucât rigiditatea betonului armat și a betonului simplu este mult mai mare în raport cu rigiditatea pământului, se consideră că aportul zonelor de pământ dintre piloți asupra rigidității axiale și la încovoiere a peretelui de sprijin este nesemnificativă. În consecință zonele de pământ dintre piloți se vor ignora. Astfel rigiditatea la încovoiere și la solicitări axiale ale peretelui de sprijin este dată de șirul de piloți realizați din beton armat și de șirul de piloți realizați din beton simplu (cu secțiune alterată).

În cadrul considerării unei comportări liniar elastice, se consideră că fiecare pilot primar din beton simplu (notat simbolic cu  $el2$ ) este realizat dintr-un material cu modulul lui Young,  $E_{el2}$  și coeficientului lui Poisson  $\mu_{el2}$ , având caracteristicile geometrice  $I_{el2}$  și  $A_{el2}$ . Fiecare pilot secundar realizat din beton armat (notat simbolic cu  $el1$ ) este realizat dintr-un material cu modulul lui Young,  $E_{el1}$  și coeficientului lui Poisson,  $\mu_{el1}$ , având caracteristicile geometrice  $I_{el1}$  și  $A_{el1}$ , (Fig.6.7).

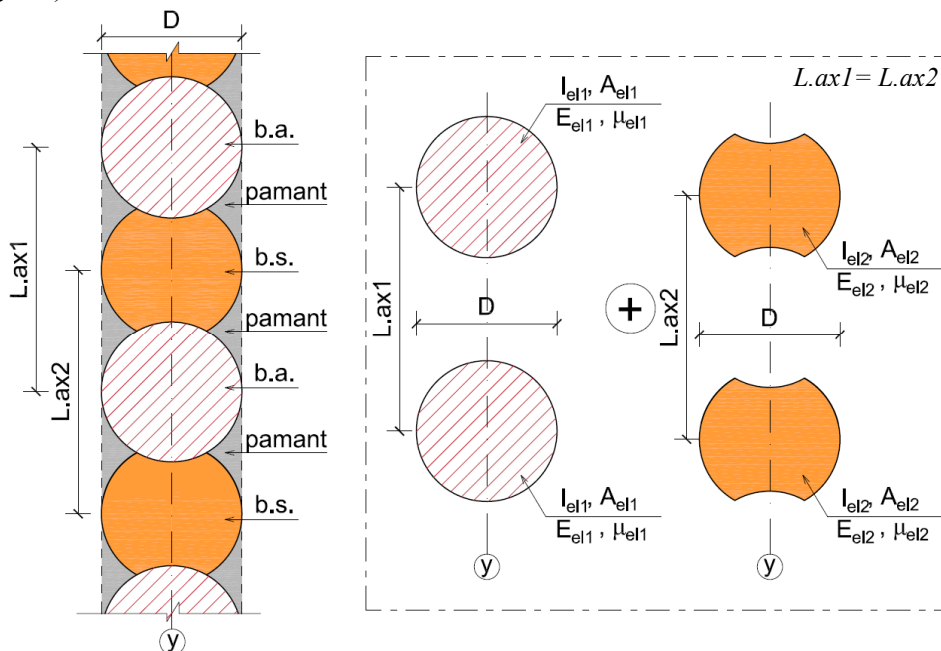


Fig. 6.7. Schemă de echivalare zid de sprijin din piloți secanți.

Procesul de echivalare a rigidităților peretelui de piloți implică determinarea rigidității ale unei secțiuni echivalente, de formă dreptunghiulară cu lățimea de 1 m și cu înălțimea echivalentă  $d_{eq}$ , (Fig.6.6). Proprietățile secțiunii echivalente se vor atribui mai apoi elementului de tip "placă", (Fig.6.6), în vederea transformării secțiunii de calcul într-o secțiune echivalentă ce se poate defini ca și domeniu de analiză în starea plană de deformații, (Fig.6.6).

• Considerându-se că piloți primari sunt realizați din beton simplu a căror proprietăți sunt relevante asupra comportării zidului de piloți, rigiditățile elastice ale secțiunii echivalente se pot determina astfel :

$$(EA)_e = \frac{E_{el1} \cdot A_{el1}}{L \cdot ax1} + \frac{E_{el2} \cdot A_{el2}}{L \cdot ax2} \quad (6.5)$$

$$(EI)_e = \frac{E_{el1} \cdot I_{el1}}{L \cdot ax1} + \frac{E_{el2} \cdot I_{el2}}{L \cdot ax2} \quad (6.6)$$

Grosimea secțiunea echivalente  $d_{eq}$  se poate determina cu relația

$$d_{eq} = \sqrt{12 \cdot \frac{(EI)_e}{(EA)_e}} \quad (6.7)$$

În conformitate cu teoria grinzii Mindlin, se poate determina rigiditatea elementului la forță tăietoare ,  $(GA)_e$  :

$$(GA)_e = k \cdot \frac{(EA)_e}{2(1 + \mu_e)} = \frac{5(EA)_e}{12(1 + \mu_e)} \quad (6.8)$$

unde :  $\mu_e$  este coeficientul lui Poisson atribuit secțiunii echivalente:

$$\mu_e = \frac{\mu_{el1} \cdot A_{el1} + \mu_{el2} \cdot A_{el2}}{A_{el1} + A_{el2}} \quad (6.9)$$

• Considerându-se că piloți primari sunt realizați din beton simplu cu adaos de noroi bentonitic (piloți ”plastici”) a căror proprietăți sunt irelevante asupra comportării peretelui de piloți, rigiditățile elastice ale secțiunii echivalente se pot determina astfel :

$$(EA)_e = \frac{E_{el1} \cdot A_{el1}}{L \cdot ax1} \quad (6.10)$$

$$(EI)_e = \frac{E_{el1} \cdot I_{el1}}{L \cdot ax1} \quad (6.11)$$

Grosimea secțiunea echivalente  $d_{eq}$  se poate determina astfel:

$$d_{eq} = \sqrt{12 \cdot \frac{(EI)_e}{(EA)_e}} \quad (6.12)$$

Rigiditatea elementului la forță tăietoare ,  $(GA)_e$  , se poate determina cu următoarea ecuație:

$$(GA)_e = k \cdot \frac{(EA)_e}{2(1 + \mu_e)} = \frac{5(EA)_e}{12(1 + \mu_e)} \quad (6.13)$$

unde :  $\mu_e$  este coeficientul lui Poisson atribuit secțiunii echivalente, ( $\mu_e = \mu_{el1}$ ).

În ceea ce privește atribuirea unei comportări neliniare la încovoiere, curba  $M - \kappa$  aferentă secțiunii echivalente se va realiza din perechi de puncte  $M_{e,i} - \kappa_i$ . Momentul  $M_{e,i}$  reprezintă momentul secțiunii echivalente corespunzător curbării  $\kappa_i$ .

• Considerându-se că piloți primari sunt realizați din beton simplu a căror proprietăți sunt relevante asupra comportării peretelui de sprijin,  $M_{e.i}$  se va determina astfel:

$$M_{e.i} = \frac{M_{el.1.i}}{L.ax1} + \frac{M_{el.2.i}}{L.ax2} \quad (6.14)$$

unde :  $M_{el.1.i}$  reprezintă momentul încovoietor mobilizat în secțiunea de b.a. (el1) aferentă unei curburii a secțiunii  $\kappa_i$ , respectiv  $M_{el.2.i}$  reprezintă momentul încovoietor mobilizat în secțiunea de b.s., (el2) aferentă unei curburii a secțiunii  $\kappa_i$ .

Perechile  $M_{el.1.i} - \kappa_i$  și  $M_{el.2.i} - \kappa_i$  se vor determina în urma unei analize incrementale la nivelul secțiunilor de beton armat (el1) și de beton simplu (el2).

• Considerându-se că piloți primari sunt realizați din beton simplu în amestec cu noroi bentonitic (piloți plastici) a căror proprietăți sunt irelevante asupra comportării zidului de sprijin  $M_{e.i}$  se va determina astfel:

$$M_{e.i} = \frac{M_{el.1.i}}{L.ax1} \quad (6.15)$$

## 6.2.2. Echivalarea comportării la nivel de interfață a pereților de sprijin din piloți

### 6.2.2.1. Echivalarea la nivelul suprafeței laterale a pereților din piloți cu interspații și piloți tangenți

Se va considera configurația geometrică aferentă unui perete de susținere din piloți de diametrul  $D$  dispuși la distanța inter-ax,  $L.ax$ , cu o distanță între doi piloți învecinați „ $l$ ”. În conformitate cu prevederile normativelor NP 124:2010, [A.146] și NP 113:2004 [A.145], se recomandă ca distanța „ $l$ ” să fie de 10 cm.

#### 6.2.2.1.1 Modelul 1 de echivalare

În abordarea următoare, am considerat că la contactul betonului cu pământul se formează interfața 1 (Fig.6.8). Proprietățile interfeței 1 sunt:  $c_{i.1}$ ,  $\varphi_{i.1}$ ,  $k_{n.1}$ ,  $k_{s.1}$ . În ceea ce privește modelarea în starea plană de deformații la nivelul contactului peretelui de susținere cu terenul se va aplica o interfață echivalentă, plană. Proprietățile interfeței echivalente în plan se vor nota astfel:  $c_{i.e}$ ,  $\varphi_{i.e}$ ,  $k_{n.e}$ ,  $k_{s.e}$ . Mobilizarea interfeței 1 se realizează în jurul piloților pe arce de cerc de lungime  $lc$ . O abordare generală a problemei admite că lungimea arcului de cerc al interfeței este generat de unghiurile  $\omega$  formate între axa șirului de piloți și marginile arcului de cerc (Fig.6.8-a). Situația aferentă  $\omega = 0$ , implică mobilizarea interfeței pe o lungime a arcului de cerc,  $lc$ , egală cu jumătate din perimetrul unui pilot (Fig.6.8-b).

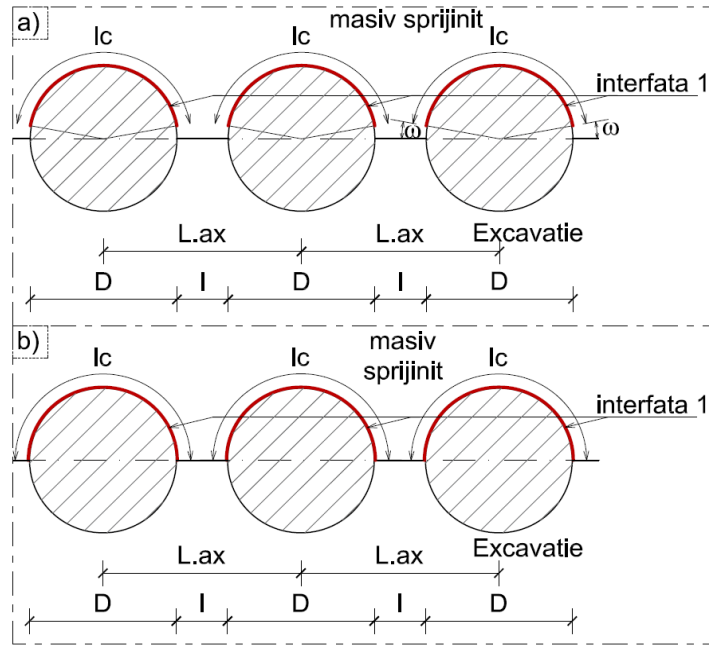


Fig.6.8. Mobilizarea interfeței reale zid din piloți cu interspații – Modelul 1.

Se propune echivalarea proprietăților la nivelul interfeței pornind de la proprietățile interfeței 1 și dimensiunea geometrică pe care se mobilizează interfața 1. Întreg modelul de echivalare s-a construit pe ipoteza conform căreia tensiunile normale la nivelul interfeței 1 sunt constante de-a lungul lungimii peretelui de sprijin și sunt identice cu tensiunile normale aferente interfeței echivalente (plane), iar grosimea interfeței echivalente este egală cu grosimea interfeței reale. Proprietățile interfeței echivalente se pot formula astfel:

- Adeziunea interfeței echivalente,  $c_{i,e}$ :

$$c_{i,e} = \frac{c_{i,1} \cdot lc}{L.ax} = \frac{D}{2} \cdot \frac{(\pi - 2 \cdot \omega)}{D + l} \cdot c_{i,1} = \frac{\pi / 2 - \omega}{1 + (l / D)} \cdot c_{i,1} \quad (6.16)$$

În situația  $\omega = 0$ :

$$c_{i,e} = \frac{\pi / 2}{1 + (l / D)} \cdot c_{i,1} \quad (6.17)$$

- Unghiul de frecare la nivelul interfeței echivalente,  $\varphi_{i,e}$ :

$$\tan(\varphi_{i,e}) = \frac{\tan(\varphi_{i,1}) \cdot lc}{L.ax} = \frac{\pi / 2 - \omega}{1 + (l / D)} \cdot \tan(\varphi_{i,1}) \quad (6.18)$$

- Rigiditatea elastică tangențială la nivelul interfeței echivalente,  $k_{s,e}$ :

$$k_{s,e} = \frac{k_{s,1} \cdot lc}{L.ax} = \frac{\pi / 2 - \omega}{1 + (l / D)} \cdot k_{s,1} \quad (6.19)$$

- Rigiditatea elastică normală la nivelul interfeței echivalente,  $k_{s,n}$ :



$$k_{n.e} = \frac{k_{n.1} \cdot lc}{L \cdot ax} = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot k_{n.1} \quad (6.20)$$

În cazul în care proprietățile elementelor de interfață se definesc în funcție de proprietățile pământului prin intermediul factorului de reducere la nivelul interfeței,  $R_{inter}$ , formularea procedurii de echivalare suferă anumite modificări. Astfel, se consideră că parametrii interfeței 1 sunt definiți pe baza parametrilor pământului învecinat ( $c_s, \varphi_s, G_s, E_s, \mu_s$ ) prin intermediul coeficientului de reducere al interfeței,  $R_{inter.1}$ :

$$c_{i.1} = R_{inter.1} \cdot c_s \quad (6.21)$$

$$\tan(\varphi_{i.1}) = R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s) \quad (6.22)$$

$$k_{s.1} = \frac{(R_{inter.1})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (6.23)$$

$$k_{n.1} = \frac{11 \cdot (R_{inter.1})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (6.24)$$

Considerând că interfața echivalentă se va defini în mod similar, parametrii interfeței echivalente se vor defini în funcție de parametrii pământului prin  $R_{inter.e}$ :

$$c_{i.e} = R_{inter.e} \cdot c_s \quad (6.25)$$

$$\tan(\varphi_{i.e}) = R_{inter.e} \cdot \tan(\varphi_s) \quad (6.26)$$

$$k_{s.e} = \frac{(R_{inter.e})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (6.27)$$

$$k_{n.e} = \frac{11 \cdot (R_{inter.e})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (6.28)$$

Determinarea parametrilor interfeței echivalente va conduce la următoarea formulare:

- Echivalarea coeziunii (adeziunii) la nivelul interfeței plane:

$$R_{inter.e} \cdot c_s = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot R_{inter.1} \cdot c_s \quad (6.29)$$

$$R_{inter.e} = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot R_{inter.real} = f_{p.c} \cdot R_{inter.1} \quad (6.30)$$

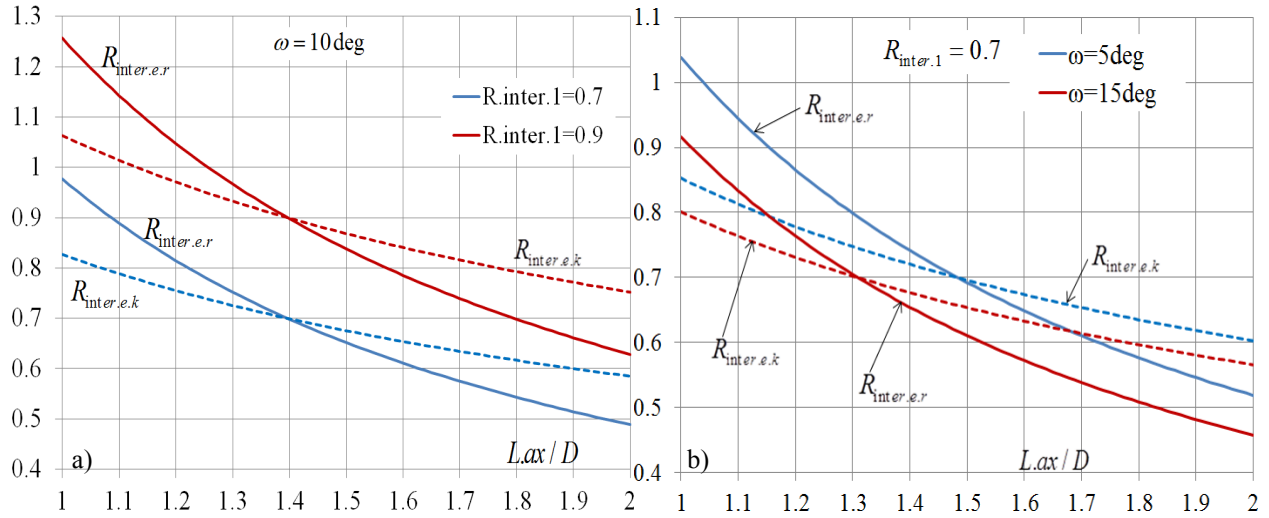
$$f_{p.c} = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \quad (6.31)$$

- Echivalarea unghiului de frecare la nivelul interfeței plane:

$$R_{inter.e} \cdot \tan(\varphi_s) = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s) \quad (6.32)$$

$$R_{inter.e} = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot R_{inter.1} = f_{p.\varphi} \cdot R_{inter.1} \quad (6.33)$$

*Această pagină a fost eliminată din conținutul electronic al acestei lucrări.*



**Fig.6.10.** Efectul  $R_{inter.1}$  asupra  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$  (a) și efectul unghiului  $\omega$  asupra  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$  (b).

Conform Figurii 6.10 se poate observa că în anumite situații, valorile  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$  sunt mai mari decât unitatea. Acest lucru implică mobilizarea unor parametrii de forfecare la nivelul interfeței echivalente mai mari decât parametrii de forfecare ai pământului. În consecință, se propune definirea unui material nou care va fi atribuit interfeței echivalente. Acest material se va denumi în continuare  $PN$ , fiind descris de următorii parametrii:  $c_{s.PN}$ ,  $\varphi_{s.PN}$ ,  $\psi_{s.PN}$ ,  $G_{s.PN}$ ,  $R_{inter.PN}$ . Conform echivalării se pot formula următoarele relații:

$$R_{inter.PN} \cdot c_{s.PN} = c_{i.e} = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot R_{inter.1} \cdot c_s = f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot c_s \quad (6.41)$$

$$c_{s.PN} = \frac{f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot c_s}{R_{inter.PN}} \quad (6.42)$$

$$R_{inter.PN} \cdot \tan(\varphi_{s.PN}) = \tan(\varphi_{i.e}) = \frac{\pi/2 - \omega}{1 + (l/D)} \cdot \tan(\varphi_{i.1}) = f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s) \quad (6.43)$$

$$\varphi_{s.PN} = a \tan \left( \frac{f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s)}{R_{inter.PN}} \right) \quad (6.44)$$

$$\psi_{s.PN} = 0^\circ \quad (6.45)$$

$$k_{s.PN} = k_{s.e}; k_{n.PN} = k_{n.e} \quad (6.46)$$

$$\frac{(R_{inter.PN})^2 \cdot G_{PN}}{t_i} = \frac{(R_{inter.e})^2 \cdot G_s}{t_i} \quad (6.47)$$

$$(R_{inter.PN})^2 \cdot G_{PN} = (R_{inter.e})^2 \cdot G_s \quad (6.48)$$

$$(R_{inter.PN})^2 \cdot G_{PN} = (R_{inter.1} \cdot f_{p.k})^2 \cdot G_s \quad (6.49)$$

$$G_{PN} = \frac{(R_{inter.1})^2 \cdot (f_{p.k})^2 \cdot G_s}{(R_{inter.PN})^2} = \frac{(R_{inter.1})^2 \cdot f_{p.r}}{(R_{inter.PN})^2} \cdot G_s \quad (6.50)$$

Adoptând în mod simplificat  $R_{inter.PN} = 1$ , rezultă:

$$c_{s.PN} = f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot c_s \quad (6.51)$$

$$\varphi_{s.PN} = a \tan(f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s)) \quad (6.52)$$

$$G_{PN} = (R_{inter.1})^2 \cdot f_{p.r} \cdot G_s \quad (6.53)$$

În consecință, materialul nou atribuit interfeței echivalente,  $PN$ , va avea următoarele proprietăți:

- $R_{inter.PN} = 1$
- $c_{s.PN} = f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot c_s$
- $\varphi_{s.PN} = a \tan(f_{p.r} \cdot R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s))$
- $\psi_{s.PN} = 0^\circ$
- $G_{PN} = (R_{inter.1})^2 \cdot f_{p.r} \cdot G_s$

unde :

$$f_{p.r} = \frac{\pi / 2 - \omega}{1 + (l / D)} \quad (6.54)$$

În cazul modelului MC, modificarea  $G_{PN}$  se poate realiza prin modificarea modului lui Young ( $E_{PN}$ ) astfel:

$$E_{PN} = (R_{inter.1})^2 \cdot f_{p.r} \cdot E_s \quad (6.55)$$

$$\mu_{PN} = \mu_s \quad (6.56)$$

În cazul modelului HSM,  $G_{PN}$  se echivalează în funcție de parametrii de deformabilitate aferenți ramurii de descărcare/reîncărcare:

$$G_{PN} = G_{s.ur.PN} = \frac{E_{ur.PN}}{2(1 + \mu_{ur})} \quad (6.57)$$

În consecință echivalarea parametrilor de deformabilitate la nivelul interfeței se poate realiza prin determinarea modului  $E_{ur.PN}^{ref}$ , astfel:

$$E_{ur.PN}^{ref} = (R_{inter.1})^2 \cdot f_{p.r} \cdot E_{ur.s}^{ref} \quad (6.58)$$

Valorile celorlalți parametri de material ( $p_{ref}$ ,  $m$ ,  $\mu_{ur}$ ) se vor adopta cu valoarea aferentă pământului. Parametrii  $E_{50.PN}^{ref}$  și  $E_{oed.PN}^{ref}$  pot să își mențină valorile aferente pământului  $E_{50.s}^{ref}$  și  $E_{oed.s}^{ref}$  sau se pot echivala într-o manieră identică cu parametrul  $E_{ur.PN}^{ref}$ .

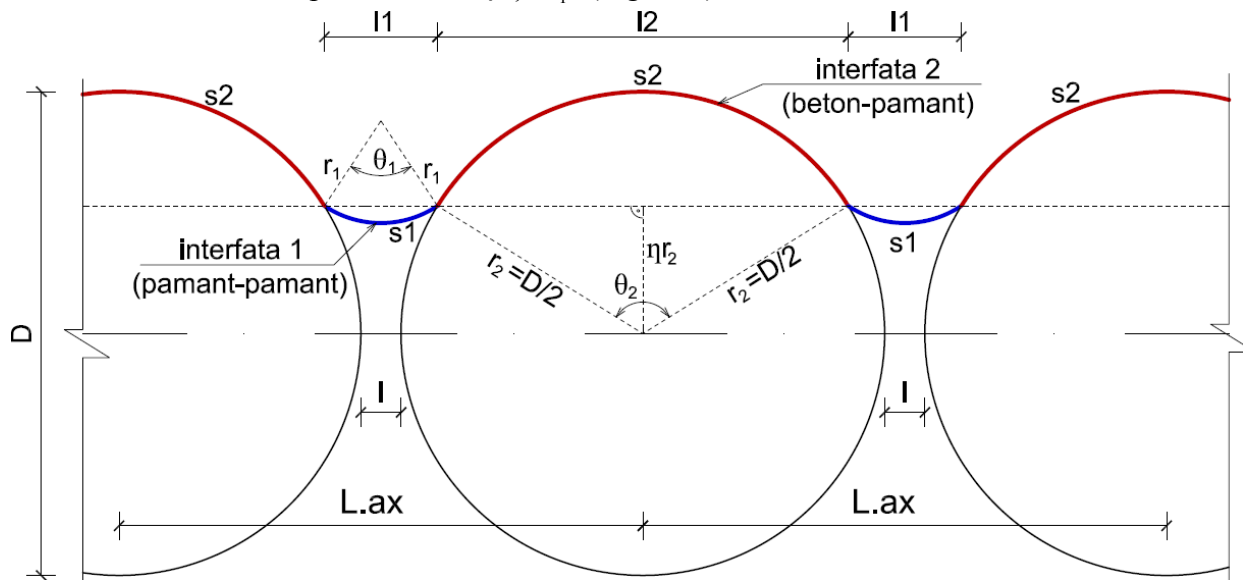
Conform celor menționate anterior se observă că prin această procedură de calcul se poate surprinde efectul ne-planeității suprafeței de contact dintre peretele de susținere din piloți

cu interspații și teren prin utilizarea programului PLAXIS 2D. Beneficiile acestei abordări de calcul constă în aplicabilitatea ei asupra oricărui model constitutiv al terenului care admite un criteriu de cedare de tip Mohr-Coulomb, [A.15],[A.16],[A.17],[A.18].

### 6.2.2.1.2 Modelul 2 de echivalare

În situația unui zid de piloți de diametrul  $D$ , dispuși la o distanță inter-ax  $L.ax$ , se consideră că interfața reală se va mobiliza parțial după perimetrul piloților (interfață 2 : contact beton-pământ), prin arcul ce cerc de lungime  $s_2$ , și parțial după arcul de cerc de lungime  $s_1$  (interfață 1 : contact pământ-pământ), Figura 6.11. Forfecarea laterală dintre masivul de pământ și pereții de piloți se va realiza după un contact parțial beton-pământ și pământ-pământ. Acest aspect implică mobilizarea unei pene de pământ împănate (pământ încleștat) în zona de contact dintre doi piloți învecinați. Acest model de echivalare se poate aplica fără probleme și în cazul pereților din piloți perfect tangenți ( $D = L.ax$ ).

Cuantificarea matematică a modelului 2 de echivalare, implică adoptarea unor notații aferente configurației geometrice a zidului de sprijin (Fig.6.11). Echivalarea la o interfață plană echivalentă implică determinarea lungimilor arcelor de cerc  $s_1$  și  $s_2$ , respectiv a distanțelor  $l_1$  și  $l_2$ . Acest lucru poate fi realizat dacă schema geometrică de interacțiune se construiește pe baza unor valori cunoscute a parametrilor  $\eta$  și  $\theta_1$ , (Fig.6.11).



**Fig.6.11.** Mobilizarea interfeței laterale zid din piloți cu interspații - Modelul 2 de echivalare.

Considerând valorile  $\eta$  și  $\theta_1$  cunoscute se poate formula matematic schema geometrică de interacțiune :

$$l_2 = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\eta \cdot \frac{D}{2}\right)^2} = D\sqrt{1-\eta^2} \quad (6.59)$$

$$l_1 = L.ax - l_2 = L.ax - D\sqrt{1-\eta^2} = (D+l) - D\sqrt{1-\eta^2} \quad (6.60)$$

În cazul piloților perfect tangenți, ( $L.ax = D$ ,  $l = 0$ ), relațiile anterioare au următoarea exprimare:

$$l1 = D(1 - \sqrt{1 - \eta^2}) \quad (6.61)$$

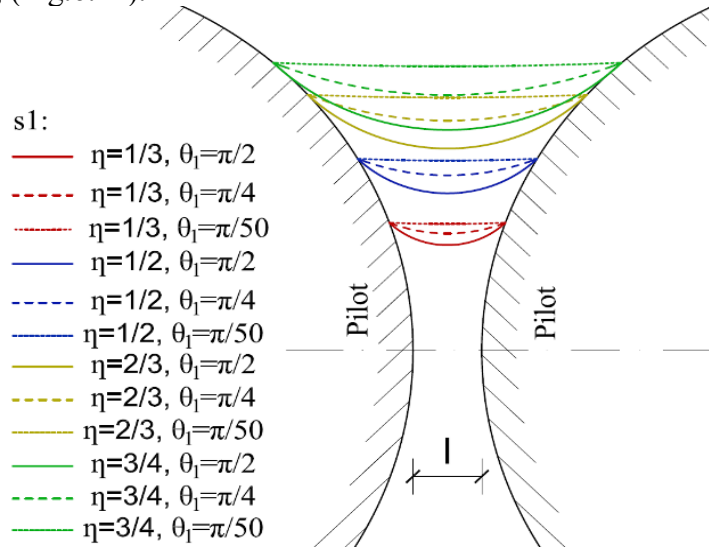
$$\theta_2 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{l2}{D}\right) = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{D\sqrt{1 - \eta^2}}{D}\right) = 2 \cdot \arcsin(\sqrt{1 - \eta^2}) \quad (6.62)$$

$$s2 = \frac{D}{2} \cdot \theta_2 = D \cdot \arcsin(\sqrt{1 - \eta^2}) \quad (6.63)$$

$$r_1 = \frac{l1}{2 \cdot \sin(\theta_1 / 2)} = \frac{L \cdot ax - D\sqrt{1 - \eta^2}}{2} \cdot \frac{1}{\sin(\theta_1 / 2)} \quad (6.64)$$

$$s1 = \frac{L \cdot ax - D\sqrt{1 - \eta^2}}{2} \cdot \frac{\theta_1}{\sin(\theta_1 / 2)} \quad (6.65)$$

Conform formulării expuse anterior, controlul configurației suprafeței de contact se realizează prin intermediul parametrilor  $\eta$  și  $\theta_1$  (Fig.6.12). În vederea simplificării, se propune un interval de variație  $\eta$  între 1/3 și 3/4. Adoptarea valorii unghiului  $\theta_1$  se va face astfel încât forma arcului de cerc,  $s1$ , să nu intersecteze perimetrul piloților învecinați. Astfel, o valoare maximă a unghiului  $\theta_1$  este  $\pi/4$ . Pentru valori reduse ale parametrului  $\eta$  (între 1/3 și 2/3) se poate adopta o valoare maximă a unghiului  $\theta_1$  de  $\pi/2$ . Adoptarea unor valori reduse ale  $\theta_1$  induce o liniarizare a alurii interfeței 1, respectiv transformarea arcului de cerc  $s1$  într-un segment cvasi-liniar, (Fig.6.12).



**Fig.6.12.** Efectul  $\eta$  și  $\theta_1$  asupra configurației modelului 2 de interacțiune a unui perete din piloți interspații.

Formularea unei interfețe echivalente (plane) implică o procedură de echivalare, a proprietăților necesare definirii comportării la nivelul suprafeței de contact. Determinarea parametrilor echivalenți ai interfeței ( $c_{i.e}$ ,  $\varphi_{i.e}$ ,  $k_{n.e}$ ,  $k_{s.e}$ ) se va face pornind de la următoarele ipoteze:

- Se consideră că interfața 1, interfața 2 și interfața echivalentă au o comportare la lunecare de tip liniar elastic perfect plastică.

- Tensiunile normale la nivelul interfeței 1 și interfeței 2 se consideră constante de-a lungul lungimii peretelui de sprijin și se consideră identice cu tensiunile normale aferente interfeței echivalente (plane)
- Interfața 2 (beton – pământ) se poate descrie prin parametrii :  $c_{i,2}$ ,  $\varphi_{i,2}$ ,  $k_{n,2}$ ,  $k_{s,2}$ . În cazul formulării adoptate în PLAXIS 2D, acești parametri se consideră determinați pe baza parametrilor pământului prin aplicarea coeficientului de reducere al interfeței ,  $R_{inter.2} \leq 1$ .
- Interfața 1 (pământ – pământ) se poate descrie prin parametrii :  $c_{i,1} = c_s$ ,  $\varphi_{i,1} = \varphi_s$ ,  $k_{n,1}$ ,  $k_{s,1}$ . În cazul formulării adoptate în PLAXIS 2D, acești parametri se consideră determinați pe baza parametrilor pământului prin aplicarea coeficientului de reducere al interfeței  $R_{inter.1} = 1$ .

Formulara matematică a procesului de echivalare este construit pe schema geometrică de interacțiune prin parametri  $\eta$  și  $\theta_1$ , iar parametrii interfeței echivalente se obțin pe baza principiului de ponderare geometrică. Determinarea parametrilor echivalenți ai interfeței  $c_{i,e}$ ,  $\varphi_{i,e}$ ,  $k_{n,e}$ ,  $k_{s,e}$ , se va face astfel:

•  $c_{i,e}$

$$c_{i,e} = \frac{c_{i,1} \cdot s1 + c_{i,2} \cdot s2}{s1 + s2} \cdot \frac{s1 + s2}{l1 + l2} = \frac{c_{i,1} \cdot s1 + c_{i,2} \cdot s2}{L.ax} \quad (6.66)$$

•  $\varphi_{i,e}$

$$\tan(\varphi_{i,e}) = \frac{\tan(\varphi_{i,1}) \cdot s1 + \tan(\varphi_{i,2}) \cdot s2}{s1 + s2} \cdot \frac{s1 + s2}{l1 + l2} = \frac{\tan(\varphi_{i,1}) \cdot s1 + \tan(\varphi_{i,2}) \cdot s2}{L.ax} \quad (6.67)$$

•  $k_{s,e}$ ,  $k_{n,e}$

$$k_{s,e} = \frac{k_{s,1} \cdot s1 + k_{s,2} \cdot s2}{s1 + s2} \cdot \frac{s1 + s2}{l1 + l2} = \frac{k_{s,1} \cdot s1 + k_{s,2} \cdot s2}{L.ax} \quad (6.68)$$

În cazul în care proprietățile elementelor de interfață se definesc în funcție de proprietățile pământului prin intermediul factorului de reducere la nivelul interfeței,  $R_{inter}$ , formularea procedurii de echivalare suferă anumite modificări. Astfel, se consideră că parametrii interfeței 1 și interfeței 2 sunt definiți pe baza parametrilor pământului învecinat ( $c_s$ ,  $\varphi_s$ ,  $G_s$ ,  $E_s$ ,  $\mu_s$ ) prin intermediul coeficienților de reducere la nivelul interfeței,  $R_{inter.1}$  și  $R_{inter.2}$ .

$$c_{i,1} = R_{inter.1} \cdot c_s = c_s \quad (6.69)$$

$$c_{i,2} = R_{inter.2} \cdot c_s \quad (6.70)$$

$$c_{i,e} = R_{inter.e} \cdot c_s \quad (6.71)$$

$$\tan(\varphi_{i.1}) = R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s) = \tan(\varphi_s) \quad (6.72)$$

$$\tan(\varphi_{i.2}) = R_{inter.2} \cdot \tan(\varphi_s) \quad (6.73)$$

$$\tan(\varphi_{i.e}) = R_{inter.e} \cdot \tan(\varphi_s) \quad (6.74)$$

$$k_{s.1} = \frac{(R_{inter.1})^2 \cdot G_s}{t_{i.1}} = \frac{G_s}{t_{i.1}} \quad (6.75)$$

$$k_{s.2} = \frac{(R_{inter.2})^2 \cdot G_s}{t_{i.2}} \quad (6.76)$$

$$k_{s.e} = \frac{(R_{inter.e})^2 \cdot G_s}{t_{i.e}} \quad (6.77)$$

Echivalarea coeziunii la nivelul interfeței echivalente :

$$c_{i.e} = R_{inter.e} \cdot c_s = \frac{c_s \cdot s1 + R_{inter.2} \cdot c_s \cdot s2}{L \cdot ax} \quad (6.78)$$

$$R_{inter.e} = \frac{s1 + R_{inter.2} \cdot s2}{L \cdot ax} \quad (6.79)$$

$$R_{inter.e} = \frac{\frac{L \cdot ax - D \sqrt{1 - \eta^2}}{2} \cdot \frac{\theta_1}{\sin(\theta_1 / 2)} + R_{inter.2} \cdot D \cdot \arcsin(\sqrt{1 - \eta^2})}{L \cdot ax} \quad (6.80)$$

Echivalarea unghiului de frecare la nivelul interfeței echivalente :

$$\tan(\varphi_{i.e}) = R_{inter.e} \cdot \tan(\varphi_s) = \frac{\tan(\varphi_s) \cdot s1 + R_{inter.2} \cdot \tan(\varphi_s) \cdot s2}{L \cdot ax} \quad (6.81)$$

$$R_{inter.e} = \frac{s1 + R_{inter.2} \cdot s2}{L \cdot ax} \quad (6.82)$$

$$R_{inter.e} = \frac{\frac{L \cdot ax - D \sqrt{1 - \eta^2}}{2} \cdot \frac{\theta_1}{\sin(\theta_1 / 2)} + R_{inter.2} \cdot D \cdot \arcsin(\sqrt{1 - \eta^2})}{L \cdot ax} \quad (6.83)$$

În situația piloților perfect tangenți  $L \cdot ax = D$  va rezulta:

$$R_{inter.e} = \frac{1 - \sqrt{1 - \eta^2}}{2} \cdot \frac{\theta_1}{\sin(\theta_1 / 2)} + R_{inter.2} \cdot \arcsin(\sqrt{1 - \eta^2}) \quad (6.84)$$

Echivalarea rigidităților elastice la nivelul interfeței echivalente cazul general în care considerăm că grosimile interfeței 1, a interfeței 2 și a interfeței echivalente sunt diferite ( $t_{i.e} \neq t_{i.1} \neq t_{i.2}$ ) se face după următoarea ecuație :

$$k_{s.e} = \frac{(R_{inter.e})^2 \cdot G_s}{t_{i.e}} = \left[ \frac{G_s}{t_{i.1}} \cdot s1 + (R_{inter.2})^2 \cdot \frac{G_s}{t_{i.2}} \cdot s2 \right] \cdot \frac{1}{L \cdot ax} \quad (6.85)$$

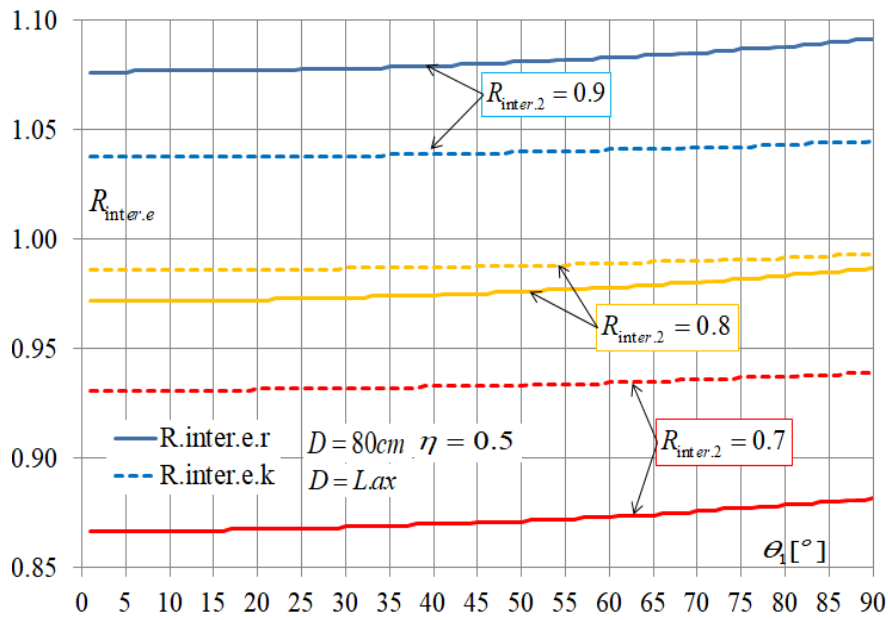
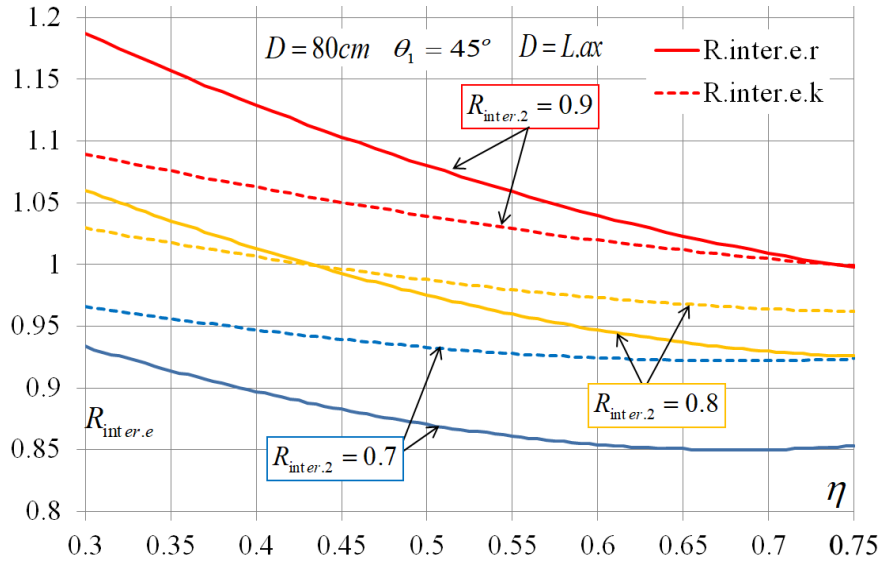
$$R_{inter.e} = \sqrt{\frac{t_{i.e}}{L \cdot ax} \cdot \left[ \frac{s1}{t_{i.1}} + \frac{(R_{inter.2})^2 \cdot s2}{t_{i.2}} \right]} \quad (6.86)$$

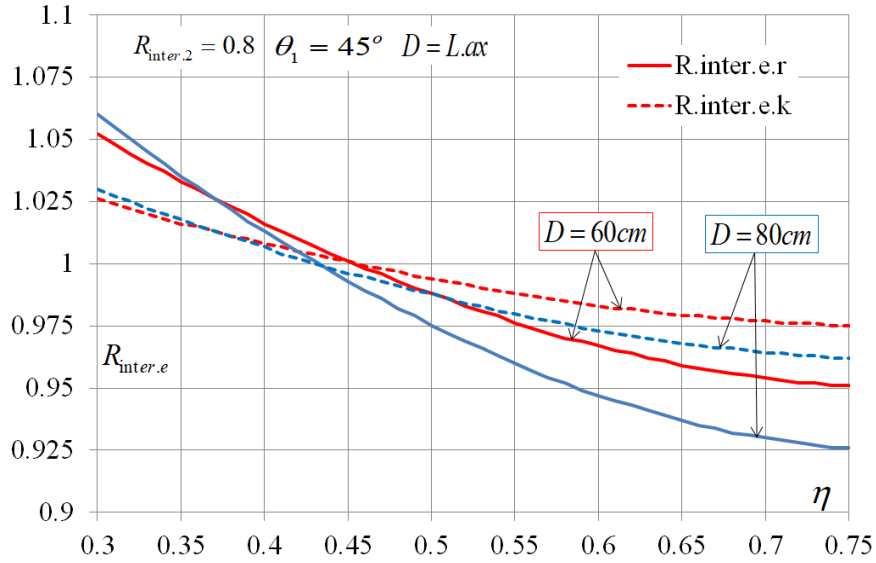


Această pagină a fost eliminată din conținutul electronic al acestei lucrări.

