

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

FACULTATEA DE CONSTRUCȚII

Ing. Daniela Mihaiela Boca

TEZĂ DE DOCTORAT

NELINIARITATEA GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT

Conducător științific,

Prof.dr.ing. Călin Radu Grigore Mircea

MULȚUMIRI

Adresez mulțumirile și recunoștința mea conducătorului științific, domnului prof. dr. ing. Călin Radu Grigore Mircea, pentru răbdarea și sprijinul acordat în vederea elaborării tezei de doctorat. Vreau să menționez faptul ca domnul profesor m-a îndrumat pe plan profesional încă din vremea facultății.

Mulțumesc comisiei de evaluare, președintelui și membrilor referenți, pentru solitudinea cu care au recenzat lucrarea de doctorat și pentru recomandările și sugestiile formulate cu acest prilej.

Respectoase mulțumiri le adresez și doamnei dr. ing. Henriette, directoarea de la INCERC și domnului Mircea Păstrav pentru sprijinul științific acordat prin punerea la dispoziție a rapoartelor întocmite în cadrul institutului, materiale prelucrate și valorificat în prezenta teză.

Mulțumiri adresez colegilor de departament, din cadrul Facultății de Construcții pentru discuțiile constructive și încurajărilor din tot acest timp.,

Mulțumesc nepus familiei, care prin sprijinul necondenit și necondiționat, care mi-a dat puterea și motivația necesară pentru a finaliza acest proiect. Părinții mei au fost mereu un model pentru mine, de aceea pot spune că ceea ce sunt astăzi se datorează în mare parte lor și sper ca poate cândva să îi pot recompensa pentru tot ceea ce au făcut pentru mine

Mulțumesc surorii mele Ana și pietenilor apropiați, care m-au încurajat și sprijinit moral, în decursul acestor ani de studiu.

Mulțumirile mele se îndreaptă și către colectivul din firma Artifex Engineering Ltd

Și nu în ultimul rând, mulțumesc Domnului Dumnezeu pentru că mereu mă veghează și are grijă de mine.

Drd. Ing. Daniela Mihaiela Boca

CUPRINS

NOTAȚII

LISTĂ FIGURI ȘI TABELE

1 INTRODUCERE	1
1.1 Scurtă retrospectivă istorică a grinzilor de beton precomprimat.....	1
1.2 Grinzi de beton precomprimat. Preocupări internaționale și naționale	7
1.2.1 Reglementări/normare	7
1.2.2 Literatura tehnică	10
1.3 Proiectul de cercetare și studii doctorale	17
1.3.1 Necesitatea și oportunitatea temei	17
1.3.2 Obiectivele tezei/stagiului de doctorat	18
1.2.4 Conținutul tezei de doctorat.....	19
2.NELINIARITATEA FIZICĂ A GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT	21
2.1 Retrospectivă.....	21
2.2 Comportarea sub încărcări	23
2.2.1 Deformațiile betonului.....	23
2.2.2 Diagrame caracteristice ale betonului	24
2.2.3 Diagramele caracteristice ale oțelului	28
2.2.4 Diagrame caracterisitice ale oțelului de înaltă rezistență	28
2.2.5 Curgerea lentă și contracția betonului	29
2.2.6 Relaxarea armăturii active	32
2.2.7 Pierderi de tensiune	33
2.3 Studii de caz	35

2.3.1 Aspecte introductive	35
2.3.2 Încercări experimentale efectuate de INCERC Cluj-Napoca.....	36
2.3.3 Simulări numerice cu metoda elementului finit.....	41
2.3.4 Etape de validare a modelelor în element finit/simulărilor predictive	44
2.3.5 Calibrarea fizică a modelelor.....	46
2.3.6 Etalonarea parametrilor de predictibilitate.....	49
2.3.7 Validarea modelelor experimentale.....	52
2.3.8 Simulări/predicții privind comportarea și siguranța în serviciu.....	59
3 STABILITATEA ELASTICĂ A GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT	62
3.1 Fundamentarea din perspectivă istorică.....	62
3.2 Tipuri caracteristice de flambaj și factori de influență	64
3.3 Flambajul general flexural sub acțiunea forței de precomprimare.....	65
3.3.1 Flambajul general flexural în plan lateral (orizontal)	71
3.3.3 Influența imperfecțiunilor geometrice	72
3.3.4 Efectul vibrațiilor.....	75
3.3.5 Studii de caz.....	85
3.4 Flambajul lateral flexural-torsional.....	95
3.4.1 Aspecte introductive	95
3.4.2 Stabilitatea grinzii perfecte.....	97
3.4.3 Influența imperfecțiunilor geometrice	101
3.4.4 Studiu de caz.....	105
3.5 Stabilitatea locală a zonei comprimate	101
4 STABILITATEA INELASTICĂ A GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT	113

4.2 Flambajul flexural general, studii de caz și comentarii	116
4.3 Flambajul lateral flexural-torsional, studii de caz.....	118
5. CONCLUZII GENERALE ȘI APRECIERI FINALE	120
5.1 Concluzii generale.....	123
5.2 Contribuții personale.....	124
5.3 Valorificarea rezultatelor	124
5.4 Teme de cercetare viitoare	125
BIBLIOGRAFIE	126
ANEXA I	139
ANEXA II	144
ANEXA III	152
ANEXA IV	156
ANEXA V	159
ANEXA VI	161

LISTĂ DE SIMBOLURI

Pentru înțelegerea acestei lucrări, se aplică simbolurile de mai jos. Notațiile utilizate se bazează pe standardul **EN 1992-1-1 (2004)** și **EN 1991-2 (2005)**.

Caractere latine mari

A_c	- aria secțiunii transversale a elementului de beton precomprimat
A_p	- aria armăturii pretensionate din secțiunea grinzii
A_{xi}	- aria ideală a secțiunii transversale
C_w	- constantă de deplanare
E_c	- modul de elasticitate longitudinal al betonului
E_{cm}	- modulul de elasticitate secant al betonului
$E_{cm}(t)$	- modulul de elasticitate secant al betonului la timpul t
E_{ct}	- modulul de elasticitate tangent al betonului
E_{cr}	- modul de elasticitate redus al betonului
E_{c0}	- modulul de elasticitate tangent în origine inițial al betonului
E_p, E_s	- modulul de elasticitate a armăturilor pasive, respectiv armăturii active
$E_c I$	- rigiditate la încovoiere, pe o anumită direcție
G	- greutate totală a elementului considerat
G_c	- modul de elasticitate la forfecare
G_f	- energie de fracturare
G_{cr}	- greutate critică a elementului considerat
H	- forță orizontală aplicată brusc
I_{yi}, I_{zi}	- momente de inerție al secțiunii de beton pe direcția x, y
I_{cyi}, I_{tyi}	- momente de inerție a părții comprimate, respectiv întinse a secțiunii de beton.
$I_{\xi i}, I_{\eta i}$	- momente de inerție în raport cu axa locale principale ξ, η
J_i	- constantă de răsucire
K_{ap}	- rigiditatea reazemului la rotire
L, L_0	- deschidere, lumina unei grinzi/element de beton (în general)

L_{n-1}, L_{n+1}	- deschiderea grinzilor adiacente reazemului considerat
L_{ϕ}	- lungimea determinantă conform
L_m	- deschiderea medie calculată aritmetic
L_d	- deschidere considerată la montaj și depozit
L_{tr}	- deschidere considerată la transport
L_{man}	- deschidere considerată la manipulare
M	- moment de încovoiere (în general)
M_p	- moment din forța de precomprimare
M_{pII}	- momentului de ordinul II din forța de precomprimare
M_q	- momentul încovoietor datorat sarcinilor exterioare și masice, a cărei valoare se raportează fazei de de solicitare a grinzii precomprimate
M_{ξ}, M_{η}	- momentele încovoietoare corespunzătoare axelor locale principale ξ și η
M_{ζ}	- momentul de răsucire.
P	- forță de precomprimare aplicată unei grinzi
P_{cr}	- efortul axial critic al elementelor solificate la compresiune
P_t	- încărcare produsă de modulul tangent
P_r	- încărcare produsă de modulul redus
SLS	- stare limită de serviciu
SLU	- stare limită ultimă
RH%-	- umiditatea relativă a mediului ambiant
T_n	- perioadă de vibrație
V	- forță verticală concentrată

Caractere latine mici

a_n	-coordonată generalizată
c, k, u	- notații suplimentare pentru reducerea volumului de calcul
b	- lățimea secțiunii transversale
d	- distanța de la capătul grinzii la punctul de perindere în faza de manipulare

e	- exentricitate
e_{imax}	- exentricitate inițială maximă admisă
e_{i0}	- exentricitate inițială
f_{lmin}	- limita inferioară admisă a frecvenței modului fundamental de vibrație
f_{c0}	- rezistența la compresiune a betonului neconfinat
f_{cc}	- rezistența la compresiune a betonului confinat
f_c	- rezistența la compresiune a betonului
f_{cd}	- valoarea de calcul a rezistenței la compresiune a betonului
f_{ck}	- valoarea caracteristică a rezistenței la compresiune a betonului, determinată pe cilindri la 28 de zile
f_{cm}	- valoarea medie a rezistenței la compresiune a betonului, expresia analitică dată tabelar în EN 1992-1-1 (2004), la fel în funcție de clasa betonului
f_{ctm}	- valoarea medie a rezistenței la întindere a betonului
f_{ctd}	- valoarea de calcul a rezistenței la întindere a betonului
f_{pk}	- rezistența caracteristică la întindere a armăturilor pretensionate
$f_{p0.1k}$	- valoarea caracteristică a limitei de elasticitate convențională la 0.1% a armăturilor pretensionate
f_{pd}	- rezistența de calcul la întindere a armăturilor pretensionate
f_{pu}	- rezistența de rupere a armăturii active
f_{py}	- rezistența de curgere a armăturii active
f_t	- rezistența de calcul la întindere a armăturilor de beton (pasive)
f_y	- limita de curgere a armăturilor pasive pentru beton
f_u	- rezistența ultimă a armăturii pasive
f_{yk}	- limita de curgere (rezistența de curgere) caracteristică a armăturilor pentru beton
f_{yd}	- limita de curgere de calcul a armăturilor pentru beton
$f_{0.2k}$	- valoarea caracteristică a limitei de elasticitate convențională la 0.2% a armăturilor pasive
f_n	- frecvența proprie

g	- accelerație gravitațională
$g(x)$	- funcții test care se asociază modurilor de flambaj asumate
h	- înălțime (în general)/ grosimea unui element de placă
h_0	- raza medie a elementului, în mm
h_r	- înălțime manipulare
i	- raza de girație a secțiunii transversale $i^2=I/A$
l_i	- lungimea segmentului unui element de beton precomprimat
m	- masa elementului / numărul de deschideri la grinzile contigue
n	- indice - moduri de flambaj
t	- vârsta betonului la momentul considerat, exprimată în zile/ grosimea stratului de neopren nedeformat
t_0	- vârsta betonului în momentul aplicării încărcării
u	- perimetrul secțiunii transversale de beton în contact cu atmosfera - notație suplimentare pentru a reduce volumului de calcul
u_1, u_2	notații suplimentare pentru a reduce volumului de calcul
$q(x)$	- sarcină echivalentă pe o grindă
q_n	- coordonatele generalizate Lagrange
v	- viteza unui forței mobile, a unui automobil
v_p	- efortul de precomprimare normalizat
v_{rez}	- viteze ale vehiculelor asociate rezonanței podurilor analizate
y_{max}	-
$y(x), z(x)$	- reprezintă axa deformată a unei grinzi sau a unei plăci, în plan orizontal, vertical