- $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$  scad odată cu creșterea  $\eta$ .

Interfața echivalentă are proprietăți superioare interfeței 2, întrucât atât  $R_{inter.e.r}$  cât și  $R_{inter.e.k}$  au valori superioare  $R_{inter.2}$ .





**Fig.6.15.** Efectul  $D$  asupra  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$ .

Conform celor prezentate, echivalarea interfeței reale la o interfață plană implică adoptarea unor factori de echivalare diferiți pentru echivalarea rezistenței ( $R_{inter.e.r}$ ), respectiv pentru echivalarea rigidității ( $R_{inter.e.k}$ ). Valorile  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$  pot depăși valoarea unitară. În consecință se propune definirea unui material nou care va fi atribuit interfeței echivalente. Acest material se va denumi generic în continuare  $PN$  fiind descris de următorii parametri:  $c_{s.PN}$ ,  $\varphi_{s.PN}$ ,  $\psi_{s.PN}$ ,  $G_{s.PN}$ ,  $R_{inter.PN}$ . Conform echivalării se pot formula următoarele relații pentru parametrii de rezistență ai materialului nou  $PN$ :

- $c_{s.PN}$

$$c_{i.e} = R_{inter.PN} \cdot c_{s.PN} = \frac{c_{i.1} \cdot s1 + c_{i.2} \cdot s2}{L.ax} = \frac{c_s \cdot s1 + R_{inter.2} \cdot c_s \cdot s2}{L.ax} \quad (6.94)$$

$$c_{s.PN} = \frac{c_s \cdot s1 + R_{inter.2} \cdot c_s \cdot s2}{L.ax \cdot R_{inter.PN}} = \frac{c_s}{R_{inter.PN}} \cdot R_{inter.e.r} \quad (6.95)$$

$$c_{s.PN} = \frac{c_s \cdot s1 + R_{inter.2} \cdot c_s \cdot s2}{L.ax \cdot R_{inter.PN}} = \frac{c_s}{R_{inter.PN}} \cdot \frac{L.ax - D\sqrt{1-\eta^2}}{2} \cdot \frac{\theta_1}{\sin(\theta_1/2)} + R_{inter.2} \cdot D \cdot \arcsin(\sqrt{1-\eta^2}) \quad (6.96)$$

- $\varphi_{s.PN}$

$$\tan(\varphi_{i.e}) = R_{inter.PN} \cdot \tan(\varphi_{s.PN}) = \frac{\tan(\varphi_s) \cdot s1 + R_{inter.2} \cdot \tan(\varphi_s) \cdot s2}{L.ax} \quad (6.97)$$

$$R_{inter.PN} \cdot \tan(\varphi_{s.PN}) = \tan(\varphi_s) \cdot \frac{s1 + R_{inter.2} \cdot s2}{L.ax} = \tan(\varphi_s) \cdot R_{inter.e.r} \quad (6.98)$$

$$\varphi_{s.PN} = a \tan \left[ \frac{\tan(\varphi_s)}{R_{inter.PN}} \cdot R_{inter.e.r} \right] = a \tan \left[ \frac{\tan(\varphi_s)}{R_{inter.PN}} \cdot \frac{s1 + R_{inter.2} \cdot s2}{L.ax} \right] \quad (6.99)$$

$$\psi_{s.PN} = 0^\circ \quad (6.100)$$

Această pagină a fost eliminată din conținutul electronic al acestei lucrări.

$$\begin{aligned}
G_{s.PN} &= (R_{inter.e.k})^2 \cdot G_s = \frac{s1 + (R_{inter.2})^2 \cdot s2}{L.ax} \cdot G_s = \\
&= \frac{\frac{L.ax - D\sqrt{1-\eta^2}}{2} \cdot \frac{\theta_1}{\sin(\theta_1/2)} + (R_{inter.2})^2 \cdot D \cdot \arcsin(\sqrt{1-\eta^2})}{L.ax} \cdot G_s
\end{aligned} \tag{6.108}$$

În consecință materialul nou atribuit interfeței echivalente va avea următoarele proprietăți:

- $R_{inter.PN} = 1$
- $c_{s.PN} = c_s \left( \frac{s1 + R_{inter.2} \cdot s2}{L.ax} \right)$
- $\varphi_{s.PN} = a \tan \left[ \tan(\varphi_s) \left( \frac{s1 + R_{inter.2} \cdot s2}{L.ax} \right) \right]$
- $\psi_{s.PN} = 0^\circ$
- $G_{PN} = \frac{t_{i.1} \cdot s1 + t_{i.2} \cdot s2}{(L.ax)^2} \cdot \left[ \frac{s1}{t_{i.1}} + \frac{(R_{inter.2})^2 \cdot s2}{t_{i.2}} \right] \cdot G_s$  pentru  $t_{i.PN} = t_{i.e} \neq t_{i.1} \neq t_{i.2}$ ;
- $G_{PN} = \frac{s1 + (R_{inter.2})^2 \cdot s2}{L.ax} \cdot G_s$  pentru  $t_{i.PN} = t_{i.e} = t_{i.1} = t_{i.2}$ ;

unde :

$$\begin{cases}
s2 = D \cdot \arcsin(\sqrt{1-\eta^2}) \\
s1 = \left[ (L.ax - D\sqrt{1-\eta^2}) / 2 \right] \cdot [\theta_1 / \sin(\theta_1/2)]
\end{cases} \tag{6.109}$$

În cazul modelului MC modificarea  $G_{PN}$  se poate realiza prin modificarea modului lui Young ( $E_{PN}$ ) astfel:

$$E_{PN} = \begin{cases} \frac{t_{i.1} \cdot s1 + t_{i.2} \cdot s2}{(L.ax)^2} \cdot \left[ \frac{s1}{t_{i.1}} + \frac{(R_{inter.2})^2 \cdot s2}{t_{i.2}} \right] \cdot E_s \rightarrow t_{i.PN} = t_{i.e} \neq t_{i.1} \neq t_{i.2} \\ \frac{s1 + (R_{inter.2})^2 \cdot s2}{L.ax} \cdot E_s \rightarrow t_{i.PN} = t_{i.e} = t_{i.1} = t_{i.2} \end{cases} \tag{6.110}$$

$$\mu_{PN} = \mu_s \tag{6.111}$$

În cazul modelului HSM, valoarea  $G_{PN}$  se echivalează în funcție de parametri de deformabilitate aferenți ramurii de descărcare/reîncărcare (6.112):

$$G_{PN} = G_{s.ur.PN} = \frac{E_{ur.PN}}{2(1 + \mu_{ur})} \tag{6.112}$$

În consecință echivalarea parametrilor de deformabilitate la nivelul interfeței se poate realiza prin determinarea modului  $E_{ur.PN}^{ref}$  folosind relația:

$$E_{ur\ PN}^{ref} = \begin{cases} \frac{t_{i,1} \cdot s1 + t_{i,2} \cdot s2}{(L.ax)^2} \cdot \left[ \frac{s1}{t_{i,1}} + \frac{(R_{inter.2})^2 \cdot s2}{t_{i,2}} \right] \cdot E_{ur\ s}^{ref} \rightarrow t_{i,PN} = t_{i,e} \neq t_{i,1} \neq t_{i,2} \\ \frac{s1 + (R_{inter.2})^2 \cdot s2}{L.ax} \cdot E_{ur\ s}^{ref} \rightarrow t_{i,PN} = t_{i,e} = t_{i,1} = t_{i,2} \end{cases} \quad (6.113)$$

Valorile celorlalți parametri de material ( $p_{ref}$ ,  $m$ ,  $\mu_{ur}$ ) se vor adopta cu valoarea identică aferentă pământului. Pentru parametrii  $E_{50\ PN}^{ref}$  și  $E_{oed\ PN}^{ref}$  se pot menține valorile  $E_{50\ s}^{ref}$  și  $E_{oed\ s}^{ref}$  sau se pot echivala într-o manieră identică cu parametrul  $E_{ur\ PN}^{ref}$ .

Conform celor menționate anterior se observă că prin această procedură de calcul se poate pune în evidență efectul ne-planeității suprafeței de contact dintre sistemul de sprijin din piloți și teren, prin utilizarea programului PLAXIS 2D. Beneficiile acestei abordări de calcul constă în aplicabilitatea ei asupra oricărui model constitutiv al terenului care admite un criteriu de cedare de tip Mohr-Coulomb.

### 6.2.2.2. Echivalarea interfeței pentru pereți de susținere din piloți secanți

În cazul pereților din piloți secanți se consideră că interfața reală (interfața 1, contact pământ-beton) se formează la contactul piloților cu terenul sprijin, sub forma unei succesiuni de arce de cerc notate cu  $s1$ , (Fig.6.16). Atât piloții primari cât și piloții secundari au același diametru,  $D$ , iar pasul acestora se consideră identic ( $L.ax1=L.ax2$ ).

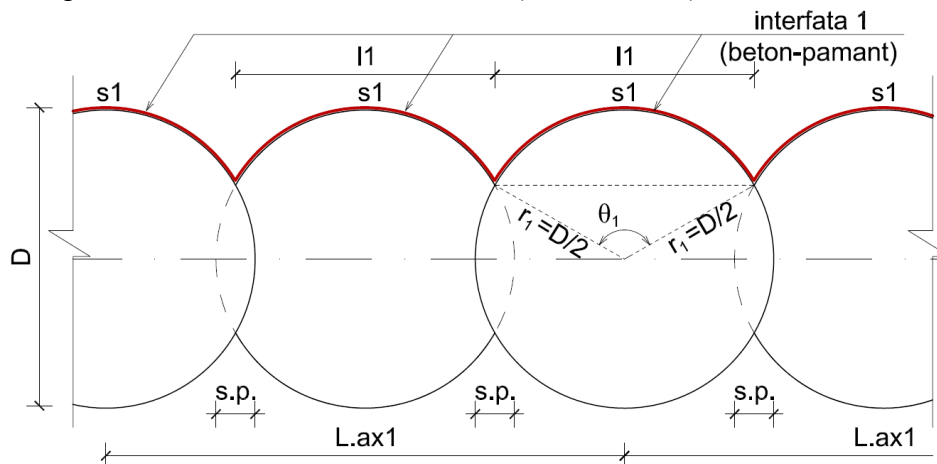


Fig. 6.16. Mobilizarea interfeței laterale perete din piloți secanți.

Lungimea de suprapunere ( $s.p.$ ) se poate formula în funcție de diametrul piloților și pasul acestora astfel:

$$s.p. = \frac{2 \cdot D - L.ax1}{2} \quad (6.114)$$

$$l1 = D - s.p. = D - \frac{2 \cdot D - L.ax1}{2} \quad (6.115)$$

$$\theta_1 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{l1}{D}\right) = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{D - s.p.}{D}\right) = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L.ax1}{2}}{D}\right) \quad (6.116)$$

$$s1 = D \cdot \arcsin\left(\frac{l1}{D}\right) = D \cdot \arcsin\left(\frac{D - s.p.}{D}\right) = D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L.ax1}{2}}{D}\right) \quad (6.117)$$

Formularea unei interfețe echivalente (plane) implică o procedură de echivalare, a proprietăților necesare definirii comportării la nivelul suprafeței de contact. Determinarea parametrilor echivalenți ai interfeței ( $c_{i.e}$ ,  $\varphi_{i.e}$ ,  $k_{n.e}$ ,  $k_{s.e}$ ) se va face pornind de la următoarele ipoteze:

- La contactul piloților primari cu pământul, cât și la contactul piloților secundari cu pământul se mobilizează o interfață cu parametri identici, denumită generic ”interfața 1” care descrie contactul dintre pământ și beton.
- Tensiunile normale la nivelul interfeței 1 se consideră constante de-a lungul lungimii peretelui de sprijin și se consideră identice cu tensiunile normale aferente interfeței echivalente (plane).
- Interfața 1 (beton – pământ) se poate descrie prin parametrii :  $c_{i.1}$ ,  $\varphi_{i.1}$ ,  $k_{n.1}$ ,  $k_{s.1}$ . În cazul formulării adoptate în PLAXIS 2D, acești parametri se consideră determinați pe baza parametrilor pământului, prin aplicarea coeficientului de reducere al interfeței ,  $R_{inter.1} \leq 1$ .

Formularea matematică a procesului de echivalare este construit pe schema geometrică de interacțiune, prin parametrii  $L.ax1 = L.ax2$  și  $D$  . Determinarea parametrilor echivalenți ai interfeței ( $c_{i.e}$ ,  $\varphi_{i.e}$ ,  $k_{n.e}$ ,  $k_{s.e}$ ) se va face astfel:

$$\bullet c_{i.e}$$

$$c_{i.e} = \frac{c_{i.1} \cdot s1}{l1} \quad (6.118)$$

$$\bullet \varphi_{i.e}$$

$$\tan(\varphi_{i.e}) = \frac{\tan(\varphi_{i.1}) \cdot s1}{l1} \quad (6.119)$$

$$\bullet k_{s.e}, k_{n.e}$$

$$\begin{cases} k_{s.e} = \frac{k_{s.1} \cdot s1}{l1} \\ k_{n.e} = \frac{k_{n.1} \cdot s1}{l1} \end{cases} \quad (6.120)$$

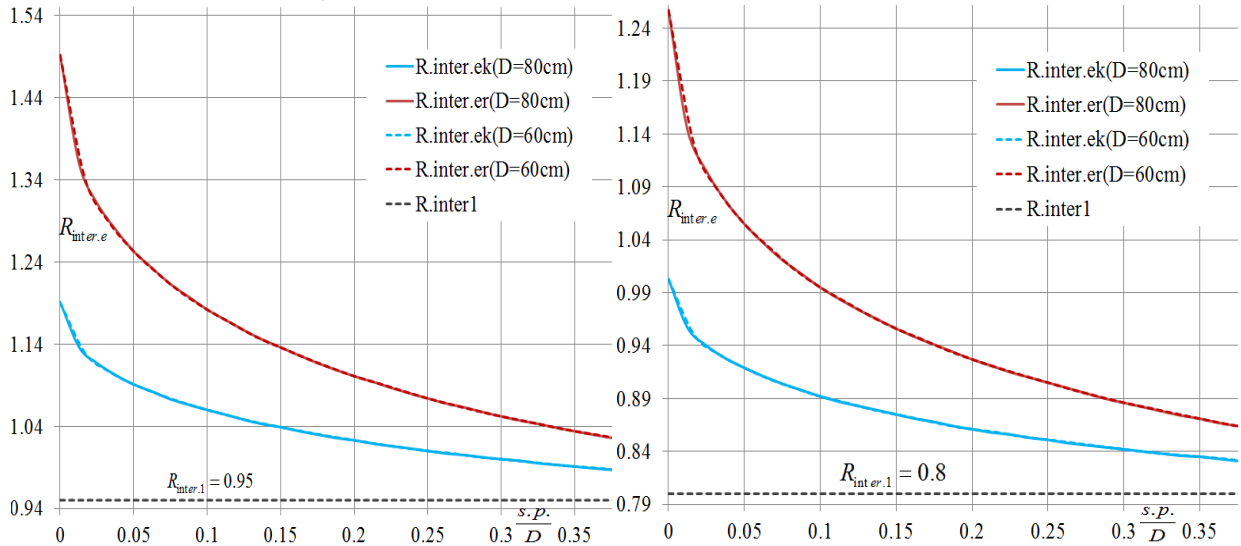
Această pagină a fost eliminată din conținutul electronic al acestei lucrări.



de echivalare  $R_{inter.e.r}$ . Considerând în mod simplificat  $t_{i.e} = t_{i.1}$ , valorile acestor factori se pot exprima astfel :

$$R_{inter.e.r} = R_{inter.1} \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}} \quad (6.133)$$

$$R_{inter.e.k} = R_{inter.1} \cdot \sqrt{\frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}} \quad (6.134)$$



**Fig.6.17.** Efectul *s.p.* asupra variației  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$ .

Conform celor prezentate, echivalarea interfeței reale la o interfață plană implică adoptarea unor factori de echivalare diferiți pentru echivalarea rezistenței ( $R_{inter.e.r}$ ), respectiv pentru echivalarea rigidității ( $R_{inter.e.k}$ ). Valorile  $R_{inter.e.r}$  și  $R_{inter.e.k}$  pot depăși valoarea unitară în situațiile aferente adoptării unor valori *s.p.* reduse și a unor valori  $R_{inter.1}$  superioare, (Fig.6.17). Acest lucru nu este admis conform abordării adoptate în PLAXIS 2D. În consecință se propune definirea unui material nou care va fi atribuit interfeței echivalente. Acest material se va denumi *PN* fiind descris de următorii parametri:  $c_{s.PN}$ ,  $\varphi_{s.PN}$ ,  $\psi_{s.PN}$ ,  $G_{s.PN}$ ,  $R_{inter.PN}$ . Conform echivalării se pot formula următoarele relații pentru determinarea :

●  $c_{s.PN}$

$$R_{inter.PN} \cdot c_{s.PN} = c_{i.e} = \frac{c_{i.1} \cdot s1}{l1} = \frac{R_{inter.1} \cdot c_s \cdot s1}{l1} \quad (6.135)$$

$$c_{s.PN} = \frac{R_{inter.1}}{R_{inter.PN}} \cdot \frac{c_s \cdot s1}{l1} = \frac{R_{inter.1}}{R_{inter.PN}} \cdot c_s \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}} \quad (6.136)$$

Adoptând în mod simplificat  $R_{inter.PN} = 1$ , rezultă :

Această pagină a fost eliminată din conținutul electronic al acestei lucrări.

Adoptând  $R_{inter.PN} = 1$  , rezultă :

$$G_{s.PN} = (R_{inter.1})^2 \cdot G_s \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}} \quad (6.147)$$

În consecință materialul nou atribuit interfeței echivalente va avea următoarele proprietăți:

$$\blacksquare R_{inter.PN} = 1$$

$$\blacksquare c_{s.PN} = R_{inter.1} \cdot c_s \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}$$

$$\blacksquare \varphi_{s.PN} = a \tan \left[ R_{inter.1} \cdot \tan(\varphi_s) \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}} \right]$$

$$\blacksquare \psi_{s.PN} = 0^\circ$$

$$\blacksquare G_{PN} = (R_{inter.1})^2 \cdot G_s \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}$$

În cazul modelului MC modificarea  $G_{PN}$  se poate realiza prin modificarea modului lui Young ( $E_{PN}$ ) astfel:

$$E_{PN} = (R_{inter.1})^2 \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}} \cdot E_s \quad (6.148)$$

$$\mu_{PN} = \mu_s \quad (6.149)$$

În cazul modelului HSM,  $G_{PN}$  se echivalează în funcție de parametrii de deformabilitate aferenți ramurii de descărcare/reîncărcare:

$$G_{PN} = G_{s.ur.PN} = \frac{E_{ur.PN}}{2(1 + \mu_{ur})} \quad (6.150)$$

În consecință echivalarea parametrilor de deformabilitate la nivelul interfeței se poate realiza prin determinarea modului  $E_{ur}^{ref}{}_{PN}$  astfel:

$$E_{ur\ PN}^{ref} = (R_{inter.1})^2 \cdot \frac{D \cdot \arcsin\left(\frac{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}}{D}\right)}{D - \frac{2 \cdot D - L \cdot ax1}{2}} \cdot E_{ur\ s}^{ref} \quad (6.151)$$

Valorile celorlalți parametri de material ( $p_{ref}$ ,  $m$ ,  $\mu_{ur}$ ) se vor adopta cu valoare identică aferentă pământului. Parametri  $E_{50\ PN}^{ref}$  și  $E_{oed\ PN}^{ref}$  pot să își mențină valorile  $E_{50\ s}^{ref}$  și  $E_{oed\ s}^{ref}$  sau se pot echivala într-o manieră identică cu parametrul  $E_{ur\ PN}^{ref}$ . Conform celor menționate anterior se observă că prin această metodă de calcul se poate surprinde efectul ne-planeității suprafeței de contact dintre sistemul de sprijin din piloți și teren prin utilizarea programului PLAXIS 2D. Beneficiile acestei abordări de calcul constă în aplicabilitatea ei asupra oricărui model constitutiv al terenului care admite un criteriu de cedare de tip Mohr-Coulomb.

### 6.2.3. Efectul echivalării interfeței plane în problema pereților de sprijin din piloți.

În vederea investigării comportării pereților de sprijin realizați din piloți fără sprijin la partea superioară (sistem consolă) s-au realizat analize pe schema de calcul prezentată în Fig.6.18. Conform schemei de calcul este investigată comportarea mecanică a unui perete de sprijin realizat din piloți pentru o excavație cu adâncimea de 5.00 m. Nivelul apei subterane (N.A.S.) se găsește la 6.00 m față de cota terenului. Analizele se realizează în starea plană de deformații (PLAXIS 2D), iar simularea excavației se realizează printr-o analiză în stadii de lucru. Fiecare stadiu de lucru implică excavarea pe o adâncime de 1.00 m. Adâncimea de încastrare a peretelui ( $f$ ) asigură stabilitatea amplasamentului fiind considerată de 6.00 m. La suprafața terenului va acționa o suprasarcină verticală ( $q$ ), aplicată pe o lungime de 6.00 m, dispusă la distanța de 2.00 m față de sistemul de sprijin. Valoarea suprasarcinii este de 12 kPa. Din punct de vedere al stratificație, se va considera un singur tip de pământ. Domeniul de analiză adoptat se dezvoltă pe o distanță pe orizontală de 45.00 m, respectiv pe o distanță pe verticală de 30.00 m.

- Modelarea pământului

Pământul se va considera compus dintr-un singur strat. Analizele includ adoptarea a două situații specifice. O primă situație admite că pământul este un nisip modelat prin adoptarea modelului constitutiv HSM (Tabel 6.1) și MC (Tabel 6.2). O a doua situație admite că pământul este o argilă modelată prin adoptarea modelului constitutiv HSM (Tabel 6.1) și MC (Tabel 6.2). Parametrii de material au fost adoptați conform lucrării prezentate de H.F. Schweiger, [A.169].

**Tabel 6.1** Parametrii pământ model HSM.

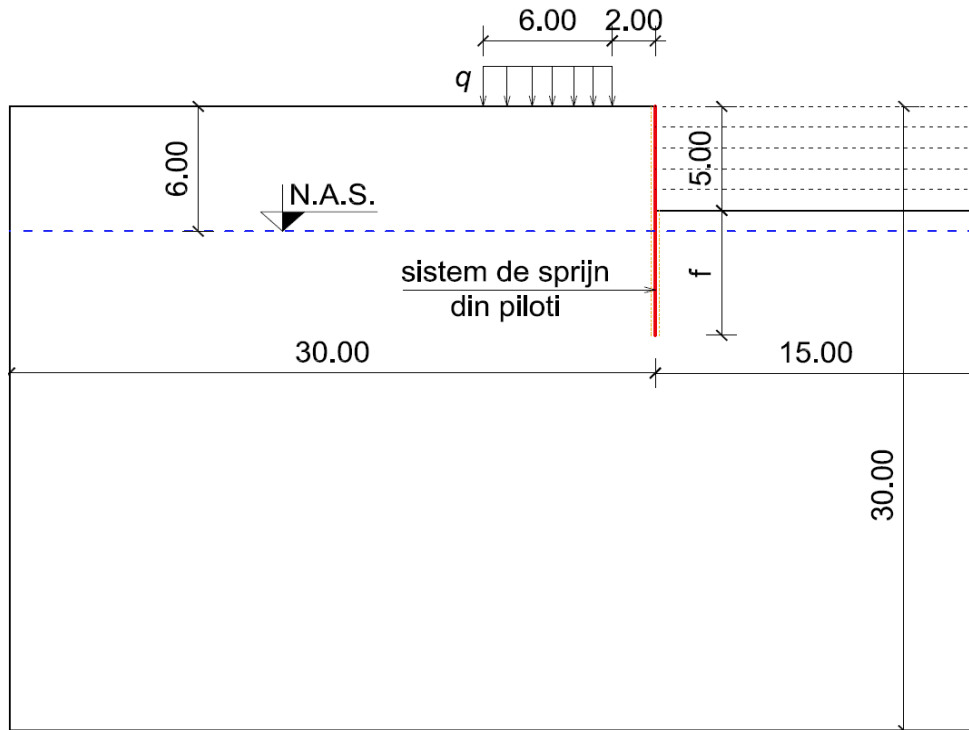
Pământ	$\gamma$ ( $kN/m^3$ )	$\gamma_{sat}$ ( $kN/m^3$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ ( $kPa$ )	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E_{50}^{ref}$ ( $kPa$ )	$E_{oed}^{ref}$ ( $kPa$ )	$E_{ur}^{ref}$ ( $kPa$ )	$m$ (-)	$R_{inter}$ (-)
Nisip(HSM)	18	20	41	0	15	30000	30000	90000	0.55	0.95
Argilă (HSM)	15	16	27	15	0	4300	1800	14400	0.9	0.75

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$

**Tabel 6.2** Parametrii pământ model MC.

Pământ	$\gamma$ ( $kN/m^3$ )	$\gamma_{sat}$ ( $kN/m^3$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ ( $kPa$ )	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E$ ( $kPa$ )	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)
Nisip (MC)	18	20	41	0	15	60000	0.25	0.95
Argilă (MC)	15	16	27	15	0	9350	0.30	0.75

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$

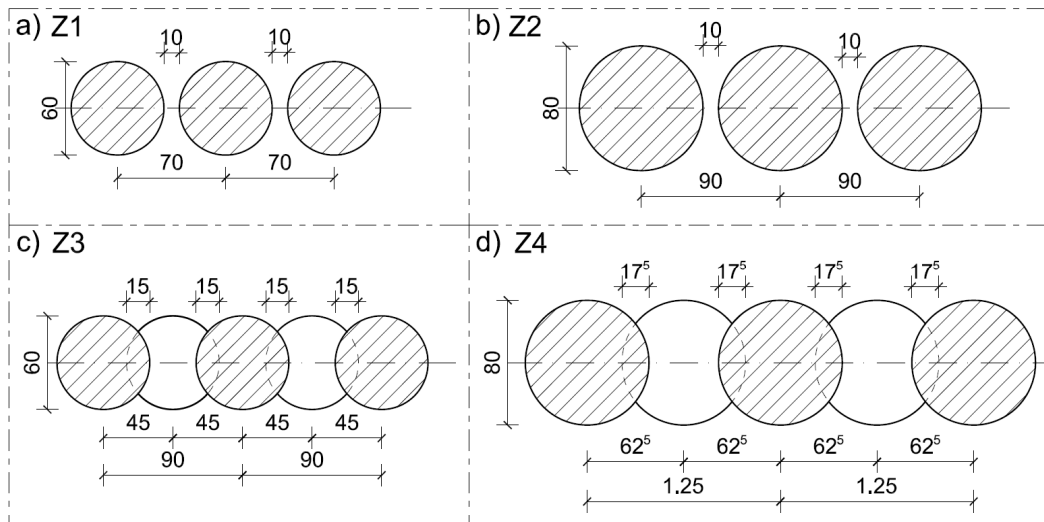


**Fig.6.18.** Schemă de calcul perete de sprijin din piloți în sistem consolă.

● Modelarea sistemului de sprijin

Sistemul de sprijin este realizat dintr-un perete de piloți modelat prin intermediul elementelor liniare de tip ”placă”. Analizele au fost realizate pentru mai multe variante constructive ale zidului. Astfel, tipurile de zid de sprijin utilizate în analize sunt următoarele:

- Z1: perete de sprijin din piloți cu interspații cu diametrul de 600 mm (Fig.6.19-a).
- Z2: perete de sprijin din piloți cu interspații cu diametrul de 800 mm (Fig.6.19-b).
- Z3: perete de sprijin din piloți secanți cu diametrul de 600 mm (Fig.6.19-c).
- Z4: perete de sprijin din piloți secanți cu diametrul de 800 mm (Fig.6.19-d).



**Fig.6.19.** Tipuri de pereți de sprijin din piloți.

Din punct de vedere al materialelor din care este realizat peretele de sprijin din piloți, în cazul pereților din piloți dispuși cu interspații se consideră ca piloții sunt realizați din beton armat C25/30. În cazul pereților realizați din piloți secanți, piloții primari sunt realizați din beton simplu C12/15, iar piloții secundari sunt realizați din beton armat C25/30. Zidul de sprijin s-a modelat prin elemente plane de tip "placă" cu o comportare liniar elastică (PLAXIS 2D). Astfel modulul lui Young al betonului simplu se determină conform [A.2], astfel:

$$E = 4730 \sqrt{\frac{f_{ck}}{MPa}} \cdot MPa \quad (6.152)$$

În urma proceselor de echivalare a proprietăților de deformabilitate a pereților din piloți s-au obținut următoarele rezultate:

- Z1- perete de sprijin din piloți cu interspații cu diametrul de 600 mm (Fig.6.19-a). Parametrii de deformabilitate ale unui pilot armat:  $EA= 6686880kN$ ,  $EI= 150454.8kN \cdot m^2$ ,  $\nu=0.15$ . Parametrii aferenți elementelor de tip "placă" atribuite zidului sunt:  $(EA)_e= 9552685.7 kN/m$ ,  $(EI)_e= 214935.4kN \cdot m^2/m$ ,  $\nu_e = 0.15$ .
- Z2- perete de sprijin din piloți cu interspații cu diametrul de 800 mm (Fig.6.19-b). Parametrii de deformabilitate ale unui pilot armat:  $EA= 11887786.6kN$ ,  $EI= 475511.5kN \cdot m^2$ ,  $\nu=0.15$ . Parametrii aferenți elementelor de tip "placă" atribuite zidului sunt:  $(EA)_e= 13208651.8kN/m$ ,  $(EI)_e= 528346.1kN \cdot m^2/m$ ,  $\nu_e = 0.15$ .
- Z3- perete de sprijin din piloți secanți cu diametrul de 600 mm (Fig.6.19-c). Parametrii de deformabilitate ale unui pilot din beton armat sunt:  $EA= 6686880kN$ ,  $EI= 150454.8kN \cdot m^2$ ,  $\nu=0.15$ , respectiv parametri de deformabilitate ale unui pilot din beton simplu sunt :  $EA= 3295063.2kN$ ,  $EI= 93395.6kN \cdot m^2$ ,  $\nu=0.15$ . Parametrii

aferenți elementelor de tip ”placă” atribuite zidului sunt:  $(EA)_e = 11089909.7 \text{ kN/m}$  ,  $(EI)_e = 271950.71 \text{ kN} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ ,  $\nu_e = 0.15$  .

- Z4- perete zid de sprijin din piloți secanți cu diametrul de 800 mm (Fig.6.19-d). Parametrii de deformabilitate ale unui pilot din beton armat sunt:  $EA = 11887786.6 \text{ kN}$ ,  $EI = 475511.5 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  ,  $\nu = 0.15$  , respectiv parametri de deformabilitate ale unui pilot din beton simplu sunt :  $EA = 6280447.1 \text{ kN}$ ,  $EI = 304764.72 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  ,  $\nu = 0.15$  . Parametrii aferenți elementelor de tip ”placă” atribuite zidului sunt:  $(EA)_e = 14535441.7 \text{ kN/m}$  ,  $(EI)_e = 624103.8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ ,  $\nu_e = 0.15$  .

Gestiunea parametrilor de deformabilitate aferenți elementelor liniare de tip ”placă” atribuite tipurilor de ziduri din piloți este prezentată în Tabel 6.3 .

**Tabel 6.3** Gestiunea parametrilor elementelor liniare atribuite peretelui de sprijin.

Perete	Tip zid	Dimetru piloți (mm)	$(EA)_e$ (kN/m)	$(EI)_e$ (kN·m <sup>2</sup> /m)	$\nu_e$ (-)
Z1	Piloți cu interspații	600	9552685.7	214935.4	0.15
Z2	Piloți cu interspații	800	13208651.8	528346.1	0.15
Z3	Piloți secanți	600	11089909.7	271950.7	0.15
Z4	Piloți secanți	800	14535441.7	624103.8	0.15

● Modelarea interacțiunii pământ - perete de sprijin din piloți în problema plană

Interacțiunea la nivelul contactului dintre peretele de sprijin din piloți și pământ se realizează prin intermediul elementelor de interfață cu grosime nulă. Calibrarea parametrilor elementelor de interfață se face pe baza procedeele de echivalare propuse anterior. În cazul piloților cu interspații analizele sau realizat utilizând modelul 2 de echivalare a interfeței, pentru piloți cu interspații (analizele A1...A5). În cadrul modelelor de echivalare a proprietăților interfeței echivalente s-a adoptat unitar ipoteza conform căreia grosimile interfețelor ce compun suprafața de contact sunt identice ( $t_{i,PN} = t_{i,e} = t_{i,1} = t_{i,2}$ ). În cazul piloților secanți echivalarea la nivelul interfeței se va face conform modelului de interacțiune pentru piloți secanți (AE).

Suplimentar s-a mai realizat o analiză în care nu s-a realizat echivalarea la nivelul interfeței plane (A0-f.e.) și o analiză în care nu s-a luat în considerare interacțiunea la nivelul contactului dintre zidul de sprijin și teren (A.I.T.).

Investigațiile numerice s-au realizat prin analize în starea plană de deformații (MEF) pe un domeniu de analiză discretizat progresiv (Fig.6.20). Astfel densitatea nodurilor crește în vecinătatea peretelui de sprijin. În total s-au utilizat un număr de 3145 elemente plane (T15) iar domeniul de analiză cuprinde un număr total de 25664 noduri. În cadrul analizei în stagii, suprasarcina s-a aplicat după realizarea excavației.

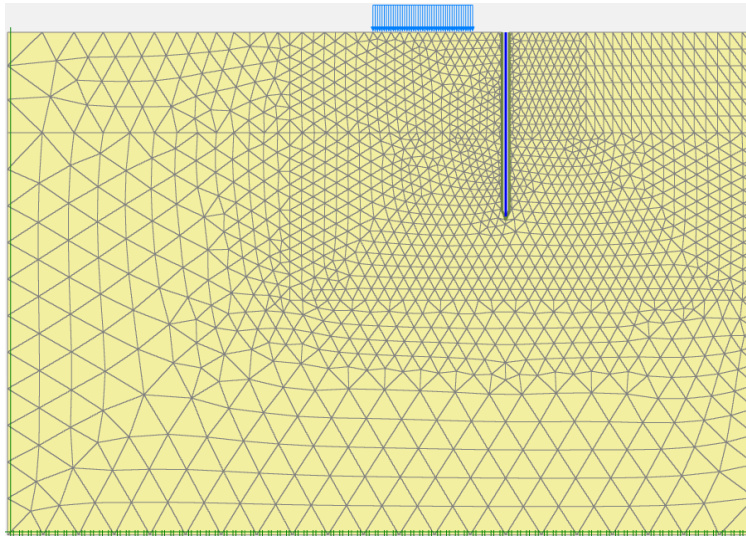


Fig.6.20. Discretizare domeniu de analiză perete din piloți în sistem consolă.

### 6.2.3.1. Rezultatele analizelor numerice

#### 6.2.3.1.1. Perete de sprijin Z1 executat în nisip

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți cu diametrul de 600 mm cu interspații (Z1) asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți cu interspații se consideră executat în nisip a cărui comportare s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă” corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului 2 de echivalare a interfeței pentru piloți cu interspații (analizele A1...A5), și sunt expuși în tabelele următoare.

Tabel 6.4 Parametrii material interfață Z1-nisip(HSM).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	41	0	15	90000	0.95	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	44.2	0	0	96707	1	185.1	628.3
A2	1/2	$\pi/50$	44	0	0	96100	1	180.4	628.3
A3	2/3	$\pi/4$	42.5	0	0	91908	1	259.4	504.6
A4	2/3	$\pi/50$	42.3	0	0	91063	1	252.8	504.6
A5	3/4	$\pi/4$	41.9	0	0	90313	1	311.1	433.6
A6	3/4	$\pi/50$	41.6	0	0	89299	1	303.2	433.6
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)								

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ ,  $m=0.55$ ,  $E_{50}^{ref} = E_{oed}^{ref} = 30000kPa$ .

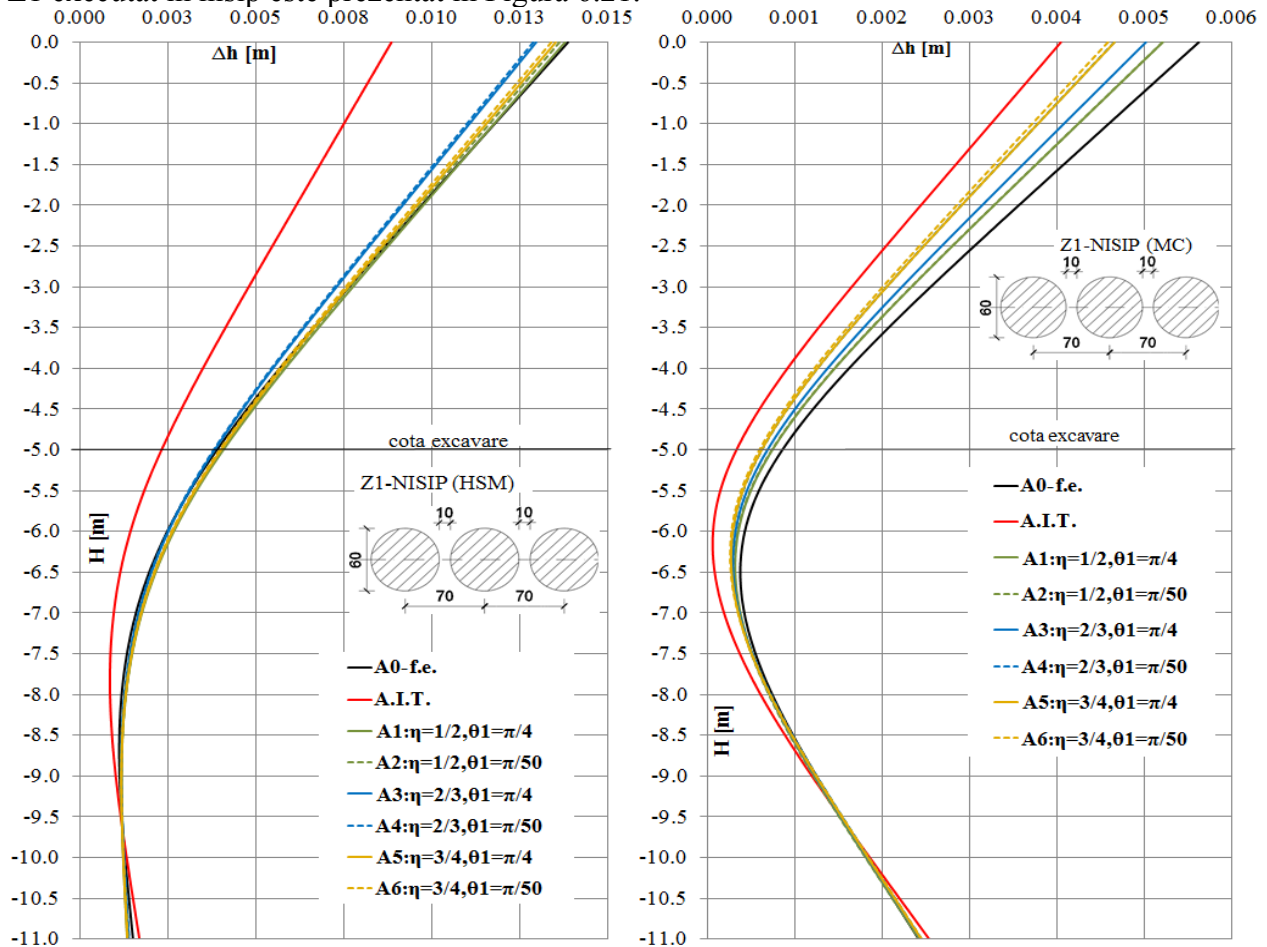


**Tabel 6.5** Parametrii material interfață Z1-nisip(MC).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	41	0	15	60000	0.25	0.95	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	44.2	0	0	64471	0.25	1	185.1	628.3
A2	1/2	$\pi/50$	44	0	0	64069	0.25	1	180.4	628.3
A3	2/3	$\pi/4$	42.5	0	0	61272	0.25	1	259.4	504.6
A4	2/3	$\pi/50$	42.3	0	0	60709	0.25	1	252.8	504.6
A5	3/4	$\pi/4$	41.9	0	0	60208	0.25	1	311.1	433.6
A6	3/4	$\pi/50$	41.6	0	0	59533	0.25	1	303.2	433.6
A.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)									

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ .

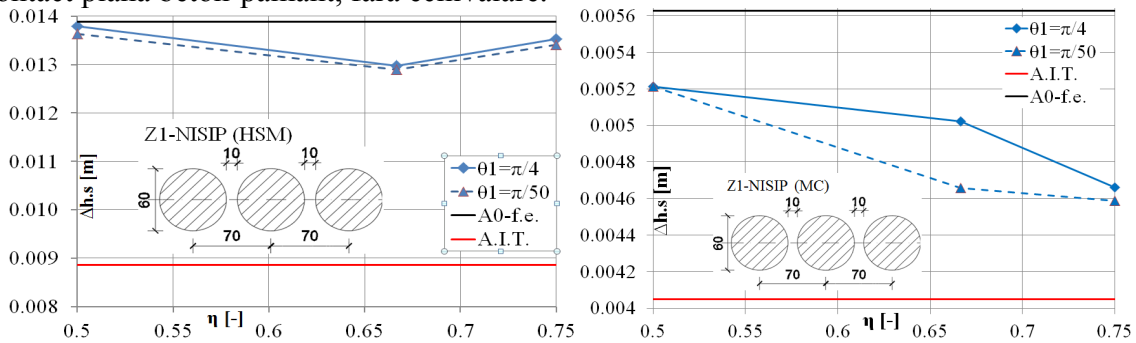
Efectul echivalării la nivelul interfeței asupra deplasărilor orizontale a peretelui de sprijin Z1 executat în nisip este prezentat în Figura 6.21.



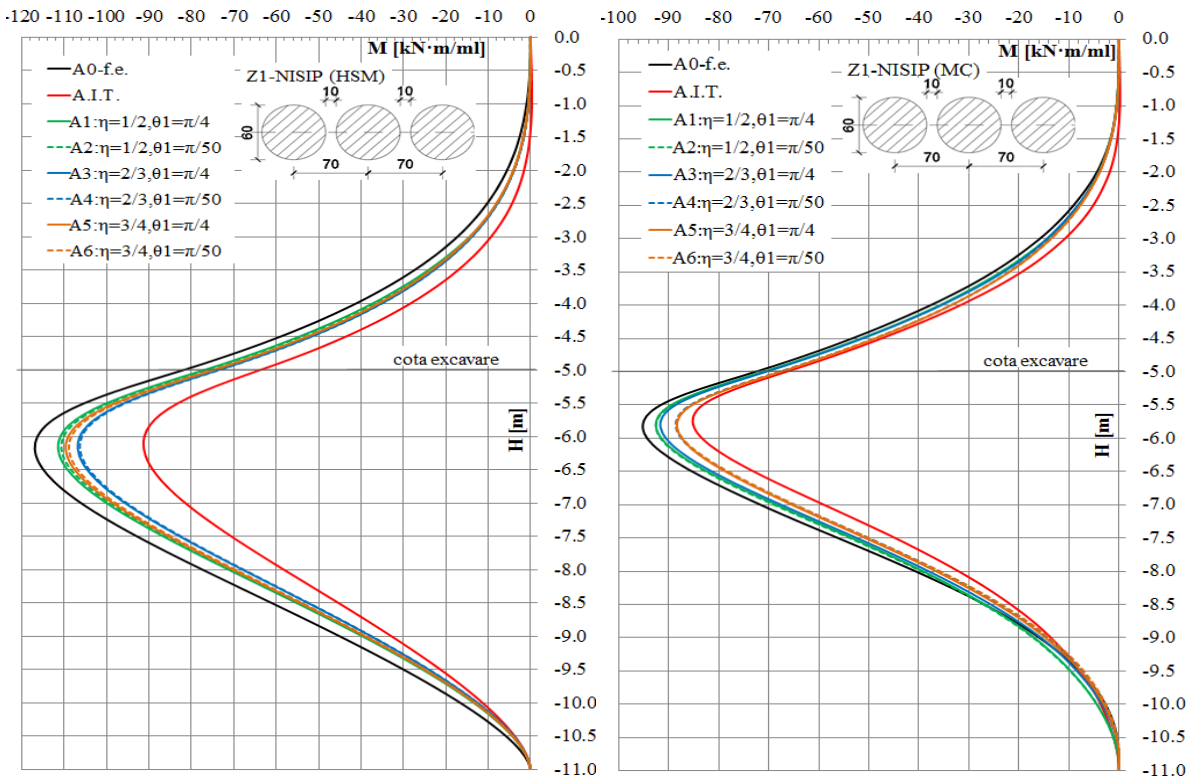
**Fig.6.21.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z1 executat în nisip.

Conform așteptărilor, în urma analizelor numerice se poate observa că indiferent de modelul constitutiv utilizat pentru modelarea pământului, deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui de sprijin Z1, ( $\Delta h.s$ ), este maximă în cazul utilizării unei interfețe plane fără

echivalare (analiza: A0-f.e.) prin care se consideră un contact plan beton-pământ, respectiv minimă în situația în care nu se consideră nici o interacțiune parțială la nivelul suprafeței de contact (analiza: A.I.T.). Prin procesul de echivalare la nivelul suprafeței de contact se obțin deplasări orizontale ale peretelui de sprijin între valorile extreme determinate prin analizele A0-f.e. :fără echivalare și A.I.T.:fără interacțiune parțială, (Fig.6.22) . Altfel spus, odată cu aplicarea modelului de echivalare la nivelul suprafeței de contact, forma deformată a peretelui de sprijin este mai mare față deformată rezultată din analiza în care nu se consideră interacțiunea parțială perete-pământ și mai mică decât deformată rezultată din analiza în care se consideră o suprafață de contact plană beton-pământ, fără echivalare.



**Fig.6.22.** Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra deplasării capătului liber al peretelui Z1- nisip.



**Fig.6.23.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor mobilizat în peretele Z1 executat în nisip.

Trebuie punctat faptul că modelul constitutiv asociat comportării pământului joacă un rol definitoriu în ceea ce privește estimarea răspunsului mecanic, evidențiat prin forma deformată a peretelui de sprijin și prin magnitudinea valorilor extreme ale deplasărilor. În acest sens, odată cu

adoptarea modelului MC se obține o deplasare orizontală a capătului liber al peretelui ( $\Delta h.s$ ) de aprox. 2 ori mai mică decât valoarea aferentă obținută prin adoptarea modelului HSM.

Efectul echivalării la nivelul interfeței perete de piloți – pământ, asupra diagramei de moment încovoietor mobilizat în peretele de sprijin Z1 se poate observa în Figura 6.23. Modificarea parametrilor geometrici de echivalare la nivelul interfeței generează modificarea mecanismului de transfer perete-pământ, fapt ce va genera redistribuții ale tensiunilor în interiorul masivului de pământ, respectiv modificarea solicitărilor mobilizate în peretele de sprijin. Astfel, modificarea parametrilor de interacțiune la nivelul interfeței generează modificarea formei deformată și implicit a rotirilor elementului linear prin care se simulează comportarea peretelui de sprijin. În situația aferentă comportării peretelui Z1 în masivul omogen de nisip se poate observa că indiferent de modelul constitutiv utilizat (HSM sau MC), prin echivalarea la nivelul interfeței, momentele încovoietoare mobilizate în perete oscilează în jurul valorilor determinate prin analizele A0-f.e. și A.I.T. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  utilizați în cadrul procedurii de echivalare la nivelul interfeței asupra valorii momentului încovoietor maxim mobilizat în peretele de sprijin se poate observa în Figura 6.24. În ceea ce privește efectul modelului constitutiv adoptat, se poate observa că utilizarea modelului MC are drept efect obținerea unor valori maxime ale momentului încovoietor sensibil mai mici decât valorile aferente obținute prin analize cu modelul HSM adoptat (Fig.6.24, Fig.6.23).

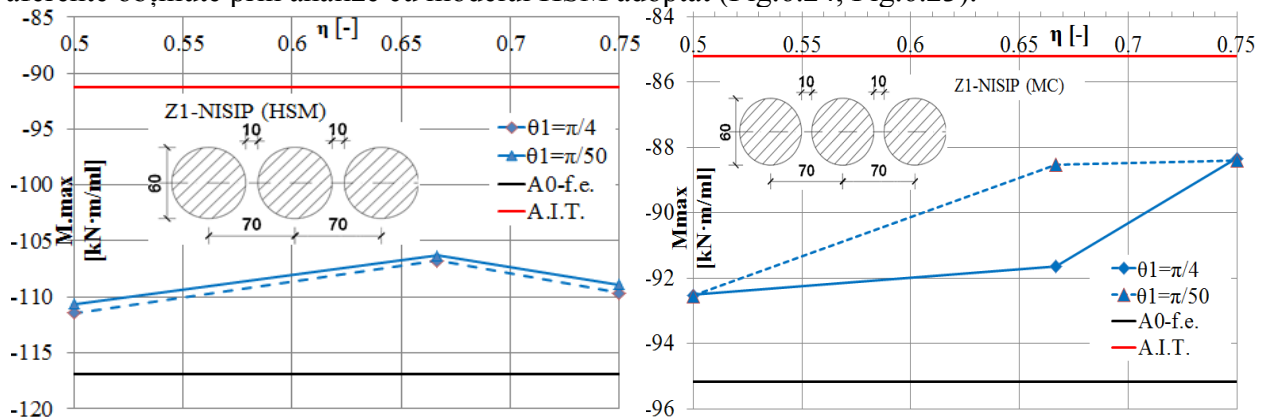


Fig.6.24. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z1 în nisip.

Efectul procedurii de echivalare la nivelul interfeței, asupra diagramei de deplasare a suprafeței terenului sprijin de peretele Z1 se poate observa în Figura 6.25.

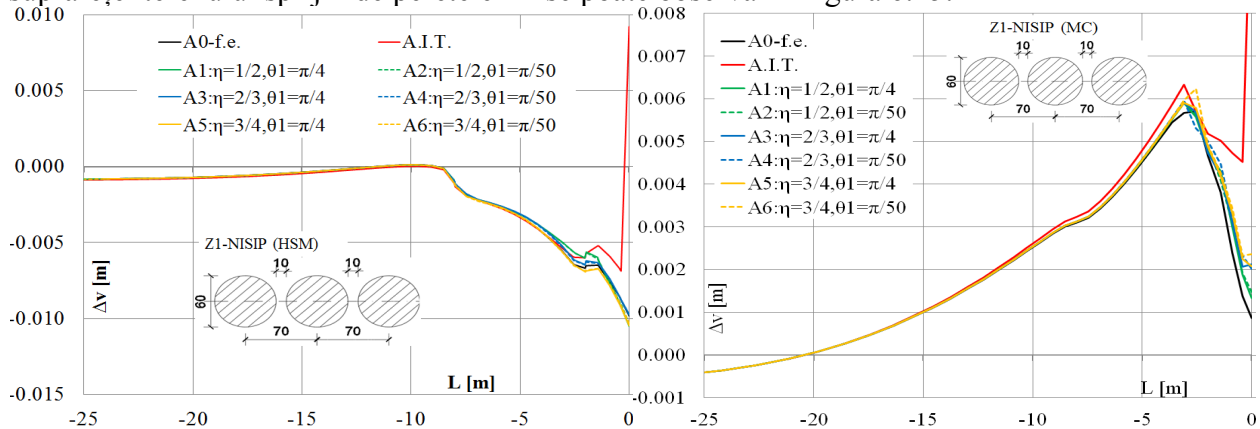


Fig.6.25. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z1 executat în nisip.

Efectul echivalării suprafeței de contact nu este semnificativ în ceea ce privește deformația estimată a suprafeței terenului sprijin. Diferențele semnificative sunt generate între analizele care adoptă o interacțiune parțială la nivelul contactului peretelui cu pământul și analiza care nu consideră o interacțiune parțială (A.I.T.). Echivalarea la nivelul suprafeței plane va genera aluri ale diagramei de tasare cuprinse între diagramele obținute în urma analizelor A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.25). De asemenea diferențele majore sunt generate de modelul constitutiv asociat comportării pământului. În acest sens se poate observa că utilizarea modelului MC generează umflări nerealiste ale suprafeței terenului din vecinătatea sistemului de sprijin pe aprox. 20.00 m, (Fig.6.25).

### 6.2.3.1.2. Perete de sprijin Z1 executat în argilă

În analizele următoare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți cu diametrul de 600 mm cu interspații (Z1) asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți cu interspații se consideră executat în argilă iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă” corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului 2 de echivalare a interfeței pentru piloți cu interspații (analizele A1...A5), și sunt expuși în tabelele următoare.

**Tabel 6.6** Parametrii material interfață Z1-argilă(HSM).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	27	15	0	14400	0.75	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	25.5	14.1	0	11078	1	185.1	628.3
A2	1/2	$\pi/50$	25.4	14	0	10982	1	180.4	628.3
A3	2/3	$\pi/4$	24.9	13.7	0	11176	1	259.4	504.6
A4	2/3	$\pi/50$	24.7	13.5	0	11040	1	252.8	504.6
A5	3/4	$\pi/4$	24.9	13.6	0	11417	1	311.1	433.6
A6	3/4	$\pi/50$	24.6	13.5	0	11255	1	303.2	433.6
A.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)								

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $v_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ ,  $m=0.9$ ,  $E_{50}^{ref} = 4300kPa$ ,  $E_{oed}^{ref} = 1800kPa$

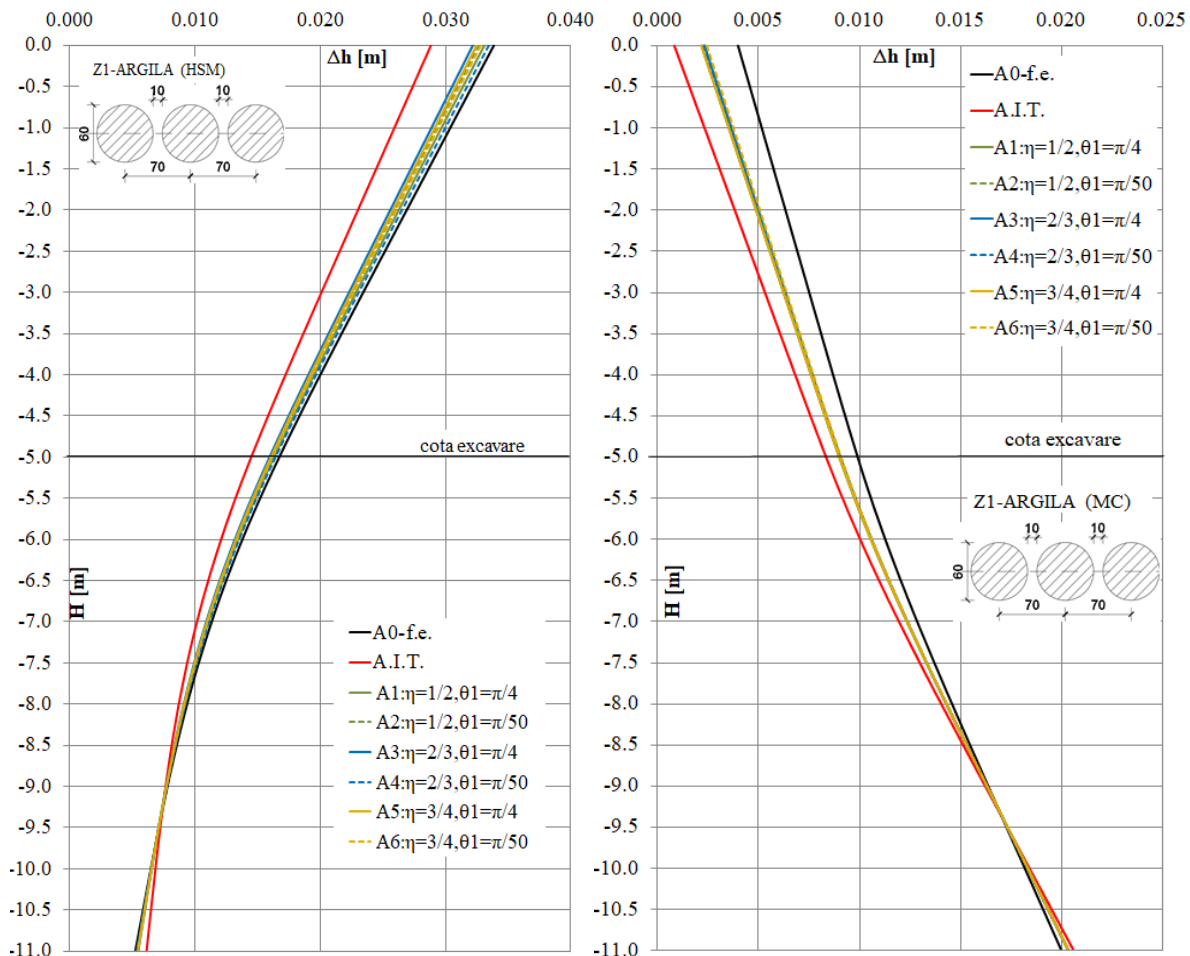
**Tabel 6.7** Parametrii material interfață Z1-argilă(MC).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	27	15	0	9350	0.30	0.75	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	25.5	14.1	0	7193	0.30	1	185.1	628.3
A2	1/2	$\pi/50$	25.4	14	0	7131	0.30	1	180.4	628.3
A3	2/3	$\pi/4$	24.9	13.7	0	7256	0.30	1	259.4	504.6
A4	2/3	$\pi/50$	24.7	13.5	0	7169	0.30	1	252.8	504.6
A5	3/4	$\pi/4$	24.9	13.6	0	7413	0.30	1	311.1	433.6
A6	3/4	$\pi/50$	24.6	13.5	0	7308	0.30	1	303.2	433.6
A.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)									

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ .

În conformitate cu așteptările, deplasările orizontale ale peretelui de sprijin obținute din analizele care adoptă echivalarea parametrilor la nivelul interfeței se regăsesc între valorile extreme obținute în urma analizei A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.26), indiferent de modelul constitutiv adoptat pentru modelarea comportării pământului.

Valoarea deplasării orizontale a capătului superior al peretelui de sprijin, ( $\Delta h.s$ ), variază în funcție de modul în care se adoptă modelarea interacțiunii la nivelul contactului perete de sprijin – pământ. În acest sens se obțin valori  $\Delta h.s$  minime în cazul analizelor de tip A.I.T., fără interacțiune parțială, respectiv valori maxime în cazul analizelor de tip A0-f.e., considerându-se o suprafață plană de contact beton-pământ. În cazul echivalării la geometrice la nivelul suprafeței de contact, valorile  $\Delta h.s$  sunt între valorile minime și maxime, obținute prin analizele descrise anterior, în funcție de parametrii de calibrare a modelului geometric de echivalare,(Fig.6.27).



**Fig.6.26.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z1 executat în argilă.

Diferențele majore în ceea ce privește forma deformată, cât și valorile deplasărilor maxime ale peretelui de sprijin sunt generate de modelului constitutiv utilizat pentru modelarea comportării pământului. În acest sens, în cazul utilizării modelului MC, alura deformată a peretelui de sprijin prezintă în mod nerealist deplasări orizontale ale vârfului piloților mai mari decât deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui de sprijin (Fig.6.26). Acest aspect dispare

în cazul adoptării modelului HSM. Odată cu adoptarea modelului MC, deplasarea orizontală a capătului liber a peretelui ( $\Delta h.s$ ), este de aprox. 6 ori mai mică decât valoarea obținută prin adoptarea modelului HSM.

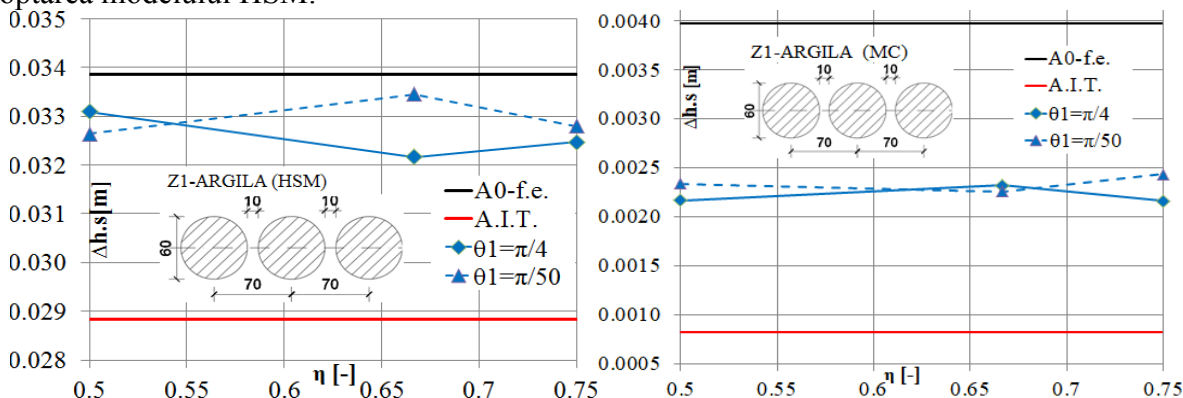


Fig.6.27. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra deplasării capătului liber al peretelui Z1- argilă.

În ceea ce privește variația momentului încovoierilor în peretele Z1 executat în argilă, se poate observa că odată cu adoptarea modelului 2 de echivalarea la nivelul interfeței plane nu apar diferențe semnificative în raport cu analiza A0-f.e., (Fig.6.28).

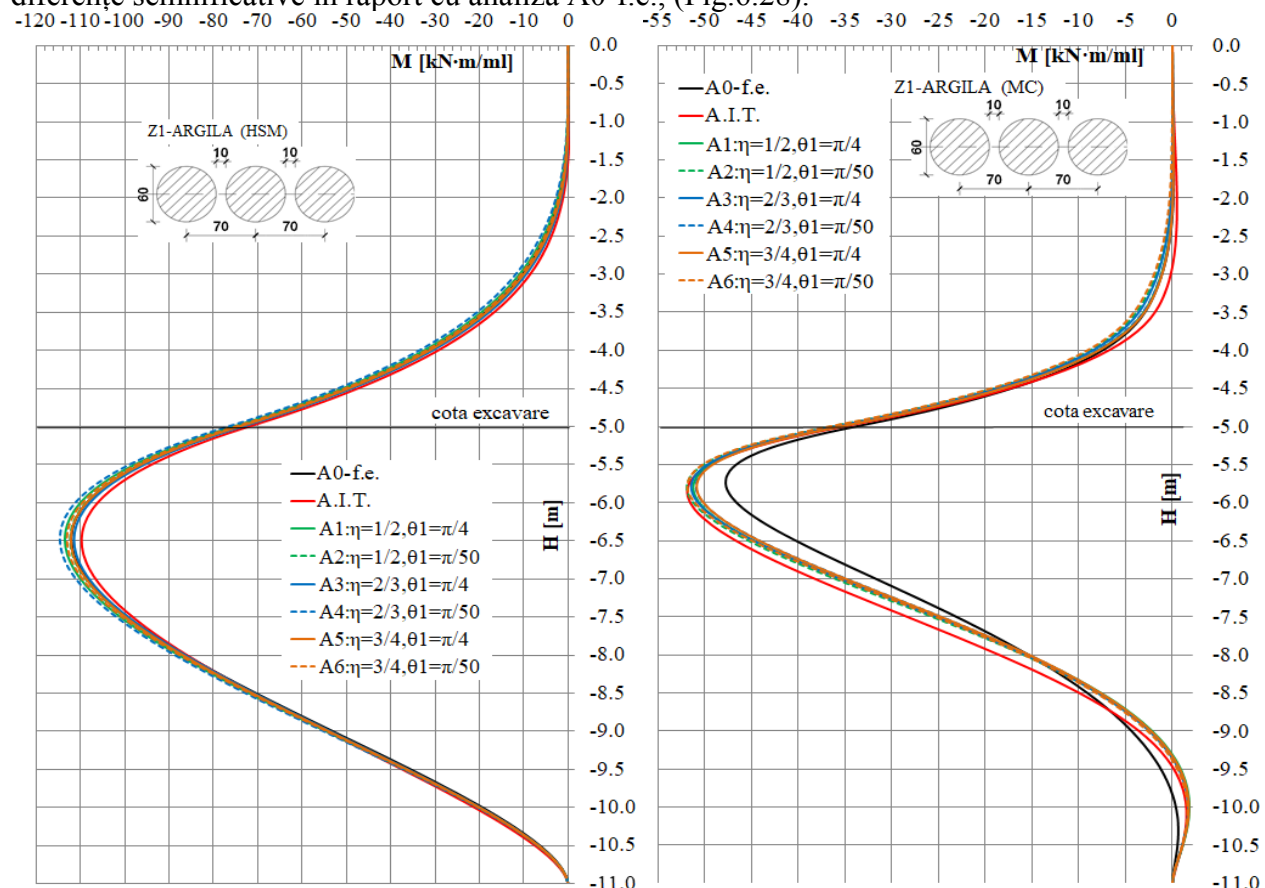


Fig.6.28. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoierilor a peretelui Z1 realizat în argilă.

Echivalarea la nivelul interfeței utilizând modelul 2 de echivalare pentru piloți cu interspații, implică modificarea succesivă a parametrilor de interacțiune mecanică la nivelul

interfeței în funcție de parametrii de interacțiunea geometrică  $\theta_1$  și  $\eta$ . Modificarea parametrilor de interacțiune mecanică la nivelul suprafeței de contact, generează modificarea capabilității mecanismului de transfer mecanic la nivelul interfeței. Astfel, se generează moduri diferite de redistribuire a tensiunilor în masivul de pământ sprijin, ajungându-se la moduri diferite de încărcare a peretelui de sprijin. În cazul peretelui Z1 executat în argilă, nu sunt înregistrate diferențe semnificate ale diagramei momentului încovoietor în funcție de parametrii de calibrare a modelului 2 de echivalare.

Diferențe semnificative în ceea ce privește magnitudinea valorii maxime a momentului încovoietor maxim sunt generate de tipul de model constitutiv adoptat în vederea modelării pământului (argilei). În acest sens, prin utilizarea modelului MC se obțin momente încovoietoare în peretele Z1 executat în argilă de aprox. 2 ori mai mici decât momentele obținute prin utilizarea modelului HSM, (Fig.6.29, Fig.6.28). Echivalarea la nivelul suprafeței de contact generează oscilații ale valorii momentului încovoietor maxim cuprinse în general, în jurul valorilor maxime ale momentului încovoietor obținute în urma analizelor A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.29). În cazul utilizării modelului HSM, se poate observa că prin adoptarea echivalării la nivelul suprafeței de contact se pot obține valori maxime ale momentului încovoietor superioare față de rezultatele maxime obținute prin analizele A0-f.e. și A.I.T., (Fig.6.29).

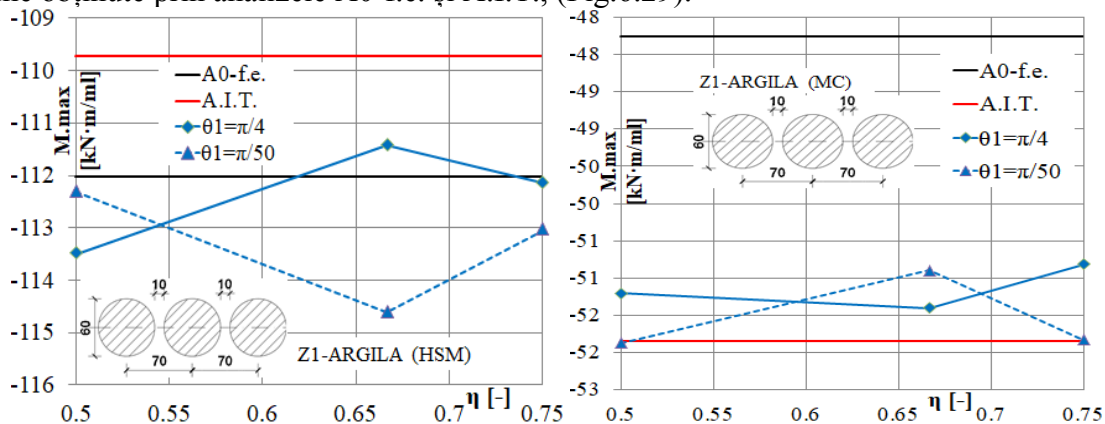


Fig.6.29. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z1- argilă.

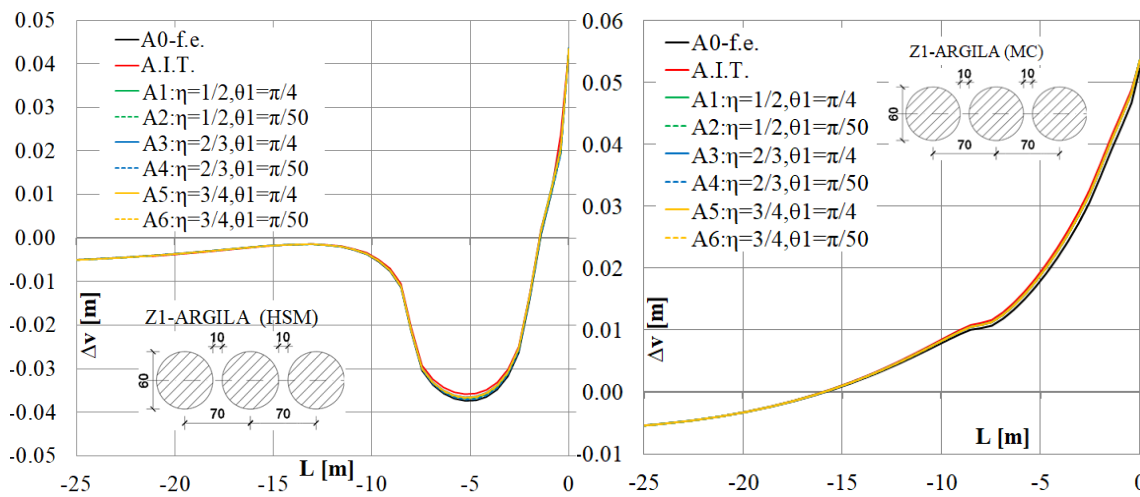


Fig.6.30. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijin de peretele Z1-argilă.



În ceea ce privește alura tasării suprafeței masivului de pământ sprijinit, se poate observa că odată cu aplicarea modelului 2 de echivalarea la nivelul interfeței peretelui de sprijin din piloți se obțin profile de tasare ce se dezvoltă între profilele de tasare obținute prin analizele A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.30). Diferențele majore sunt însă determinate de modelul constitutiv adoptat pentru modelarea comportării pământului. Astfel, diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit prezintă umflări în proximitatea peretelui de sprijin. În cazul utilizării modelului HSM aceste umflări apar pe aprox. 1.5 m față de peretele de, iar în cazul utilizării modelului MC umflarea terenului sprijinit se manifestă (nerealist) pe aprox. 16.00 m față de peretele sprijinit,(Fig.6.30).

### 6.2.3.1.3. Perete de sprijin Z2 executat în nisip

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți cu diametrul de 800 mm cu interspații (Z2) asupra răspunsului mecanic estimat. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Peretele de piloți cu interspații se consideră executat în nisip, iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă” corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului 2 de echivalare a interfeței pentru piloți cu interspații (analizele A1...A5), și sunt prezentați în tabelele următoare.

**Tabel 6.8** Parametrii material interfață Z2-nisip(HSM).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	41	0	15	90000	0.95	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	44.2	0	0	96868	1	212.6	837.8
A2	1/2	$\pi/50$	44.1	0	0	96329	1	207.2	837.8
A3	2/3	$\pi/4$	42.6	0	0	91892	1	311.7	672.9
A4	2/3	$\pi/50$	42.3	0	0	90367	1	303.8	672.9
A5	3/4	$\pi/4$	41.9	0	0	90237	1	380.6	578.2
A6	3/4	$\pi/50$	41.6	0	0	89272	1	370.9	578.2
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)								

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ ,  $m=0.55$ ,  $E_{50}^{ref} = E_{oed}^{ref} = 30000kPa$ .

**Tabel 6.9** Parametrii material interfață Z2-nisip(MC).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	41	0	15	60000	0.25	0.95	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	44.2	0	0	64579	0.25	1	212.6	837.8
A2	1/2	$\pi/50$	44.1	0	0	64219	0.25	1	207.2	837.8
A3	2/3	$\pi/4$	42.6	0	0	61261	0.25	1	311.7	672.9
A4	2/3	$\pi/50$	42.3	0	0	60734	0.25	1	303.8	672.9
A5	3/4	$\pi/4$	41.9	0	0	60158	0.25	1	380.6	578.2
A6	3/4	$\pi/50$	41.6	0	0	59515	0.25	1	370.9	578.2
A.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)									

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ .



Conform așteptărilor, deplasările orizontale ale peretelui de sprijin obținute din analizele care adoptă echivalarea parametrilor la nivelul interfeței se regăsesc între valorile extreme obținute în urma analizei A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.31), indiferent de modelul constitutiv adoptat pentru modelarea comportării pământului. Deplasările orizontale minime sunt obținute în urma analizei A.I.T. (fără interacțiune parțială), iar deplasările orizontale maxime sunt obținute în urma analizei A0-f.e. (interacțiune plană pământ-beton). În funcție de variația parametrilor geometrici de calibrare a modelului de interacțiune ( $\theta_l, \eta$ ), în urma analizelor A1...A6, deplasările orizontale ale peretelui de sprijin oscilează între valorile extreme date de analizele A.I.T. și A0-f.e. Factorul determinant care generează alura formei deformată și magnitudinea deplasărilor peretelui de sprijin este modelul constitutiv utilizat pentru modelarea pământului. Astfel, utilizarea modelului MC, facilitează obținerea unei deplasări orizontale a capătului superior ( $\Delta h.s$ ) mai mică de aprox. 10 ori față de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma analizei cu adoptarea modelului HSM. Pe lângă acest lucru, alura deformată a peretelui de sprijin diferă în funcție de modelul constitutiv atribuit pământului. În acest sens prin adoptarea modelului MC, forma deformată a peretelui de sprijin indică o deplasare orizontală a vârfului piloților mai mare decât deplasarea orizontală a capătului superior ( $\Delta h.s$ ).