Caractere latine mici

α, β, γ	- unghi
α_k	- factori de scalare a funcțiilor test

ω_n	- pulsația (viteza circulară)
φ, ψ	- funcții de stabilitate dinamică
φ_r, ψ_r	- funcții de vibrație
γ_c	- greutatea specifică a betonului
θ	- rotire a axei grinzii, a unui capăt de element
$\theta_{0n}, \theta'_{0n}$	- rotirile datorate încărcărilor normale pe axa barei
ω_n	- pulsație (viteză circulară)
$\delta_{din}, \delta_{st}$	- factor static, respectiv dinamic de amplificare a săgeții (factori de amplificare)
δ	- deplasare la nivel de secțiune
η, ξ, ζ	- coordonate (axe) locale a unei secțiuni transversale
ε_c	- deformație specifică la compresiune a betonului
$\varepsilon_{cu}, \varepsilon_{cu1}$	- deformație specifică ultimă a betonului la compresiune
ε_{c1}	- deformației specifice a armăturilor pentru beton armat sau pretensionate sub efort unitar maxim
ε_u	- deformației specifice a armăturilor pentru beton armat sau pretensionate sub efort unitar maxim
ε_{uk}	- valoarea caracteristică deformației specifice a armăturilor pentru beton armat sau pretensionate sub efort unitar maxim
ε_{py}	- deformației specifice la curgere a armăturilor active
ε_{pu}	- deformației specifice a armăturilor pasive sub efort unitar maxim
ε_{sy}	- deformației specifice la curgere a armăturilor pasive
ε_{su}	- deformației specifice a armăturilor pasive sub efort unitar maxim
ε_{ct}	- deformație specifică la întindere a betonului
ε_{ct}	- deformație specifică ultimă a betonului la întindere
$\varepsilon_{sh}^{t_1}$	deformația specifică de contracție la timpul t_1
ε_{sh}^{max}	deformația specifică de contracție maximă
ε_{sw}	- deformația specifică de umflare

ε_i	- deformația specifică instantanee la încărcare (pentru $\sigma/f_{cm} \leq 0.4$)
ε_e	- deformația elastică, $\varepsilon_e = \varepsilon_i$
ε_{cr+sh}	- deformația specifică de curgere lentă plus contracție sub acțiunea încărcărilor exterioare și a mediului ambiant
ε_{re}	- deformație specifică de revenire elastică
ε'_{re}	- deformație specifică de postacțiune elastică
μ	- coeficientul lui Poisson
$\varphi(t)$	- coeficientul de fluaj/curgere lentă la timpul t
σ	- efortul unitar de compresiune în beton
ε	- deformație specifică
$\varphi(t, t_0)$	- coeficientul de fluaj/curgere lentă, definind fluajul între timpii t și t_0 , în raport cu deformația elastică la 28 de zile
$\Phi(u), \psi(u)$	funcții trigonometrice ce iau în considerare influența forței axiale asupra rotirii de la capetele barei
Φ_δ	factor deductibilitate al deplasării dat de raportul deplasării ultime și elastice maxime (δ_u/δ_y)
$\Delta\sigma_p$	- pierderi de tensiuni nominale
ν_p	- efortul de precomprimare normalizat

Listă Figuri și Tabele

1. Listă Figuri

- Fig. 1.1 Podul Hennebique Risorgimento (Schlaich și Scheef, 1982)
- Fig. 1.2 Evoluția secțiunii transversale a grinzii (Schlaich și Scheef, 1982)
- Fig. 2.1 Deformațiile betonului
- Fig. 2.2 Curba caracteristică a betonului (determinată cu viteză constantă de deformare)
- Fig. 2.2 Diagrama schematizată pentru calculul neliniar (EN 1992-1-1, 2004)
- Fig. 2.3 Diagrama caracteristică a betonului întins (Neville, 2000)
- Fig. 2.4 Diagrama caracteristică pentru încărcări aplicate cu diferite viteze
- Fig. 2.5 Diagrame caracteristice în funcție de treapta de solicitare
- Fig. 2.6 Diagrama caracteristică pentru betonul confinat și neconfinat (Cusson și Paultre, 1994)
- Fig. 2.7 Diagrame caracteristice pentru oțeluri utilizate la armăturile pasive
- Fig. 2.8 Diagrame caracteristice pentru oțeluri utilizate la armăturile active
- Fig. 2.9 Deformația sub o încărcare de lungă durată (Neville, 2000)
- Fig. 2.10 Deformații dependente de timp (Neville, 2011)
- Fig. 2.11 Liniaritatea curgerii lente la solicitări reduse
- Fig. 2.12 Relaxarea armăturii (Buckler și Scribner, 1985)
- Fig. 2.13 Tensiunea în armătura activă în vecinătatea ancorajului activ
- Fig. 2.14 Reculul ancorajului
- Fig. 2.15 Scurtarea elastică instantanee a unui element pre-întins
- Fig. 2.16 Frecarea dintre armătura activă și canal
- Fig. 2.13 Standurile de încercări experimentale
- Fig. 2.14 Schemele statice și de încărcare pe durata încercărilor
- Fig. 2.15 Secțiunile de referință ale grinzilor testate
- Fig. 2.16 Eforturi de compresiune în secțiunea C (Iptana SA București)

Fig 2.17 Elemente spațiale isoparametrice Fig. 2.18 Modele în element finit –perspective
elemente 3D

Fig. 2.19 Modele în element finit – elemente liniare (carcase armătură)

Fig 2.20 Forțe exterioare aplicate modelelor în element finit

Fig 2.21 Procedurile incrementale și atingerea convergenței

Fig 2.22 Diagrame caracteristice ale betonului pentru calibrare

Fig 2.23 Diagrame caracteristice ale armăturii active pentru calibrare

Fig 2.24 Diagrame caracteristice ale armăturii pasive pentru calibrare

Fig. 2.25 Diagrame de separare a fețelor fisurilor

Fig. 2.26 Prevederi CEB-FIB Model Code (2010)

Fig. 2.27 Diagrama caracteristică scalată datorită curgerii lente

Fig 2.28 Diagrame caracteristică la grinda prefabricată T

Fig 2.29 Diagrame caracteristică la grinda prefabricată U (grinda chesonată)

Fig 3.30 Diagrame caracteristică la suprabetonare (grinda chesonată)

Fig 2.31 Diagrame forță-săgeată experimentale și calculate

Fig 2.32 Releveele fisurilor la rupere rezultate în analizele în element finit

Fig 2.33 Eforturi unitare principale la ruperea grinzii T nr. 18-18, L=21.00 m

Fig 2.34 Eforturi unitare principale la ruperea grinzii chesonate 96-41, L=37.1 m

Fig 2.35 Eforturi la rupere în armături

Fig 2.36 Evoluția în timp a relației calculate forță-săgeată

Fig. 3.1 Secțiuni caracteristice ale grinzilor de beton precomprimat

Fig. 3.2 Flambajul lateral al grinzii simplu rezemată precomprimată centric

Fig. 3.3 Două deschideri consecutive la o grindă continuă

Fig. 3.4 Grinda continuă cu două deschideri precomprimată centric

Fig. 3.5 Flambajul lateral al grinzii continue cu două deschideri precomprimată centric

Fig. 3.6 Soluții ale ecuației (3.9) pentru diferite rapoarte între deschideri

Fig. 3.7 Interpretarea geometrică a soluțiilor ecuației (3.9) pentru diferite rapoarte între
deschideri

- Fig. 3.8 Flambajul vertical al grinzii simplu rezemată precomprimată excentric
- Fig. 3.9 Imperfecțiuni geometrice la o grindă simplu rezemata
- Fig. 3.10 Imperfecțiuni geometrice ale armăturii active
- Fig. 3.11 Comportarea post-flambaj flexural
- Fig. 3.12 Voalarea grinzii dacă se aplică brusc o forță orizontală $H \gg \pi^2 E_c I_{y^i} / L^2$
- Fig. 3.13 Interpretarea geometrică a funcțiilor de vibrație și stabilitate
- Fig. 3.14 Soluții ale ecuației (3.35) pentru diferite rapoarte între deschideri
- Fig. 3.15 Deplasarea unei forțe mobile pe grinda precomprimată
- Fig. 3.16 Deplasarea unei forțe mobile pulsatorii pe grinda precomprimată
- Fig. 3.17 Modelul de viaduct
- Fig. 3.18 Secțiunea transversală
- Fig. 3.19 Rapoarte între efortul critic în plan vertical și efortul de precomprimare la transfer
- Fig. 3.20 Raportul între efortul critic și efortul de precomprimare la 100 de ani de serviciu pentru $L=75$ m și $L/h=35$
- Fig. 3.21 Interpretarea geometrică a funcțiilor de stabilitate dinamică
- Fig. 3.22 Soluțiile ecuației (3.53)
- Fig. 3.23 Variația frecvenței de vibrație cu deschiderea
- Fig. 3.24 Variația perioadei de vibrație cu deschiderea
- Fig. 3.25 Posibilități de flambaj lateral flexural-torsional al unei secțiuni deschise
- Fig. 3.26 Legături ale elementelor prefabricate în etapele critice
- Fig. 3.27 Flambajul lateral flexural-torsional al unei secțiuni deschise
- Fig. 3.28 Eforturi la extremitățile unei grinzi cu armătură preîntinsă (se neglijează efectul zonei de transmitere)
- Fig. 3.29 Grinda prefabricată pe aparate de reazem la montaj
- Fig. 3.30 Grafice de calcul la manipulare (Stratford și Burgoyne, 1999)
- Fig. 3.31 Echilibrarea încărcărilor exterioare prin precomprimare

- Fig. 3.32 Grafice de apreciere a comportării în vecinătatea încărcării critice
- Fig. 3.33 Diagrame Southwell modificate, normalizate și generalizate
- Fig. 3.34 Diagrame încărcare-săgeată asociate
- Fig. 3.35 Diagrame Southwell modificate pentru diverse deschideri
- Fig. 3.36 Diagrame Southwell modificate pentru $e_{i0}=20\text{ mm}$
- Fig. 3.37 Diagrame încărcare-săgeată pentru $e_{i0}=20\text{ mm}$
- Fig. 3.38 Diagrame Southwell modificate pentru $e_{imax}=39\text{ mm}$
- Fig. 3.39 Diagrame încărcare-săgeată pentru $e_{imax}=39\text{ mm}$
- Fig. 3.40 Tipuri de flambaj local (voalare)
- Fig. 3.41 Flambajul local al unei grinzii chesonate
- Fig. 3.42 Coeficienții de flambaj ai unei plăci dreptunghiulare în funcție de raportul laturilor
- Fig. 4.1 Poziții de echilibru limită la flambajul inelastic
- Fig. 4.2 Teoriile de flambaj neelastic (Labuz și Drescher, 2003)
- Fig. 4.3 Rapoarte între efortul critic în plan vertical și efortul de precomprimare la transfer (rigiditate tangentă pe termen scurt)
- Fig. 4.4 Rapoarte între greutatea critică și greutatea grinzii prefabricate T
- Fig. AI.1 Plan dispunere toroane grindă T, L=21m
- Fig. AI.2 Plan armare grindă T, L=21m
- Fig. AI.3 Plan dispunere toroane grinda chesonată, L=37.10 m
- Fig. AI.4. Plan armare grinda chesonată, L=37.10 m
- Fig. AI.5. Plan armare suprabetonare grinda chesonată, L=37.10 m

2. Listă Tabele

Tab. 2.1 Pierderi de tensiune la principalele tehnologii de precomprimare

Tab. 2.2 Programul de încărcare al grinzii T 18-18

Tab. 2.3 Programul de încărcare al grinzii chesonate 96-41

Tab. 2.3 Informații cu privire la condițiile încercărilor și caracteristici de material

Tab. 2.4 Valorile energiei de fracturare și a deformației specifice ultime la întindere la betoanele celor două grinzi analizate

Tab. 2.5 Parametri pentru calculul încărcării de durată

Tab. 2.6 Coeficientul de curgere lentă $\varphi(t, t_0)$

Tab. 2.7 Deformații specifice de control la întindere

Tab. 2.8 Efortul de precomprimare în toroane funcție de timp/etapă

Tab. 2.9 Eforturi ultime estimate pe durata serviciului

Tab. 2.10 Săgeți la rupere estimate pe durata serviciului

Tab. 3.1 Soluții ale ecuației (3.9) și forțe critice asociate

Tab. 3.2 Valori ale factorului k (EN 1991-2, 2004)

Tab. 3.3 Cele mai mari deschideri la podurile cu grinzi de beton precomprimat (Virola, 2015)

Tab. 3.4 Deschideri și coeficienți de zveltețe la grinzile chesonate monolite (Poon, 2009)

Tab. 3.5 Caracteristici geometrice și secționale ale grinzilor analizate

Tab. 3.6 Modulul de elasticitate secant, caracteristica curgerii lente și pierderi de tensiune nominale – valori extreme

Tab. 3.7 Lungimi de undă

Tab. 3.8 Caracteristici de vibrație în modul fundamental

Tab. 3.9 Limita inferioară admisă a frecvenței modului fundamental de vibrație (EN 1991-2, 2005)