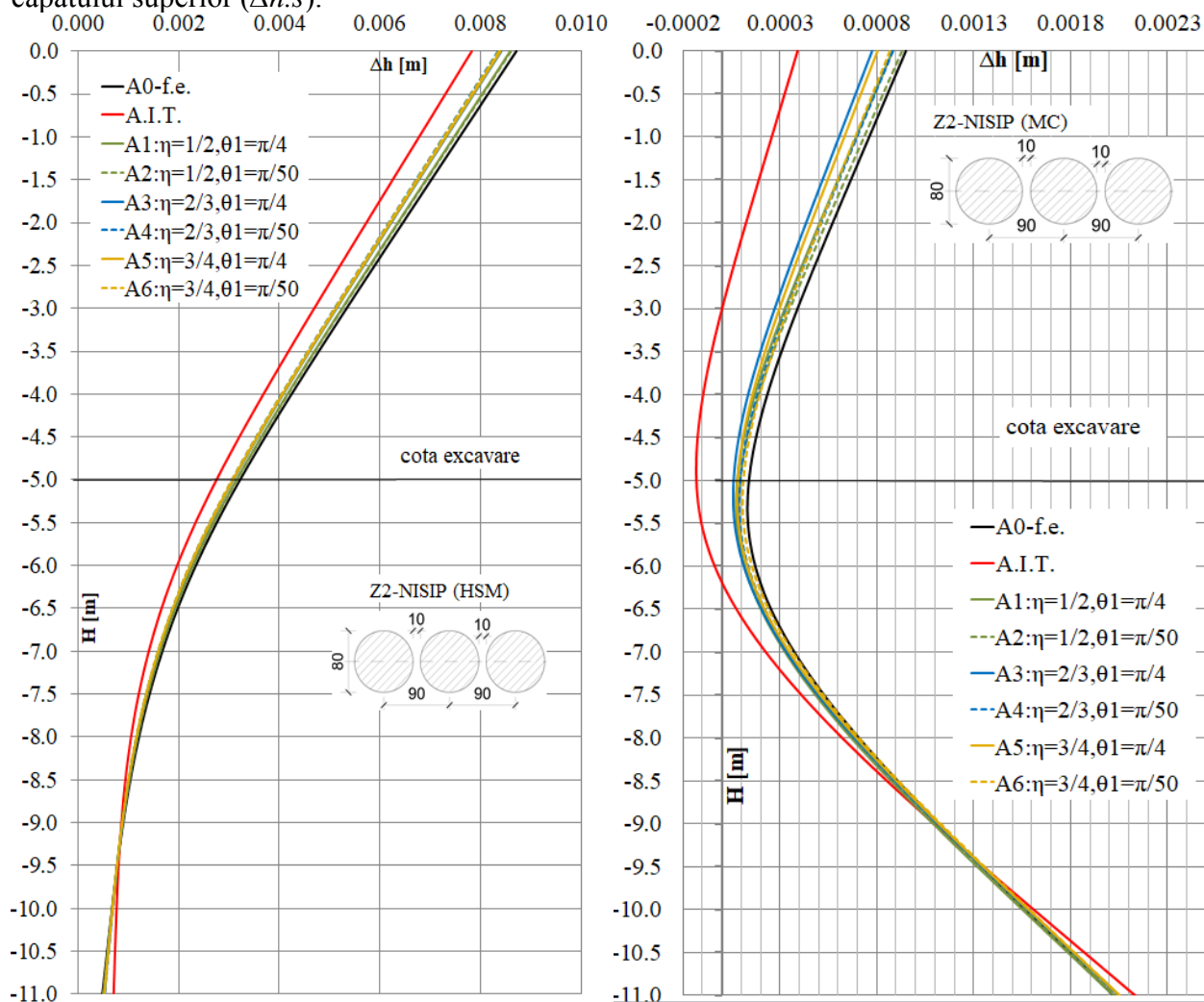


Fig.6.31. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z2 executat în nisip.

Deplasarea orizontală a capătului superior peretelui de sprijin ( $\Delta h.s$ ) variază odată cu parametrii geometrici ( $\theta_1, \eta$ ) a modelului de echivalare a interfeței plane, (Fig.6.32). Se observă că odată cu echivalarea la nivelul suprafeței de contact, valoarea  $\Delta h.s$  oscilează în apropiere de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma analizei A0-f.e. (Fig.6.32).

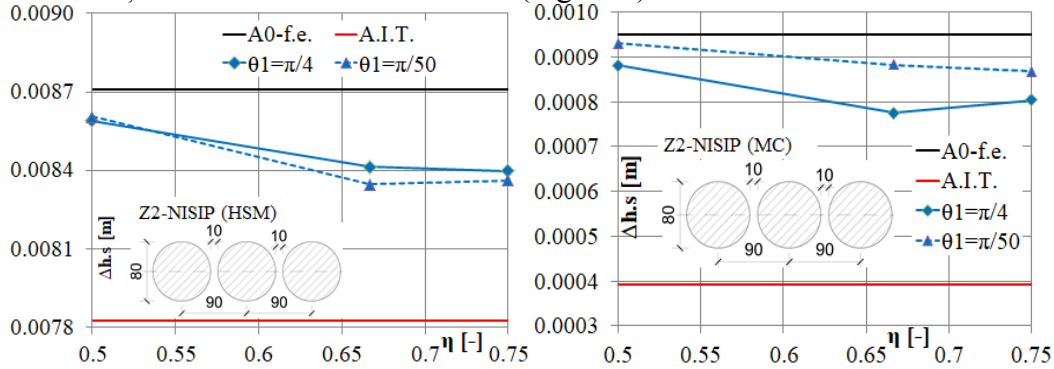


Fig.6.32. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra deplasării capătului liber al peretelui Z2- nisip.

Echivalarea la nivelul interfeței peretelui de sprijin Z2 nu generează modificări semnificative asupra diagramei de moment încovoietor, (Fig.6.33).

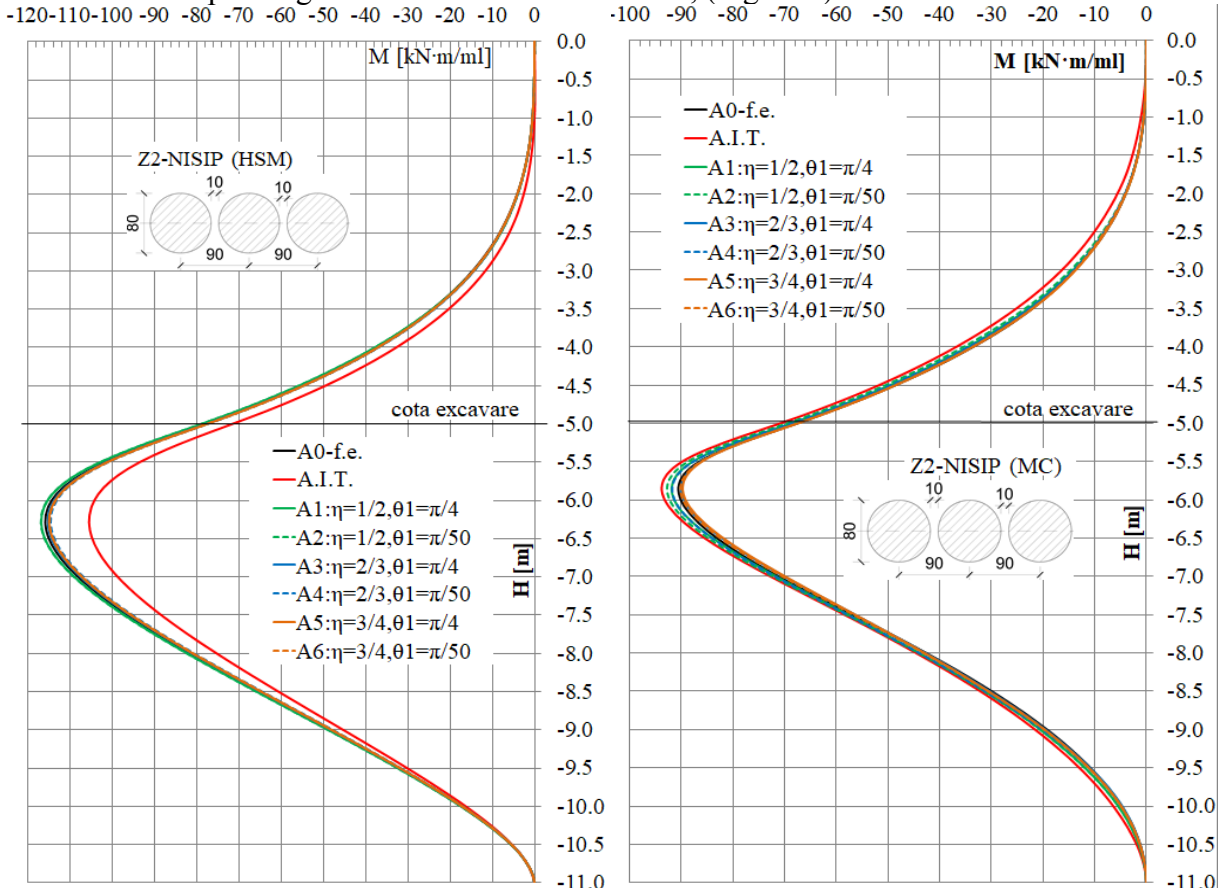


Fig.6.33. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor a peretelui Z2 realizat în nisip.

În ceea ce privește momentul încovoietor maxim mobilizat în peretele de sprijin, se poate observa că odată cu echivalarea la nivelul interfeței, valoarea maximă a momentului încovoietor

oscilează în jurul valorilor obținute în urma analizelor A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.34). Se observă că factorul predominant care determină diferențe semnificative ale momentului încovoietor maxim este modelului constitutiv utilizat în vederea modelării comportării mecanice a pământului. Astfel odată cu utilizarea modelului MC se obțin momente încovoietoare sensibil mai mici decât în cazul utilizării modelului HSM, (Fig.6.33, Fig.6.34).

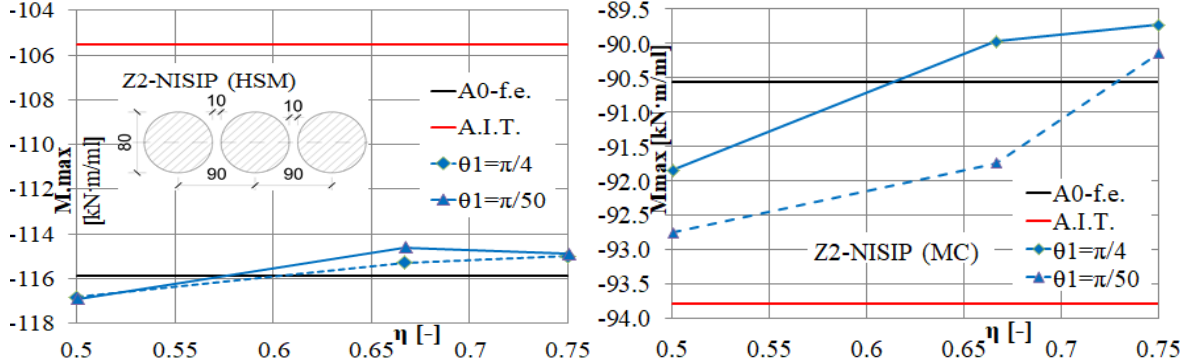


Fig.6.34. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z2 - nisip.

Echivalarea la nivelul interfeței la contactul peretelui de sprijin cu masivul de pământ, are drept efect, obținerea unor profile de tasare ale terenului sprijinit ce se dezvoltă între profilele de tasare obținute prin analizele A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.35). Diferențele majore sunt însă determinate de modelul constitutiv adoptat pentru modelarea comportării pământului. În cazul utilizării modelului MC, diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit prezintă umflări nerealiste în proximitatea peretelui de sprijin pe aprox. 20.00 m. Aceste umflări ale terenului dispar în cazul utilizării modelului HSM, (Fig.6.35).

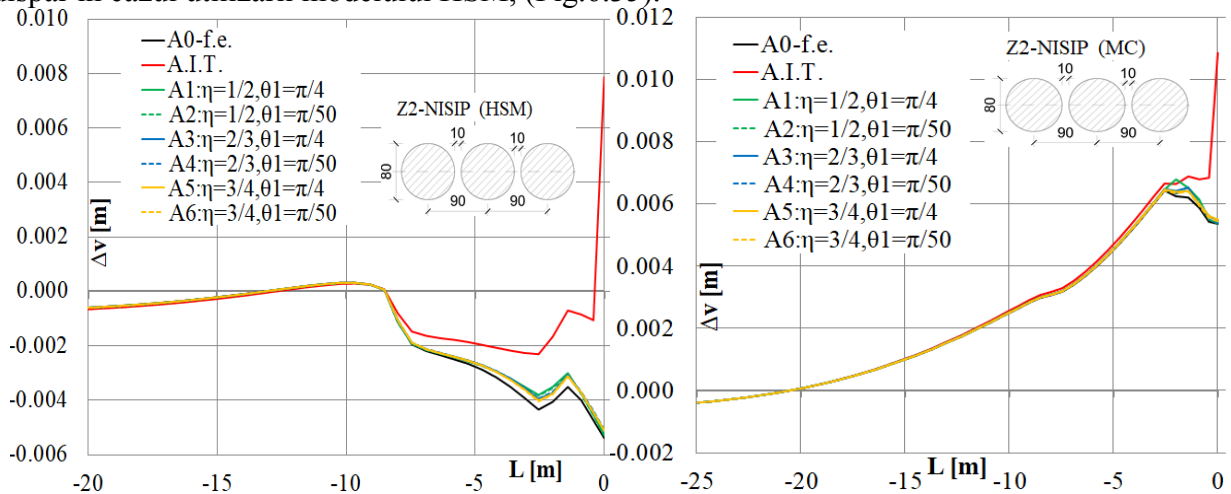


Fig.6.35. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijinit de peretele Z2-nisip.

#### 6.2.3.1.4. Perete de sprijin Z2 executat în argilă

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți cu diametrul de 800 mm cu interspații (Z2) asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți cu interspații se consideră executat în argilă, iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM .Parametrii de material aferenți comportării

pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă” corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului 2 de echivalare a interfeței pentru piloți cu interspații (analizele A1...A5), și sunt expuși în tabelele următoare.

**Tabel 6.10** Parametrii material interfață Z2-argilă(HSM).

Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	27	15	0	14400	0.75	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	25.5	14	0	10941	1	212.6	837.8
A2	1/2	$\pi/50$	25.3	13.9	0	10855	1	207.2	837.8
A3	2/3	$\pi/4$	24.8	13.6	0	11042	1	311.7	672.9
A4	2/3	$\pi/50$	24.6	13.5	0	10916	1	303.8	672.9
A5	3/4	$\pi/4$	24.7	13.6	0	11293	1	380.6	578.2
A6	3/4	$\pi/50$	24.5	13.4	0	11138	1	370.9	578.2
A.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)								

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ ,  $m=0.9$ ,  $E_{50}^{ref} = 4300kPa$ ,  $E_{oed}^{ref} = 1800kPa$

**Tabel 6.11** Parametrii material interfață Z2-argilă(MC).

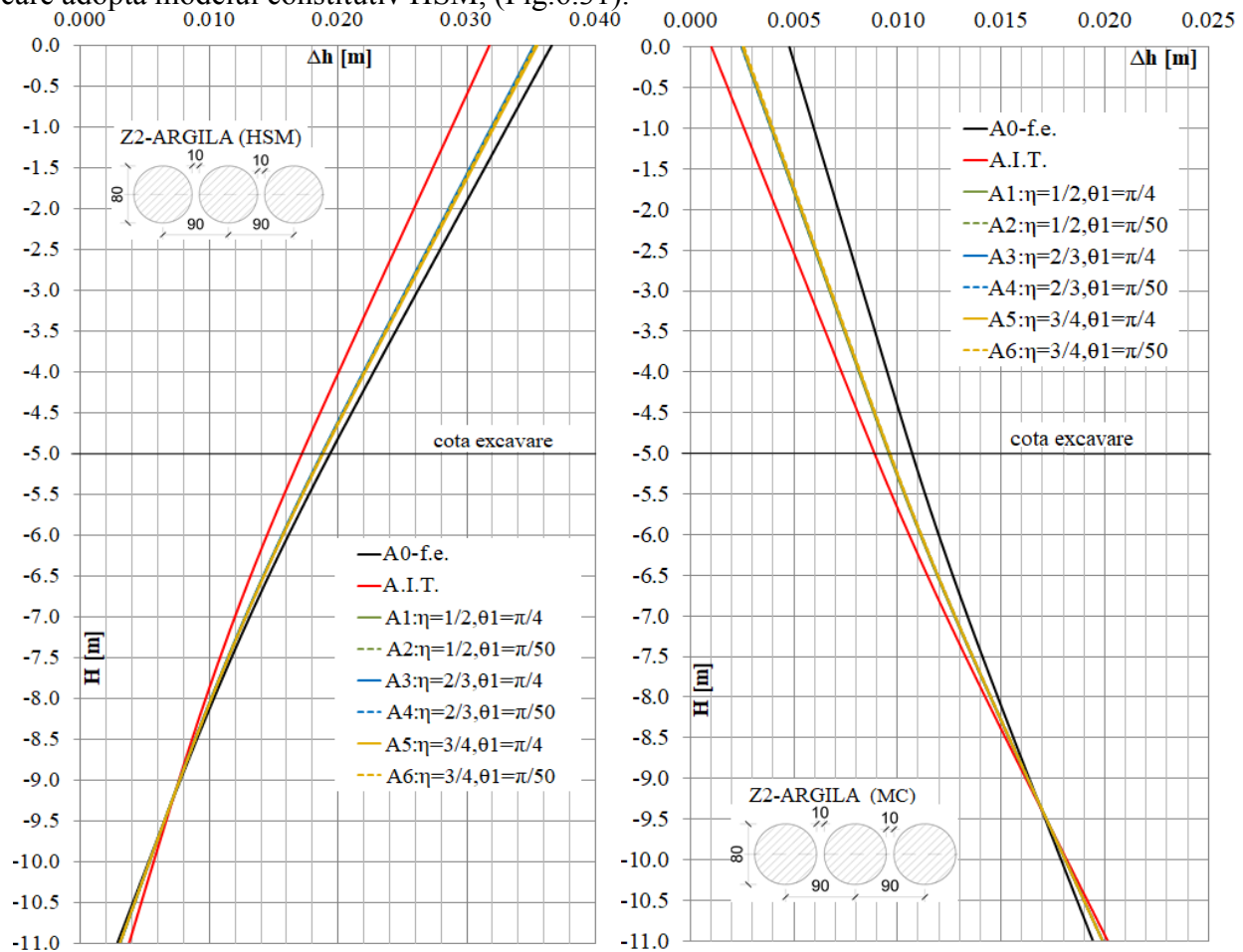
Tip analiză	$\eta$ (-)	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	$\varphi'$ ( $^\circ$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^\circ$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)	$s1$ (mm)	$s2$ (mm)
A0-f.e.	-	-	27	15	0	9350	0.30	0.75	-	-
A1	1/2	$\pi/4$	25.5	14	0	7104	0.30	1	212.6	837.8
A2	1/2	$\pi/50$	25.3	13.9	0	7048	0.30	1	207.2	837.8
A3	2/3	$\pi/4$	24.8	13.6	0	7170	0.30	1	311.7	672.9
A4	2/3	$\pi/50$	24.6	13.5	0	7088	0.30	1	303.8	672.9
A5	3/4	$\pi/4$	24.7	13.6	0	7332	0.30	1	380.6	578.2
A6	3/4	$\pi/50$	24.5	13.4	0	7232	0.30	1	370.9	578.2
A.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)									

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ .

Deplasările orizontale ale peretelui de sprijin obținute din analizele care adoptă echivalarea parametrilor la nivelul interfeței se regăsesc între valorile extreme obținute în urma analizelor A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.31), indiferent de modelul constitutiv adoptat pentru modelarea comportării pământului. Deplasările orizontale minime sunt obținute în urma analizei A.I.T. (fără interacțiune parțială), iar deplasările orizontale maxime sunt obținute în urma analizei A0-f.e. (interacțiune plană pământ-beton). În funcție de variația parametrilor geometrici de calibrare a modelului de interacțiune ( $\theta_1, \eta$ ), în urma analizelor A1...A6, deplasările orizontale ale peretelui de sprijin oscilează între valorile extreme date de analizele A.I.T. și A0-f.e.

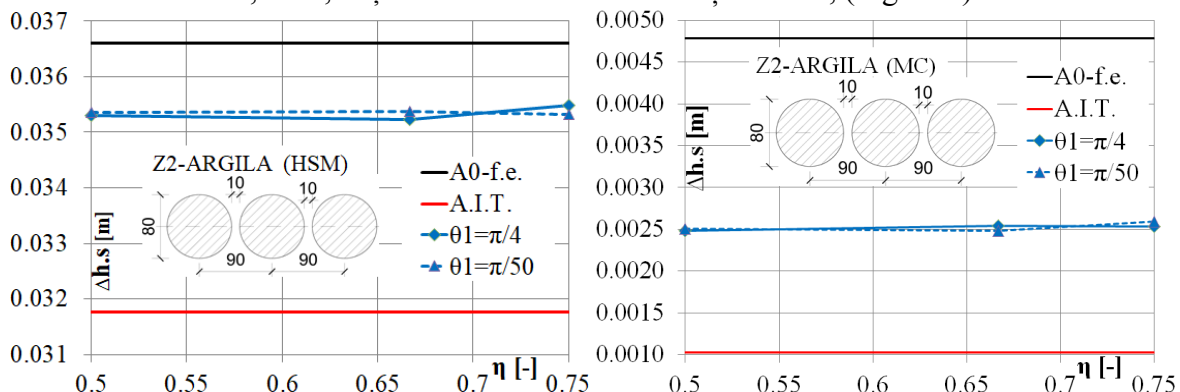
Factorul determinant care generează alura formei deformată și magnitudinea deplasărilor peretelui de sprijin este modelul constitutiv utilizat pentru modelarea pământului. Astfel, utilizarea modelului MC, facilitează obținerea unei deplasări orizontale a capătului superior ( $\Delta h.s$ ) mai mică de aprox. 8 ori față de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma analizei cu adoptarea modelului HSM. Prin adoptarea modelului MC, forma deformată a peretelui de sprijin indică o deplasare orizontală a vârfului piloților mai mare decât deplasarea orizontală a capătului superior

( $\Delta h.s$ ), cu o inclinare (pantă de variație) opusă față de forma deformată obținută prin analizele care adoptă modelul constitutiv HSM, (Fig.6.31).



**Fig.6.36.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z2 executat în argilă.

Deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui de sprijin ( $\Delta h.s$ ) nu variază semnificativ în raport cu parametrii geometrici de echivalare ( $\theta_1, \eta$ ) la nivelul interfeței, oscilând între valorile extreme,  $\Delta h.s$ , obținute din analizele A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.37).



**Fig.6.37.** Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra deplasării capătului liber al peretelui Z2- argilă.

Efectul echivalării la nivelul unei interfețe plane nu produce efecte semnificative asupra diagramei de moment încovoietor din peretele de sprijin, (Fig.6.38).

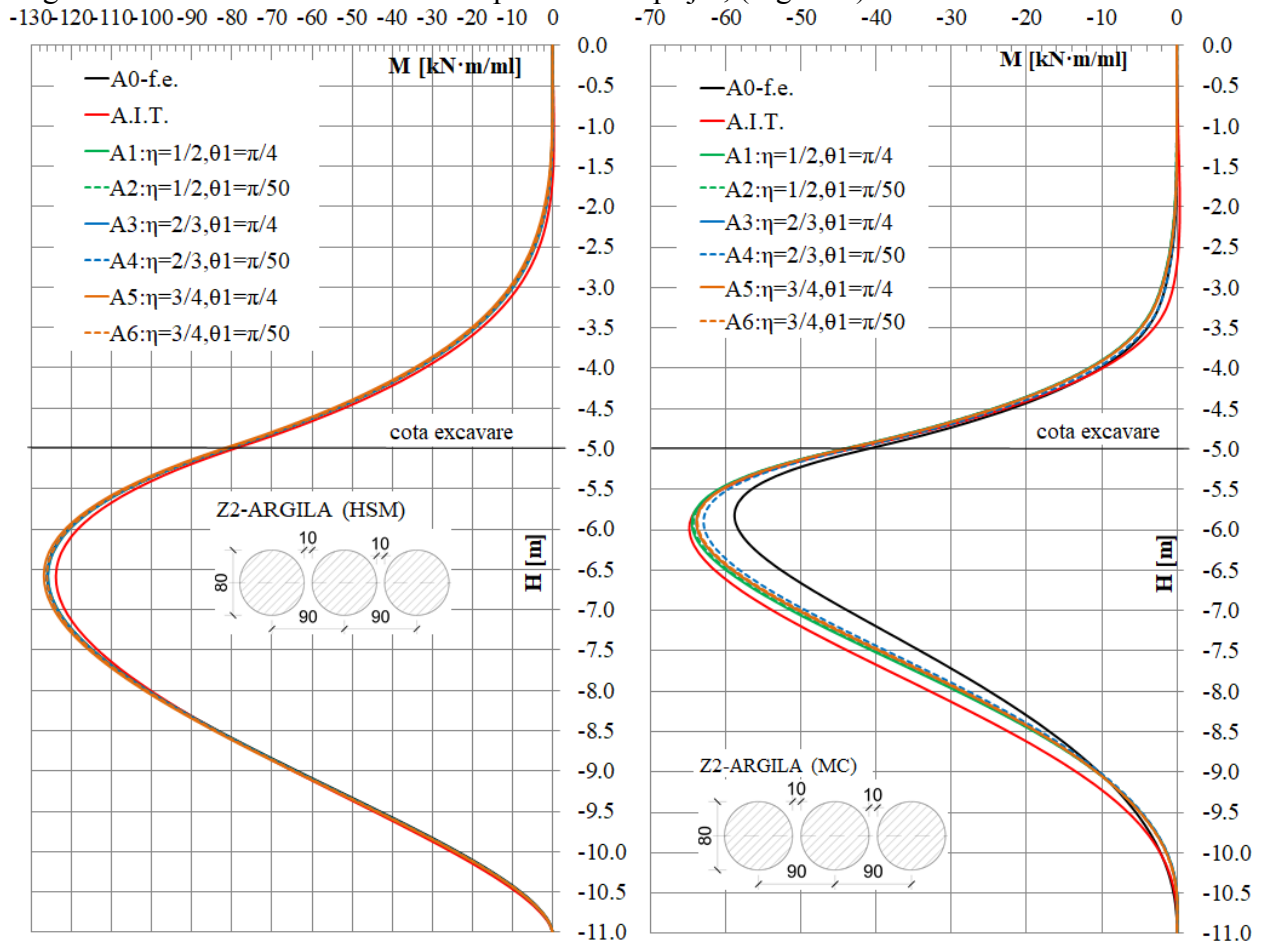


Fig.6.38. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z2 executat în argilă.

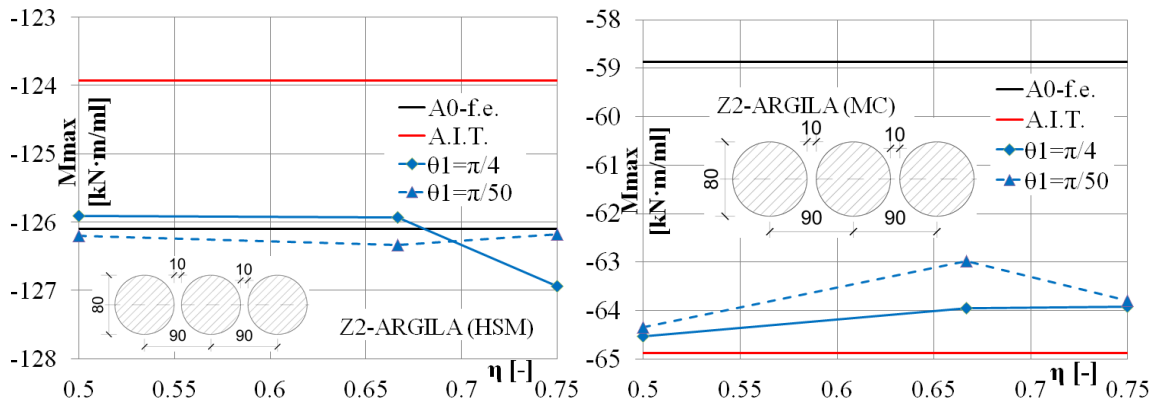


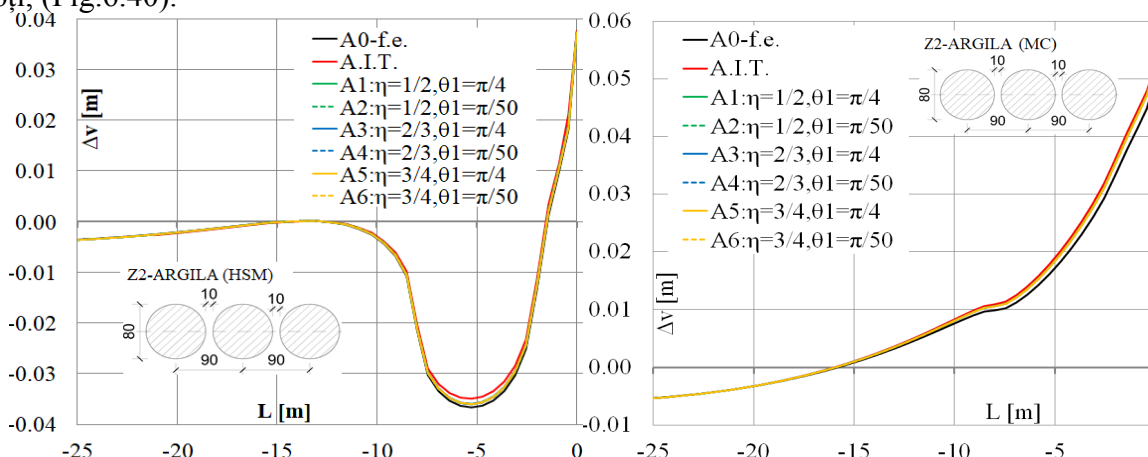
Fig.6.39. Efectul parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z2 - argilă.

Astfel odată cu variația parametrilor geometrici de echivalare ( $\theta_1$ ,  $\eta$ ), diagrama momentului încovoietor oscilează nesemnificativ în jurul diagramei obținute conform analizelor A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.38). Variația parametrilor geometrici de echivalare ( $\theta_1$ ,  $\eta$ ),

conduce la obținerea unui valori a momentului maxim încovoietor  $M_{max}$ , ce oscilează în jurul valorilor maxime obținute în urma analizelor A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.39). Factorul determinant în ceea ce privește valoarea momentului încovoietor maxim mobilizat în peretele de sprijin este modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel, prin adoptarea modelului MC, momentul încovoietor maxim este de aprox. 2 ori mai mic decât aceeași valoare obținută prin adoptarea modelului HSM, (Fig.6.38, Fig.6.39).

Echivalarea la nivelul interfeței la contactul peretelui de sprijin cu masivul de pământ, are drept efect, obținerea unor profile de tasare ale terenului sprijinit ce se dezvoltă între profilele de tasare obținute prin analizele A0-f.e. și A.I.T.,(Fig.6.40).

Diferențele majore sunt însă determinate de modelul constitutiv adoptat pentru modelarea comportării pământului. Astfel, utilizarea modelului MC are drept efect obținerea unei diagrame de tasare a suprafeței terenului sprijinit ce prezintă umflări ale suprafeței terenului pe aprox. 15.00 m distanță de la peretele de sprijin,(Fig.6.40). În cazul utilizării modelului HSM diagrama de tasare prezintă umflări locale ale suprafeței terenului pe aprox. 1.5...2 m față de peretele de piloți, (Fig.6.40).



**Fig.6.40.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijinit de peretele Z2-argilă.

### 6.2.3.1.5. Perete de sprijin Z3 executat în nisip

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți secanți cu diametrul de 600 mm (Z3) asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți secanți se consideră executat în nisip, iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă”, corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului de echivalare la nivelul suprafeței peretelui din piloți secanți și sunt prezentați în tabelele următoare.

**Tabel 6.12** Parametrii material interfață Z3-nisip(MC).

Tip analiză	$\varphi' (^{\circ})$	$c' (kPa)$	$\psi (^{\circ})$	$E (kPa)$	$\nu (-)$	$R_{inter} (-)$
A0-f.e.	41	0	15	60000	0.25	0.95
AE	43	0	0	61230	0.25	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)					

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0 kPa$ .

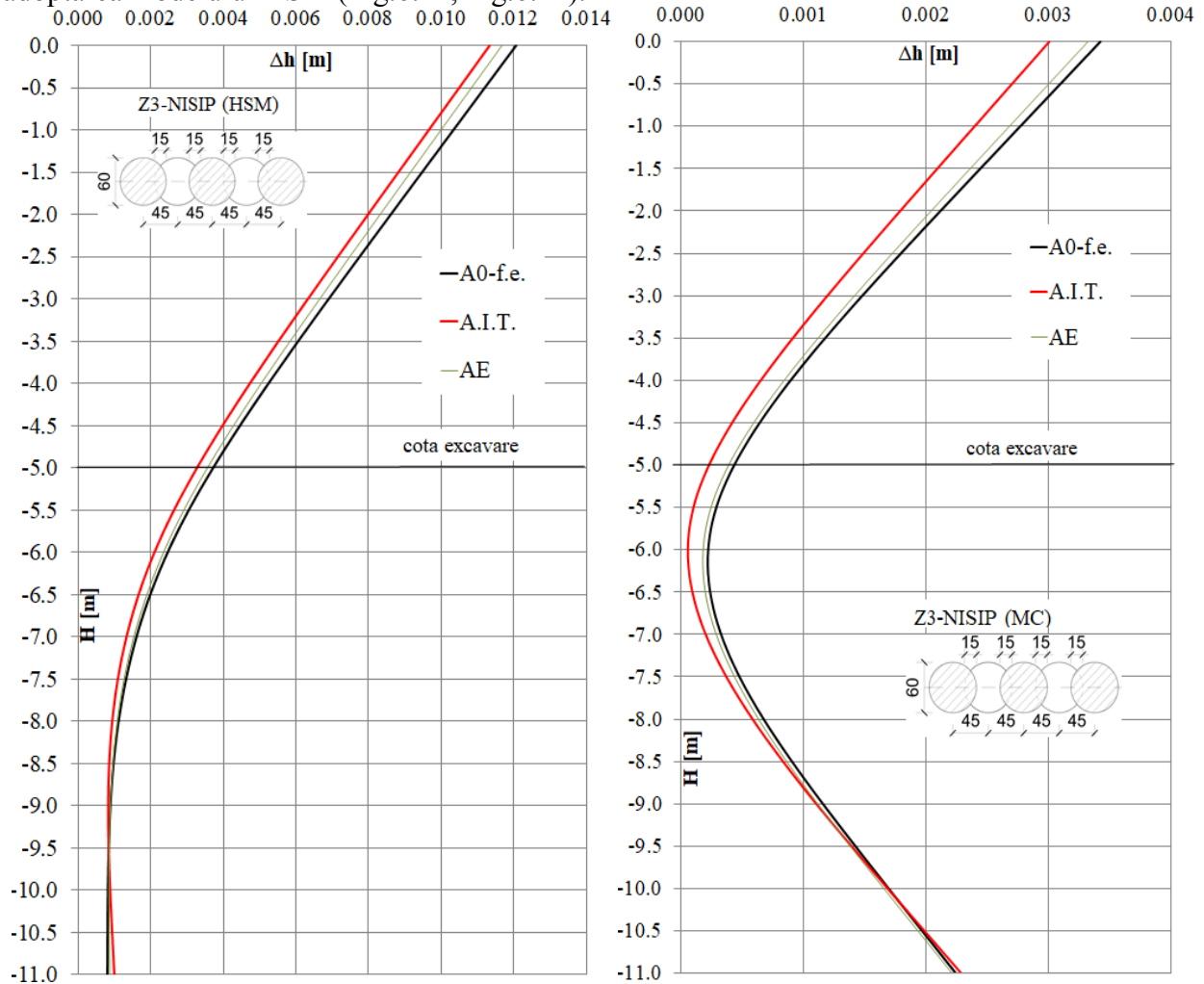


**Tabel 6.13** Parametrii material interfață Z3-nisip(HSM).

Tip analiză	$\varphi'$ (°)	$c'$ (kPa)	$\psi$ (°)	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	41	0	15	90000	0.95
AE	43	0	0	91845	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)				

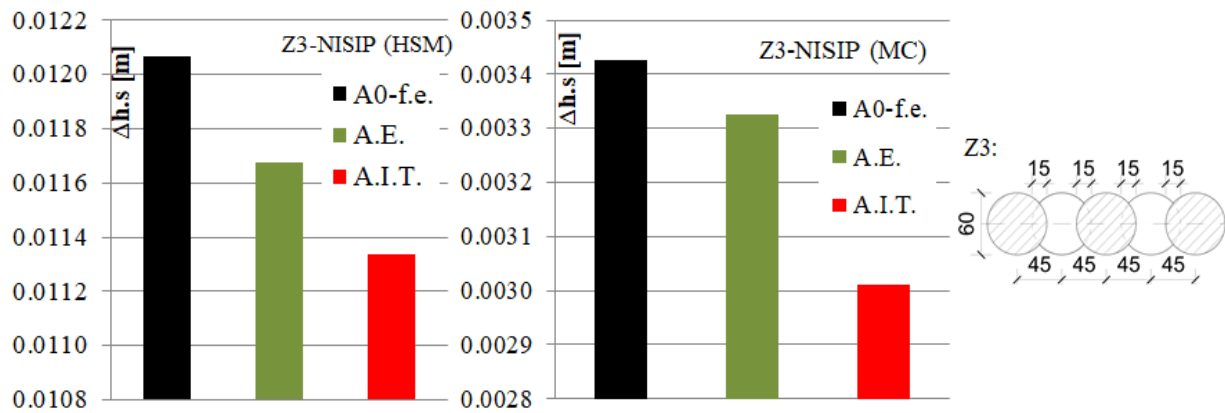
\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ ,  $m=0.55$ ,  $E_{50}^{ref} = E_{oed}^{ref} = 30000kPa$ ,

Deplasările orizontale minime ale peretelui de sprijin sunt obținute în urma analizei A.I.T. (fără interacțiune parțială), iar deplasările orizontale maxime sunt obținute în urma analizei A0-f.e. (interacțiune plană pământ-beton). În urma echivalării suprafeței de contact a peretelui de piloți secanți printr-o interfață echivalentă plană (analiza AE) deplasările orizontale ale peretelui de sprijin se situează între valorile extreme obținute conform analizelor A.I.T. și A0-f.e. (Fig.6.41). Factorul determinant care generează alura formei deformate și magnitudinea deplasărilor peretelui de sprijin este modelul constitutiv utilizat pentru modelarea pământului. Astfel, utilizarea modelului MC, facilitează obținerea unei deplasări orizontale a capătului superior ( $\Delta h.s$ ) mai mică de aprox. 3 ori față de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma analizei cu adoptarea modelului HSM (Fig.6.41, Fig.6.42).



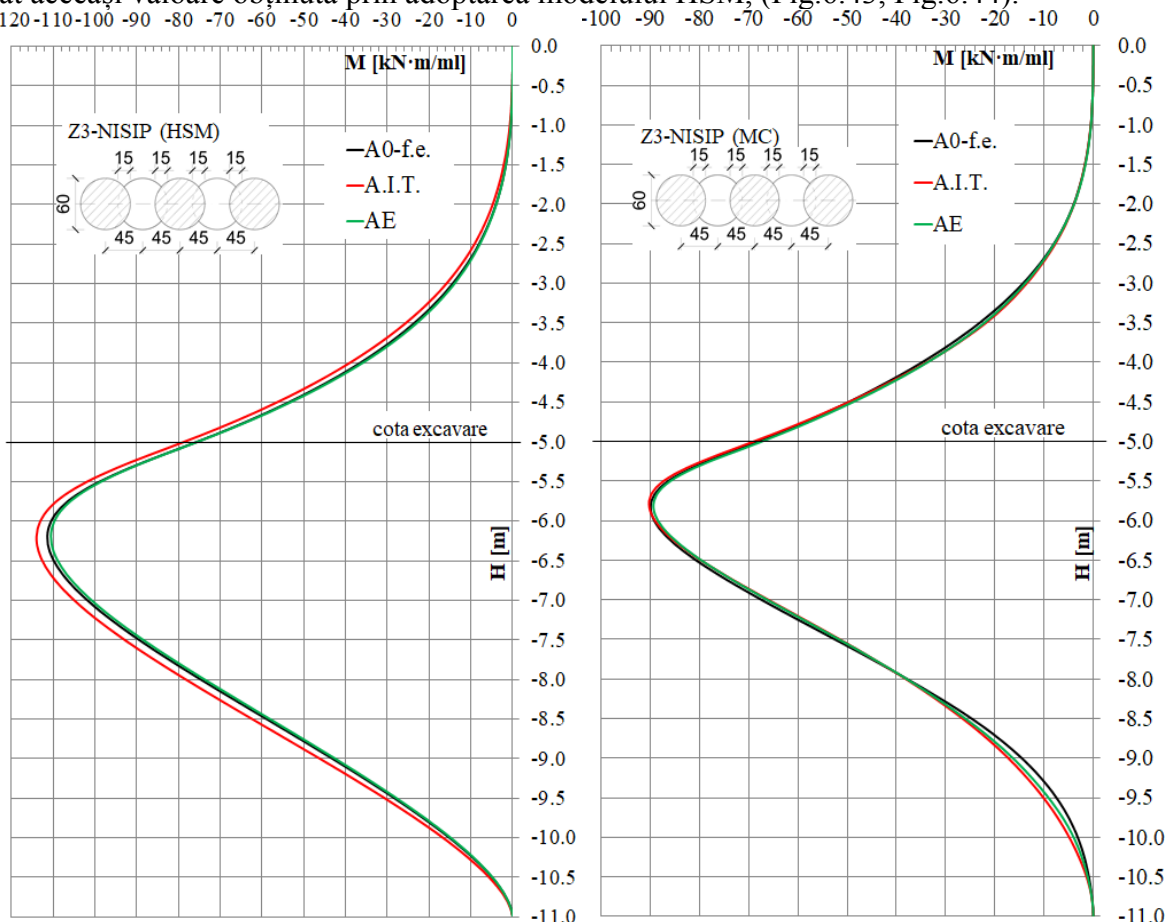
**Fig.6.41.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z3 executat în nisip.



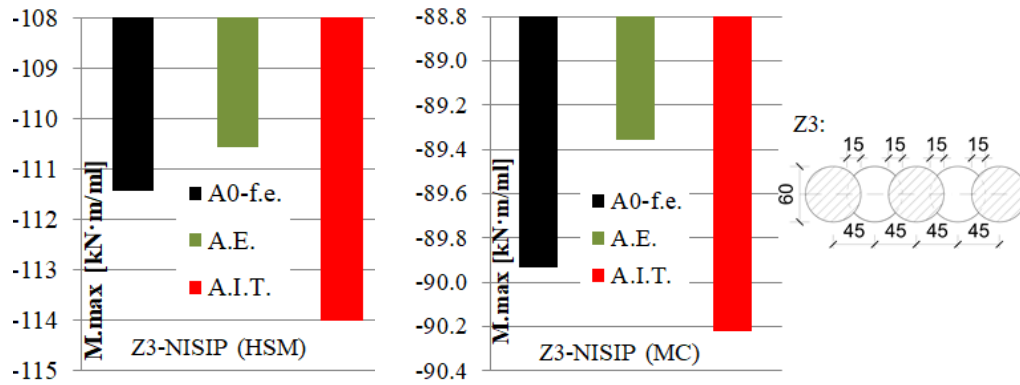


**Fig.6.42.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a capătului liber ( $\Delta h.s$ ) al peretelui Z3 executat în nisip.

Echivalarea plană la nivelul interfeței peretelui de piloți secanți nu generează variații semnificative ale momentului încovoietor din peretele de sprijin în raport cu rezultatele analizelor A.I.T. și A0-f.e.,(Fig.6.43). Factorul determinant în ceea ce privește valoarea momentului încovoietor maxim mobilizat în peretele de sprijin este modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel, prin adoptarea modelului MC, momentul încovoietor maxim obținut este sensibil mai mic decât aceeași valoare obținută prin adoptarea modelului HSM, (Fig.6.43, Fig.6.44).

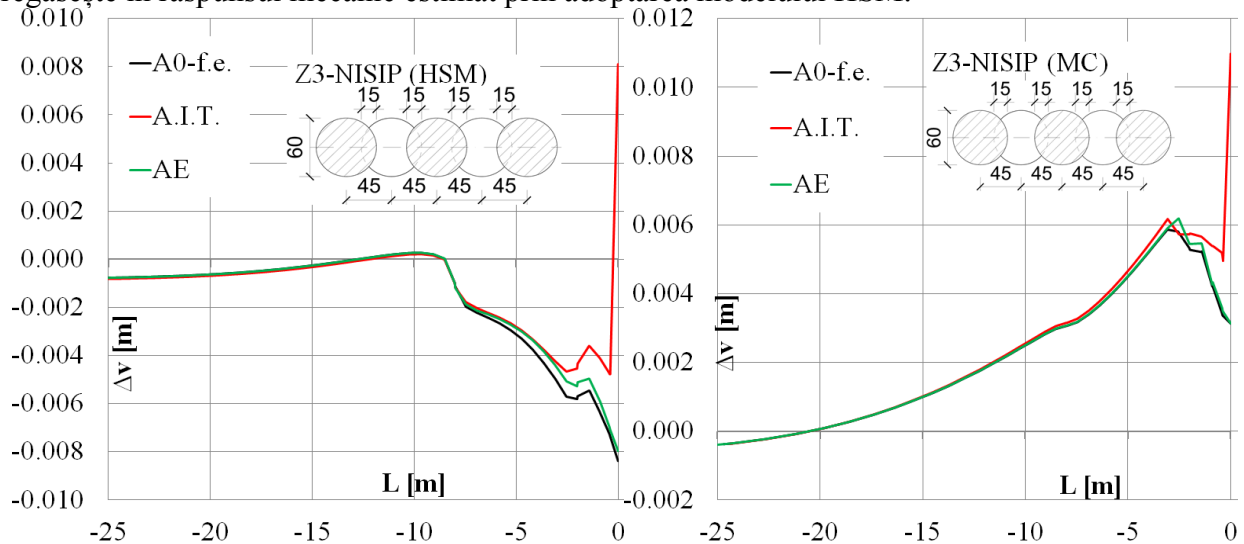


**Fig.6.43.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z3 executat în nisip.



**Fig.6.44.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoiator maxim al peretelui Z3 executat în nisip.

Un alt aspect investigat este diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit. Analiza A.I.T. admite lipsa interacțiunii parțiale la nivelul contactului peretelui de sprijin cu pământul. În consecință, în urma analizei A.I.T. diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit prezintă umflări nerealiste în proxima vecinătate cu peretele de sprijin. Pe de altă parte analiză A0-f.e. admite o interacțiune parțială la nivelul contactului peretelui cu pământul definită ca o suprafață de contact plană de tip beton-pământ. Rezultatele analizei A0-f.e. admit mobilizarea unor lunecări relative maxime la nivelul contactului pământului cu peretele de sprijin. Analiza AE admite echivalarea suprafeței laterale a peretelui de piloți secanți la o interfață plană. În consecință, în urma analizei AE, diagrama de tasare a terenului sprijinit oscilează între diagramele obținute prin analizele A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.45). Factorul predominant care determină o diferențiere clară a răspunsului mecanic estimat, este modelul constitutiv adoptat în vederea modelării comportării mecanice a pământului. Astfel, rezultatele obținute indică faptul că, utilizarea modelului MC are drept efect inducerea eronată a unei umflări a suprafeței terenului sprijinit pe o distanță de aprox. 20.00 m față de peretele de sprijin. Acest fenomen nu se regăsește în răspunsul mecanic estimat prin adoptarea modelului HSM.



**Fig.6.45.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijinit de peretele Z3 executat în nisip.

### 6.2.3.1.6. Perete de sprijin Z3 executat în argilă

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți secanți cu diametrul de 600 mm (Z3), asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți secanți se consideră executat în argilă, iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă”, corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului de echivalare la nivelul suprafeței peretelui din piloți secanți și sunt prezentați în tabelele următoare.

**Tabel 6.14** Parametrii material interfață Z3-argilă(HSM).

Tip analiză	$\varphi'$ ( $^{\circ}$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	27	15	0	14400	0.75
AE	23.4	12.7	0	9159	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)				

$$* K_0 = 1 - \sin(\varphi'), p_{ref} = 100kPa, v_{ur} = 0.2, \sigma_{t,s} = 0kPa, m=0.9$$

**Tabel 6.15** Parametrii material interfață Z3-argilă(MC).

Tip analiză	$\varphi'$ ( $^{\circ}$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	27	15	0	9350	0.30	0.75
AE	23.4	12.7	0	5947	0.30	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)					

$$* K_0 = 1 - \sin(\varphi'), \sigma_{t,s} = 0kPa.$$

Deplasările orizontale minime ale peretelui de sprijin sunt obținute în urma analizei A.I.T. (fără interacțiune parțială), iar deplasările orizontale maxime sunt obținute în urma analizei A0-f.e. (interacțiune plană pământ-beton). În urma echivalării suprafeței de contact a peretelui de piloți secanți printr-o interfață echivalentă plană (analiza AE) deplasările orizontale ale peretelui de sprijin se situează între valorile extreme obținute conform analizelor A.I.T. și A0-f.e. (Fig.6.46). În ceea ce privește deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui de sprijin ( $\Delta h.s$ ), valoarea obținută în urma analizei AE (considerând interfața echivalată în plan) se situează între valoarea maximă (analiza A0-f.e.) și valoarea minimă (analiza A.I.T.), indiferent de modelul constitutiv utilizat în vederea modelării comportării mecanice a pământului, (Fig.6.47).

Factorul determinant care generează alura formei deformată și magnitudinea deplasărilor peretelui de sprijin este modelul constitutiv utilizat pentru modelarea pământului. Astfel, utilizarea modelului MC, facilitează obținerea unei deplasări orizontale a capătului superior ( $\Delta h.s$ ) mai mică de aprox. 8 ori față de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma analizei cu adoptarea modelului HSM (Fig.6.46, Fig.6.47). Pe de altă parte, utilizarea modelului MC induce obținerea unei forme deformată a peretelui de sprijin care admite eronat faptul că deplasarea orizontală a vârfului piloților secanți este mai mare decât deplasarea orizontală a capătului superior (liber) al peretelui de sprijin, (Fig.6.46). În cazul utilizării modelului HSM alura deformată pe direcție orizontală a peretelui de sprijin descrie o alură credibilă a cărei deformată maximă se

înregistrează la partea superioară, iar deformată minimă în zona vârfului piloților secanți, (Fig.6.46).

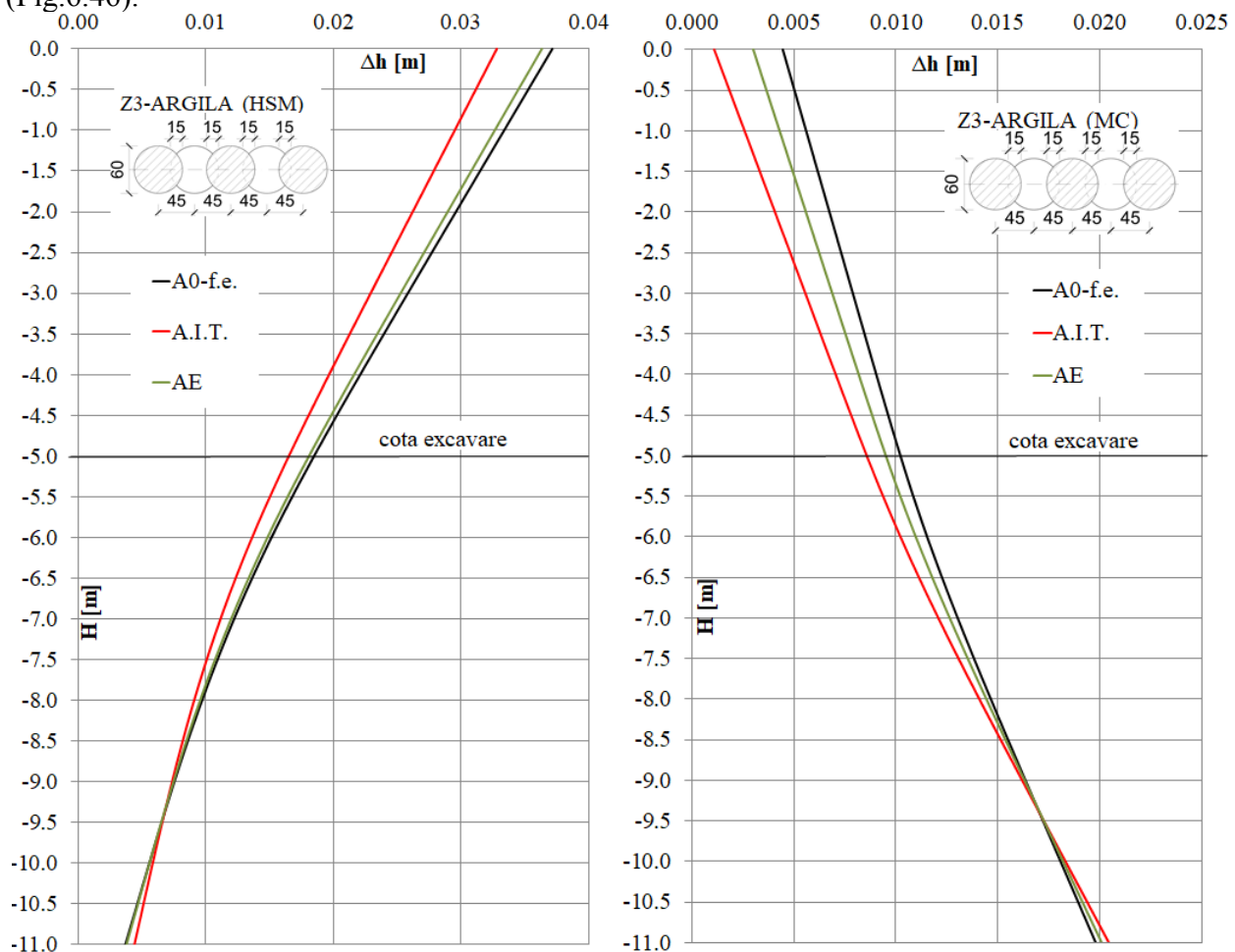


Fig.6.46. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z3 executat în argilă.

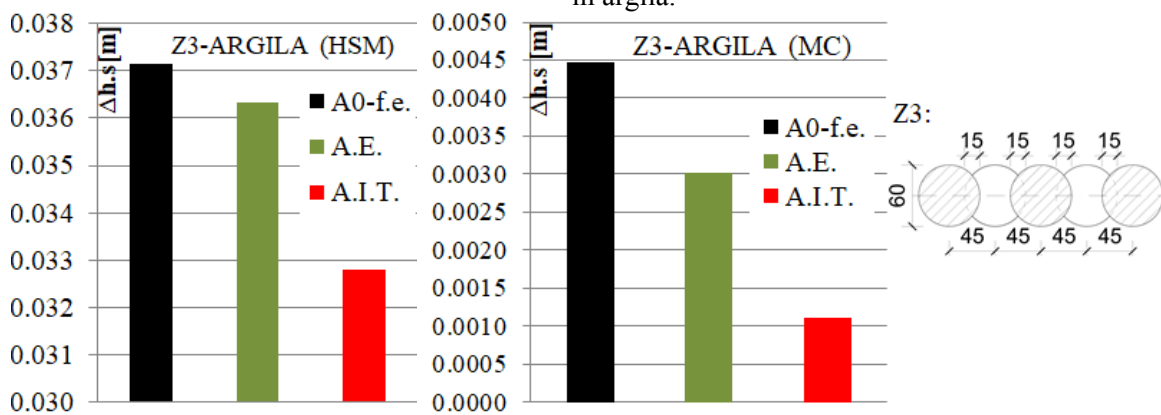


Fig.6.47. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării capătului liber al peretelui Z3 executat în argilă.

Prin echivalarea proprietăților la nivelul interfeței plane dintre peretele de sprijin și pământul învecinat, momentul încovoietor mobilizat în perete nu înregistrează variații semnificative în raport cu rezultatele obținute în urma analizelor A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.48).

Astfel în urma analizei AE, diagrama momentului încovoierilor mobilizată în peretele de sprijin oscilează în jurul diagramelor  $M$  obținute prin analizele A.I.T. și A0-f.e.,(Fig.6.48). Efectul procesului de echivalare la nivelul interfeței asupra valorii maxime a momentului încovoierilor prezintă aceleași tendințe de variație (Fig.6.49). Factorul determinant în ceea ce privește valoarea momentului încovoierilor maxim mobilizat în peretele de sprijin este modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel, prin adoptarea modelului MC, momentul încovoierilor maxim obținut este de aprox. 2 ori mai mic decât aceeași valoare obținută prin adoptarea modelului HSM, (Fig.6.48, Fig.6.49).

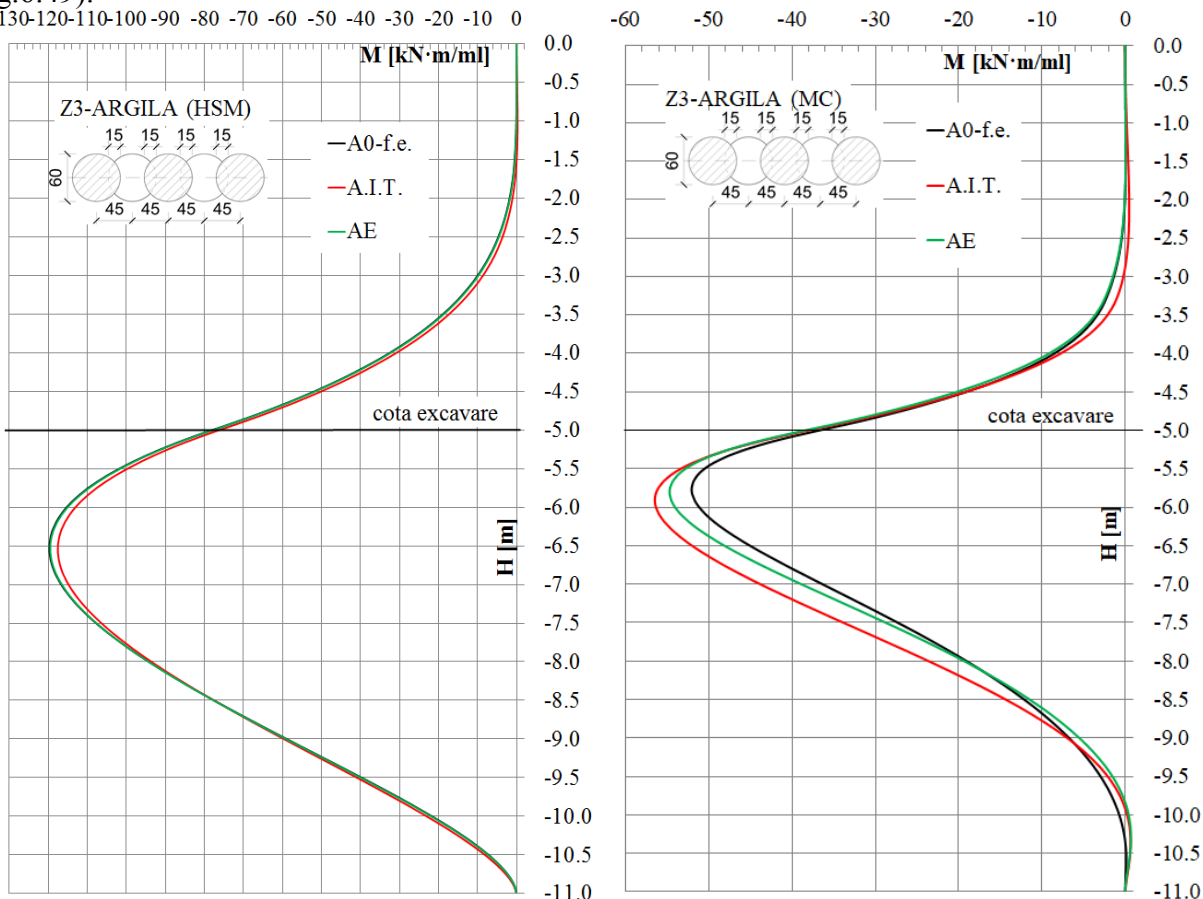


Fig.6.48. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoierilor din peretele Z3 executat în argilă.

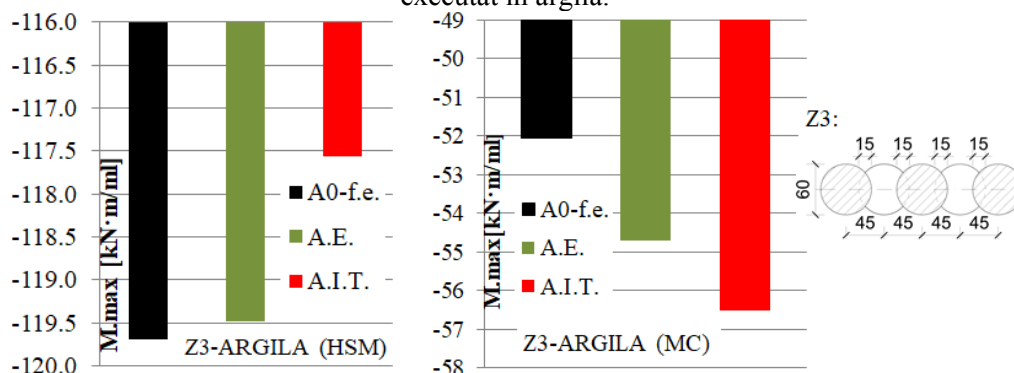
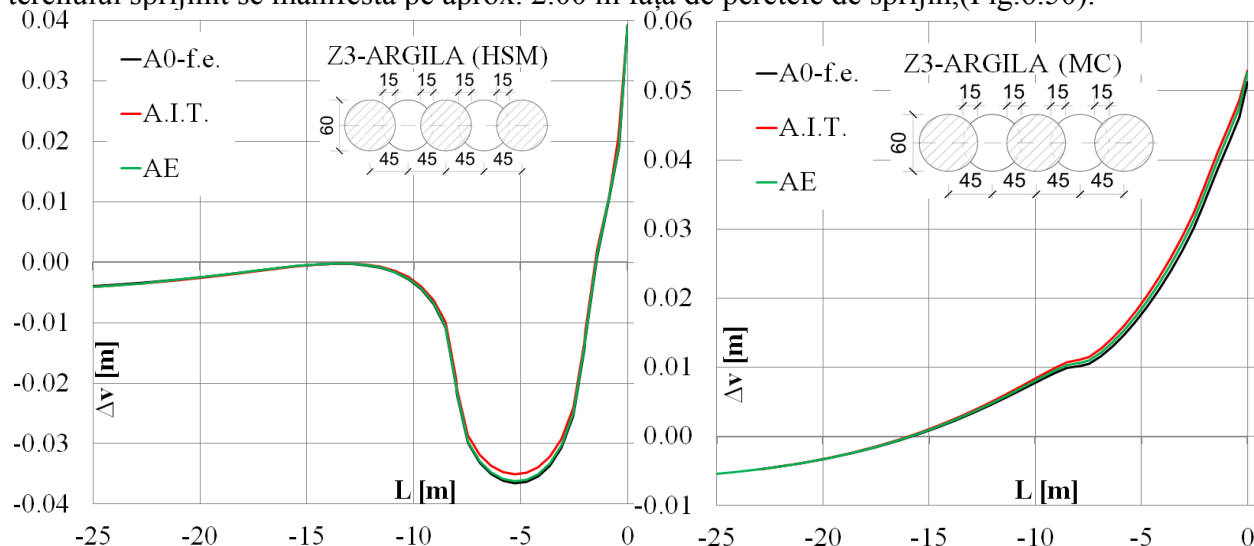


Fig.6.49. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoierilor maxim al peretelui Z3 executat în argilă.

Diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit nu prezintă diferențe majore între analizele AE și A0-f.e. (Fig.6.50). Astfel indiferent de modelul constitutiv utilizat, diagrama de tasare a suprafeței terenului obținută în urma analizei AE este ușor superioară față de diagrama obținută prin analiza A0-f.e. și ușor inferioară în raport cu rezultatele obținute prin analiza A.I.T.,(Fig.6.50). Factorul predominant care determină o diferențiere clară a răspunsului mecanic estimat, este modelul constitutiv adoptat în vederea modelării comportării mecanice a pământului. Astfel, rezultatele obținute indică faptul că, utilizarea modelului MC are drept efect inducerea eronată a unei umflări a suprafeței terenului sprijinit pe o distanță de aprox. 15.00 m față de peretele de sprijin. În cazul adoptării modelului HSM aceste umflări ale suprafeței terenului sprijinit se manifestă pe aprox. 2.00 m față de peretele de sprijin,(Fig.6.50).



**Fig.6.50.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijinit de peretele Z3 executat în argilă.

### 6.2.3.1.7. Perete de sprijin Z4 executat în nisip

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți secanți cu diametrul de 800 mm (Z4) asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți secanți se consideră executat în nisip, iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă”, corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului de echivalare la nivelul suprafeței peretelui din piloți secanți și sunt prezentați în tabelele următoare.

**Tabel 6.16** Parametrii material interfață Z4-nisip(HSM).

Tip analiză	$\varphi'$ ( $^{\circ}$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	41	0	15	90000	0.95
AE	43.5	0	0	93225	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)				

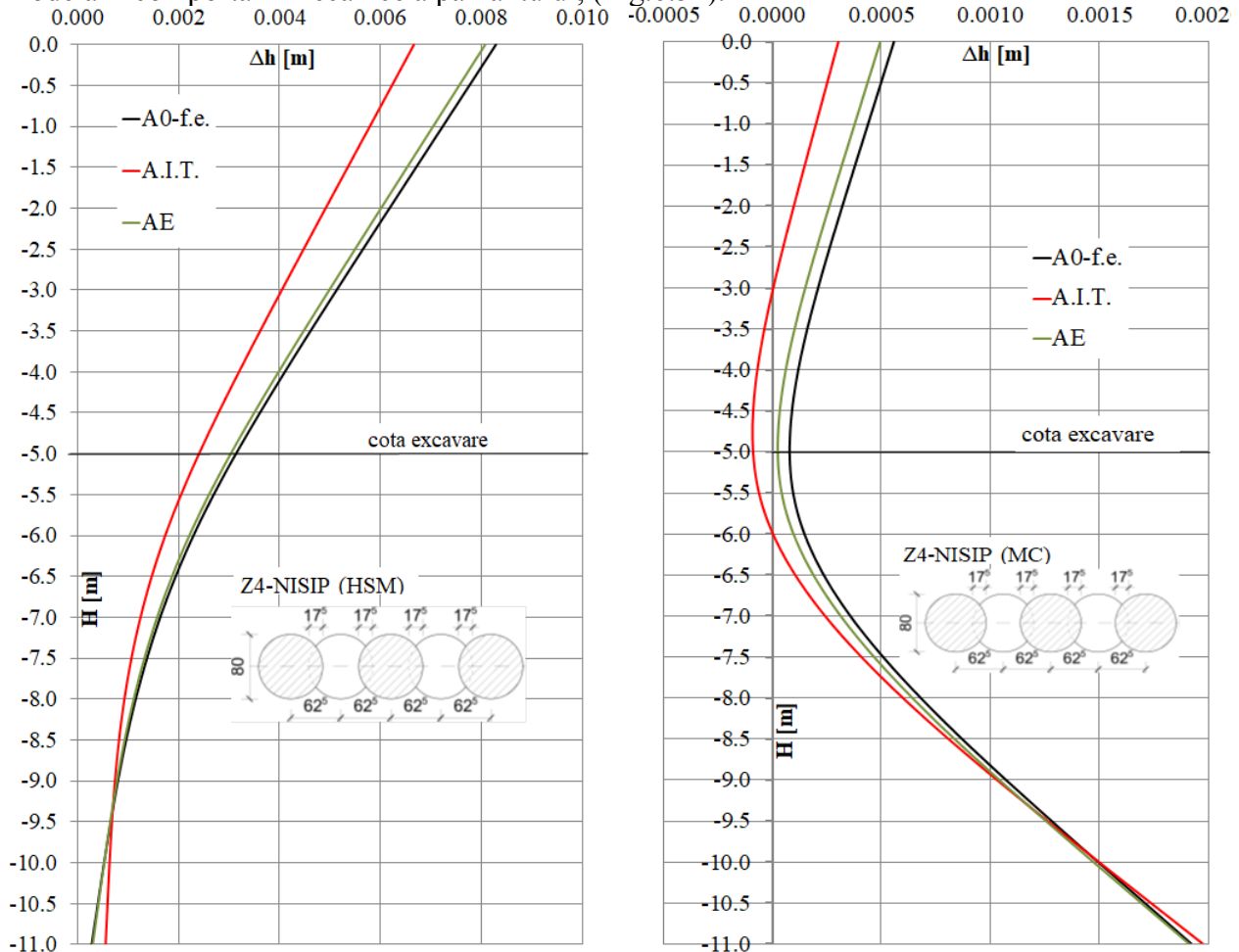
\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $p_{ref} = 100kPa$ ,  $\nu_{ur} = 0.2$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ ,  $m=0.55$

**Tabel 6.17** Parametrii material interfață Z4-nisip(MC).

Tip analiză	$\varphi'$ ( $^{\circ}$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	41	0	15	60000	0.25	0.95
AE	43.5	0	0	62150	0.25	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)					

\*  $K_0 = 1 - \sin(\varphi')$ ,  $\sigma_{t,s} = 0kPa$ .

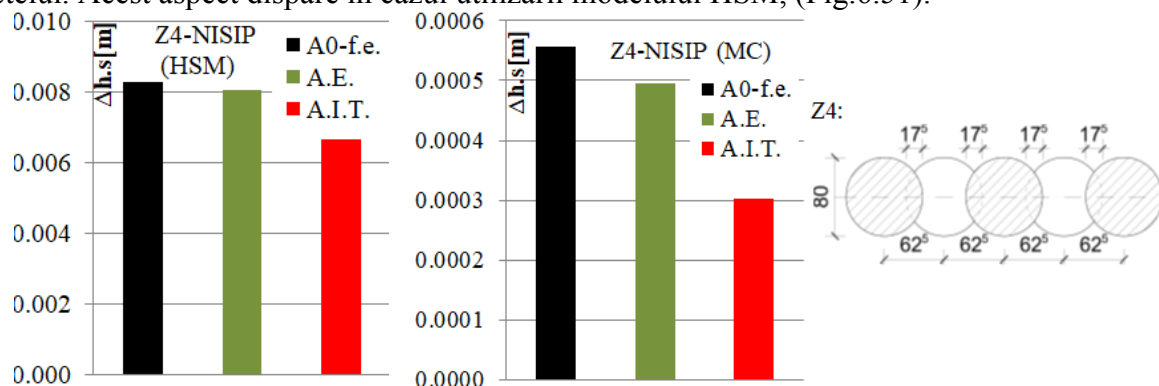
În urma echivalării suprafeței de contact a peretelui de piloți secanți printr-o interfață echivalentă plană (analiza AE) deplasările horizontale ale peretelui de sprijin se situează între valorile extreme obținute conform analizelor A.I.T. și A0-f.e, (Fig.6.51). În ceea ce privește deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui de sprijin ( $\Delta h.s$ ), valoarea obținută în urma analizei AE (considerând interfața echivalată în plan) se situează între valoarea maximă (analiza A0-f.e.) și valoarea minimă (analiza A.I.T.), indiferent de modelul constitutiv utilizat în vederea modelării comportării mecanice a pământului, (Fig.6.52).



**Fig.6.51.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z4 executat în nisip.

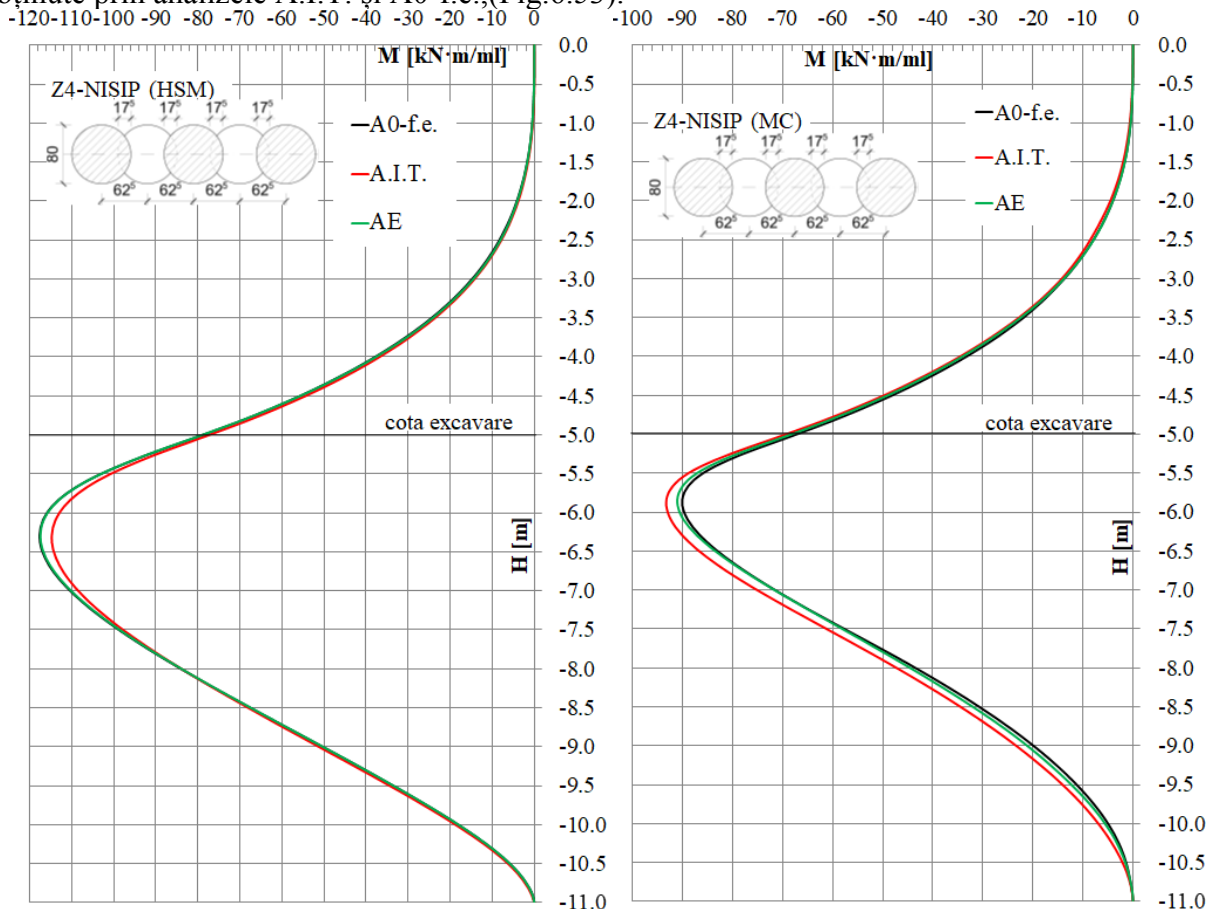
Efectul modelului constitutiv al pământului joacă un rol major asupra răspunsului mecanic estimat. Utilizarea modelului MC, generează obținerea unei deplasări orizontale a capătului superior ( $\Delta h.s$ ) de aprox. 16 ori mai mică față de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma

analizei cu adoptarea modelului HSM (Fig.6.51, Fig.6.52). Pe lângă acest lucru, odată cu utilizarea modelului MC forma deformată a peretelui de sprijin înregistrează în mod eronat o deplasare orizontală a vârfului piloților mai mare decât deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui. Acest aspect dispare în cazul utilizării modelului HSM, (Fig.6.51).



**Fig.6.52.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării capătului liber al peretelui Z4-nisip.

În urma procedurii de echivalare la nivelul interfeței (analizei AE), diagrama momentului încovoietor mobilizată în peretele de sprijin oscilează în jurul diagramelor  $M$  obținute prin analizele A.I.T. și A0-f.e., (Fig.6.53).



**Fig.6.53.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z4 executat în nisip.



Efectul procesului de echivalare la nivelul interfeței asupra valorii maxime a momentului încovoietor prezintă aceleași tendințe de variație (Fig.6.54). Factorul determinant în ceea ce privește valoarea momentului încovoietor maxim mobilizat în peretele de sprijin este modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel, prin adoptarea modelului MC, momentul încovoietor maxim obținut este sensibil mai mic decât aceeași valoare obținută prin adoptarea modelului HSM, (Fig.6.53, Fig.6.54).

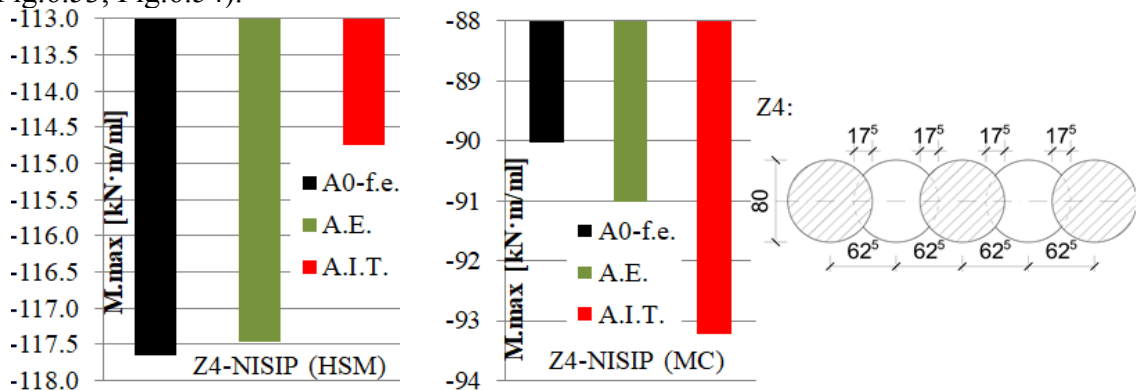


Fig.6.54. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor maxim al peretelui Z4 executat în nisip.

Diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit nu prezintă diferențe majore între analizele AE și A0-f.e. (Fig.6.55). Diferențele între analizele AE și A.I.T. se înregistrează pe zona terenului din vecinătatea peretelui de sprijin. Indiferent de modelul constitutiv utilizat, diagrama de tasare a suprafeței terenului obținută în urma analizei AE este ușor superioară față de diagrama obținută prin analiza A0-f.e. și ușor inferioară în raport cu rezultatele obținute prin analiza A.I.T. (Fig.6.55). Factorul predominant care determină o diferențiere clară a răspunsului mecanic estimat, este modelul constitutiv adoptat în vederea modelării comportării mecanice a pământului. Astfel, rezultatele obținute indică faptul că, utilizarea modelului MC are drept efect inducerea eronată a unei umflări a suprafeței terenului sprijinit pe o distanță de aprox. 20.00 m față de peretele de sprijin. În cazul adoptării modelului HSM aceste umflări ale suprafeței terenului nu se regăsesc în răspunsul mecanic estimat, (Fig.6.55).

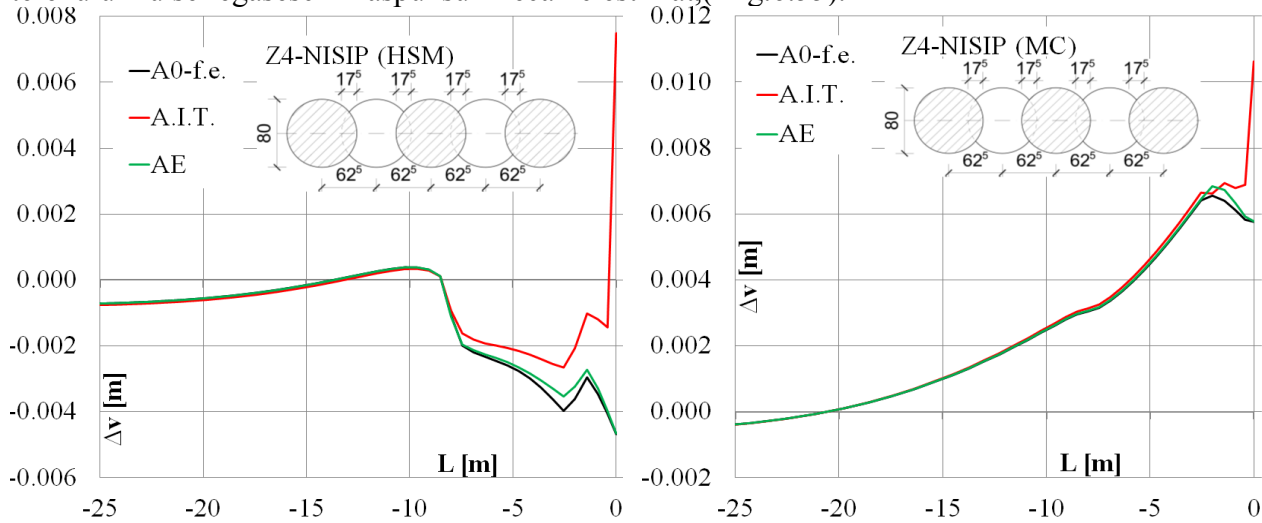


Fig.6.55. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijinit de peretele Z4 executat în nisip.

### 6.2.3.1.8. Perete de sprijin Z4 executat în argilă

În analizele ulterioare s-a investigat efectul echivalării interfeței la nivelul suprafeței laterale a peretelui din piloți secanți cu diametrul de 800 mm (Z4) asupra răspunsului mecanic estimat. Peretele de piloți secanți se consideră executat în argilă, iar pământul s-a modelat utilizând modelul constitutiv MC și HSM. Parametrii de material aferenți comportării pământului s-au adoptat în conformitate cu Tabel 6.1 și Tabel 6.2. Parametrii atribuiți elementelor liniare, de tip ”placă”, corespund parametrilor prezentați în Tabel 6.3. Parametrii elementelor de interfață utilizați în analizele parametrice corespund modelului de echivalare la nivelul suprafeței peretelui din piloți secanți și sunt prezentați în tabelele următoare.

**Tabel 6.18** Parametri material interfață Z4-argilă(HSM).

Tip analiză	$\varphi'$ ( $^{\circ}$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	27	15	0	14400	0.75
AE	23.7	12.9	0	9297	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)				

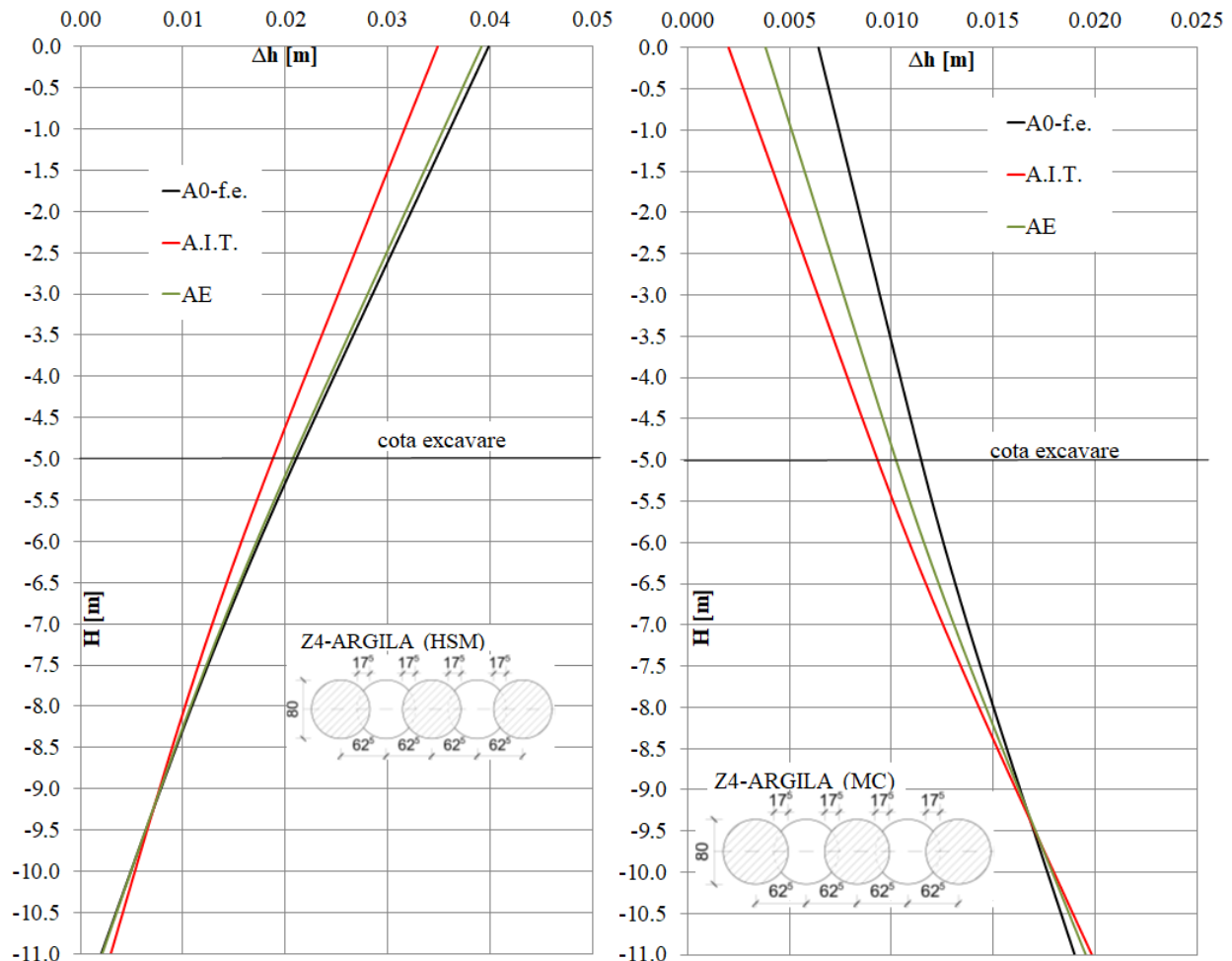
$$* K_0 = 1 - \sin(\varphi'), p_{ref} = 100kPa, \nu_{ur} = 0.2, \sigma_{t,s} = 0kPa, m=0.9$$

**Tabel 6.19** Parametri material interfață Z4-argilă(MC).

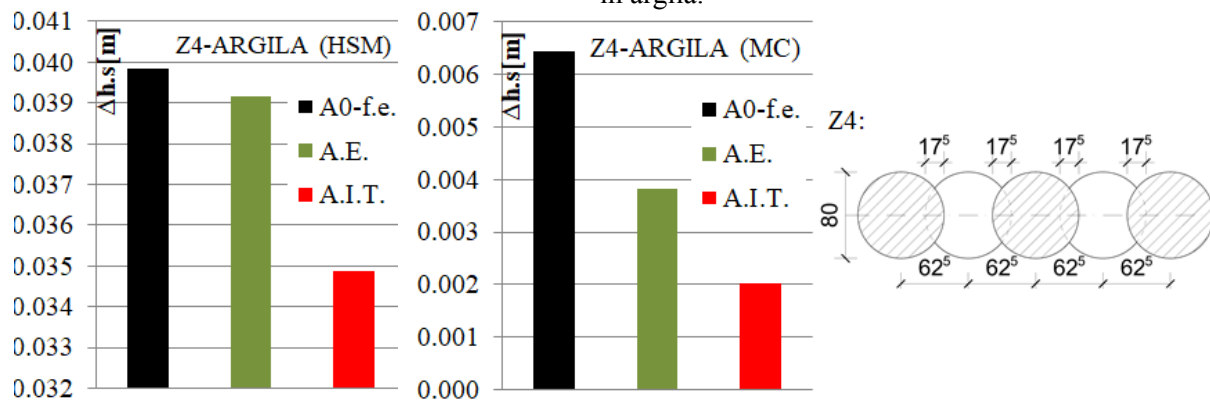
Tip analiză	$\varphi'$ ( $^{\circ}$ )	$c'$ (kPa)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$E$ (kPa)	$\nu$ (-)	$R_{inter}$ (-)
A0-f.e.	27	15	0	9350	0.30	0.75
AE	23.7	12.9	0	6036	0.30	1
A.I.T.	- Analiză fără elemente de interfață (interacțiune totală)					

$$* K_0 = 1 - \sin(\varphi'), \sigma_{t,s} = 0kPa.$$

În urma echivalării suprafeței de contact a peretelui de piloți secanți printr-o interfață echivalentă plană (analiza AE) deplasările orizontale ale peretelui de sprijin se situează între valorile extreme obținute conform analizelor A.I.T. și A0-f.e. (Fig.6.56). În ceea ce privește deplasarea orizontală a capătului superior al peretelui de sprijin ( $\Delta h.s$ ), valoarea obținută în urma analizei AE (considerând interfața echivalată în plan) se situează între valoarea maximă (analiza A0-f.e.) și valoarea minimă (analiza A.I.T.), indiferent de modelul constitutiv utilizat în vederea modelării comportării mecanice a pământului, (Fig.6.57). Factorul determinant care generează alura formei deformate și magnitudinea deplasărilor peretelui de sprijin este modelul constitutiv utilizat pentru modelarea pământului. Astfel, utilizarea modelului MC, facilitează obținerea unei deplasări orizontale a capătului superior ( $\Delta h.s$ ) mai mică de aprox. 8 ori față de valoarea  $\Delta h.s$  obținută în urma analizei cu adoptarea modelului HSM (Fig.6.56, Fig.6.57). Pe de altă parte, utilizarea modelului MC induce obținerea unei forme deformate a peretelui de sprijin care admite în mod nerealist faptul că deplasarea orizontală a vârfului piloților secanți este mai mare decât deplasarea orizontală a capătului superior (liber) al peretelui de sprijin, (Fig.6.56). În cazul utilizării modelului HSM alura deformatei pe direcție orizontală a peretelui de sprijin descrie o formă deformată credibilă a cărei deformată maximă se înregistrează la partea superioară, iar deformată minimă în zona vârfului piloților secanți, (Fig.6.56).



**Fig.6.56.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării orizontale a peretelui Z4 executat în argilă.



**Fig.6.57.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării capătului liber al peretelui Z4 executat în argilă.

Prin echivalarea proprietăților la nivelul interfeței plane dintre peretele de sprijin și pământul învecinat, momentul încovoietor mobilizat în perete nu înregistrează variații semnificative în raport cu rezultatele obținute în urma analizelor A.I.T. și A0-f.e.,(Fig.6.58). Astfel în urma analizei AE, diagrama momentului încovoietor mobilizată în peretele de sprijin oscilează în jurul diagramelor  $M$  obținute prin analizele A.I.T. și A0-f.e.,(Fig.6.58). Efectul

procesului de echivalare la nivelul interfeței asupra valorii maxime a momentului încovoietor prezintă aceleași tendințe de variație (Fig.6.59). Factorul determinant în ceea ce privește valoarea momentului încovoietor maxim mobilizat în peretele de sprijin este modelul constitutiv atribuit pământului. Astfel, prin adoptarea modelului MC, momentul încovoietor maxim obținut este de aprox. 2 ori mai mic decât aceeași valoare obținută prin adoptarea modelului HSM, (Fig.6.58, Fig.6.59).

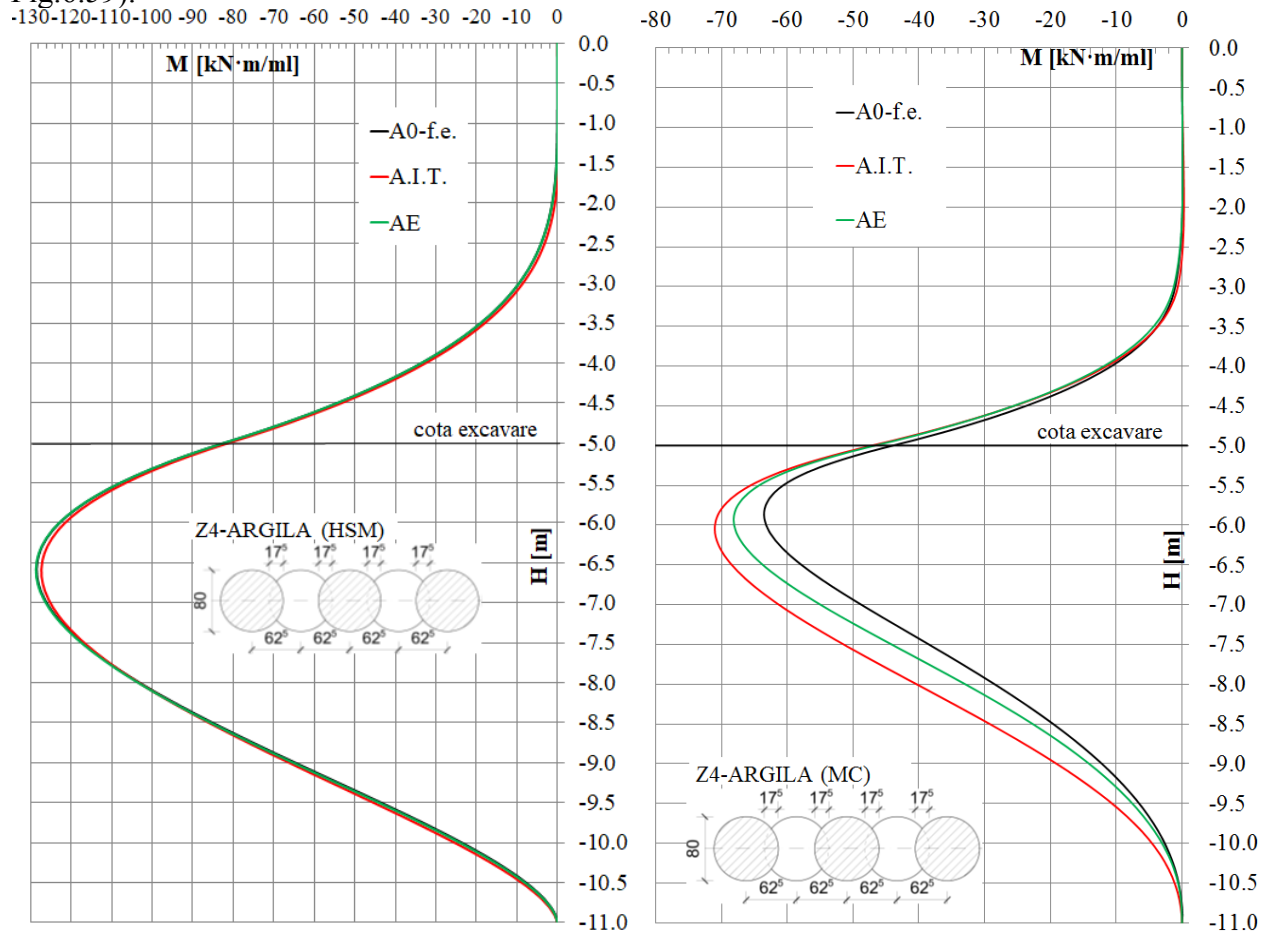


Fig.6.58. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z4 executat în argilă.

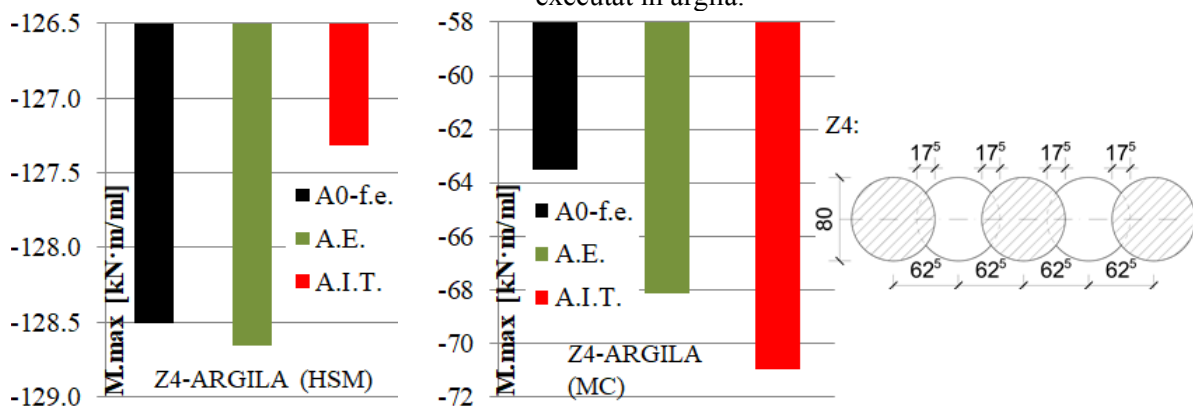
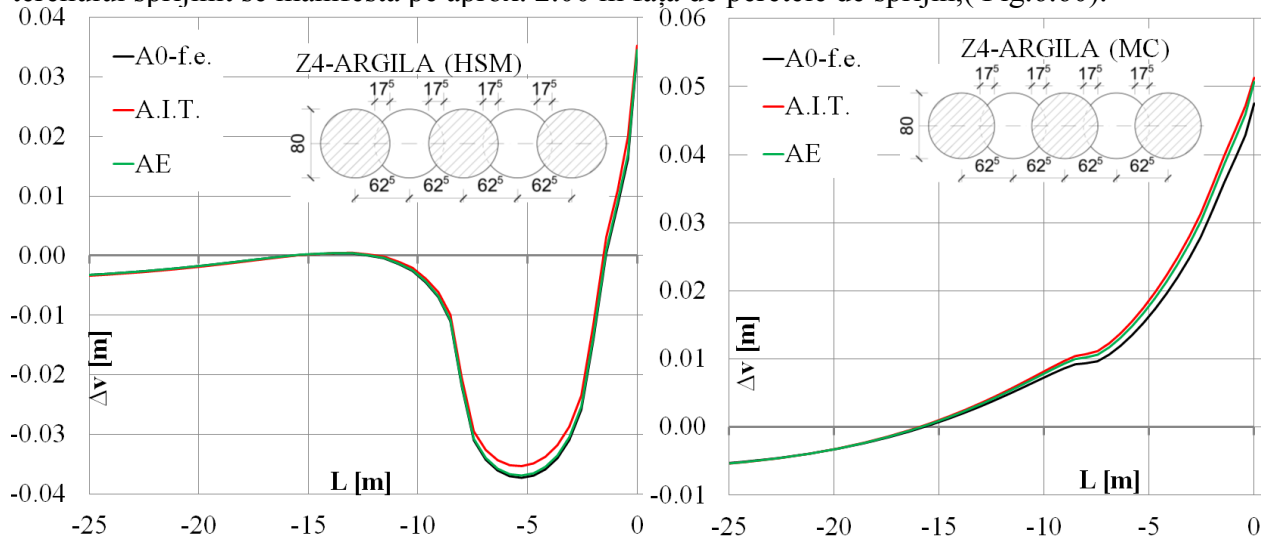


Fig.6.59. Efectul echivalării la nivel de interfață asupra momentului încovoietor din peretele Z4 executat în argilă.

Diagrama de tasare a suprafeței terenului sprijinit nu prezintă diferențe majore între analizele AE și A0-f.e. (Fig.6.60). Astfel indiferent de modelul constitutiv utilizat, diagrama de tasare a suprafeței terenului obținută în urma analizei AE este ușor superioară față de diagrama obținută prin analiza A0-f.e. și ușor inferioară în raport cu rezultatele obținute prin analiza A.I.T.,(Fig.6.60). Factorul predominant care determină o diferențiere clară a răspunsului mecanic estimat, este modelul constitutiv adoptat în vederea modelării comportării mecanice a pământului. Astfel, rezultatele obținute indică faptul că, utilizarea modelului MC are drept efect inducerea eronată a unei umflări a suprafeței terenului sprijinit pe o distanță de aprox. 15.00 m față de peretele de sprijin. În cazul adoptării modelului HSM aceste umflări ale suprafeței terenului sprijinit se manifestă pe aprox. 2.00 m față de peretele de sprijin,( Fig.6.60).



**Fig.6.60.** Efectul echivalării la nivel de interfață asupra deplasării suprafeței terenului sprijinit de peretele Z4 executat în argilă.

## 6.2.4. Concluzii și recomandări

S-a investigat efectul echivalării plane a parametrilor elementelor de interfață prin care se modelează interacțiunea pământului cu peretele din piloți asupra răspunsului mecanic global estimat. Astfel s-au realizat investigații numerice ce constă în multiple analize parametrice. S-a investigat efectul metodei propuse de echivalare la nivelul suprafeței laterale a 4 tipuri de pereți din piloți: 2 pereți din piloți cu interspații (Z1 și Z2) și 2 pereți din piloți secanți (Z3 și Z4). S-au investigat situațiile aferente execuției pereților de sprijin într-un teren uni-stratificat alcătuit din nisip sau din argilă. Comportarea mecanică a pământului a fost simulată prin utilizarea modelelor constitutive MC și HSM. Au mai fost realizate analize numerice aferente situației conform căreia, la nivelul suprafeței laterale a peretelui de sprijin se consideră o suprafață de contact plană de tip beton-pământ (A0-f.e.), respectiv aferente situației în care nu se consideră o interacțiune parțială la nivelul contactului dintre pământ și peretele de sprijin (A.I.T.).

Conform metodei de echivalare propuse, în funcție de configurația geometrică a peretelui din piloți și de parametrii pământului, rezultă faptul că parametrii interfeței plane echivalente sunt superiori parametrilor de interacțiune ce descriu un contact plan de tip pământ-beton. În consecință, prin adoptarea echivalării plane la nivelul interfeței, se amplifică capacitatea de interacțiune și de transfer mecanic dintre pământ și perete în raport cu situația unui contact plan

de tip beton-pământ. Altfel spus, prin echivalarea plană a interfeței, lunecarea relativă (deplasarea tangențială relativă) la nivelul contactului dintre peretele de sprijin și pământul înconjurător scade în raport cu lunecarea relativă ce se mobilizează în cazul contactului pământ-beton. Reducerea lunecărilor relative la nivelul contactului peretelui cu pământul se datorează valorilor superioare ale parametrilor de rezistență și de deformabilitate ai interfeței echivalate geometric în raport parametrii ce descrie contactul simplu pământ-beton.

Efectul acestor factori induși prin procesul de echivalare al interfeței se va evidenția asupra solicitărilor și deformației mobilizate în peretele de sprijin, respectiv asupra stării de tensiuni și de deformații mobilizată în masivul de pământ sprijinit. În ceea ce privește deplasarea orizontală a pereților de sprijin, echivalarea la nivelul interfeței generează în mod cert o reducere a deformațiilor raportate la analiza ce consideră o interacțiune plană de tip beton-pământ (A0-f.e.). Pe de altă parte deplasările obținute din analizele aferente adoptării echivalării la nivelul interfeței, vor fi în mod cert superioare deplasărilor obținute din analiza care nu consideră interacțiunea parțială la nivelul contactului peretelui cu pământul (A.I.T.). Aceste observații sunt general valabile, fiind evidențiate indiferent de tipul peretelui analizat, indiferent de tipul pământului (nisip sau argilă) și indiferent de modelul constitutiv asociat pământului (MC sau HSM). Diferențele înregistrate între analiza cu interacțiune parțială fără echivalare (A0-f.e.), analizele care consideră interacțiunea parțială cu adoptarea procedurii propus de echivalare (A1...A9, AE) și analiza care prin care nu se consideră interacțiunea parțială la nivelul contactului perete-pământ (A.I.T.) sunt influențate de tipul pământului (nisip / argilă), modelul constitutiv utilizat (HSM / MC), tipul peretelui din piloți (cu interspații / secanți) și rigiditatea peretelui de sprijin (piloți de 600 mm / piloți de 800 mm). În cazul pereților din piloți cu interspații, variația parametrilor geometrici de echivalare ( $\theta_1, \eta$ ), generează anumite variații ale deformației peretelui de piloți dar fără o tendință clară de influență. În ceea ce privește răspunsului mecanic global estimat prin analizele numerice, se poate spune că efectul variației parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  se suprapune peste efectul dat de tipul și modelul constitutiv al pământului, cât și peste efectul dat de rigiditatea peretelui de piloți.

Echivalarea la nivelul interfeței va genera variații nesemnificative asupra momentului încovoietor mobilizat în elementele liniare prin care se simulează comportarea peretelui de sprijin. Procesul de echivalare plană la nivelul suprafeței de contact se concretizează prin modificarea parametrilor elementelor de interfață din cadrul domeniului de analiză. În funcție de parametrii elementelor de interfață, respectiv de tipul și modelul constitutiv asociat pământului, dar și în funcție de rigiditatea peretelui de sprijin, se va obține transferul mecanic biunivoc la nivelul contactului peretelui cu pământul, respectiv redistribuirea de tensiuni în zona pământului aflat în contact cu peretele. Toate aceste aspecte concură într-o manieră interdependentă la determinarea formei deformată a peretelui de sprijin. Forma deformată a peretelui de sprijin, va genera mobilizarea momentului încovoietor de-a lungul elementului structural (în funcție de curbura acestuia). În concluzie curbura elementului liniar, respectiv momentul încovoietor mobilizat va rezulta în urma unei asocieri de factori în interdependență (parametrii elemente de interfață, tip și model constitutiv al pământului, etc.). Calibrarea parametrilor elementelor de interfață conform procedurii propuse, are drept efect, variații (oscilații) nesemnificative ale valorii momentului încovoietor maxim în jurul valorilor aferente obținute prin analizele A.I.T. și A0-f.e. Astfel, adoptând procedeele de echivalare la nivelul unei interfețe plane, marja de oscilație a valorii maxime a momentului încovoietor mobilizat în peretele de sprijin este de  $\pm 10kN\cdot m/ml$  față de valoarea aferentă determinată prin analiza A0-f.e. În cazul pereților de

sprijin din piloți cu interspații, variația parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$ , poate conduce în anumite situații la obținerea unor momente încovoietoare maxime care ies din palierul de variație generat de analizele A.I.T. și A0-f.e..

Un alt aspect important și necesar de determinat în cazul excavațiilor adânci este determinarea profilului de tasare a suprafeței terenului din vecinătatea excavației. Modul în care suprafața terenului se deformează în vecinătatea peretelui de sprijin este influențată în mod decisiv de modelul constitutiv adoptat în vederea modelării comportării mecanice a pământului și de modul în care se abordează interacțiunea teren – perete de sprijin. În situația în care se consideră o interacțiune plană de tip beton-pământ la nivelul contactului peretelui cu pământul (A0-f.e.), se obțin tasări maxime ale suprafeței terenului sprijinit. Pe de altă parte, considerarea lipsei interacțiunii parțiale dintre pământ și perete (A.I.T.) ,conduce la obținerea unor tasări minime ale suprafeței terenului, respectiv la apariția unor umflări nerealiste ale suprafeței terenului în zona de proximă vecinătate cu peretele de sprijin. Aceste umflări derivă din faptul că deplasările nodurilor elementului liniar sunt comune cu deplasările nodurilor elementelor plane învecinate. Detensionarea pământului generată de simularea excavației prin analiza în stadii de lucru, se va transmite peretelui de sprijin, care va înregistra o ușoară ridicare. Întrucât nu se admit lunecări relative la nivelul contactului peretelui cu pământul, suprafața terenului va înregistra o anumită umflare în vecinătatea peretelui de sprijin. În concluzie, analizele care admit aplicarea procesului de echivalare geometrică la nivelul interfeței, generează profile ale tasării suprafeței terenului sprijinit ușor inferioare față de profilul de tasare obținut prin analiza A0-f.e. și net superioare față de profilul de tasare obținut prin analiza A.I.T.. Altfel spus, echivalarea la nivelul interfeței și implicit, creșterea capacității de transfer mecanic la nivelul suprafeței de contact are drept efect o ușoară reduce a tasării suprafeței terenului sprijinit.

Un alt aspect ce trebuie punctat, este importanța covârșitoare a modelului constitutiv atribuit pământului în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat prin intermediul MEF. Utilizarea parametrică în paralel a modelului HSM și MC denotă diferențe mari între răspunsul mecanic estimat în problema excavațiilor sprijinite prin pereți din piloți. Conform rezultatelor obținute, modelul MC prezintă dificultăți în ceea ce privește capacitatea de estimare, în mod realist, a deformațiilor orizontale a peretelui de sprijin (alura formei deformate), cât și a deformației verticale a masivului de teren sprijinit (profilul de tasare a terenului). Pe lângă aceste impedimente majore, prin utilizarea modelului MC se obțin valori mult inferioare ale deplasărilor orizontale a peretelui de sprijin cât și ale momentelor încovoietoare din peretele de sprijin față de estimările generate prin utilizarea modelului HSM.

În consecință factorul predominant privind răspunsul mecanic estimat prin metoda numerică este modelul constitutiv asociat comportării mecanice a pământului. Calibrarea parametrilor elementelor de interfață prin metoda de echivalare propusă aduce un plus privind rafinarea răspunsului mecanic estimat.

Se recomandă astfel o analiză atentă o situațiilor aferente modelării pereților de sprijin din piloți. Adoptarea procedurii de echivalare la nivelul suprafeței de contact aduce un plus și o rafinare a capacității de estimare a răspunsului mecanic doar dacă comportarea mecanică a elementelor plane / a pământului, este modelată adecvat prin intermediul unui model constitutiv bine calibrat cu capacități corespunzătoare, specifice comportării neliniare a pământurilor. În consecință, rafinarea unui răspuns mecanic estimat eronat (nerealist) nu conduce la obținerea unor rezultate relevante în ceea ce privește dimensionarea unei structuri geotehnice sau a determinării deformațiilor unor obiective de interes din vecinătatea unei lucrări geo-ingineresti.

În concluzie, adoptarea abordării propuse prin care se echivalează geometric, parametrii suprafeței de contact dintre peretele de piloți și pământ, crește capabilitatea și exactitatea estimării numerice a răspunsului mecanic doar în condițiile în care comportarea pământului este simulată corespunzător, prin intermediul unui model constitutiv adecvat. În lipsa cunoștințelor necesare calibrării adecvate a unui model constitutiv specializat în modelarea comportării mecanice a pământurilor (model nelinier), echivalarea la nivelul suprafeței de contact dintre pământ și peretele din piloți nu se justifică întrucât nu aduce îmbunătățiri semnificative din punct de vedere al exactității rezultatelor estimate.

### 6.2.5. Direcții viitoare de dezvoltare a problemei interacțiunii perete de sprijin din piloți-pământ.

Modelele propuse în vederea echivalării interfeței dintre pământ și peretele de piloți la o interfață plană sunt construite pe baza unor ipoteze asumate. Aceste ipoteze limitează într-o oarecare măsură această procedură de echivalare geometrică. În continuare se vor formula principiile generale pe baza cărora se pot formula modele de echivalare generale, fără necesitatea adoptării anumitor ipoteze.

Considerând o comportare tangențială la nivelul suprafeței de contact ( $\tau - \delta_t$ ) definită printr-o funcție de tipul  $\tau(\delta_t, \sigma_n)$ , echivalarea comportării interfeței reale la interfața echivalentă plană se va face pornind de la ipoteza că răspunsul mecanic al interfeței reale și al interfeței echivalente trebuie să fie identic pentru aceeași deplasare relativă tangențială  $\delta_t$ .

În cazul pereților din piloți secanți, considerând că, lunecarea se produce după o suprafață  $I1$  definită de suprafața laterală a piloților (Fig.6.61-a), echivalarea comportării interfeței ( $I1$ ) la o interfață echivalentă plană ( $Ie$ ) se poate face astfel:

$$\tau_e(\delta_t, \sigma_n) = \frac{S_1}{l1} \cdot \tau_1(\delta_t, \sigma_n) \quad (6.153)$$

În cazul pereților din piloți cu interspații, considerând că lunecarea se produce parțial după o suprafață  $I1$  și parțial după o suprafață  $I2$ , (Fig.6.61-b) echivalarea comportării interfețelor  $I1$  și  $I2$  la o interfață echivalentă plană ( $Ie$ ) se poate face astfel:

$$\tau_e(\delta_t, \sigma_n) = \frac{S_1}{l1+l2} \cdot \tau_1(\delta_t, \sigma_n) + \frac{S_2}{l1+l2} \cdot \tau_2(\delta_t, \sigma_n) \quad (6.154)$$

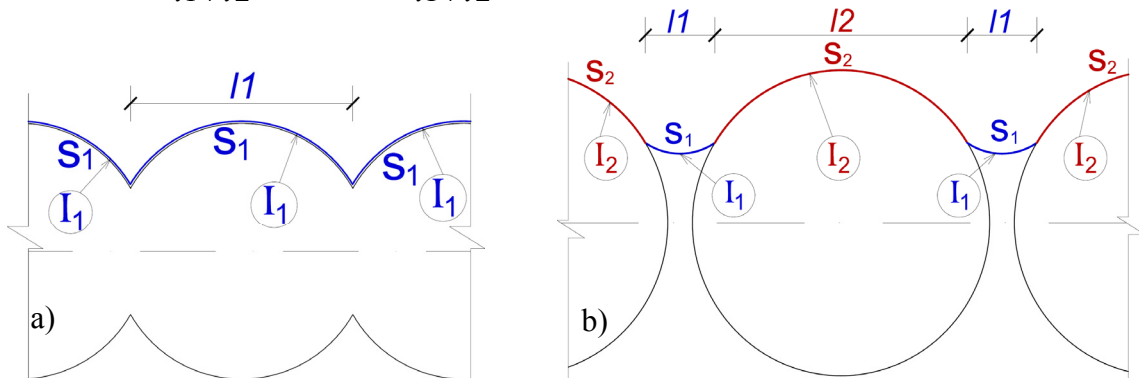


Fig.6.61. Configurație geometrică interfață perete din piloți secanți (a) și din piloți cu interspații (b).

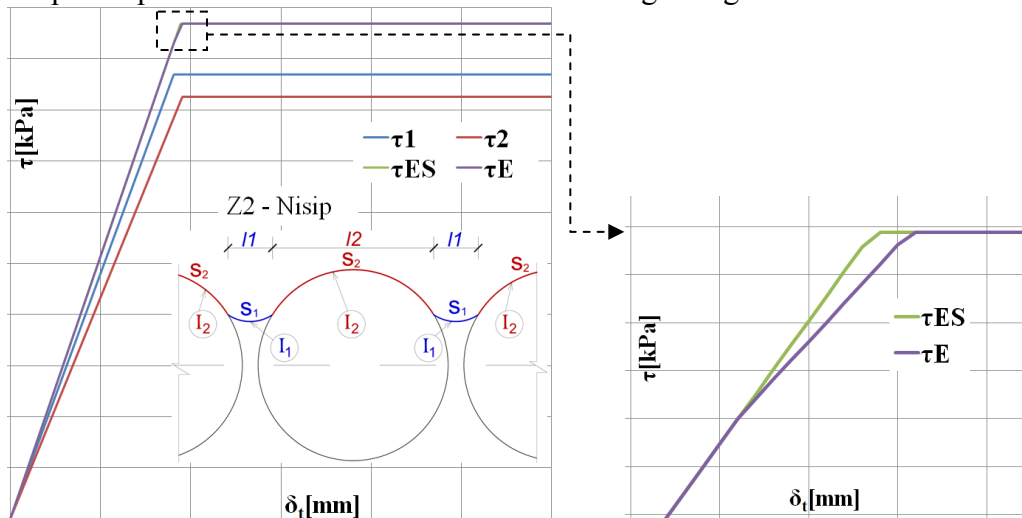


Această abordare admite o multitudinea de variațiuni ale formulării, întrucât printr-o formulare matematică eficientă se pot implementa efecte multiple ce pot influența mecanismul de interacțiune (efectul concentrărilor de tensiuni  $\sigma_n$ , ecrisarea pozitivă/negativă, efectul tehnologiei de execuție al piloților asupra terenului învecinat piloților, etc.)

Adoptând o astfel de abordare indiferent de comportarea tangențială atribuită interfețelor real mobilizate (I1, I2 - Fig.6.61), interacțiunea tangențială se poate echivala la o interfață plană. Astfel se pot echivala interfețe cu comportare tangențială neliniară, definite în cadrul funcțiilor  $\tau_{1,2}(\delta_t, \sigma_n)$ .

Analizele anterior realizate, au admis ipoteza conform căreia comportarea tangențială a tuturor interfețelor (interfețe reale și interfață echivalentă) este de tip linear elastică – perfect plastică. Adoptând formularea generală (ecuația 6.154), dacă vom considera că doar interfețele reale au o comportare tangențială de tip linear elastică perfect plastică va rezulta că la nivelul interfeței echivalente, comportarea tangențială admite anumite aspecte neliniare. Astfel considerând cazul peretelui de piloți (800 mm) cu interspații - Z2 (Fig.6.19) executat în nisip sau argilă (Tabel 6.2), se va evidenția comportarea tangențială la lunecare a interfeței plane rezultate din echivalarea definită conform ecuației 6.154 -  $\tau E$  și conform modelului 2 de echivalare a interfeței pereților din piloți cu interspații (6.2.2.1.2), -  $\tau ES$ . Parametrii geometrici ai modelului de echivalare sunt :  $s_1 = 20.72\text{cm}$ ,  $s_2 = 83.776\text{cm}$ ,  $l_1 = 20.71\text{cm}$ ,  $l_2 = 69.28\text{cm}$ , (Fig.6.61-b).