Tab. 3.10 Sarcini mobile și roți de referință

- Tab. 3.11 Viteze ale vehiculelor asociate rezonanței podurilor analizate
- Tab. 3.12 Factori de amplificare dinamică la rezonanță
- Tab. 3.13 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18
- Tab. 3.14 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18
- Tab. 4.1 Eforturi critice pentru flambajul flexural general inelastic la la grinda T nr. 18-18, considerând rigiditatea tangentă pe termen scurt
- Tab. 4.2 Eforturi critice pentru flambajul flexural general inelastic la la grinda T nr. 18-18, considerând rigiditatea redusă
- Tab. 4.3 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18, corespunzătoare rigidității tangente
- Tab. 4.4 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18, corespunzătoare rigidității reduse
- Tab. AII.1 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, $RH=20\%$ (studii de caz 3.3.5)
- Tab. AII.2 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, $RH=40\%$ (studii de caz 3.3.5)
- Tab. AII.3 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, $RH=60\%$ (studii de caz 3.3.5)
- Tab. AII.4 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, $RH=80\%$ (studii de caz 3.3.5)
- Tab. AIII.1 Caracteristici dinamice, modul fundamental, $nL=4.218$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.2 Caracteristici dinamice, modul II de vibrație, $nL=4.459$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.4 Caracteristici dinamice, modul IV de vibrație, $nL=7.705$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.5 Caracteristici dinamice, modul V de vibrație, $nL=10.488$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.6 Caracteristici dinamice, modul VI de vibrație, $nL=10.731$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.7 Caracteristici dinamice, modul VII de vibrație, $nL=10.963$ (studii de caz 3.4.4)

- Tab. AIII.8 Caracteristici dinamice, modul VIII de vibrație, $nL=13.983$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.9 Caracteristici dinamice, modul IX de vibrație, $nL=17.793$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIII.10 Caracteristici dinamice, modul X de vibrație, $nL=18.094$ (studii de caz 3.4.4)
- Tab. AIV.1 Parametri și eforturi critice pentru flambajul flexural general inelastic, considerând rigiditatea tangentă pe termen scurt (studii de caz 4.2)
- Tab. AIV.2 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general flexural inelastic, considerând rigiditatea tangentă pe termen scurt și rigiditatea tangentă inițială pe termen lung (studii de caz 4.2)
- Tab. AV.1 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general flexural inelastic, considerând rigiditatea tangentă inițială și tangentă pe termen lung (studii de caz 4.2)

1 INTRODUCERE

1.1 Scurtă retrospectivă istorică a grinzilor de beton precomprimat

Betonul este un material de construcție folosit încă de pe vremea romanilor. Având rezistență mare la compresiune dar mică la întindere, a fost utilizat la început la realizarea arcelor, pereților și bolților. Mai târziu, la mijlocul secolului al XIX-lea, când s-a descoperit că barele de oțel, în combinație cu betonul, cresc rezistența unui element la întindere (betonul armat), acesta a început să fie utilizat și la realizarea grinzilor și a plăcilor, elemente preponderent sollicitate la încovoiere.

Începând cu anul 1930 Eugene Freyssinet a implementat betonul precomprimat în proiecte de anvergură. Din acel moment a avut o loc o explozie a construcțiilor cu structuri de beton precomprimat (Benaim, 2008): poduri, rezervoare, tuburi de presiune, piloți și chesoane pentru fundații, piste de avioane, ecluze, docuri, etc. Betonul precomprimat prezintă o serie de avantaje în comparație cu betonul armat: distribuție avantajoasă a eforturilor în serviciu, reducerea costurilor de realizare și a cantității de beton folosit, secțiuni transversale mai mici și/sau mai zvelte pentru aceleași încărcări și deschideri, greutate proprie redusă, limitarea stării de fisurare în elemente, deformații mult mai mici datorită rigidității superioare și contrasăgeții inițiale la transfer, realizarea elementelor de dimensiuni mari folosind elemente de dimensiuni mai mici etc (Bazant, 2010).

Folosirea elementelor de beton precomprimat permite obținerea unor performanțe tehnice spectaculoase în ceea ce privește deschiderile elementelor, în special în domeniul podurilor și al acoperișurilor pentru acoperirea unor spații cu deschideri mari (Pascu, 2012). Betonul precomprimat este singurul material structural care are a avut o creștere continuă constantă, datorită costului inițial scăzut, costului de întreținere normal și durată de viață prelungită și necesară a podurilor.

Grinzile I, T, de tip cheson elemente structurale folosite atât în construcțiile civile dar cu o importanță deosebită la realizarea infrastructurii, în special la realizarea autostrăzilor și a structurilor moderne de transport (poduri). Grinzile de pod sunt utilizate pentru susținerea unor structuri de tipul: poduri, viaducte, platforme și se realizează conform normativelor în vigoare, aferente fiecărei țări. În majoritatea cazurilor, grinzile utilizate la poduri se realizează sub formă de grinzi cu pereți subțiri sau grinzi zvelte, datorită dimensiunilor secțiunii transversale. La podurile moderne, acestea pot fi realizate din metal, beton precomprimat sau compozit și reprezintă componenta structurală de bază a structurii.

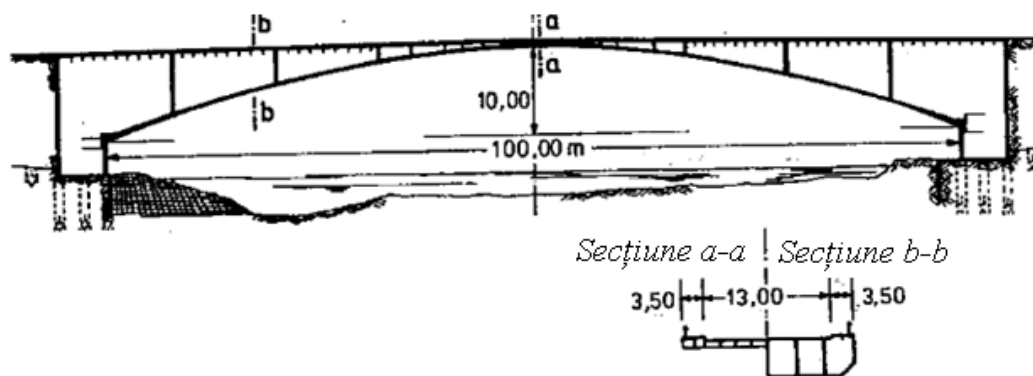


Fig. 1.1 Podul Hennebique Risorgimento (Schlaich și Scheef, 1982)

Baza teoretică a grinzilor chesonate a fost dezvoltată de Sir William Fairbairn, cu ajutorul matematicianului Eaton Hodgkinson, în jurul anului 1830 (Kristesk, 1979). Ei au încercat să obțină o metodă de proiectare optimă a grinzilor asamblate din plăci nituite din fier forjat. Primul pod din beton armat de forma unui arc a fost realizat în anul 1875. Probabil primul pod care a

utilizat grinzi chesonate a fost Hennebique Risorgimento în 1911, în formă de arc, așa cum se arată în Figura 1.1 (Schlaich și Scheef, 1982).

Primele poduri din beton armat precomprimat, majoritatea de secțiune I, s-au realizat la începutul anilor 1920. Podul Sclayn peste râul Maas, realizat de Magnel în 1948 a fost primul pod continuu din beton armat precomprimat având două deschideri de 62.70 m.

Mai târziu, o dată cu creșterea economiei, industria construcției de poduri se dezvoltă, secțiunea transversală a grinzii evoluând din punct de vedere structural, de la simpla secțiune deschisă T sau I la secțiuni chesonate, cu un canal și mai târziu cu mai multe canale, după cum se sublinează în Figura 1.2. Lățimea zonei comprimate de deasupra pilonului a fost extinsă mai târziu pe toată deschiderea podului, datorită avantajelor caracteristicilor transversale de preluare și transmitere a încărcărilor. De asemenea, costurile ridicate au dus la reducerea numărului de celule în secțiunea transversală. Cu scopul de a reduce încărcările din timpul construcției (încărcarea din greutatea proprie) sau pentru reducerea costurilor de realizare, numărul de celule în secțiunea transversală s-a redus. Grinda din Figura 1.1h se consideră a fi una dintre cele mai eficiente, în cazul grinzilor chesonate. Acest tip de secțiune a contribuit la realizarea mai multor poduri speciale (Schlaich și Scheef, 1982).

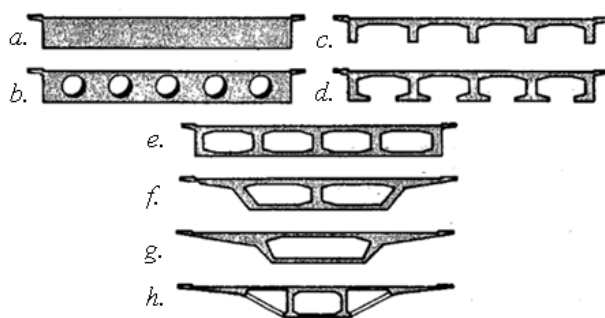


Fig. 1.2 Evoluția secțiunii transversale a grinzii (Schlaich și Scheef, 1982)

Dacă la început, podurile se realizau din beton, piatră, cărămidă, cu timpul, datorită necesității de a acoperi deschideri cât mai mare, s-a trecut la realizarea precomprimată sau mixtă. Aplicarea precomprimării la poduri, a

facilitat realizarea unor deschideri foarte mari, începând cu 1949, prin utilizarea oțelului de înaltă rezistență, la realizarea Podului Walnut Lane Bridge din Philadelphia, Pennsylvania. Din 1950 până la începutul anilor 1990, numărul de poduri de beton precomprimat a depășit 50 de procente din toate podurile construite în Statele Unite. Până la sfârșitul anilor 1990, deschiderile spliced-girder au atins un record de aprox. 98 m (Hueste și col., 2012).

Dezvoltarea zonelor rurale și a infrastructurii moderne, creșterea semnificativă a traficului precum și dezvoltarea traficului naval, au creat o cerere mare de poduri de deschidere mare, în ultimul secol. Astfel, numărul mare de poduri din ultimul secol, realizate cu ajutorul grinzilor precomprimate de diferite secțiuni, au demonstrat performanța acestora de a concura cu podurile de metal, pe deschideri ce variază între (40-90) m. Unele state au o limită pentru lungimea maximă admisă de transport (37 m) și greutate de până la 70 t. Altele, inclusiv Pennsylvania, Washington, Nebraska și Florida, au permis realizarea prefabricată a grinzilor cu lungimi de până la aproximativ 53 m și o greutate de până la 100 t (Maher și col. 2003). Grinzile de secțiune standard I și T, realizate prefabricat până la deschideri de 49 m, reprezintă o treime din podurile realizate în SUA (Castrodale și White, 2004).

Până în prezent, s-au realizat mai mult de 20 de poduri cu grinzi rigide continue de deschidere mai mare de 200 m, mai mult de 100 de poduri cu grinzi de beton armat precomprimat și 18 super-poduri cu grinzi de deschidere mai mari de 240 m în lume, printre care 13 sunt realizate în China (Zureick și col., 2005). Însă pe măsură ce numărul de poduri realizate a crescut, au apărut și diverse probleme ce necesită o mai mare atenție. Una din problemele ce influențează comportarea podurilor sunt pierderile de tensiune, apariția fisurilor și a deformațiilor datorate variației temperaturii exterioare, efectul shear lag, influența curgerii lente și a contracției, deformațiile de lungă durată, influența mediului ambiant, imperfecțiunile geometrice, efectele din interacțiunea încovoierii, compresiunii și a forței tăietoare, influența dilatărilor, contracțiilor și deformațiilor betonului etc (Angomas, 2009).

Deschiderea unui pod poate varia între 25 m, utilizându-se grinzi prefabricate și 450 m, pentru cable stayed-bridge. Realizarea podurilor din beton armat se recomandă la poduri cu o deschidere mai mică de 25 m. Pentru o deschidere de (40 -70) m, se recomandă realizarea podului printr-o secțiune transversală de înălțime constantă pe deschidere. La o deschidere mai mare de 70 m, se recomandă utilizarea unor secțiuni transversale de înălțime variabilă cu vute (Hewson, 2003). Grinzile prefabricate, precomprimate se pot utiliza pentru deschideri ce depășesc și 90 m (NCHRP, 2004). Grinzile de secțiune I și bulb-tee pot fi folosite la deschideri de maxim 50 m în timp ce grinzile chesonate pot acoperi deschideri între (25-300) m. Astfel, Lâla deschideri de peste 50 m, sunt practic singurul tip de grinzi recomandate, oferind eficiență structurală garantată (Mohiuddin, 2014).