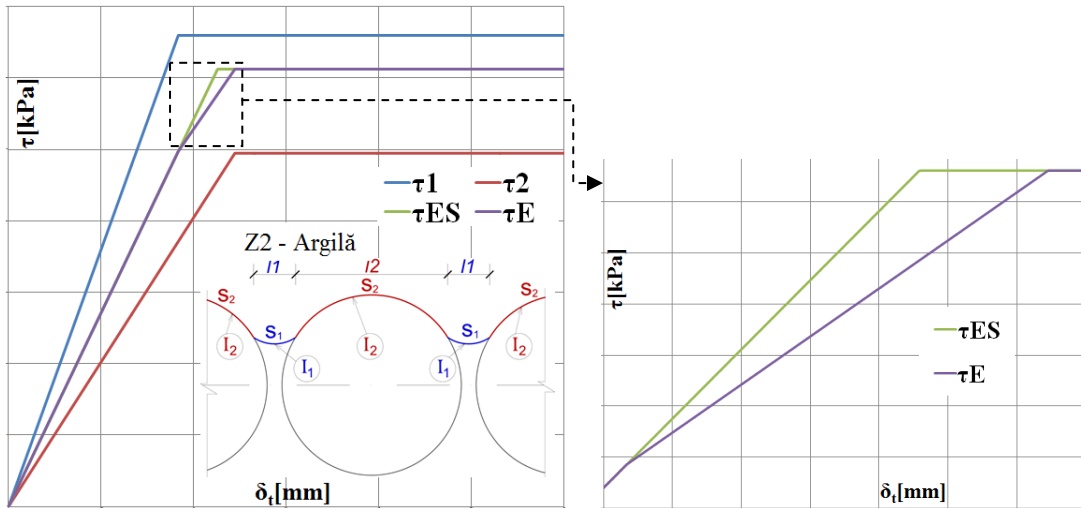
Considerând peretele Z2 executat în nisip, interfața I1 se formează la contactul pământ-pământ, iar interfața I2 se formează la contactul pământ-beton, (Tabel 6.2;  $R_{\text{inter}2}=0.95$ ) comportarea la lunecare a interfeței echivalente conform ecuației 6.154 -  $\tau E$ , denotă o ușoară tendință de neliniaritate (Fig.6.62). Modelul 2 de echivalare (6.2.2.1.2) a interfeței admite o comportare unitară de tip linear elastică a tuturor interfețelor implicate în procesul de echivalare. În consecință comportarea  $\tau ES$  are un caracter pur linear elastic perfect plastic, (Fig.6.62). În ceea ce privește diferențele  $\tau E$  față de  $\tau ES$ , în cazul de față sunt ne semnificative, iar efectul acestora asupra răspunsului mecanic estimat al sistemului geo-ingineresc este ne semnificativ.



**Fig.6.62.** Comportarea tangențială ( $\tau - \delta_t$ ) interfețe perete Z2 executat în nisip.

În cazul în care considerăm peretele Z2 executat în argilă iar interfața I1 se formează la contactul pământ-pământ, respectiv interfața I2 se formează la contactul pământ-beton, (Tabel 6.2- $R_{\text{inter}2}=0.75$ ) comportarea la lunecare a interfeței echivalente conform ecuației 6.154 -  $\tau E$ ,

denotă aspecte sesizabile de neliniaritate (Fig.6.63). Modelul 2 de echivalare (6.2.2.1.2) a interfeței admite o comportare unitară de tip liniar elastică a tuturor interfețelor implicate în procesul de echivalare. În consecință comportarea  $\tau ES$  are un caracter pur liniar elastic perfect plastic, (Fig.6.63). În ceea ce privește diferențele  $\tau E$  față de  $\tau ES$ , sunt necesare analize prin care să se adopte o comportare la lunecare a interfeței echivalente, neliniară în vederea cuantificării efectului neliniarității interacțiunii tangențiale perete-pământ asupra răspunsului mecanic estimat. Investigarea acestor aspecte, cât și dezvoltarea de modele avansate de interacțiune la nivelul pământului cu pereții de sprijin executați din piloți reprezintă o direcție viitoare de cercetare.



**Fig.6.63.** Comportarea tangențială ( $\tau - \delta_t$ ) interfețe perete Z2 executat în argilă.

Dezvoltarea unor modele avansate de interacțiune la lunecare în ceea ce privește contactul dintre suprafața laterală a pereților din piloți și pământul înconjurător, implică acordarea unei atenții speciale modului în care se mobilizează tensiunea normală ( $\sigma_n$ ) pe configurația suprafeței de contact reală : I1 și I2, (Fig.6.61). În acest sens, trebuie evaluate zonele de concentrări locale de tensiuni, magnitudinea vârfurilor locale de variație, cât și mecanismul prin care se mobilizează prismul (pana) de pământ încleștat (împănăt) dintre doi piloți învecinați. De asemenea trebuie investigat în ce măsură concentrările locale de tensiuni  $\sigma_n$  influențează comportarea suprafeței de contact la lunecare, respectiv prin ce metode se pot lua în considerare aceste aspecte în cadrul procedurii de echivalare plană și implicit în cadrul analizelor numerice în starea plană de deformării (2D-MEF). Toate aceste investigații implică analize numerice 3D cât și investigații experimentale și reprezintă, de asemenea, o direcție principală de cercetare a interacțiunii pereților din piloți cu pământul înconjurător.

Un alt aspect care necesită investigat este efectul tehnologiei de execuție asupra modului de interacțiune la nivelul contactului pereților de piloți cu pământul. Tehnologia de execuție a piloților implică denaturarea sau perturbarea într-o oarecare măsură a pământului din proxima vecinătate a piloților. Această "perturbare" locală a pământului implică modificarea proprietăților mecanice și implicit afectează modul de interacțiune teren-structură la nivelul suprafeței de contact. În consecință, cuantificarea efectului tehnologiei de execuție asupra modului de interacțiune perete din piloți – pământ reprezintă o altă direcție viitoare de investigație.

## CAP. 7. CONSIDERAȚII FINALE

### 7.1. Concluzii finale

În ultimii ani, s-a manifestat o preocupare susținută în vederea cercetării și modelării interacțiunii la nivelul suprafețelor de contact dintre structurile geo-ingineresti și masivul de pământ. Lucrarea se înscrie în această tendință manifestată pe plan internațional cu privire la dezvoltarea unor tehnici computaționale avansate ce permit abordarea ”problemelor de contact”, dezvoltând totodată modele constitutive avansate integrate metodei elementelor finite în starea plană de deformării (MEF) pentru problemele practice din cadrul domeniului ingineriei geotehnice. Prezentarea detaliată a modurilor prin care se poate aborda modelarea suprafeței de contact în cadrul analizelor numerice (MEF), prezentarea detaliată a rezultatelor obținute în urma programelor experimentale realizate, cât și prezentarea detaliată a modelelor constitutive existente compatibile cu comportarea mecanică la nivelul suprafețelor de contact, concurează la realizarea vederii de ansamblu a acestei probleme, respectiv la înțelegerea contextului, la zi, pe plan național și internațional privind modelarea suprafețelor de contact. În ceea ce privește modelarea interacțiunii prin analize numerice ce implică probleme din practica curentă din ingineria geotehnică, s-a adoptat modelarea interacțiunii într-o manieră care admite simularea adecvată a comportării mecanice, ce implică un număr minim de parametri necesari calibrării și care conferă un anumit grad de stabilitate și siguranța răspunsului mecanic estimat.

În vederea cuantificării efectului generat de modul în care se tratează comportarea la nivelul interfeței asupra răspunsului mecanic estimat al lucrărilor geo-ingineresti, s-au realizat analize numerice parametrice și de sensibilitate în starea plană de deformării utilizând MEF cu formulare în deplasări. În analizele numerice s-a folosit un program de analiză MEF specializat în problemele de inginerie geotehnică și anume PLAXIS, [A.16], [A.17], [A.18]. Argumentele care stau la baza adoptării programului PLAXIS în vederea analizelor realizate, sunt validarea internațională incontestabilă a acestui program și disponibilitatea unor modele constitutive specifice comportării pământurilor (MC, HSM), formulate în concordanță cu principiile mecanicii pământurilor. Interacțiunea teren-structură s-a modelat prin intermediul elementelor de interfață izoparametrice cu grosime nulă, care sunt formulate pe baza deplasărilor relative (tangențiale și normale) mobilizate între perechile de noduri concurente prin care se flanchează suprafața de contact. Exprimarea deplasărilor relative, în funcție de deplasările nodale permite integrarea elementelor de interfață cu grosime nulă în cadrul formulării numerice globale a MEF în starea plană de deformării. Compatibilitatea elementelor plane cu elementele de interfață și cu elementele liniare se realizează prin admiterea unui număr identic de noduri de pe o față a elementului plan cu numărul de noduri ale elementului liniar și cu numărul de perechi de noduri ale elementului de interfață. În ceea ce privește comportarea elasto-plastică a elementelor de interfață, acest aspect este guvernat de modele constitutive specifice:

- Comportarea tangențială : liniar elastică perfect plastică cu sau fără rezistență reziduală.
- Comportarea normală : liniar elastică cu limitarea tensiunilor de întindere (T.C.O.).

În ceea ce privește neliniaritatea comportării tangențiale a interfeței (lunecarea la nivelul suprafeței de contact), cât și evitarea supraevaluării capacității de transfer mecanic, s-a adoptat

modelul liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală la lunecare denumit generic ca model cu "ecruisare instantanee".

*Capitolul 2 : Stadiul actual al cercetărilor în domeniu privind modelarea interacțiunii –* evidențiază cercetările actuale în ceea ce privește modalitățile de modelare a interacțiunii la nivelul suprafeței de contact în cadrul analizelor numerice utilizând MEF. Astfel este realizată o descriere detaliată privind modelarea suprafeței de contact prin diferite metode de abordare:

- prin intermediul elementelor finite plane clasice,
- utilizând metode hibride de interconectare a două regiuni prin aplicarea unor ecuații de compatibilitate și constrângere a deplasărilor și forțelor nodale aferente suprafeței de separație,
- prin intermediul elementelor discrete de legătură de tip resorturi,
- prin intermediul elementelor specifice de interfață cu grosime nulă, sau virtuală,
- prin intermediul elementelor specifice de interfață cu grosime finită (elemente subțiri).

Prezentarea succesivă și detaliată relevă din punct de vedere cronologic principiile care stau la baza modelării numerice a comportării suprafețelor de contact, cât și evoluția și dezvoltarea modului în care se abordează modelarea numerică interfeței. În ceea ce privește familia de elemente de interfață cu grosime nulă se poate observa evoluția și amplificarea performanței numerice ale acestora de-a lungul timpului, de la element cu 4 noduri formulat în sistem local de coordonate la element izoparametric cu 10 noduri. Pe lângă acest lucru, se evidențiază capabilitățile dar și limitările modalităților existente de modelare a interfeței. În ceea ce privește elementele de interfață cu grosime nulă este evidențiată superioritatea numerică a schemei de integrare Newton-Cotes, în ceea ce privește reducerea fenomenului de oscilații parazitare ale tensiunilor mobilizate la nivelul elementelor de interfață ("zgomot numeric").

Descrierea detaliată a acestor modalități conferă o vedere de ansamblu, în ceea ce privește capabilitățile procedurilor numerice prin care se poate aborda modelarea și simularea discontinuităților din cadrul unui domeniu de analiză privit în ansamblu ca un solid deformabil.

*Capitolul 3 : Investigații experimentale privind comportarea la nivel de interfață–* evidențiază rezultatele și concluziile aferente comportării mecanice la nivelul suprafeței de contact ca urmare a studiilor experimentale realizate de-a lungul timpului de comunitatea științifică internațională. În funcție de solicitări, comportarea la nivelul unei suprafețe de contact poate descrie anumite moduri specifice de deformare :

- adeziune,
- lunecare,
- separare sau dezlipire,
- alipire sau închiderea separării.

În ceea ce privește aplicațiile de inginerie geotehnică, la nivelul suprafeței de contact, lunecarea reprezintă modul predominant de deformare cu consecințele majore în cadrul răspunsului mecanic aferent structurii geotehnice aflate în contact cu masivul de pământ. În consecință, sunt prezentate în detaliu rezultatele experimentale obținute în urma încercării de forfecare directă la nivelul suprafeței de contact dintre diverse tipuri de pământ și diverse tipuri de suprafețe. Astfel în urma condițiilor de margine impuse încercării de forfecare la nivelul interfeței, se surprinde comportarea tangențială și normală la nivelul suprafeței de contact. Se poate admite în mod unitar că rezistența la lunecare la nivelul interfeței se poate descrie printr-o lege de tip Mohr-Coulomb în funcție de unghiul de frecare, adeziunea și unghiul de dilatanță mobilizat la nivelul suprafeței de contact. Parametrii de rezistență la nivelul interfeței se exprimă

ca fracțiuni din parametrii de rezistență a pământului. Ponderea parametrilor de rezistență a interfeței din parametrii de rezistență a pământului sunt direct influențați de tipul pământului (granulometrie, coeziv/necoeziv) și de tipul suprafeței de contact (mărimea și forma asperităților, rugozitate, etc.). Principial, rezultatele experimentale relevă faptul că odată cu creșterea rugozității, are loc o creștere a parametrilor de rezistență a interfeței.

Un alt aspect evidențiat, este neliniaritatea dintre tensiunile tangențiale și deplasările relative tangențiale,  $(\tau-\delta_t)$ . Deși se poate admite simplificat o comportare la lunecare de tip liniar elastic perfect plastică, trebuie menționat faptul că experimentele numerice relevă tendințe de neliniaritate  $\tau-\delta_t$  ce pot fi descrise printr-o comportare cu ecrisare pozitivă și/sau negativă și care evidențiază existența unei rezistențe la lunecare de vârf și a unei rezistențe reziduale. Un alt aspect ce influențează comportarea la nivelul suprafeței de contact este grosimea benzii de forfecare. Banda de forfecare se mobilizează în masa pământului din imediata vecinătate a suprafeței de contact iar grosimea acesteia variază în funcție de granulometria pământului și rugozitatea suprafeței de contact între  $1 \cdot d_{50}$  și  $12 \cdot d_{50}$ . Grosimea benzii de forfecare generează proprietățile estice de deformabilitate ale interfeței. Reducerea grosimii benzii de forfecare generează o cedare la lunecare la deplasări relative reduse, respectiv creșterea grosimii benzii de forfecare are drept efect cedarea la lunecare la deplasări relative accentuate.

În urma rezultatelor programelor experimentale se poate concluziona faptul că interacțiunea la nivelul contactului pământului cu structura geotehnică este condiționată de parametrii pământului, rugozitatea suprafeței de contact și parametrii materialului din care este realizat elementul structural.

*Capitolul 4 : Modele constitutive compatibile cu comportarea interfeței*– prezintă detaliat formularea modelelor constitutive existente ce pot fi adoptate în vederea simulării comportării mecanice la nivelul suprafeței de contact. Sunt prezentate atât modelele ce descriu comportarea normală, cât și modelele ce descriu comportarea tangențială, fiind punctate avantajele și dezavantajele aferente fiecărui model. Trebuie punctat faptul că modelele actuale, evolute, prezintă capabilități ridicate în ceea ce privește modelarea fidelă a comportării neliniare ce implică cuplajul complex a comportării normale în raport cu comportarea tangențială. Marele dezavantaj a acestor modele evolute îl reprezintă multitudinea de parametrii necesari calibrării, care sunt de multe ori imposibil de determinat în cadrul analizelor uzuale din cadrul ingineriei geotehnice. Astfel, cea mai pragmatică abordare se regăsește în adoptarea modelului de tip liniar elastic perfect plastic cu criteriul de cedare Mohr-Coulomb la lunecare combinat cu criteriului de limitare a tensiunilor la întindere (T.C.O.), în formulare elasto-plastică.

Adițional se prezintă detaliat capabilitățile de modelare a solidului deformabil (pământul), a elementelor structurale liniare și a modalităților de modelare a suprafeței de contact prin intermediul elementelor de interfață cu grosime nulă, conferite de programul PLAXIS ([A.16], [A.17], [A.18]). Astfel se expune conceptul și procedura de transfer a proprietăților de deformabilitate și de rezistență ale elementelor de interfață de la proprietățile pământului, prin intermediul factorului de reducere la nivelul interfeței,  $R_{inter}$ . Întregul procedeu este exemplificat pentru situațiile aferente modelării comportării pământului prin intermediul modelului constitutiv liniar elastic – perfect plastic Mohr-Coulomb (MC), prin intermediul modelului constitutiv Cam-Clay modificat și prin intermediul modelului constitutiv hiperbolic cu dublă ecrisare ”Hardening Soil Model” (HSM).

*Capitolul 5 : Interacțiunea teren structură în probleme ingineresti*– prezintă studii numerice parametrice prin care se evidențiază efectul generat de modul în care se realizează interacțiunea pământ-structură geotehnică, asupra răspunsului mecanic estimat aferent lucrărilor

de inginerie geotehnică. Se propune adoptarea la nivelul interfeței a unei comportări de tip liniar elastice perfect plastice cu rezistență reziduală la lunecare. Adoptarea unei astfel de comportări survine ca urmare a diferențierii dintre comportarea estimată prin modelul liniar elastic și comportarea reală relevată în urma programelor experimentale. Comportarea reală exercită un caracter neliniar prin prisma mobilizării rezistenței la vârf și rezistenței reziduale la lunecare. În acest sens modelul liniar elastic perfect plastic fără rezistență reziduală la lunecare admite o supraestimare a capacității de transfer mecanic pământ-structură pe domeniul post elastic de comportare. Consecințele acestui fapt, nu conduc la adoptarea unei abordări prudente necesare în cadrul analizelor problemelor de inginerie geotehnică. Prin adoptarea unei comportări a interfeței de tip liniar elastice perfect plastice cu rezistență reziduală la lunecare (model cu ecrusare instantanee), pe lângă eliminarea supraestimării capacității de transfer mecanic la nivelul interfeței, se induce o ușoară subestimare a capacității de transfer, fapt ce conferă un caracter de prudență modelării numerice a fenomenului mecanic asociat. Acest efect este în concordanță cu principiile de abordare a problemelor de inginerie geotehnică.

Evaluarea performanței modelului cu rezistență reziduală este investigat prin intermediul analizelor numerice a modelului Hird modificat, propus în această lucrare, (Hird-Chiorean). Formularea analitică a modelului Hird a fost modificată în vederea simulării comportării liniar elastice perfect plastice cu rezistență reziduală la lunecare a interfeței. Analizele parametrice realizate, atât cu modelul analitic Hird modificat, (Hird-Chiorean), cât și prin modelări numerice, indică o amplificare a zonelor de plasticizare mobilizare la nivelul suprafeței de contact odată cu amplificare diferenței dintre rezistența la lunecare de vârf și reziduală. Este astfel confirmată modalitatea de control (de calibrare) a capacității mecanismului de transfer mecanic pământ – structură prin intermediul unei calibrări adecvate a modelului de comportare propus, ( $\alpha_\tau = R_{inter.rez} / R_{inter}$ ).

O altă problemă investigată prin analize parametrice se referă la situațiile aferente pământului ranforsat. S-a analizat problema interacțiunii la nivelul unui element prefabricat utilizat în cadrul sistemelor de sprijin din pământ armat. Aceste situații, aferente ranforsării masei de pământ, reprezintă probleme complexe ce implică interacțiunea pământ-structură la nivel multiplu. Modelarea numerică a unui astfel de sistem s-a demonstrat a fi o problemă sensibilă la o serie de elemente necesare în construirea și definirea domeniului de analiză. În urma analizelor parametrice a unei ”celule de ranforsare”, se demonstrează faptul că gradul de finețe al discretizării joacă un rol determinant asupra răspunsului mecanic estimat. Astfel se observă o interdependență între gradul de finețe al discretizării și răspunsul mecanic estimat, fapt ce indică o problemă de tip ”mesh dependent”.

Un alt aspect investigat este modul în care răspunsul mecanic estimat este influențat de modalitatea prin care se modelează anumite zone de interes din cadrul domeniului de analiză. Acest aspect se dovedește a fi relevant doar în cazul în care se urmărește determinarea răspunsului mecanic local definit de modul de concentrare a tensiunilor în zonele problematice din vecinătatea punctelor de îmbinare a elementelor structurale. În ceea ce privește răspunsul mecanic global definit de solicitările structurale mobilizate în elementele de ranforsare, modul prin care se modelează punctele de îmbinare, nu aduce după sine variații semnificative.

Studiul parametric realizat, urmărește cuantificarea efectului capacității mecanismului de transfer mecanic pământ-structură (definit prin parametrii elementelor de interfață) asupra răspunsului mecanic estimat evidențiat prin solicitările mobilizate în elementele structurale și tensiunile mobilizate de-a lungul suprafețelor de contact. În urma rezultatelor analizelor

numerice, se observă că odată cu creșterea parametrilor de rigiditate la nivelul interfeței se generează amplificarea transferului de solicitări de la masa de pământ spre elementele structurale, generându-se amplificarea solicitărilor structurale mobilizate în elementul de parament și elementele de ranforsare. În ceea ce privește rezistența la lunecare a interfeței, se observă că, odată cu creșterea rezistenței la lunecare se realizează o amplificare a mecanismului de transfer a solicitărilor mecanice, de la pământ la elementul structural și implicit se va genera o amplificare a solicitărilor mobilizate în elementul vertical și o diminuare a solicitărilor mobilizate în masivul de pământ ranforsat.

În vederea evitării unei supraestimări a mecanismului de transfer mecanic dintre pământ și structură generată de formularea modelului constitutiv, s-a atribuit elementelor de interfață o comportare liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală (model cu ecrusare "instantanee"). Astfel, odată cu reducerea rezistenței reziduale la lunecare în raport cu rezistența de vârf, se observă o reducere a solicitării axiale mobilizate în elementul vertical de parament și o ușoară accentuare a solicitării axiale mobilizate în elementul de armare. Acest fenomen se datorează unei detensionări locale a elementelor de interfață aflate în domeniul de comportare post elastic, reducându-se intensitatea mecanismului de transfer al tensiunilor tangențiale la nivelul contactului dintre elementul de parament și pământul sprijinit. Astfel, se evită supraestimarea solicitărilor în elementele structurale și subestimarea stării de tensiuni și de deformații ale masei de pământ ranforsat. Prin atribuirea la nivelul interfeței a unei comportări la lunecare de tip liniar elastică perfect plastică cu rezistență reziduală se fac pași înainte privind reducerea diferențelor dintre comportarea reală și comportarea mecanică estimată.

Un alt studiu parametric realizat, urmărește estimarea răspunsului mecanic estimat al unui sistem de sprijin ancorat pe 3 nivele al unei excavații adânci. Datele problemei au fost adoptate conf. H. F. Schweiger [A.168],[A.167]. Analiza parametrică a problemei urmărește surprinderea diferențelor răspunsului mecanic estimat cu considerarea interacțiunii teren structură în diverse variante, în cazul adoptării modelului MC și HSM pentru simularea comportării mecanice a pământului. În conformitate cu rezultatele analizelor realizate, variația capacității mecanismului de transfer mecanic la nivelul contactului pământului cu structura geotehnică, generează variații ale răspunsului mecanic estimat sintetizate astfel:

- diminuarea coeficientului de reducere la nivelul interfeței,  $R_{inter}$ , (diminuarea simultană, dar nu identică, a rezistenței la lunecare și a parametrilor de rigiditate ai interfeței), generează amplificarea deplasărilor laterale și a momentului încovoietor din diafragmă, respectiv, amplificarea tasării terenului sprijinit și a umflării fundului excavației.
- diminuarea parametrilor de rigiditate ai interfeței generează amplificarea deplasărilor laterale ale diafragmei, respectiv, o ușoară amplificare a tasării terenului sprijinit și a umflării fundului excavației.
- diminuarea rezistenței la lunecare la nivelul interfeței (fără considerarea rezistenței reziduale) generează amplificarea deplasărilor laterale și a momentului încovoietor din diafragmă, respectiv, amplificarea tasării terenului sprijinit și a umflării fundului excavației.
- diminuarea rezistenței reziduale la lunecare la nivelul interfeței, generează amplificarea deplasărilor laterale și a momentului încovoietor din diafragmă, respectiv, amplificarea tasării terenului sprijinit și a umflării fundului excavației.

Conform analizelor realizate, se dovedește că factorul predominant în ceea ce privește răspunsul mecanic estimat, este modelul constitutiv adoptat pentru simularea comportării

mecanice a pământului. Adoptarea modelului HSM admite mobilizarea unor deformații și eforturi superioare (în raport cu modelul MC) în elementele structurale, respectiv obținerea unor diagrame de tasări ale suprafeței terenului sprijinit realiste. Pe de altă parte adoptarea modelului MC admite generarea unor diagrame de tasare ale suprafeței terenului sprijinit nerealiste, respectiv obținerea unor umflări ale fundului excavației net superioare în raport cu modelul HSM. În urma analizei rezultatelor obținute se observă superioritatea modelului HSM în raport cu modelul MC în ceea ce privește credibilitatea (realismul) estimării răspunsului mecanic, dar și prin asigurarea unei prudențe a răspunsului mecanic estimat evidențiat prin superioritatea deplasărilor și solicitărilor structurale estimate.

În consecință, o estimare adecvată a răspunsului mecanic în cazul sistemelor de sprijin pornește de la capacitatea modelului constitutiv atribuit pământului în ceea ce privește capacitatea de estimare corespunzătoare a comportării mecanice. Modelarea adecvată a interacțiunii teren-structură se dovedește a reprezenta un factor cheie cu privire la acuratețea răspunsului mecanic estimat în vederea creșterii exactității și a acurateții estimării răspunsului mecanic atât la nivel global cât și la nivel local.

Un alt aspect investigat, constă în estimarea răspunsului mecanic de tip înfășurătoare. Astfel, în condițiile în care determinarea rugozității suprafeței de contact este aproape imposibil de determinat, se propune estimarea parametrilor de interacțiune la nivelul interfeței sub formă de palier de variație. În consecință sunt necesare analize multiple care să surprindă răspunsul mecanic estimat generat de limitele palierului de variație atribuit parametrilor de interacțiune. Această abordare își propune surprinderea răspunsului mecanic real inclus în cadrul unui palier de variație estimat prin analize numerice. Validarea unei astfel de estimări se realizează prin măsurători inclinometrice și topografice în situ, iar eficacitatea dovedită este particulară în funcție de condițiile specifice fiecărei lucrări ingineresti.

În *Capitolul 6 Interacțiunea teren structură la nivelul pereților de sprijin din piloți* se prezintă o formulare originală propusă în vederea echivalării proprietăților suprafeței de contact neliniare, real mobilizată pe fața laterală a pereților din piloți, la o interfață plană utilizabilă în cadrul analizelor 2D în starea plană de deformații. Această procedură este necesară întrucât în cazul suprafeței laterale a pereților de piloți, interacțiunea cu pământul se realizează după o suprafață de contact ce poate fi reprezentată doar în proiecție tridimensională. Astfel, interacțiunea reală la nivelul contactului pereților din piloți cu pământul se poate evidenția doar prin analize 3D. Întrucât o analiză 3D implică utilizarea unui număr însemnat de resurse cu grad ridicat de incertitudine în estimare (modele constitutive cu număr ridicat de parametri necesari definirii acestor modele) și necesită timp ridicat de modelare și analiză, echivalarea capacității de transfer la o interfață plană, admite utilizarea analizelor 2D (în starea plană de deformații) pentru astfel de probleme și limitează astfel resursele și timpul necesar estimării răspunsului mecanic adecvat.

Astfel se propune o formulare matematică bazată pe configurația geometrică a pereților din piloți, pe baza căruia suprafața reală de contact se echivalează din punct de vedere al capacității de transfer mecanic la o suprafață plană. Echivalarea urmărește calibrarea proprietăților de interacțiune la nivelul contactului, în termeni de parametri de deformabilitate și parametri de rezistență, astfel încât capacitatea de transfer mecanic la nivelul suprafeței de contact să coincidă atât pentru situația reală cât și pentru situația unei interfețe plane echivalente. Formularea procedurii de echivalare are la bază configurația geometrică a peretelui de piloți și un set de ipoteze, dar filozofia de echivalare a proprietăților de interacțiune se poate dezvolta și particulariza eliminându-se orice ipoteză simplificatoare. Pe lângă acest lucru, formularea



matematică a procesului de echivalare are un caracter versatil și se poate particulariza pentru orice configurație geometrică a peretelui din piloți și interfeței real mobilizate pe suprafața laterală.

Investigarea numerică a acestei metode s-a realizat prin analize parametrice succesive pentru 4 tipuri de pereți de piloți, ce se consideră executați într-un nisip și într-o argilă. Comportarea mecanică a pământului s-a modelat prin adoptarea modelelor constitutive MC și HSM. În cadrul analizelor numerice s-au realizat analize aferente situației lipsei interacțiunii parțiale la nivelul peretelui cu pământul, aferente situației în care se consideră un contact plan beton-pământ la nivelul suprafeței laterale (fără echivalare) și aferente situației în care se consideră echivalarea plană la nivelul suprafeței de contact (conform metodei propuse). Ipotezele care au stat la baza procedurii de echivalare sunt următoarele:

- Tensiunile normale la nivelul interfeței reale se consideră constante de-a lungul lungimii peretelui de piloți și identice cu tensiunile normale mobilizate pe interfața echivalentă (plană).
- Comportarea tangențială a interfeței reale și a interfeței echivalente se consideră de tip liniar elastică perfect plastică.

În urma rezultatelor numerice, metoda propusă de echivalare își dovedește validitatea, întrucât indiferent de tipul zidului de piloți, indiferent de tipul pământului și de modelul constitutiv adoptat în vederea modelării comportării acestuia, deplasarea peretelui estimată în urma procesului de echivalare oscilează între deplasările estimate prin analizele fără echivalare și fără considerarea interacțiunii parțiale. În cazul pereților de sprijin din piloți, întrucât interfața reală se dezvoltă după o formă complexă, tridimensională, capacitatea mecanismului de transfer mecanic pe direcție tangențială, crește. Astfel se amplifică procesul de transfer mecanic la nivelul interacțiunii zidului cu pământul, fapt ce va genera deformații inferioare al peretelui de sprijin și ale masivului de pământ în raport cu situația în care se consideră realizarea transferului mecanic după o suprafață plană de contact beton-pământ.

Trebuie remarcat faptul că factorul predominant privind răspunsul mecanic estimat prin metoda numerică este modelul constitutiv asociat comportării mecanice a pământului. Calibrarea parametrilor elementelor de interfață prin metoda de echivalare propusă aduce un plus privind rafinarea răspunsului mecanic estimat în vederea creșterii exactității și a acurateței estimării.

## 7.2. Contribuții personale

Investigațiile și cercetările întreprinse în prezenta lucrare, urmează preocupările manifestate la nivel internațional privind modelarea interacțiunii teren-structură încorporată într-un cadrul global de analiză privind estimarea răspunsului mecanic a lucrărilor geo-ingineresti. Pornind de la baza unei documentări vaste și detaliate asupra stadiului actual al cercetărilor în domeniu, pe parcursul lucrării au fost tratate obiectivele principale și conexe ale studiului efectuat, prin a căror îndeplinire se consideră că au fost aduse următoarele contribuții tehnice și științifice în cadrul domeniului investigat:

1. Formularea matematică a unei metode de echivalare privind comportarea tridimensională a interfeței mobilizate pe suprafața laterală a pereților de piloți la o interfață plană în vederea modelării adecvate a interacțiunii în analizele 2D (starea plană de deformații). Filozofia procedurii de echivalare propusă admite versatilitate și capacitatea de particularizare a

abordării matematice pentru orice configurație geometrică a peretelui de piloți și a interfeței reale, respectiv pentru orice tip de comportare asociată interfeței. Investigarea numerică a formulării propuse, prin studiile parametrice și de sensibilitate întreprinse, evidențiază eficacitatea acestora privind rezultatele obținute prin analize multiple a diverse situații aferente pereților de sprijin realizați din piloți.

2. Adaptarea formulării matematice propuse, descrise anterior, în vederea fundamentării unei proceduri de echivalare, compatibilă cu specificațiile și opțiunile disponibile în programul PLAXIS 2D. Astfel a fost fundamentat un procedeu prin care se definește un material nou (fictiv) atribuit elementelor de interfață. Procedura elaborată determină parametrii de calibrare ai modelului constitutiv aferent materialului fictiv, în concordanță cu formularea matematică propusă de echivalare plană a interfeței laterale dintre pământ și un perete de sprijin din piloți.

3. Adoptarea unui model de comportare de tip liniar elastic perfect plastic cu rezistență reziduală la lunecare, atribuit comportării tangențiale a interfeței în vederea asigurării unui mecanism de transfer mecanic teren-structură fără paliere de supraestimare. Printr-o astfel de abordare se ia considerare caracterul neliniar al comportării la lunecare a interfeței (mobilizarea rezistenței de vârf și reziduale) prin atribuirea unei comportări cu ecruisare instantanee ce admite existența unor paliere de subestimare a capacității de transfer mecanic la nivelul interfeței. Avantajul acestei abordări constă în formularea matematică simplificată ce necesită un singur parametru de calibrare ( $\alpha_r$ ), iar efectul asupra mecanismului de transfer mecanic este evidențiat prin analize multiple realizate în urma modificării modelului analitic Hird. O astfel de abordare conferă analizelor numerice simplitate în utilizare, stabilitate și siguranța în predicții, în vederea estimării răspunsului mecanic în cadrul problemelor analizate în ingineria geotehnică.

4. Investigarea numerică a problemelor ce implică interacțiune multiplă (sistemele de sprijin din pământ ranforsat) și evidențierea problemei soluției dependente de finețea discretizării ("mesh dependent") în cadrul analizei unor astfel de probleme. S-a evidențiat efectul nesemnificativ al modalității de construire a zonelor sensibile din domeniul de analiză în ceea ce privește răspunsul mecanic global. Pe lângă acest lucru, s-a cuantificat efectul adoptării modelului de comportare cu ecruisare instantanee a comportării tangențiale a interfeței, în vederea adoptării unei abordări stabile a analizei problemei în cauză.

5. Investigarea numerică a problemelor ce implică interacțiunea la nivelul sistemelor de sprijin rezemate multiplu, realizate în vederea execuției excavațiilor adânci, cu evidențierea efectului modelului cu ecruisare instantanee atribuit interfeței în vederea adoptării unei abordări prudente a analizelor ce implică estimarea răspunsului mecanic. Întrucât este imposibilă determinarea exactă a unor parametrii fizici ce descriu natura suprafeței de contact beton-pământ, se propune analiza problemei pe un palier de variație a acestor parametrii, fapt ce va conduce la estimarea răspunsului mecanic sub forma de înfășurătoare.

6. Evidențierea efectului compus datorat modelului constitutiv adoptat în vederea modelării pământului (MC sau HSM) și a modului în care se consideră interacțiunea la nivelul contactului pământului cu structura geotehnică. Este evidențiat faptul că modelul constitutiv asociat comportării pământului joacă un rol esențial în ceea ce privește

răspunsul mecanic estimat, iar efectul interacțiunii rafinează răspunsul mecanic în vederea creșterii exactității și a acurateții estimării răspunsului mecanic global și local. Se evidențiază superioritatea modelului HSM în raport cu modelul MC, prin reprezentativitatea estimării fenomenelor reale, dar și prin asigurarea unui caracter stabil analizei numerice.

7. Fundamentarea unei documentări complete și detaliate privind stadiul actual al cunoașterii în ceea ce privește formularea matematică și numerică, investigarea experimentală și modelele constitutive adecvate existente în ceea ce privește comportarea la nivelul suprafeței de contact, ce pot fundamenta viitoare studii privind interacțiunea teren-structură în vederea asigurării continuității cercetării în domeniu.

### 7.3. Direcții viitoare de cercetare

În vederea dezvoltării viitoare și aducerii de plus valoare științifico-tehnică cercetărilor realizate, se consideră ca următoarele aspecte pot reprezenta direcții viitoare de cercetare:

- Modelarea numerică tridimensională a problemei interacțiunii dintre pământ și pereții de sprijin din piloți cu interspații, în vederea determinării fenomenului mobilizare a prismului de pământ împănate între doi piloți învecinați, cu scopul determinării unor relații de calibrare a parametrilor  $\theta_1$  și  $\eta$  utilizați în cadrul metodei de echivalare a interfeței reale la o interfață plană.
- Modelarea numerică 3D a problemei interacțiunii dintre pământ și pereții de sprijin din piloți în vederea determinării concentrărilor tensiunilor normale mobilizate pe interfața reală și dezvoltarea modelului de echivalare a interfeței reale la o interfață plană care să includă aceste efecte.
- Incorporarea efectului tehnologiei de execuție a piloților ce alcătuiesc peretele de sprijin în cadrul procedurii numerice de calibrare a mecanismului de transfer mecanic teren-structură.
- Investigarea efectului adoptării unei comportări neliniare  $\tau - \delta_t$  la nivelul contactului pământ-structură, în vederea capabilităților mecanismului de transfer mecanic și implicit, determinarea efectului integrat în cadrul răspunsului mecanic estimat prin analize numerice.
- Dezvoltarea modelului de echivalare a interfeței reale la o interfață plană, considerând o comportare neliniară  $\tau - \delta_t$ .
- Investigarea stabilității masivelor de pământ fisurare utilizând elemente de interfață cu grosime nulă.

## Bibliografie

- [A.1]. Aksoy H. S., Gor M., Inal E., A new design chart for estimating friction angle between soil and pile materials; *Geomechanics and Engineering*; 2016; 3; 315-324.
- [A.2]. Arboleda-Monsalve L. G.; Finno R. J., Insull C. K., *Nonlinear behavior of reinforced concrete geostructures*, 12<sup>th</sup> International Conference on Geo-disaster Reduction; 2014; Fullerton; California.
- [A.3]. Bandis S.C., Lumsden A. C., Barton N. R., *Fundamentals of rock joint deformation*, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*; 1983; 20(6); 249-268.
- [A.4]. Barros R. C., L. A. C. de Vasconcelos, Nogueira C. L., Silveira R. A. M., *Interface elements in Geotechnical engineering – some numerical aspects and applications*; *Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*; Brazilia; ; 5-8 Nov.; 2017.
- [A.5]. Beer G., *An isoparametric joint/interface element for finite element analysis*, *International journal for numerical methods in engineering*; 1985; 21; 585-600.
- [A.6]. Benmebarek S., Berrabah F., Benmebarek N., *Effect of geosynthetic reinforced embankment on locally weak zones by numerical approach*, *Computers and Geotechnics*; 2015; 65; 115-125.
- [A.7]. Benz T., *Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences*, Teză de doctorat, Institutul de Geotehnică – Universitatea din Stuttgart, 2006.
- [A.8]. Berg R.R., Christopher B.R., Samtani N.C., *Design and Construction of Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes – Volume I*, raport de cercetare nr. FHWA-NHI-10-024; FHWA GEC 011-Vol I, U. S. Department of Transportation Federal Highway Administration, 2009.
- [A.9]. Bia C., Ilie V., Soare M.V., *Rezistența materialelor și teoria elasticității*, Editura Didactică și Pedagogică București; 1983.
- [A.10]. Borana L., Yin J.-H., Singh D. N., Shukla S. K., *A modified suction-controlled direct shear device for testing unsaturated soil and steel plate interface*, *Marine Georesources & Geotechnology*; 2015; 33(4); 289-298.
- [A.11]. Boulon M., *Basic features of soil structure interface behaviour*, *Computers and Geotechnics*; 1989; 7(1-2); 115-131.
- [A.12]. Boulon M., Garnica P., Vermeer P.A., *Soil-structure interaction: FEM computations*, *Mechanics of Geomaterial Interfaces*; 1995; 147-171.
- [A.13]. Boulon M., Ghionna V.N., Mortara G., *Strain-hardening elastoplastic model for sand-structure interface under monotonic and cyclic loading*, *Mathematical and Computer Modelling*, 2003; 37; 623-630.