Grinzile chesonate au început să fie utilizate cu o pondere mai mare începând cu anul 1940-1950 (Bender și William, 1969), acestea având un procent mare în totalul de grinzi prefabricate/precomprimate de beton utilizate la realizarea infrastructurii. Între 1990 și 1995, 16% din totalul de poduri au fost realizate din grinzi chesonate din beton precomprimat, acestea fiind și mai economice. După anul 1995, are loc o scădere a numărului de poduri construite. Recent, podurile realizate cu grinzi chesonate reprezintă 12% din numărul total de poduri construite între 2005 și 2010 (Avendaño și col., 2013).

National Bridge Inventory evidențiază prin numeroase studii performanța superioară a podurilor din beton precomprimat în comparație cu performanța altor materiale utilizate la poduri, de aceeași vârstă. Acest lucru este reflectat în cota de piață în creșterea betonului precomprimat utilizat la poduri, de la 0% în jurul anului 1950 la 50% în zilele noastre (Aswad și col., 2003). Podul Shibampo Bridge din China reprezintă podul cu cea mai mare deschidere din lume, realizat din grinzi chesonate de beton precomprimat, cu o deschidere maximă de 330 m și o lungime 1104 m.

Grinzile de beton armat sunt de dimensiuni și secțiuni mici în comparație cu grinzile realizate din beton precomprimat. Acestea din urmă se

realizează din elemente prefabricate, prin diferite tehnologii de construcție: prin translații orizontale sau verticale ale podului segmental pe deschideri, în consolă, segmental pe eșafodaje etc. În standardele internaționale, se observă că dimensiunile secțiunii și deschiderea grinzii este dependentă de modul de construcție al podului, a elementului structural.

Tehnologia de realizare este foarte importantă în alegerea sistemului structural. Indiferent de secțiunea transversală, construcția poate fi in situ, prin turnarea monolită a betonului sau prefabricată, cu elemente realizate prefabricat și transportate la fața locului. Sistemul de precomprimare depinde în mare parte de forma secțiunii transversale, sistemul structural, schema statică și metoda de construcție. Realizarea prefabricată oferă viteza sporită de montaj, flexibilitatea formelor și a proiectării, reducerea cantității de material, implicit reducerea costurilor, profitabilitatea lucrărilor etc.

Grinzile precomprimate au o zveltețe mare în comparație cu elementele din beton armat, de aceea problema deformațiilor este importantă în analiza acestora. Fisurile sunt rezultatul coroziunii și deteriorării betonului. Se recomandă astfel utilizarea grinzilor din beton armat post-tensionate, deoarece acestea limitează apariția fisurilor, apariția coroziunii și îmbunătățește performanța structurală.

În România, betonul precomprimat a început a fi utilizat după război, după ce industria a devenit capabilă în 1955 de a produce armături de înaltă rezistență. S-au construit un număr mare de fabrici de prefabricate, care produceau elemente de beton precomprimat de cele mai diferite tipuri, utilizarea acestuia făcându-se pe scară largă, în special la planșee, acoperișuri de deschidere mare, clădiri înalte etc. Evoluția construcției de poduri a fost influențată de conjunctura politică și socială, din partea de Est a Europei. Cele mai importante lucrări de poduri au fost realizate în perioada anilor 1800-1900 de ingineri români, cum au fost Elie Radu și Anghel Saligny. Dintre podurile de beton armat sunt precizate aici viaductul Caracău reconstruit după cel de-al II-lea război mondial, având o lungime totală de 264 m, bolta cu o deschidere

de 100 m și podul peste Argeș la Hotarele, cu suprastructura realizată din două arce cu calea la mijloc, cu o deschidere de 85 m.

1.2 Grinzi de beton precomprimat. Preocupări internaționale și naționale

1.2.1 Reglementare/normare

Sectorul construcțiilor (civile și infrastructura) este de o importanță strategică pentru UE. Acest sector reprezintă mai mult de 10% din PIB-ul UE și mai mult de 50% din formarea de capital fix. Este cea mai mare activitatea economică unică și cel mai mare angajator industrial din Europa. Prin publicarea celor 58 părți de Eurocoduri în 2007, s-a încercat implementarea acestora prin extinderea și utilizarea lor în țările europene, adoptarea lor la nivel internațional. În cazul podurilor chesonate de metal, există o serie de prescripții în ceea ce privește stabilitatea locală și generală precum și reguli de stabilitate (Bouassida și col., 2010).

Pe plan național nu există documente cu caracter normativ sau ghiduri de proiectare care să abordeze problema stabilității grinziilor de pod, în condițiile în care verificările de stabilitate, în format EN 1992 , diferă formal de cele cu care proiectanții români erau obișnuiți în conformitate cu STAS 10108/0-78. EN 1992-2 (2006) este normativul care oferă la nivel național informații legate de modul de proiectare și prevederile constructive ale podurilor din beton. Nu se oferă informații legate de stabilitate grinziilor de pod. Există și un normativul EN 15050:2007 - Produse prefabricate din beton. Elemente pentru poduri- pe baza căruia se proiectează podurile realizate din elemente prefabricate, însă care de asemenea, fără mențiuni legate de stabilitatea acestora.

Institutul Național de Cercetare-Dezvoltare în Construcții și Economia Construcțiilor (INCERC) a realizat încercări experimentale la scară reală, pe grinzi de secțiune T, I și chesonată, în cadrul acțiunii de certificare a grinziilor prefabricate utilizate la podurile și viaductele de pe Autostrada Transilvania. S-au efectuat încercări distructive și nedistructive pe grinzi precomprimate de

diferite secțiuni și deschideri. Acestea s-au încercat conform standardului de referință (STAS 12313, 1985). Unele rezultatele aferente acestor încercări vor fi fructificate în plan științific în cadrul prezentei lucrări.

American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) reprezintă cel mai important standard care stă la baza realizării podurilor în SUA începând cu anul 1940. Acesta prin edițiile publicate, reușește să surprindă aproape toate problemele legate de construcția, proiectarea și reabilitarea grinzilor de pod. În ultimele două decenii, modul de realizare și proiectare, precum și materialele folosite s-au modificat semnificativ. Metoda AASHTO LRFD Bridge (Load And Resistance Factor Design) folosită în AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (2012), propune o încărcare utilă minimă de proiectare. Conform acestei metode se recomandă ca secțiunea transversală a grinzii chesonate să fie trapezoidală. Se recomandă de asemenea ca talpa superioară și inferioară să fie rotite ca să fie paralele cu înclinația punții. Este unul dintre cele mai importante normative americane, care pune bazele proiectării, evaluării și reabilitării podurilor. Prin standardele oferite de AASHTO Segmental Box Girder Standards, se stabilesc dimensiunile secțiunilor pentru diferite metode de construcție.

Potrivit articolelor scrise de Linzell și col. (2004) s-a ajuns la concluzia că majoritatea formulelor date în standardul American "AASHTO Guide Specifications for Horizontally Highway Bridges" sunt bazate pe date obținute experimentale prin realizarea mai multor teste și pe studii parametrice cu elemente finite și nu pe studii analitice. O importantă bază de articole o dețin de asemenea chinezii, însă majoritatea documentației care nu poate fi vizualizată decât contra-cost. Canada este una dintre țările care are o serie de publicații și coduri referitoare la comportarea grinzilor chesonate din beton. Codul The Ontario Highway Bridge Design Code (1983) a fost printre primele care a pus bazele proiectării podurilor din beton cu grinzi chesonate (Aswad și col., 2003).

În Europa, codurile de proiectare au la bază cărțile scrise de Menn

(1990), Schlaich și Scheef (1982) sau Strasky (2006); cursuri publicate în cadrul universităților (Leonhardt, Menn, Strasky) sau experiența proprie. Germania este lideră cu cele mai multe poduri cu grinzi chesonate realizate, Fritz Leonhardt fiind cel mai consacrat în acest domeniu. Germania are codul propriu DIN de proiectare a podurilor, acesta bazându-se pe lucrările teoretice și experimentale realizate în Elveția, codul de proiectare fiind format din două părți: Poduri de beton și Poduri din beton precomprimat. Britanicii sunt destul de activi în ceea ce privește realizarea podurilor curbe, având propriul cod de proiectare al podurilor: codul ASCE Committee on Construction Equipment and Techniques (1989), Concrete Bridge Design and Construction in the United Kingdom, care de asemenea este de o mare importanță în calculul și proiectarea podurilor (Hewson, 2003). Un alt normativ reprezentativ al podurilor de beton este IRC-18-2000, un normativ indian.

Raportul NCHRP 12-71 (2008) este unul dintre cele mai importante publicații privind proiectarea podurilor curbe de beton armat și precomprimat iar raportul NCHRP 517 (2004) prezintă modul de proiectare sub sarcină recomandată și factor de rezistență (LRFD), proceduri standard, detalii și exemple de proiectare pentru obținerea unor deschideri cât mai mari utilizând grinzi prefabricate de beton precomprimat.

Astfel există o serie de cărți, normative, articole care se ocupă cu studiul problemelor ce apar la podurile de beton armat și precomprimat. De asemenea, în funcție de modul de construcție al podurilor, putem găsi standardizate secțiunea transversală (I, T, cheson etc.), depinzând de deschiderea la care va fi utilizată grinda ca element structural. În ceea ce privește forma secțiunii transversale a unei grinzi de pod, prevederile sunt vaste (Bridge Design Specification, online).

AASHTO LRFD (2012) recomandă amplasarea unor diafragme în punctele de rezemare, în interiorul grinzilor, cu rolul de a transmite încărcările și de a oferi rigiditate transversală secțiunii. Greutatea proprie, modul de aplicare al încărcărilor și intensitatea acestora trebuie utilizate și în analiza

structurală generală. Efectele dependente de timp (curgerea lentă, contracția și pierderile din precomprimare) se consideră separat și apoi combinate pentru a se putea obține cerințele generale de proiectare, deși în ultimii ani, există softuri care iau în considerare toate aceste aspecte.

Conform DSD (Development Services Department, San Antonio, Texas), grinziile cu o deschidere între (12.19 -30.48)m sunt cele mai economice (Gauvreau, 2006).

PCI Bridge Design Manual (2003, 2014) abordează stabilitatea laterală a grinzilor precomprimare de pod pentru două cazuri : a. când grinda este manipulată cu ajutorul unui dispozitiv de ridicare și b. când grinda este rezemată pe suporturi flexibile (în special în timpul transportului). Manualul PCI oferă o procedură explicită de siguranță la instabilitatea grinzilor în cele două cazuri, pe baza lucrărilor realizate de Mast (1989, 1993, 2008), însă oferă metode sau recomandări în cazul grinzilor în stadiul de manipulare (Hurff, 2010).

1.2.2 Literatura tehnică

În secolul XX, s-au dezvoltat teoriile de stabilitate în domeniul neliniar, cauzate fie de deformațiile mari apărute, fie de neliniaritatea de material. În cea de a doua jumătate a sec XX, accentul s-a pus pe studiul stabilității dinamice, în special pentru sistemele non-conservative. Analiza comportamentului post-critic neliniar, în analiza instabilității statice s-a dezvoltat doar în ultimele decenii. Majoritatea acestor aspecte au fost reunite și prezentate succint în cartea lui Bazant și Cedolin: *Stability of Structures* (Bazant și Cedoli, 2010). Problema de pierdere a stabilității este mult mai detaliată în cazul elementelor de metal, care sunt considerate în majoritatea cazurilor elemente zvelte sau elemente cu pereți subțiri (Godo, 2000).

Problemele de stabilitate care apar la grinzi au o importanță deosebită și din vederea asigurării siguranței structurilor. În SUA se elaborează de către SSRC Structural Stability Research Council, periodic (la 5 ani). În Europa,

Convenția Europeană pentru Construcții Metalice a editat și publicat în 2008 un Manual explicativ pentru calculul la stabilitate a structurilor metalice, în conformitate cu EN 1993-1-1 cu exemple. În Marea Britanie, Steel Construction Institute a elaborat o serie întreaga de documente dedicate verificărilor și calculelor de stabilitate a diferitelor tipuri de elemente structurale. La fel, astfel de materiale au fost elaborate în Franța, la CTIM și OTUA, sau în Germania documentațiile DAST.

Grinzile de metal sunt tratate ca și grinzi cu pereti subțiri în timp ce grinzile din beton precomprimat sunt considerate grinzi zvelte lungi, din cauza raportului înălțime-deschidere. Din această cauză, problema stabilității este foarte importantă și trebuie studiată în toate fazele de construcție, inclusiv în fazele de manipulare, transport și montaj. Stabilitatea laterală trebuie analizată, în special la grinzile la care secțiunile nu sunt standard. Procedurile de verificare la flambaj lateral au fost dezvoltate de Mast în 1993, 1994 și 2008 iar recent sumarizate în Secțiunea 8.10 a PCI Bridge Design Manual (PCI, 2014). Unele softuri oferă posibilitatea de verificare pentru pierderea stabilității laterale.

La realizarea podurilor de deschidere mare, unul dintre obiective este de a reduce numărul de grinzi suport, care reduce timpul de realizare și costurile. Însă acest lucru implică realizarea unor grinzi înalte și zvelte, la care apare problema stabilității și flambajului, trebuie luate în considerare. Articolul 5.14.1.2.1 al Codului American AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (1989, 2002) cere furnizorului să realizeze o corectă manipulare și construcție a podului. Articolul 5.14.1.3.3 din același cod, precizează: “ Apariția flambajului la secțiunile cu inimi înalte și subțiri trebuie luat în considerare”. Însă nu sunt date precizări în ceea ce privește stabilitatea segmentelor zvelte prefabricate din beton precomprimat (Linzell și col., 2004). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (2007) și AASHTO LRFD Bridge Construction Specifications (2004) nu limitează construcția grinzilor din considerente de stabilitate. Normativul AASHTO LRFD Bridge Construction Specifications (2004)

menționează în Secțiunea 8.13.6 că "contractorul lucrării este cel responsabil de siguranța elementelor prefabricate pe durata construcției podului". Putem spune astfel că normativele existente nu oferă suficiente informații egale de stabilitatea grinzilor de pod precomprimate.

După cum bine știm, comportamentul unei grinzi chesonate este mult diferit de cel al unei grinzi I. Există foarte multe studii experimentale și analitice realizate asupra grinzilor de secțiune I, în special, de metal, metal-beton și beton armat și precomprimat, studii realizate după ce s-a produs explozia dezvoltării infrastructurii la nivel mondial.

Magnel (1950) a demonstrat analitic printr-un exemplu această teorie, și anume că grinziile cu tendoane aderente precomprimate nu flambează. A realizat teste pe mai multe grinzi precomprimate de secțiune rectangulară de 3 m lungime, încărcarea critică având valoare apropiată de încărcarea critică Euler. Nu au apărut semne de instabilitate, însă după 5 minute betonul a cedat datorită compresiunii. De asemenea, a arătat ca pentru n puncte de contact între tendon și beton, încărcarea critică Euler va fi de n^2 mai mare. De asemenea a afirmat că un element precomprimat este imposibil să flambeze dacă tendonul este pe întreaga lungime aderent cu betonul, prin realizarea mai multe teste pe grinzi de diferite deschideri și înălțimi.

Bleich (1952) , Trahair și col. (2001) au studiat mai amănunțit efectul imperfecțiunilor geometrice asupra flambajului elastic. Comportarea grinzilor precomprimate este diferită de cea a grinzilor de beton, ecuațiile flambajului lateral-torsional trebuie să ia în considerare proprietățile neliniare de material a zonei comprimate de beton, pentru ca acestea să fie valide. Prin introducerea forței de precomprimare, grinda se va comporta ca un stâlp acționat de o încărcare axială iar toroanele înglobate în beton vor reduce deformarea laterală totală a grinzii. Pentru o analiză corectă a flambajului lateral-torsional a grinzilor precomprimate, este necesară formularea unor ecuații analitice și metode care să ia în considerare comportamentul neliniar al betonului, efectul precomprimării și a imperfecțiunilor inițiale. În urma studiilor realizate pe o

grindă de acoperiș cu o deschidere de 44.5 m, Molke (1956) a concluzionat că precomprimarea nu poate duce la pierderea stabilității, însă forțe exterioare aplicate unei grinzi precomprimare ar putea cauza apariția flambajului, cercetare continuată de Muller (1962).

Kaar și col. (1960) au investigat modul de construcție al grinzilor continue, prefabricate de beton precomprimat utilizate la deschiderile mari. Studiul s-a focusat pe modul de armare al suprabetonării și al punții peste grinzi, prin intermediul căruia s-a realizat continuitatea, proiectată pentru a rezista încărcărilor.

Sant și Bletzacker (1961) au recomandat folosirea unui modul de elasticitate redus, de valoare $E_r=0.687E_c$ cu rolul de a lua în considerare relația neliniară efort- deformație a betonului la compresiune a grinzilor înalte și zvelte de beton.

Conform Riks (1979) simplifică problema stabilității, încărcarea critică finală fiind obținută prin multiplicarea încărcării critice din secțiune cu un coeficient ce reprezintă raportul modulului secant și modulului elastic.

Rafla (1973) a realizat o serie de diagrame care pot fi utilizate în proiectarea curentă, diagrame ce iau în considerare parametri atipici pentru a asocia proprietățile betonului, raporturile de armare și load height rigidității finale. În ecuația momentului critic la flambaj, a fost introdusă această rigiditate, care ia în considerare parametrii amintiți (Riks, 1979).

Röder și Mehlhorn (1981) au determinat încărcarea critică de flambaj, utilizând segmente de grindă cu diferite rigidități. S-a utilizat un program de calcul ce oferă informații asupra tensiunilor și deformațiilor, pe segmente de grindă, luând în considerare deformațiile inițiale. Această metodă a fost dezvoltată mai târziu de Deneke în 1985 (Hurff, 2010).

Konig și Pauli (1990) au realizat teste pe 6 grinzi precomprimare și neprecomprimare, de forma I și T, supuse la același mecanism de cedare. Pe măsură ce încărcarea transversală a crescut, deplasarea laterală este relativ

mică, însă când încărcarea critică a fost atinsă, deplasarea laterală a crescut impresionant. Efectul asupra grinzii a fost apariția crăpăturilor înclinate pe ambele fețe ale grinzii. Fisurile de pe fața convexă fiind perpendiculare față de cele de pe fața concavă. Acest tip de fisuri marchează apariția flambajului lateral torsional și sunt numite crăpături din torsiune. Fisurile au fost mai numeroase pe partea convexă, comparativ cu cele de pe partea concavă, explicația constând în existența compresiunii pe partea concavă datorită axei de încovoiere care are tendința de a închide crepăturile de torsiune. Pe partea convexă, axa de încovoiere are tendința de a amplifica crăpăturile. Rezultatele au arătat că creșterea lățimii tăpii superioare și adăugarea unor armături de compresiune suplimentare cresc stabilitatea grinzii. Mai mult, forțele de precomprimare nu influențează stabilitatea grinzii, însă încărcarea critică la secțiunile precomprimate a fost cu 16% mai mare decât a secțiunii din beton armat.

Abdel-Karim și Tadros (1992, 1995) au realizat un State-of-the-Art și o sinteză a modului de proiectare și construire a peste 40 poduri din Statele Unite și Canada, având ca elemente componente grinzi prefabricate I îmbinate/continuizate in situ. S-a utilizat beton de înaltă rezistență variind de la 40 MPa până la 68 MPa și secțiuni zvelte. Autorii au remarcat faptul că stadardele AASHTO și PCI I-Girders and Bulb-Tee au fost modificate, pentru utilizarea lor cât mai eficientă în zonele de momente negative și pozitive, prin eliminarea blocurilor de capăt și utilizarea diafragmelor de capăt.

Ficenec și col. (1993) au descris fazele și punerea în aplicare a noilor tehnologii de realizare a grinzilor continue, pentru două poduri din Nebraska. Tipul de grindă ales a fost I prefabricată, de beton precomprimat. Prin utilizarea precomprimării pe o lungime parțială, s-a realizat o reducere a costurilor cu 30.000 \$ față de varianta structurală cu grinzi de metal.

Lounis și col. (1997) a realizat un studiu pe mai multe grinzi standard de secțiune I, utilizate la poduri continue și segmentate. Au fost incluse trei sisteme structurale în acest studiu:

- grinzi continue cu două deschideri, cu post-tensionare pe toată lungimea;
- grinzi continue cu două deschideri, pretensionate cu bare de armătură nepretensionate în punte la pilonii interiori;
- grinzi pretensionate simplu rezemate: s-au stabilit secțiuni optime, facilitându-se astfel reducerea numărului de grinzi utilizate și greutatea totală a podului.

S-a realizat și un program experimental, în care s-a folosit ca parametrii deschiderea podului, poziționarea segmentală a grinzilor, greutatea suprastructurii, durabilitate, costuri etc, autorii făcând și unele recomandări în ceea ce privește rezistența și funcționalitatea lor.

Saber (1998) a abordat energia de deformație a grinzilor precomprimate și stabilitatea acestora, iar energia potențială staționară a folosit-o pentru a se determina ecuațiile diferențiale.

Ronald (2001) a recomandat utilizarea unui splicing sistem post-tensionat, cuplat cu beton de înaltă performanță pentru a construi deschideri mai mari, ajungând până la 98 m în Florida. Cercetarea s-a axat pe diferiți factori care trebuie luați în considerare în analiza, proiectarea și construcția de grinzi bulb-tee, post-tensionate. În această abordare, grinzi bulb-tee erau prefabricate, pretensionate, și apoi îmbinate la capete, folosind post-tensionarea pe șantier efectuată în două etape.

În urma colapsului a nouă grinzi de pod, în anul 2007 la realizarea Red Mountain Freeway în Mesa, Arizona, departamentul Arizona Department of Transportation a angajat grupul CTL Group pentru a investiga colapsul acestora. S-a ajuns la concluzia că pierderea stabilității laterale a unei grinzi a dus la colapsul grinzilor adiacente. O serie de factori care au contribuit la aceasta cedare au fost: excentricitatea rezemării, curbura inițială, curbura din temperatură, curbura generată de curgerea lentă și înclinarea punctelor de rezemare pe direcția longitudinală și transversală (Oesterle și col., 2007).

Cheng și col. (2009) au studiat eficiența grinzilor precomprimate T

inversate, cu goluri circulare în inimă. Prin analiza neliniară și testarea a cinci grinzi simplu rezemate, s-a arătat că eficiența elementelor cu goluri este aproape identică cu a celor fără goluri în inimă. De asemenea s-a propus o metodă de proiectare a acestui tip de grindă.

Flambajul elastic lateral-torsional este un subiect caracteristic grinzilor realizate de metal, lemn și grinzilor compozite cu polimeri, datorită predispoziției grinzilor realizate din aceste materiale de a flamba. Acest fenomen a fost dezvoltat inițial de Timoshenko (1905), extins apoi de Goodier (1941, 1942), Timoshenko și Gere (1963), Timoshenko și Goodier (1951, 1970); Chen și Lui (1987) au dezvoltat aceste ecuații, luând în considerare și diferite cazuri de încărcare și condiții de rezemare. Trahair (1993) a studiat influența poziției încărcării și în funcție de proprietățile grinzii, acesta poate avea o influență semnificativă asupra încărcării critice.

Cercetări următoare au demonstrat că rezultatele obținute de Saber (1998) nu sunt tocmai corecte. Stratford și col. (1999), Stratford și Burgoyne (1999) au studiat răsucirea grinzilor ridicate în poziția de manipulare, aceste studii fiind extinse apoi de Stratford și Burgoyne (1999, 2000). Stratford și col. (1999) pun bazele rostogolirii grinzilor la manipulare. Se observă că la majoritatea grinzilor, curbura grinzii apare în direcția opusă apariției flambajului. Direcția flambajului a fost influențată de rotirea grinzii și nu de direcția curburii. Pe măsură ce încărcarea crește, forma zonei comprimate se schimbă de la o formă dreptunghiulară, la una trapezoidală apoi triunghiulară.

Tot Hurff (2010) oferă recomandări privind analiza și proiectarea grinzilor de beton precomprimat și concluzionează în lucrarea sa că:

- forțele de precomprimare total aderente cu betonul, nu au efect de destabilizare asupra grinzilor precomprimate, barele precomprimate cresc stabilitatea grinzilor prin creșterea înălțimei zonei comprimate și prin urmare creșterea rigidității laterale și torsionale;
- metodele analitice de prezicere a flambajului lateral-torsional a grinzilor de beton armat și precomprimat sunt inadecvate, neluând în considerare diverși

parametrii care pot influența stabilitatea grinzilor;

- analiza incrementală neliniară se recomandă pentru determinarea comportamentului la flambaj lateral-torsional și fenomenul de răsturnare a grinzilor precomprimate;
- pierderea stabilității prin răsturnare este influențată de înălțimea aparatului de reazem;
- efectul radiației solare poate duce la o creștere de până la 40% a curburii inițiale a unei grinzii; pentru a crește încărcarea critică la flambaj lateral-torsional a grinzilor zvelte de beton armat și precomprimate, se recomandă descreșterea deschiderii grinzii, dispunerea unor rigidizări laterale, micșorarea zvelteții prin schimbarea geometriei secțiunii transversale sau creșterea forțelor de precomprimare.