- [A.14]. Boulon M., Nova R., *Modelling of soil-structure interface behaviour. A comparison between elastoplastic and rate type laws*. Computers and Geotechnics; 1990; 9; 21-46.
- [A.15]. Brinkgreve R. B. J., *Selection of soil models and parameters for geotechnical engineering application*, Geo-Frontiers Congress 2005; Austin; Texas; 69-98.
- [A.16]. Brinkgreve R.B.J., Kumarswamy S., Swolfs W.M., Zampich L., Manoj N. R., *PLAXIS 2D Reference Manual 2019*, Build 10097 (<https://www.plaxis.com/support/manuals/plaxis-2d-manuals/>).
- [A.17]. Brinkgreve R.B.J., Kumarswamy S., Swolfs W.M., Zampich L., Manoj N. R., *PLAXIS 2D Material Models Manual 2019*, Build 10097 (<https://www.plaxis.com/support/manuals/plaxis-2d-manuals/>).
- [A.18]. Brinkgreve R.B.J., Kumarswamy S., Swolfs W.M., Zampich L., Manoj N. R., *PLAXIS 2D Scientific Manual 2019*, Build 10097 (<https://www.plaxis.com/support/manuals/plaxis-2d-manuals/>).
- [A.19]. Brocklehurst C. J., *Finite element studies of reinforced and unreinforced two-layer soil systems*, Teză de doctorat; University of Oxford; 1993.
- [A.20]. Bryson L. S., D. Zapata-Medina G., Romana-Giraldo J., *Empirical Method to Estimate Lateral Wall Deformation Profiles and Bending Moment in Excavation Retaining Walls*, IFCEE 2018: Developments in Earth Retention, Support Systems, and Tunneling; 2018; 65-75.
- [A.21]. Buru S. M., Chiorean C. G., *Practical nonlinear inelastic analysis method of 3d composite steel-concrete frameworks*, Ninth International Conference on Advances in Steel Structures; 2018; Hong Kong, China.
- [A.22]. Canetta G., Nova R., *A numerical method for the analysis of ground improved by columnar inclusions*, Computers and Geotechnics; 1989; 7; 99-114.
- [A.23]. Carol I., Alonso E. E., *A new joint element for the analysis of fractured rock*, 5<sup>th</sup> Int. Congr. Rock Mech., 1983; Vol. F; Melbourne; 147-151.
- [A.24]. Carranza-Torres C., Hoek E., Corkum B., *Hoek-Brown failure criterion – 2002 Edition*, Proc. NARMS-TAC Conference; Toronto; 2002; 267-273.
- [A.25]. Chen W.-F., Saleeb A. F., *Constitutive Equations for Engineering Materials Vol. 1: Elasticity and Modeling*, 1994; JOHN WILEY & SONS, INC.
- [A.26]. Chen X., J. Zhang, Y. Xiao, J. Li, *Effect of roughness on shear behavior of red clay-concrete interface in large-scale direct shear tests*, Canadian Geotechnical Journal; 2015; 52(8); 1122-1135.
- [A.27]. Chiorean C.G., *A computer method for moment-curvature analysis of composite steel-concrete cross-sections of arbitrary shape*, Engineering Structures and Technologies; 2017; 9(1); 25-40.
- [A.28]. Chiorean C.G., *A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3D semi-rigid steel frameworks*, Engineering Structures; 2009; 31; 2016-3033.

- [A.29].Chiorean C.G., *A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3D composite steel–concrete frame structures*, Engineering Structures; 2013; 57; 125-152.
- [A.30].Chiorean C.G., *A fast incremental-iterative procedure for ultimate strength analysis of composite cross-sections of arbitrary shape*, WIT Transactions on Modelling and Simulation; 2011; 51; 363-374.
- [A.31]. Chiorean C.G., Buru S.M., *Practical nonlinear inelastic analysis method of composite steel-concrete beams with partial composite action*, Engineering Structures; 2017; 134; 74-106.
- [A.32].Chiorean C.G., *Computerised interaction diagrams and moment capacity contours for composite steel–concrete cross-sections*, Engineering Structures; 2010; 32; 3734-3757.
- [A.33].Chiorean C.G., *Curs MEF in inginerie geotehnică*, UTCN – Master Inginerie Geotehnică, <http://www.cosminchiorean.com/students.html> ,2019.
- [A.34].Chiorean C.G., Marchis I.V., Buru M. S., *A computer method for design and  $M-N-\Phi$  analysis of prestressed RC cross-sections*, Journal of Structural Engineering; 2015; 42(1); 64-77.
- [A.35].Chiorean C.G., *Prezentare GFAS*, 2019, DOI: 10.13140/RG.2.2.13093.14564.
- [A.36].Chiorean C.G., *Second-order flexibility-based model for nonlinear inelastic analysis of 3D semi-rigid steel frameworks*, Engineering Structures; 2017; 136; 547-579.
- [A.37].**Chiorean V.-F.**, *Determination of Matrix Suction and Saturation Degree for Unsaturated Soils, Comparative Study - Numerical Method versus Analytical Method*, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017; 245(3); 032074.
- [A.38].**Chiorean V.-F.**, Gherman M.C. , Muresan O. C., Sata L., Szerzo A., *The determination of Screwsol<sup>®</sup> piles bearing capacity. Comparative study between calculated values and measured values.*, Proceedings of the Second International Conference for PhD Students in Civil Engineering and Architecture - CE-PhD, 2014, Cluj-Napoca, Romania, 288-295.
- [A.39].**Chiorean V.-F.**, *Studiu comparativ privind determinarea suptiunii matriceale și a gradului de saturare pentru pământuri nesaturate folosind metode numerice și metode analitice*, A XIII-a Conferință Națională de Geotehnică și Fundații – Cluj-Napoca; 2016; ISSN 1844-850X; 239-248.
- [A.40].Chiou J.-S., Chen C.-H., Chen Y.-C., *Deducing pile responses and soil reactions from inclinometer data of a lateral load test*, Soils and Foundations, 2008; 48(5); 609-620.
- [A.41].Clugh G.W., Duncan J.M., *Finite element analyses of retaining wall behaviour*, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, 1971; 12; 1657-1673.

- [A.42].Coutinho A.L.G.A., Martins M.A.D., Sydenstricker R.M., Alves J.L.D., Landau L., *Simple zero thickness kinematically consistent interface elements*, Computers and Geotechnics; 2003; 30(5); 347-374.
- [A.43].Dalili S. M., Huat B.B.K, Jaafar M.S., Alkarni A., *Soil-Framed Structure Interaction Analysis –A New Interface Element*, Latin American Journal of Solids and Structures; 2015; 12(2); 226-249.
- [A.44].Dalili S. M., Huat B.B.K. , Jaafar M.S., Alkarni A., *Review of static soil-framed structure interaction*, Interaction and Multiscale Mechanics; 2013; 6(1); 51-81.
- [A.45].Damians I. P., Bathurst J. R., Josa A., Lloret A., Albuquerque P. J. R., *Vertical-facing loads in steel-reinforced soil walls*; Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE); 2013; 139(9); 1419-1432.
- [A.46].Damians I.P. , Bathurst R.J. , Josa A., Lloret A., *Numerical analysis of an instrumented steel-reinforced soil wall*, International Journal of Geomechanics (ASCE); 2015; 15(1);
- [A.47].Damians I.P. , Bathurst R.J. , Lloret A. , Josa A., *Vertical facing panel-joint gap analysis for steel-reinforced soil walls*, International Journal of Geomechanics (ASCE); 2016; 16 (4), 04015103.
- [A.48].Damians I.P., Yu Y., Lloret A., Bathurst R.J., Josa A. *Equivalent interface properties to model soil-facing interactions with zero-thickness and continuum element methodologies*, : Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. From Fundamentals to Applications in Geotechnics: Proceedings of the 15th Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering; Buenos Aires; 2015; IOS Press; 1065-1072.
- [A.49].Day R. A., Potts D. M., *Modelling sheet pile retaining walls*, Computers and Geotechnics; 1993; 15(3);125-143.
- [A.50].Day R. A., Potts D. M., *Zero thickness interface elements numerical stability and application*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics; 1994; 18; 689-708.
- [A.51].Day R.A., Potts D.M., *Curved Mindlin beam and axi-symmetric shell elements-a new approach*, International journal for numerical methods in engineering; 1990; 30; 1263-1274.
- [A.52].DeJong J.T., Randolph M. F., White D.J., *Interface load transfer degradation during cyclic loading: a microscale investigation* , Soils and Foundations, 2003, 43 (4), 81-93.
- [A.53].DeJong J.T., Westgate Z. J., *Role of initial state, material properties, and confinement condition on local and global soil-structure interface behavior*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE); 2009; 135(1); 1646-1660.

- [A.54].Desai C.S., Pradhan S. K., Cohen D., *Cyclic Testing and Constitutive Modeling of Saturated Sand–Concrete Interfaces Using the Disturbed State Concept*, International Journal of Geomechanics, 2005; 5(4); 286-294.
- [A.55].Desai C.S., Rigby D.B., *Modelling and testing of interfaces*, Studies in applied Mechanics, 1995; 42; 107-125.
- [A.56].Desai C.S., Sargand S., *Hybrid FE procedure for soil-structure interaction*, Journal of Geotechnical Engineering; 1984; 110 (4); 473-486.
- [A.57].Desai C.S., Zaman M. M., Lightner J.G., Siriwardane H.J., *Thin-layer element for interfaces and joints*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics; 1984; 8; 19-43.
- [A.58].Desai C.S., Zaman M.M., Lightner I.G., Siriwardane H.J., *Thin-layer element for interfaces and joints*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics; 1984; 8; 19-43.
- [A.59]. Dietz M.S., Lings M.L., *Postpeak strength of interfaces in a stress-dilatancy framework*, Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering (ASCE); 2006; 132(11); 1474-1484.
- [A.60].Dolzyk-Szypcio K., *Influence of dilation on the strength of sand – steel interfaces*, IOP Conference Series Earth and Environmental Science; 2017; 95(2):022045.
- [A.61].Dove J. E., Jarrett J. Br., *Behavior of dilative sand interfaces in a geotribology framework*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE), 2002, 128(1), 25-37.
- [A.62].Duncan J. M. , Chang C.Y., *Nonlinear analysis of stress and strain in soils*, ASCE Soil Mechanics and Foundation Division Journal; 1970; 96(5):1629-1653.
- [A.63].Eid H.T., Amarasinghe R.S., Rabie K.H., Wijewickreme D., *Residual shear strength of fine-grained soils and soil–solid interfaces at low effective normal stresses*, Canadian Geotechnical Journal; 2015; 52(2); 198-210.
- [A.64].Ellis E.A., Springman S.M., *Modelling of soil-structure interaction for a piled bridge abutment in plane strain FEM analyses*, Computers and Geotechnics; 2001; 28(2); 79-98.
- [A.65].Evgin E., Fakharian K., *Cyclic rotational simple-shear behaviour of sand-steel interfaces*; Soils and Foundations; 1998,38 (2), 191-199.
- [A.66].Evgin E., Fakharian K., *Effect of stress paths on the behaviour of sand-steel interfaces*, Canadian Geotechnical Journal, 1996, 33(6), 853-865.
- [A.67].Farcas V.-S., **Chioresan V.-F.**, *Soil compressibility using Plate test according to Romanian and European norms*, Tradition and Innovation - 60 Years of Civil Engineering Higher Education in Transilvania; 2013; ISBN 978-973-662-903-7.
- [A.68].Farhadi B., Lashkari A., *Influence of soil inherent anisotropy on behavior of crushed sand-steel interfaces*, Soils and foundations; 2017; 57(1); 111-125.



- [A.69].Farshad F. F., Pesacreta T. C., Garber J. D., Bikki S.R., *A comparison of surface roughness of pipes as measured by two profilometers and atomic force microscopy*, Scanning; 2001; 23 ; 241-248.
- [A.70].Feng D.-K., Zhang J.-M., W.-J. H, 3D cyclic behaviour of gravel-structure interface under constant normal stiffness condition, 5th International Conference of Earthquake Geotechnical Engineering, 2011, Santiago – Chile, Paper No. THCZH.
- [A.71]. Francavilla A., Zienkiewicz O.C., *Note on numerical computation of elastic contact problems*, International journal for numerical methods in engineering; 1975; 9; 913-924.
- [A.72].Fredlund D.G., Rahardjo H., Fredlund M.D, *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*;2012; JOHN WILEY & SONS, INC.
- [A.73].Gens A., Carol I., Alonso E., *A constitutive model for rock joints formulation and numerical implementation*, Computers and Geotechnics; 1990; 9 (1-2) ; 3-20.
- [A.74].Gens A., Carol I., Alonso E.E., *An interface element formulation for the analysis of soil-reinforcement interaction*, Computers and Geotechnics; 1988; 7; 133-151.
- [A.75].Gens A., Carol I., Alonso E.E., *Rock joints: FEM implementation and applications*, Studies in Applied Mechanics; 1995; 42; 395-420.
- [A.76].Gentile R., Porco F., Raffaele D., Uva G., *Simplified moment-curvature relationship in analytical form for circular rc sections*, Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering; 2018; 51(3); 145-158.
- [A.77].Ghaboussi J., Wilson E.L., Isenberg J. *Finite element for rock joints and interfaces*, Journal of the soil mechanics and foundations division (ASCE); 1973; (SM10); 833-848.
- [A.78].Ghionna V. N., Mortara G., *An elastoplastic model for sand–structure interface behaviour*, Géotechnique; 2002; 52(1); 41-50.
- [A.79].Gomez J.E., Filz G. M., Ebeling R.M., *Extended hyperbolic model for sand-to-concrete interfaces*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003; 129 (11); 993-1000.
- [A.80].Goodman R.E., Dubois J., *Duplication of dilatancy in analysis of jointed rocks*, Journal of the soil mechanics and foundation division; ASCE; 1972; (SM4); 399-422
- [A.81].Goodman R.E., Taylor R. L., Brekke T.L., *A model for the mechanics of jointed rock*, Journal of the soil mechanics and foundation division; ASCE; 1968; 99 (SM3); 637-659
- [A.82].Gouw Tjie-Liong, *Common Mistakes on the Application of Plaxis 2D in Analyzing Excavation Problems*; International Journal of Applied Engineering Research; 2014; 9(21); 8291-8311.

- [A.83].Griffiths D.V., *Numerical modelling of interfaces using conventional finite elements*, Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics; Nagoya; 1-5 aprilie; 1986; 837-844.
- [A.84]. Hafez H. H., Abdel-Sayed G., *Finite element analysis of soil-steel structures*, Canadian Journal of Civil Engineering; 1982, 10(2), 287-294.
- [A.85]. Hafez H. H., *Soil-steel structures under shallow cover*, 1981, Teză de doctorat, Universitatea Windsor, Ontario, Canada.
- [A.86].Hamid T.B., Miller G.A., *Shear strength of unsaturated soil interfaces*, Canadian Geotechnical Journal; 2009; 46(5); 595-606.
- [A.87].Hammoud F., Boumekik A., *Experimental study of the behaviour of interfacial shearing between cohesive soils and solid materials at large displacement*, Asian journal of civil engineering (building and housing); 2006; 7(1); 63-80.
- [A.88].Herrmann L. R. *Finite element analysis of contact problems*, Journal of Engineering Mechanics (ASCE) ;1973; 104(5); 1043-1059.
- [A.89].Heuze F. E., Barbour T. G., *New models for rock joints and interfaces* , Journal of the Geotechnical Engineering Division (ASCE); 1982; 108(5); 757-776.
- [A.90].Heuze F.E., Goodman R. E., Bornstein A., *Numerical analyses of deformability tests in jointed rock-"joint perturbation" and "no tension" finite element solutions*, Rock Mechanics; 1971; 3; 13-24 .
- [A.91].Hird C.C., Russell D., *A benchmark for soil-structure interface elements*, Computers and Geotechnics; 1990; 10(2); 139-147.
- [A.92].Hryciw R. D., Irsyam M., *Behaviour of sand particles around rigid ribbed inclusions during shear*, Soils and Foundations, 1993, 33 (3), 1-13
- [A.93].Hsienh P.-G., Ou C.-Y., *Shape of ground surface settlement profiles caused by excavation*, Canadian Geotechnical Journal; 1998; 35; 1004-1017.
- [A.94].Ilies N., Farcas V., Gherman C., **Chiorean V.-F.**, Popa D., *Soils efficient improvement solutions with waste materials and binders*, Journal of Environmental Protection and Ecology; 2015; 16(4); 1397-1406.
- [A.95].Ilies N.M, Farcas V. S., Muresan O.C., **Chiorean V.-F.**, Nagy A.C., Gherman M.C., , *Îmbunătățirea pământurilor argiloase cu deșeuri din polietilenă*, A XIII-a Conferință Națională de Geotehnică și Fundații – Cluj-Napoca; 2016; ISSN 1844-850X; 249-258.
- [A.96].Ilies N.-M., Farcas V.-S., Muresan O.-C., Gherman M.-C., **Chiorean V.-F.**, *Soil improvement with polyethylene waste materials in order to improve mechanical parameters*, International Multidisciplinary Scientific GeoConference: SGEM: Surveying Geology & mining Ecology Management; 2017; 17(1.2); 751-758.
- [A.97].Indraratna B., Haque A., Aziz N., *Shear behaviour of idealized infilled joints under constant normal stiffness*, Geotechnique; 1999; 49(3); 331-355.

- [A.98].Indraratna B., Jayanathan M., Brown E. T., *Shear strength model for overconsolidated clay-infilled idealised rock joints*, Geotechnique; 2008; 58(1); 55-65.
- [A.99].Indraratna B., Oliveira D.A.F., Brown E.T., *A shear-displacement criterion for soil-infilled rock discontinuities*, Geotechnique; 2010; 60(8); 623-633.
- [A.100].Indraratna B., Premadasa W., Brown E. T., *Shear behaviour of rock joints with unsaturated infill*, Geotechnique; 2013; 63(15); 1356-1360.
- [A.101].Indraratna B., Welideniya H. S., Brown E. T., *A shear strength model for idealised infilled joints under constant normal stiffness*, Geotechnique; 2005; 55(3); 215-216.
- [A.102].Ivsic T., Veric F., . Zlatoper D., *The influence of clay wetting on geomembrane-clay interface strength*, Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering; 2006; 2277-2280.
- [A.103].Jalali M.M., Golmaei S. H., Jalali M. R., Borthwick A., Mir Khalegh Ziatabar Ahmadi, Moradi R., *Using Finite Element method for Pile-Soil Interface (through PLAXIS and ANSYS)*; Journal of Civil Engineering and Construction Technology; 2012; 3(10); 256-272.
- [A.104].Jardine R.J., Potts D.M., Fourie A.B., Burland J.B., *Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction*, Geotechnique; 1986; 36(3); 377-396.
- [A.105].Kaliakin V. N., Li J., *Insight into deficiencies associated with commonly used zero-thickness interface elements*, Computers and Geotechnics; 1995; 17; 225-253
- [A.106].Kaliakin V.N., Li J., *Numerical study of interface elements: Applications to earth structures*, Civil Engineering Report No. 93-7; University of Delaware; Newark; Delaware, S.U.A,1993;
- [A.107].Karabatakis D.A., Hatzigogos T.N., *Analysis of creep behaviour using interface elements*, Computers and Geotecnic; 2002; 29; 257-277.
- [A.108].Katona M. G., *A simple contact-friction interface element with applications to buried culverts*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics; 1983; 7; 371-384.
- [A.109].Katona M. G., *CANDE: a versatile soil-structure design and analysis computer program*, Advances in Engineering Software; 1978, 1(1); 3-9.
- [A.110].Khoiri M., Ou Chang-Yu, *Evaluation of deformation parameter for deep excavation in sand through case histories*, Computers and Geotechnics; 2013; 47; 57-67.
- [A.111].Houry C. N., Miller G. A., Hatami K., *Shear strength of unsaturated soil-geotextile interfaces*, GeoFlorida 2010: Advances in Analysis, Modeling & Design (ASCE); 2010; 307-316.

- [A.112]. Khoury C. N., Miller G.A., Hatami K., *Unsaturated soil-geotextile interface behavior*, Geotextiles and Geomembranes; 2011; 29(1); 17-28.
- [A.113]. Kim H.-J., Won M.-S., Jamin J.C., *Finite-element analysis on the stability of geotextile tube-reinforced embankments under scouring*, International Journal of Geomechanics (ASCE); 2015; 15(2).
- [A.114]. Kishida H., Uesugi M., *Tests of the interface between sand and steel in the simple shear apparatus*; Geotechnique; 1987; 37 (1); 45-52.
- [A.115]. Koutsabeloulis N.C. , Griffiths D.V. , *Numerical modelling of the trap door problem*, Geotechnique; 1989; 39 (1); 77-89.
- [A.116]. Lai J. Y., Booker J. R., *A residual force finite element approach to soil-structure interaction analysis*, International journal of numerical and analytical methods in geomechanics; 1991; 15; 181-203.
- [A.117]. Lashkari A., Kadivar M., *A constitutive model for unsaturated soil-structure interfaces*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2016; 40; 207-234.
- [A.118]. Lashkari A., *Prediction of the shaft resistance of nondisplacement piles in sand* , International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2013; 37(8); 904-931.
- [A.119]. Lee J. S., Pande G. N., *Analysis of stone-column reinforced foundations*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics; 1998; 22; 1001-1020.
- [A.120]. Lee K.M., Manjunath V.R., *Soil-geotextile interface friction by direct shear tests*; Canadian Geotechnical Journal; 2000; 37(1); 238-252.
- [A.121]. Lei X., *Contact friction analysis with a simple interface element*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering; 2001; 190; 1955-1965.
- [A.122]. Lemos L.J.L., Vaughan P.R., *Clay-interface shear resistance*, Geotechnique; 2000; 50(1); 55-64.
- [A.123]. Leoni M., *2D and 3D finite element analysis of buffer-backfill interaction*; 2013; raport de cercetare: POSIVA 2012-25; ISBN 978-951-652-206-0; ISSN 1239-3096.
- [A.124]. Li J., Kaliakin V.N., *Numerical simulation of interfaces in geomaterials: Development of new zero-thickness interface elements*. Civil Engineering Report No. 93-6; 1993; University of Delaware; Newark; Delaware.
- [A.125]. Liming H., Pu J.L., *Application of damage model for soil-structure interface*, Computers and Geotechnics, 2003; 30; 165-183.
- [A.126]. Liming H., Pu J.L., *Testing and Modeling of Soil-Structure Interface*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004; 130(8); 851-860.
- [A.127]. Ling H.I., Cardany C.P., Sun L-X. , Hashimoto H, *Finite element study of a geosynthetic-reinforced soil retaining wall with concrete-block facing*, Geosynthetics International, 2000; 7 (2); 137-162.

- [A.128]. Lings M. L., Dietz M. S., *The peak strength of sand-steel interfaces and the role of dilation*, Soils and foundations; 2005; 45(6); 1-14.
- [A.129]. Lopes M. L., Silvano R., *Soil/geotextile interface behaviour in direct shear and pullout movements*, Geotechnical and Geological Engineering; 2010; 28(6); 791-804.
- [A.130]. Maatkamp T.W.P., *The capabilities of the Plaxis Shotcrete material model for designing laterally loaded reinforced concrete structures in the subsurface*, lucrare de disertație, TU Delft, Olanda, 2016.
- [A.131]. Mao J., *A finite element approach to solve contact problems in geotechnical engineering*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics; 2005; 29(5); 525-550.
- [A.132]. Marcu A., Marcu D., Coman M., Saidel T., *Influența excavațiilor adânci asupra construcțiilor învecinate. Aspecte tehnice și administrativ-juridice*, A XI-a Conferință Națională de Geotehnică și Fundații; Timișoara; 2008; 149-162.
- [A.133]. Mayer M.H., Gaul L., *Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis*, Mechanical Systems and Signal Processing; 2007; 21(2); 724-734.
- [A.134]. Mitew-Czajewska M., *A study of displacements of structures in the vicinity of deep excavation*, Archives of Civil and Mechanical Engineering; 2019; 19; 547-556.
- [A.135]. Mortara G., Boulon M., Ghionna V.N., *A 2-D constitutive model for cyclic interface behaviour*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2002; 26; 1071-1096.
- [A.136]. Mortara G., Ferrara D., Foria G., *Simple model for the cyclic behaviour of smooth san-steel interface*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE), 2010, 136(7), 1004-1009.
- [A.137]. Mortara G., Mangiola A., Ghionna V. N., *Cyclic shear stress degradation and post-cyclic behaviour from sand-steel interface direct shear tests*, Canadian Geotechnical Journal, 2007, 44(7), 739-752.
- [A.138]. Muresan O.C., **Chiorean V.F.**, *Some aspects regarding the effect of foundations system on deformation behavior for buildings on sloped terrain. Case study.*, Proceedings of the 27<sup>th</sup> European Yung Geotechnical Engineers Conference, Bodrum, Turcia, 2016, 201-208.
- [A.139]. Muthukkumaran K., Sundaravadelu R., *Numerical modeling of dredging effect on berthing structure*, Acta Geotechnica; 2007; 2(4); 249-259.
- [A.140]. Nakamura T., Mitachi T., Ikeura I., *Direct shear testing method as a means for estimating geogrid-sand interface shear-displacement behaviour*; Soils and Foundations; 1999; 39(4); 1-8.

- [A.141]. Ng P. C. F., Pyrah I. C., Anderson W. F., *Assessment of Three Interface Elements and Modification of the Interface Element in CRISP90*, Computers and Geotechnics; 1997; 21(4); 315-339.
- [A.142]. Nisha Y., Divya P.V., *Study on Soil-Structure Interface Properties*; International Journal of Research in Civil Engineering, Architecture & Design; 2013; 1(1); 38-44.
- [A.143]. Noorzai J., Godbole P.N., Viadkar M. N., *Nonlinear soil-structure interaction of plane frames- a parametric study*; Computers and Structures; 1993; 49(3); 561-566.
- [A.144]. Noorzai J., Viadkar M. N., Godbole P.N., *Nonlinear soil-structure interaction in plane frames*; Computers and Structures; 1994; 11(4); 303-316.
- [A.145]. NP 113:2004, *Normativ privind proiectarea, execuția și recepția pereților îngropați*; 2004.
- [A.146]. NP 124:2010, *Normativ privind proiectarea geotehnică a lucrărilor de susținere*, 2010.
- [A.147]. Ömer Bilgin, *Numerical studies of anchored sheet pile wall behavior constructed in cut and fill conditions*, Computers and Geotechnics; 2010; 37(3); 339-407.
- [A.148]. P.A. von Wolffersdorff, *A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface*, Mechanics of Cohesive-frictional Materials 1996; 1(3); 251-271.
- [A.149]. Pande G.N., Sharma K.G., *On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics; 1979; 3 (3); 293-300.
- [A.150]. Peng S. Y., Ng C.W.W., Zheng G., *The dilatant behaviour of sand-pile interface subjected to loading and stress relief*, Acta Geotechnica; 2014; 9(3); 425-437.
- [A.151]. Popa A., Ilies N., Chiorean C.G., *Utilization of the analytical methods in slope stability and consolidation*, XIVth Danube European Conference on Geotechnical Engineering, Bratislava, Iunie, 2010.
- [A.152]. Popa A., Muresan O.-C., **Chiorean V.-F.**, *Înfluența modelării 3d a sistemului structural de consolidare a unei alunecări de teren*, Revista Română de Geotehnică și Fundații; 2015; 1; 9-14.
- [A.153]. Popa A., Muresan O.-C., **Chiorean V.-F.**, *Predicția tasării la o platformă rutieră pe baza monitorizării*, A XIII-a Conferință Națională de Geotehnică și Fundații – Cluj-Napoca; 2016; ISSN 1844-850X; 667-674.
- [A.154]. Porcino D., Ghionna V. N., *Interface Behavior of Sands from Constant Normal Stiffness Direct Shear Tests*, Geotechnical Testing Journal, 2003, 26 (3), 289-301.

- [A.155]. Potts D.M., *Numerical analysis: a virtual dream or practical reality?*, Geotechnique; 2003; 53(6 );535-573
- [A.156]. Potts D.M., Zdravkovic L., *Finite element analysis in geotechnical engineering.Theory*, Londra, Regatul Unit: Thomas Telford Publishing, 1999.
- [A.157]. Potyondy J. G., *Skin friction between various soils and construction materials*, Géotechnique ; 1961; 11 (4); 339-353.
- [A.158]. Qiu X., Plesha M. E. , Meyer D.W., *Stiffness matrix integration rules for contact-friction finite elements*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering; 1991; 93; 385-399.
- [A.159]. Qu Y., Zou D., Kong X., Xu B., *A novel interface element with asymmetric nodes and its application on concrete-faced rockfill dam*, Computers and Geotechnics; 2017; 85; 103-116.
- [A.160]. Rinne N. F., *Evaluation of interface friction between cohesionless soil and common construction materials*, Thesis degree of master of applied science; 1989; The university of British Columbia; Vancouver; Canada.
- [A.161]. Sachdeva T. D., Ramakrishnan C. V., *A finite element solution for the problems with friction two-dimensional elastic contact*, International journal for numerical methods in engineering; 1981; 17; 1257-1271.
- [A.162]. Sachdeva T. D., Ramakrishnan C. V., Natarajan R., *A finite element method for the elastic contact problems*, Journal of Engineering for Industry; 1981; 103 (4); 456-461.
- [A.163]. Samadhiya N. K., Viladkar M. N., Moataz A., Al-Obaydi, *Three-dimensional joint/interface element for rough undulating major discontinuities in rock masses*; International Journal of Geomechanics (ASCE); 2008; 8(6); 327-335.
- [A.164]. Sarma J.S., Fleming I.R., Jogi M.B., *Measurement of unsaturated soil-geomembrane interface shear-strength parameters*, Canadian Geotechnical Journal; 2007; 44(1); 78-88.
- [A.165]. Schanz T., Vermeer P.A., Bonnier P.G., *The hardening soil model: Formulation and verification*, International symposium, Beyond 2000 in computational geotechnics; Amsterdam; 1999; 281-296.
- [A.166]. Schellekens J. C. J. , De Borst R., *On the numerical integration of interface elements*, International journal for numerical methods in engineering; 1993; 36; 43-66.
- [A.167]. Schweiger H. F., *Benchmarking in geotechnics\_I*, raport de cercetare: CGG\_IR006\_2002 din cadrul Computational Geotechnics Group (T.U. Graz), 2002.
- [A.168]. Schweiger H. F., *Results from numerical benchmark exercises in geotechnics*, Proc. 5th European Conf. Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Presses Ponts et chaussees, Paris, 2002, 305-314.

- [A.169]. Schweiger H.F., *Influence of constitutive model and EC7 design approach in FE analysis of deep excavations*, Proceeding of ISSMGE International Seminar on Deep Excavations and Retaining Structures; Budapest; 2009; 99 – 114.
- [A.170]. Schweiger H.F., Pande G.N., *Numerical analysis of stone column supported foundations*, Computers and Geotechnics; 1986; 2, 347-372.
- [A.171]. Sekiguchi K., Rowe R. K., Lo Y. K., Ogawa T., Time step selection for 6-noded non-linear joint element in elasto-viscoplasticity analyses, Computers and Geotechnics; 1990; 10; 33-58.
- [A.172]. Shakir R. R., Zhu J., *An examination of the mechanical interaction of drilling slurries at the soil-concrete contact*, Journal of Zhejiang University SCIENCE A; 2010; 11(4); 294-304.
- [A.173]. Shakir R. R., Zhu J., *Behavior of compacted clay-concrete interface*, Frontiers of Structural and Civil Engineering; 2009; 3(1); 85-92.
- [A.174]. Shakir R. R., Zhu J., *Mechanical behavior of soil and concrete interface*, ICEM 2008: International Conference on Experimental Mechanics; 2008; 7375; 73756R.
- [A.175]. Sharma K.G., Desai C.S., *Analysis and implementation of thin-layer element for interfaces and joints*, Journal of Engineering Mechanics (ASCE), 1992, 118, 2442-2456.
- [A.176]. Sheng D., Wriggers P., Sloan S. W., *Application of Frictional Contact in Geotechnical Engineering*, International Journal of Geomechanics (ASCE), 2007; 7(3); 176-185.
- [A.177]. Sluis J.J.M., Besseling F., Stuurwold P.H.H., *Modelling of a pile row in a 2D plane strain FE-analysis*, Numerical Methods in Geotechnical Engineering (NUMGE14), 2014, 277-282.
- [A.178]. Stewart D.P., Jewell R.J., Randolph M.F., *Numerical modelling of piled bridge abutments on soft ground*, Computers and Geotechnics; 1993; 15(1); 21-46.
- [A.179]. Strutz H., Masin D., *Hypoplastic interface models for fine-grained soils*, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2016, 41(2), 284-303.
- [A.180]. Strutz H., Masin D., Sattari A.S., Wuttke F., *A general approach to model interfaces using existing soil constitutive models application to hypoplasticity*, Computers and Geotechnics, 2017, 87, 115-127.
- [A.181]. Strutz H., Masin D., Wuttke F., *Enhancement of a hypoplastic model for granular soil–structure interface behaviour*, Acta Geotechnica, 2016, 11(6), 1249-1261.
- [A.182]. Strutz H., Masin D., Wuttke F., *Thermo-mechanical hypoplastic interface model for fine-grained soils*, Energy Geotechnics : Proceedings of the 1st International Conference on Energy Geotechnics, ICEGT 2016, 351-357.



- [A.183]. Stutz H. H., *Hypoplastic models for soil-structure interfaces – Modelling and implementation*, Teză de doctorat; Faculty of Mathematics and Natural Science –Kiel University; 2016.
- [A.184]. Subba Rao K. S., Allam M. M., Robinson R. G., *Interfacial friction between sands and solid surfaces*, Proceedings of the ICE - Geotechnical Engineering, 1998; 131(2); 75-82.
- [A.185]. Tiwari B., Al-Adhath A. R., *Influence of relative density on static soil-structure frictional resistance of dry and saturated sand*; Geotechnical and Geological Engineering; 2014; 32(2).
- [A.186]. Torggler N., *Numerical Studies of Embedded Beam Row in Safety Analysis in PLAXIS 2D*, Lucrare de disertație; 2016; Graz University of Technology.
- [A.187]. Tsubakihara Y., Kishida H., *Friction behaviour between normally consolidated clay and steel by two direct shear type apparatuses*, Soils and Foundations, 1993, 33 (2), 1-13.
- [A.188]. Tsubakihara Y., Kishida H., Nishiyama T., *Friction between cohesive soils and steel*, Soils and Foundations; 1993; 33 (2); 145-156.
- [A.189]. Tuna S.C., Altun S., *Mechanical behaviour of sand-geotextile interface*; Scientia Iranica: 2012; 19(4); 1044-1051.
- [A.190]. Uesugi M., Kishida H., *Frictional resistance at yield between dry sand and mild steel*, Soils and Foundations, 1986, 26 (4), 139-149.
- [A.191]. Uesugi M., Kishida H., *Influential factors of friction between steel and dry sands*, Soils and Foundations, 1986, 26 (2), 33-46.
- [A.192]. Uesugi M., Kishida H., Tsubakihara Y., *Behaviour of sand particles in sand-steel friction*, Soils and Foundations, 1988, 28 (1), 107-118.
- [A.193]. Uesugi M., Kishida H., Tsubakihara Y., *Friction between sand and steel under repeated loading*; Soils and Foundations; 1989, 29 (3), 127-137.
- [A.194]. User's manual GFAS - GeoStru Software, UTCN – Master Inginerie Geotehnică, <http://www.cosminchiorean.com/students.html> ,2019.
- [A.195]. van Langen H., *Numerical analysis of soil-structure interaction*, Teză de doctorat; TU Delft; 1991.
- [A.196]. Viadkar M. N., Godbole P.N., Noorzaei J., *Modelling of interface for soil-structure interaction studies*, Computers and Structures; 1994; 52(4); 765-779.
- [A.197]. Vignollet J., May S., René de Borst, *On the numerical integration of isogeometric interface elements*, International journal for numerical methods in engineering; 2015; 102; 1733-1749
- [A.198]. Wang X., Wang L.B., *Continuous Interface Elements Subject to Large Shear Deformations*, International Journal of Geomechanics (ASCE), 2006; 6(2);97-107.

- [A.199]. Wen Z., Han J.-Y., Chen Y., Jia P.-J., Li S.-G., Li Y., Zhao Z., *A numerical study on the influence of anchorage failure for a deep excavation retained by anchored pile walls*, *Advances in Mechanical Engineering*; 2018; 10(2); 1-17.
- [A.200]. Wriggers P., *Computational Contact Mechanics*, 2002; JOHN WILEY & SONS, INC.
- [A.201]. Xu K., Zhang S., *Applications of PLAXIS 2D in the calculation of sheet pile wharf structure*, *Advanced Materials Research*; 2014; 838-841; 2223-2226.
- [A.202]. Yu Y., Bathurst R. J., Miyata Y. Miyata, *Numerical analysis of a mechanically stabilized earth wall reinforced with steel strips*, *Soils and Foundations*; 2015; 55(3); 536-547.
- [A.203]. Yu Y., Damians I.P., Bathurst R.J., *Influence of choice of FLAC and PLAXIS interface models on reinforced soil–structure interactions*, *Computers and Geotechnics*; 2015; 65; 164-174.
- [A.204]. Yuan Z., Chua K.M., *Exact formulation of axisymmetric-interface- element stiffness matrix*, *Journal of Geotechnical Engineering (ASCE)*; 1992; 118; 1264-1271.
- [A.205]. Zdravkovic L., Potts D. M., ST John H. D., *Modelling of a 3D excavation in finite element analysis*, *Geotechnique*; 2005; 55(7); 497-513.
- [A.206]. Zevgolis I. E., *A finite element investigation on displacements of reinforced soil walls under the effect of typical traffic loads*, *Transportation Infrastructure Geotechnology*; 2018; 5(3); 231-249
- [A.207]. Zhang G., Liang D., Zhang J.-M., *Image analysis measurement of soil particle movement during a soil-structure interface test*; *Computers and Geotechnics*; 2006; 33; 248-259.
- [A.208]. Zhang G., Wang L. ,Zhang J.-M, , *Dilatancy of the interface between a structure and gravelly soil*; *Geotechnique*; 2011; 61 (1); 75-84.
- [A.209]. Zhang G., Zhang J.-M., *Monotonic and cyclic tests of interface between structure and gravelly soil*; *Soils and Foundations*; 2006, 46 (4), 505-518.
- [A.210]. Zhang W., Day B., Liu Z., Zhou C., *Modeling discontinuous rock mass based on smoothed finite element method*, *Computers and Geotechnics*; 2016; 79; 22-30.
- [A.211]. Zheng H., Liu D.F., Lee C. F., Yue Z.Q., *A sophisticated node-pair model for interface problems*, *Computers and Geotechnics*; 2004; 31(2); 137-153.