1.3 Proiectul de cercetare și studii doctorale

1.3.1 Necesitatea și oportunitatea temei

Teza de doctorat se înscrie în cadrul preocupărilor actuale existente pe plan național și internațional în domeniul ingineriei civile, de dezvoltare sustenabilă apelând la concepte și tehnologii multidisciplinare, de la matematică aplicată până la nanotehnologii și chiar orizonturi mai puțin imaginabile.

Tema abordată permite aducerea unor elemente de noutate privind problematica complexă a surselor și tipurilor de neliniaritate a grinziilor de beton precomprimat, oferind informații importante legate comportarea acestora sub acțiunea încărcărilor de lungă și scurtă durată și asupra modurilor de flambaj static și dinamic. Pentru realizarea unor studii de caz care să exemplifice demersurile legate de neliniaritate, s-au ales grinzi de secțiune T și chesonată încercate INCERC Cluj în perioada 2007-2009, precum și informațiile puse la dispoziție în dizertația sa de Poon (2009), cu privire la o mare gamă de grinzi de pod, care să permită aprecieri și concluzii cu caracter de generalitate.

Surprinderea aspectelor de neliniaritate asupra grinzilor de beton armat

și precomprimat, reprezintă o temă de cercetare extrem de importantă, deoarece:

- este o tematică care este inerent asociată noțiunilor/conceptelor de sustenabilitate, performanță, unicitate și record, fundamente ale dezvoltării actuale în domeniul științei și tehnologiei ingineresti;
- odată cu creșterea calității materialelor structurale (noi tipuri de betoane, cu performanțe superioare, oțeluri cu rezistențe superioare și comportare reologică superioară, noi tipuri de armături compozite) și a generalizării tehnologiilor bazate pe interschimbabilitatea sistemelor de post-tensionare (sisteme de pretensionare neaderente și/sau exterioare), există create condițiile de a impune utilizarea cu succes a grinzilor la deschideri mari, de peste 50 m, inclusiv în România;
- în țara noastră există un potențial/necesar uriaș de implementare a grinzilor precomprimate, prefabricate și monolite, pe întreaga plajă de aplicații deschideri datorită necesității stringente de realizare a unei infrastructuri moderne.

1.3.2 Obiectivele tezei/stagiului de doctorat

Obiectivul general îl constituie elaborarea unui studiu aprofundat asupra neliniarității grinzilor de beton precomprimat, elemente cu o comportare complexă în timp și cu un rol esențial în asigurarea progresului infrastructurii și patrimoniului contruit din lumea întreagă. Pentru atingerea acestui obiectiv, s-a luat în considerare îndeplinirea următoarelor obiective specifice:

- atingerea unui nivel de cunoștințe tehnice și capacități de comprehensiune care să permită rezolvarea unor probleme complexe asociate tematicii abordate;
- sintetizarea parametrilor fundamentali care descriu comportarea fizic-nelinară a grinzilor de beton precomprimat;
- asamblarea unor modele numerice, validarea lor în baza unor încercări experimentale efectuate pe modele la scară reală și emiterea de prognoze comportamentale în timp;

- elaborarea unei metodologii de estimare a comportării fizic-nelineare în timp a grinzilor de beton precomprimat;
- studiul aprofundat al stabilității elastice a grinzilor de beton precomprimat și interacțiunea acestora cu imperfecțiunile geometrice și vibrațiile structurale;
- aducerea de contribuții în ce privește flambajul elastic al grinzilor continue și sondarea limitelor de performanță tehnică în ce privește deschiderea și zveltețea grinzilor de beton precomprimat;
- studiul aprofundat al stabilității inelastice a grinzilor de beton precomprimat și sondarea limitelor de performanță tehnică în ce privește deschiderea și zveltețea grinzilor de beton precomprimat, precum și influența diferitelor etape de solicitare.

1.2.4 Conținutul tezei de doctorat

Teza de doctorat având titlul „*NELINIARITATEA GRINZILOR DE BETON PRECOMPRIMAT*” se încadrează ca demers în domeniul științific Inginerie Civilă. Lucrarea este structurată pe 5 capitole al căror conținut este prezentat sintetic în continuare.

Capitolul 1 prezintă pe scurt, printr-o sinteză, importanța grinzilor de beton precomprimat, prin utilizarea acestora la realizarea unor infrastructuri rutiere impresionante. De asemenea, se face o introducere în problemele de neliniaritate și stabilitate caracteristice grinzilor din beton precomprimat. Se face o trecere în revistă a cărților, articolelor și normativelor care tratează, reglementează și oferă informații legate comportarea grinzilor de pod, din beton precomprimat, de secțiune chesonată, I și T. Acestea au reprezentat o sursă de inspirație în prezenta teză.

Capitolul 2 tratează neliniaritatea fizică prin sintetizarea parametrilor ce guvernează neliniaritatea fizică și evoluția ei în timp. Se realizează analize neliniare cu aplicația de calcul DIANA 10, pe modelele în element finit a două grinzi precomprimate de secțiune chesonată și T. Se încearcă surprinderea comportării acestora, în termenii relației sarcină-deplasare, la diferite vârste ale

betonului. Se prezintă sintetic programul experimental realizat de INCERC Cluj, utilizat pentru validarea modelelor și analizelor.

Capitolul 3 prezintă tipurile de flambaj elastic caracteristice grinzilor precomprimate și particularitățile acestora, inclusiv aspecte legate de imperfecțiunile geometrice și flambajul dinamic. Se realizează mai multe studii de caz, pornind de la lucrarea lui Poon (2009), prin determinarea încărcărilor critice și cuantificarea influenței unor diferiți parametri asupra stabilității grinzilor studiate, precum și cazurile cele mai defavorabile privind rezonanța și factorii de amplificare dinamică. De asemenea, se introduc diagramele Southwell modificate pentru determinarea încărcărilor critice în diferite faze de rezemare și solicitare.

Capitolul 4 extrapolează problema stabilității la flambajul inelastic. Se mai face o trecere în revistă a evoluției în timp a conceptului de pierdere a stabilității elementelor structurale, când este depășită limita de elasticitate a materialului, aplicată asupra unor studii de caz, prin evidențierea diferenței apărute la solicitările critice, folosind teoria modulului tangent și redus.

Capitolul 5 prezintă concluziile generale și contribuțiile tezei, incluzând rezultatele obținute prin metodele de investigare precum și intențiile pentru cercetările viitoare. Totodată, acest capitol subliniază și contribuțiile personale aduse domeniului studiat cât și valorificarea rezultatelor obținute prin lucrările publicate în revistele de specialitate și prin participarea la conferințe.

2 NELINIARITATEA FIZICĂ A GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRESAT

2.1 Retrospectivă

Conform EN 1992-1-1 (2004), metodele de analiză neliniară pot fi utilizate atât pentru Stările Limită Ultime cât și pentru Stările Limită de Serviciu, dacă echilibrul și compatibilitatea sunt verificate și dacă se admite o comportare neliniară adecvată pentru materiale, printr-un calcul de ordinul 1 sau 2. Pe lângă proiectarea bazată pe încercări experimentale, este necesară și elaborarea de noi metode practice de proiectare care implică tot mai mult efectuarea de analize neliniare, realizate prin implementarea modelelor matematice în proceduri numerice laborioase. Calculul secțional neliniar este fundamental deoarece astfel se obțin rezultate de acuratețe în analiza elementelor liniare precomprimate de tip bare sau tiranți (Mircea și col., 2004). Prin realizarea unei analize neliniare corespunzătoare, se crește siguranța structurii și se reduc costurile de realizare ale acesteia (Bathe și col., 1980).

Determinarea reală a stării de efort-deformație într-un element de tip grindă de beton precomprimat este o problemă complexă datorită multitudinii de factori care afectează comportarea acestora. Buyukoztruk (1977) sublinează următorii factori:

- răspunsul neliniar al betonului și dificultatea etalonării unor relații constitutive potrivite;
- apariția fisurilor sub acțiunea unei forțe crescătoare și complexitatea comportamentului la cedare;

- interacțiunea greu predictibilă dintre beton și armatură;
- efectele dependente de timp: curgerea lentă și contracția betonului, relaxarea armăturii active.

Calculul se realizează prin modele matematice sau fizice corespunzătoare. Calculul trebuie să țină cont de particularitățile de material și de alcătuirea structurală, modul și precizia execuției. În orice tip de analiză fizic neliniară se pleacă de la modele constitutive, care reprezintă elemente de bază în descrierea adecvată a comportării materialelor (Mircea, 2007).

Raportul lui Ottosen (1980) prezintă rezultatele mai multor analize neliniare biografice ale unor structuri de beton acționate de încărcări de scurtă durată, până la cedare. În aceste analize sunt evaluate diferitele moduri de cedare, modul de fisurare, interacțiunea agregatelor de la fețele fisurii deschise, influența rezistenței la întindere, participarea la preluarea eforturilor a betonului dintre fisuri, diferitele moduri de comportament post-cedare. Accentul este pus pe modelele constitutive ale betonului.

Ketchum și Scordelis (1981) au analizat comportarea în timp a unui pod de secțiune chesonată, cu trei deschideri, post-tensionat, printr-o analiză neliniară. Datorită reducerii forței de precomprimare în timp, datorită efectelor cauzate de timp și apariției fisurilor, relațiile forță-deplasare sunt asemănătoare, cu mențiunea că structura are o rigiditate mai mică pentru cazul în care structura este încărcată la *10000 de zile (27 de ani)*. Cedarea grinzii are loc prin ruperea armăturii active la mijlocul deschiderii. Momente ultime prezintă diferențe nesemnificative pe durata de timp considerată.

Razaqpur și col. (1989) subliniază importanța analizei neliniare în prezicerea comportamentului grinzilor de pod prin analiza a două grinzi precomprimate, și simularea comportării acestora la încovoiere. Relațiile neliniare forță- deplasare s-au comparat cu date experimentale, dovedind astfel aplicabilitatea și economicitatea unei analize neliniare în comparație cu proiectarea bazată pe experiment.

Sivakuma și col. (2013) au realizat o serie de analize neliniare pentru a

studia comportamentul nelinier al interacțiunii pilelor cu grinzilor de pod. Redundanța sistemului s-a evaluat printr-o analiză de tip Pushover și considerarea a două scenarii de cedare a sistemului. S-a dovedit că pierderile de tensiune au o influență semnificativă asupra unui pod, deoarece capacitatea acestuia este redusă cu 76 %. Contribuții semnificative în domeniul modelării numerice neliniare, ale căror idei și principii au fost folosite în prezenta teză, au fost aduse de Seible și Scordelis (1983), Kwak și Filippou (1990), Li (1991), Alkhairi și Naaman A. (1993), Figueiras și Póvoas (1994), Wong și Warner (1997), Bangash (2001), Jendele și Červenka (2006, 2009), Ayoub (2011), Dzolev și col. (2014).

2.2 Comportarea sub încărcări

Betonului structural nu i se poate aplica teoria clasică a rezistenței materialelor, fondată pe ipotezele corpului omogen, izotrop și liniar-elastic (Oneț și Olar, 2004, 2007). Betonul se încadrează în categoria materialelor deformabile, cu valori mici la rupere ale deformațiilor în compresiune, de ordinul a $0.2-0.4 \text{ mm/m}$.

Betonul nu se comportă elastic nici chiar sub sarcini de serviciu. Zona comprimată se abate de la liniaritate, iar în zona întinsă pot apărea fisuri. Încărcările de lungă durată cauzează curgerea lentă a betonului, aspect ce trebuie considerate în calculul elementelor structurale (Pavel, 1981).

2.2.1 Deformațiile betonului

Deformațiile betonului se clasifică astfel (vezi Figura 2.1):

- deformații sub acțiunea încărcărilor: de scurtă durată (elastice instantanee și întârziate, plastice instantanee și întârziate), respectiv de lungă durată ca urmare a curgerii lente;
- deformații independente de încărcări, proprii betonului: datorate contracției, umflării, efectelor termice etc.

Figura 2.1 prezintă deformațiile betonului în apă și în aer. Simbolurile utilizate pentru diversele tipuri de deformații specifice sunt precizate în lista de simboluri de la începutul lucrării.

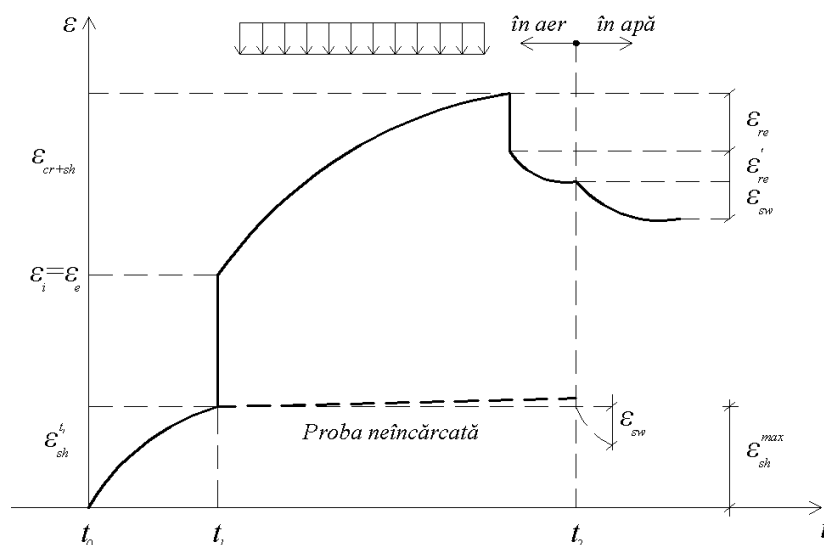


Fig. 2.1 Deformațiile betonului (Măgurean, 2011)

Comportarea unei grinzi de beton precomprimat se raportează curbele caracteristice (modelele constitutive) pentru fiecare tip de material și a interacțiunii dintre ele (de exemplu prin proprietățile de aderență, contact, durabilitate etc.).

2.2.2 *Diagrame caracteristice ale betonului*

Sub încărcări de scurtă durată, relația efort unitar - deformație specifică este neliniară și nesimetrică (Figura 2.2). Comportarea este caracterizată de deformații remanente la descărcare (Pascu, 2008) deoarece acesta este un material deformabil și vâscos. Mircea (2000) sublinează că betonul are o comportare extrem de neliniară la compresiune uniaxială. Aceasta relație este liniar-elastic doar pâna la 30-40 % din rezistența uniaxială la compresiune, iar pâna la atingerea rezistenței modulul secant se abate gradual cu circa 70 %.

Pentru betoane cu diferite rezistențe panta tangentei în origine crește odată cu creșterea rezistenței betonului iar panta post-cedare devine tot mai abruptă.

EN 1992-1-1(2004) recomandă pentru analiză neliniară utilizarea relației (2.2) pentru descrierea comportării neliniare în compresiune (Figura 2.3):

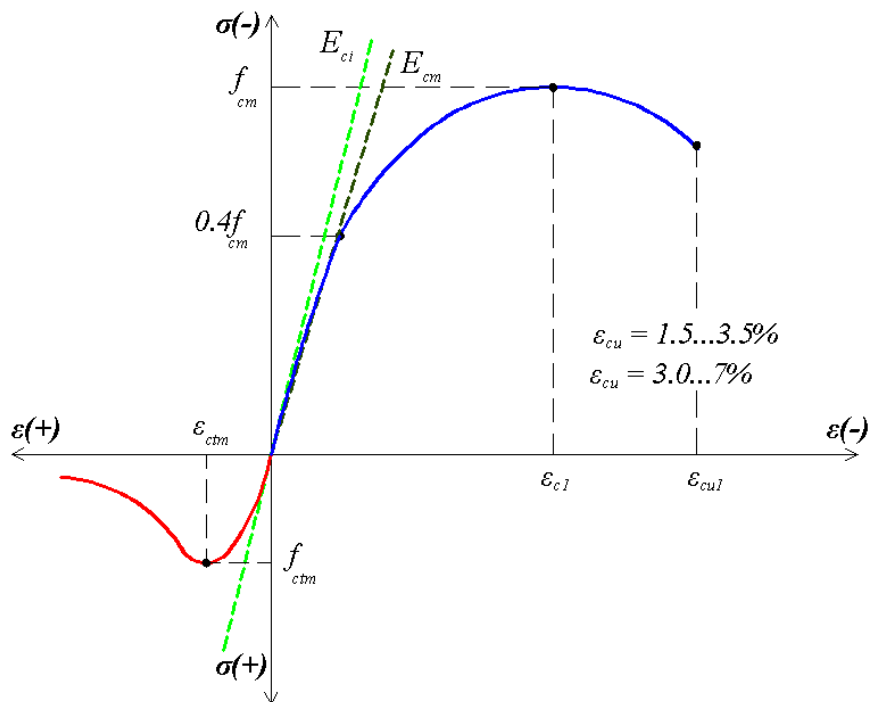


Fig. 2.2 Curba caracteristică a betonului (determinată cu viteză constantă de deformare)

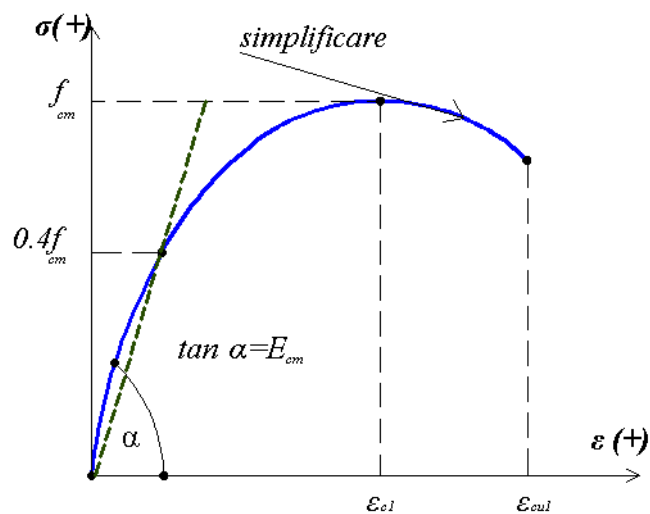


Fig. 2.2 Diagrama schematizată pentru calculul neliniar (EN 1992-1-1, 2004)

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (2.2)$$

cu

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} \quad (2.2)$$

și

$$k = 1.05E_{cm}\varepsilon_{c1}/f_{cm} \quad (2.3)$$

CEB-FIB Model Code (2010) rectifică coeficientul 1.05 din expresia (2.5) la valoarea de 1.1.

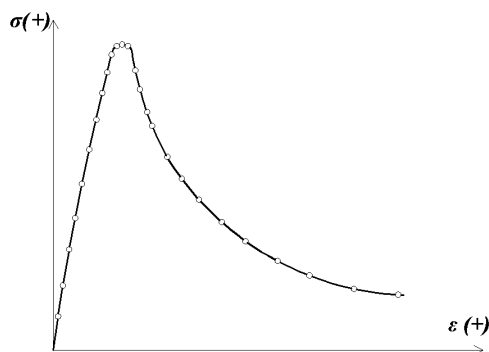


Fig. 2.3 Diagrama caracteristică a betonului întins (Neville, 2000)

La întindere, profilul diagramei caracteristice a betonului este similar cu cel din compresiune, așa cum se prezintă în Figura 2.3 (Neville, 2000). Dacă intervalul de comportare liniară a betonul comprimat este de circa 30-50 %, la întindere ajunge până la 75-85 %.

Dacă încărcarea este aplicată cu diferite viteze, se observă că betonul se comportă elastic pentru încărcarea instantanee, iar pe măsură ce viteza scade valoarea deformațiilor specifice crește iar tensiunile scad. Explicația este că microfisurile nu au posibilitatea să se dezvolte în timp scurt (Figura 2.4).

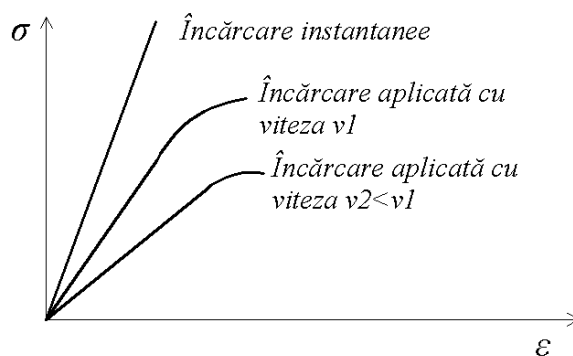


Fig. 2.4 Diagrama caracteristică pentru încărcări aplicate cu diferite viteze

Dacă betonul este solicitat repetat într-un domeniu la care $\sigma_{max} \leq 0.4f_{cm}$, curbele rezultate își conservă tangenta în origine, iar deformațiile remanente

tind spre zero (Figura 2.5.a). Dacă treapta de solicitare este mai mare $\sigma_{max} > 0.4f_{cm}$, deformațiile remanente devin tot mai mari iar la reîncărcarea betonului nu se mai ating valorile efortului de la prima încărcare (Figura 2.5.b).

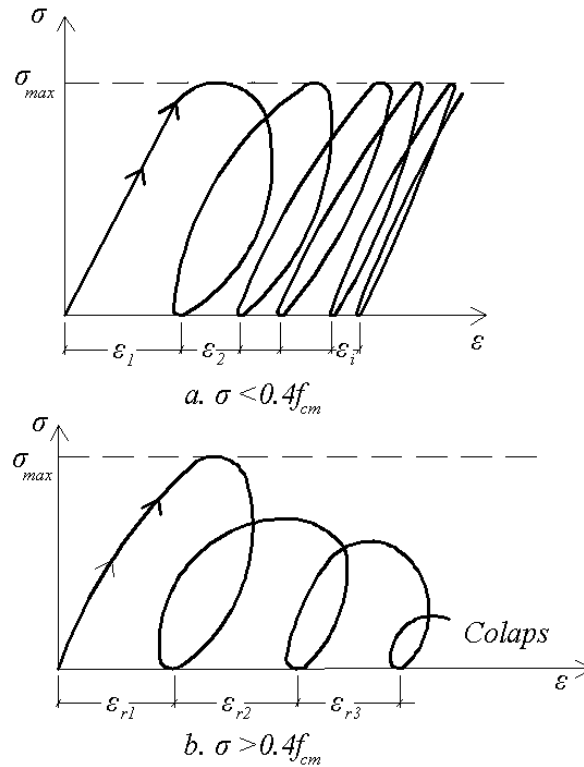


Fig. 2.5 Diagrame caracteristice în funcție de treapta de solicitare

Dacă betonul este solicitat biaxial sau triaxial, rezistența și deformația specifică ultimă cresc foarte mult (Pascu și Georgescu, 2013). Pentru betonul confinat, diagramele caracteristice sunt reprezentate în Figura 2.6.

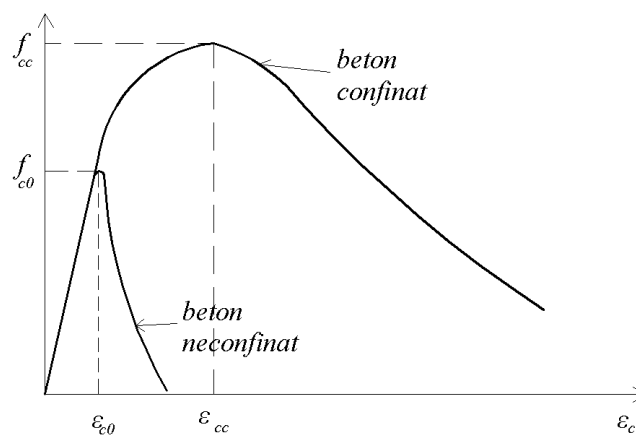


Fig. 2.6 Diagrama caracteristică pentru betonul confinat și neconfinat (Cusson și Paultre, 1994)

2.2.3 Diagrame caracteristice ale oțelului pentru armături pasive

Diagrama caracteristică descrie comportarea oțelului și diferă în funcție de modul de prelucrare (Figurile 2.7.a și 2.7.b). În calcule, la fel ca și la orice alt material, diagrama reală este înlocuită cu diagrama idealizată (Figura 2.7.c). La atingerea efortului de curgere se manifestă deformații plastice importante. La oțelurile prelucrate la rece se observă fenomenul de ecruisare a oțelului, caracterizat prin creșterea rezistenței, barele nu au palier de curgere iar deformabilitatea lor este mai redusă. Diagrama de proiectare conform EN 1992-1-1 (2004) este biliniară, cu sau fără consolidare și este suficient de acoperitoare și mult mai ușor de aplicat în calculele, chiar și în calcule neliniare.

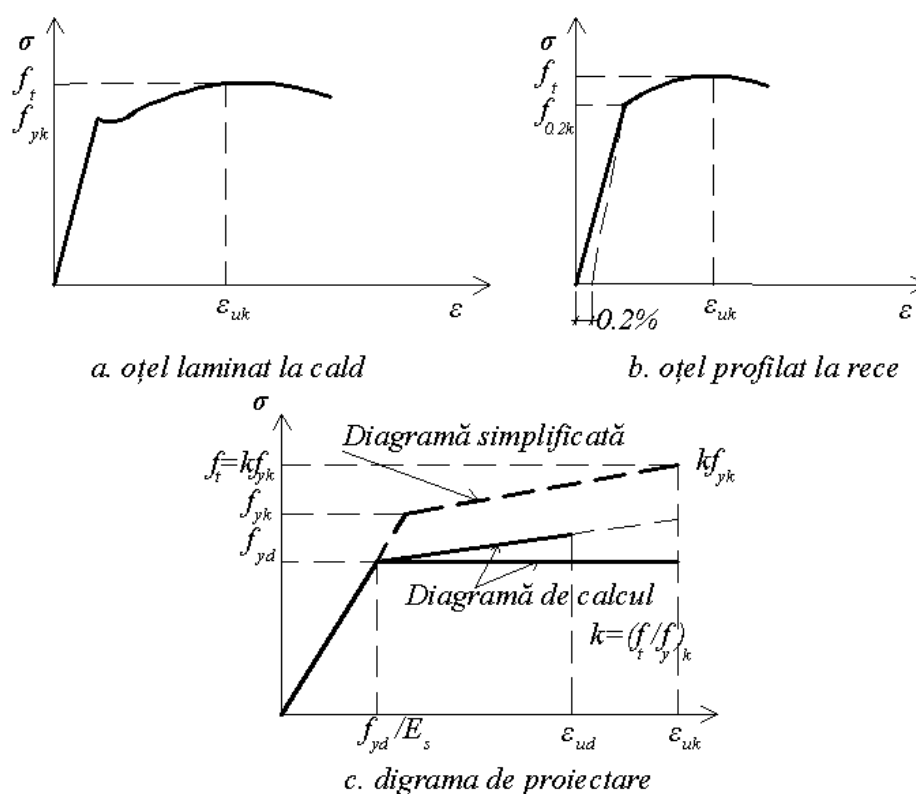


Fig. 2.7 Diagrame caracteristice pentru oțeluri utilizate la armăturile pasive

2.2.4 Diagrame caracteristice ale oțelului de înaltă rezistență pentru armături active

În cazul grinzilor de beton precomprimat, armăturile active (sârme, bare, toroane, cabluri și fascicule) sunt realizate din oțeluri de înaltă rezistență (vezi Figura 2.8). Se poate observa că diagrama idealizată este similară celei de la

armăturile realizate din oțel prelucrat la rece, cu o deformare convențională de curgere de 0.01 %.

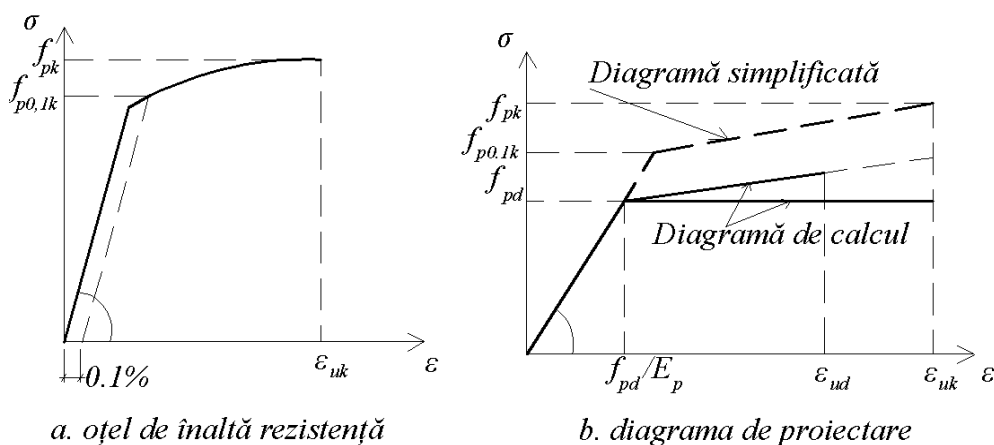


Fig. 2.8 Diagrame caracteristice pentru oțeluri utilizate la armăturile active

2.2.5 Curgerea lentă și contracția betonului

Fenomenul de curgere lentă (Figura 2.9) se manifestă în timp sub acțiunea unui efort diferit de zero, de orice natură. SR EN 1992-1-1 (2004) recomandă să se țină cont de efectele curgerii lente și contracției pentru verificări la Stările Limită de Serviciu. La Stările Limită Ultime nu se iau în considerare efectele curgerii decât dacă sunt semnificative, de exemplu când efectele de ordinul doi sunt pronunțate, pentru verificările de stabilitate. Efectul curgerii lente trebuie luat în considerare pentru analizele de ordinul doi, luându-se în considerare condițiile generale privitoare la curgere lentă cât și durata de aplicare a diferitelor încărcări din gruparea considerată.

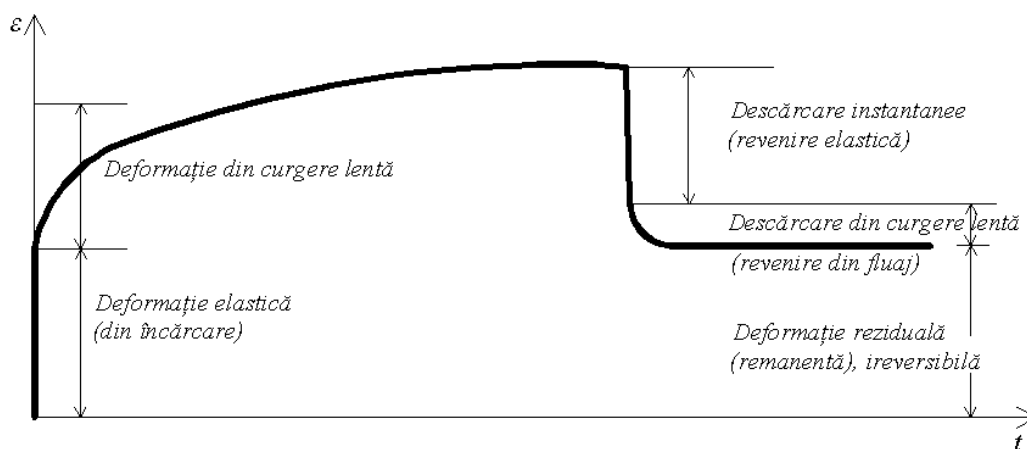


Fig. 2.9 Deformația sub o încărcare de lungă durată (Neville, 2000)

Creșterea deformației sub acțiunea unei sarcini se datorează curgerii lente a betonului, dar dependența deformării instantanee de viteza de aplicare a sarcinii face dificilă demarcarea între deformația elastică și curgerea lentă. Din considerente practice, pentru a le diferenția spunem că deformația care se produce în timpul solicitării reprezintă deformația elastică iar creșterea ulterioară este considerată curgere lentă. Modulul lui Young care satisface această condiție este modulul secant (Neville și col. 1983).

Curgerea lentă are două componente: **curgerea lentă de bază** (curgerea care loc fără schimb de umiditate cu mediul) și **curgerea lentă la uscare** (curgerea suplimentară datorată uscării betonului). Curgerea lentă are loc în același timp cu contractia la uscare iar cele două fenomene nu pot fi dissociate (Figura 2.10). Curgerea lentă poate avea efecte negative, amplificarea efectelor de ordinul 2 în cazul elementelor zvelte, respectiv reducerea efectului precomprimării (Pascu, 2008).

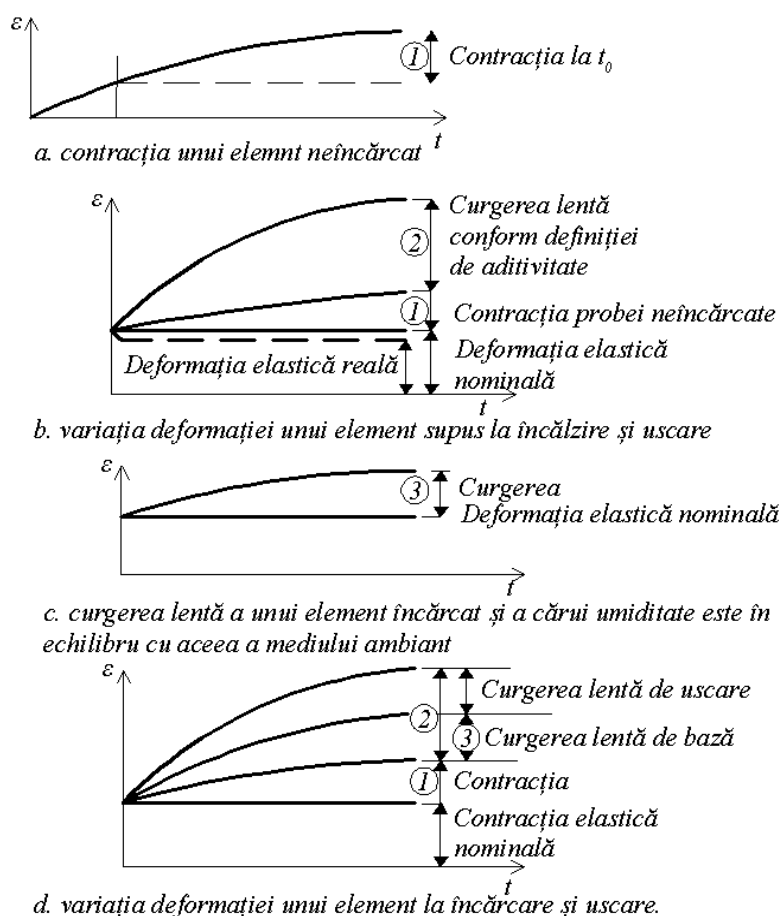


Fig. 2.10 Deformații dependente de timp (Neville, 2011)

Factorii care influențează mărimea deformației specifice din curgerea lentă sunt: umiditatea relativă a mediului, rezistența betonului, timpul, vârsta betonului la care se aplică încărcarea, geometria elementului, tipul de ciment utilizat la confecționarea betonului, aditivii reducători de apă și întârziatori de priză, severitatea contracției, temperatura, tipul, durata și mărimea solicitării. De regulă, pentru nivele de solicitare curente/reduce, curgerea lentă a betonului poate fi considerată liniară (Figura 2.11). SR EN 1992-1-1 (2004) recomandă să se țină seama de neliniaritatea curgerii lente atunci când efortul de compresiune în beton la vârsta încărcării depășește valoarea $0.45f_{ck}$.

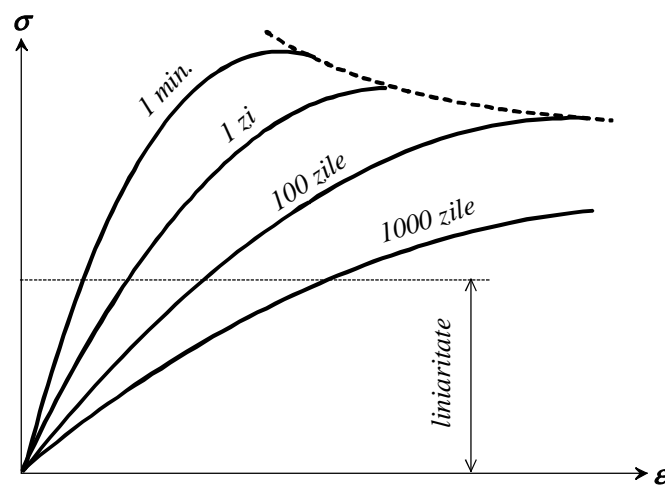


Fig. 2.11 Liniaritatea curgerii lente la solicitări reduce

Contractia betonului este independentă de sarcinile exterioare aplicate. GP 115 (2011) pune în evidență următoarele tipuri principale de contracție:

- **contractia termică:** datorată răcirii betonului după încălzirea datorată reacției de hidratare;
- **contractia chimică:** datorată reacțiilor chimice dintre ciment și apă, fiind materializată printr-o reducere internă de volum a compușilor cimentului și apei interstițiale;
- **contractia endogenă:** constă în surtarea macroscopică a betonului care are loc fără transfer de umiditate (este componenta macroscopică a reacțiilor chimice dintre ciment și apă);
- **contractia la uscare:** reprezintă reducerea dimensiunilor betonului datorită pierderii graduale de apă din masa sa.

Mărimea contracției betonului depinde de tipul de ciment, adaosurile minerale, conținutul de apă, tipul și granulometria agregatelor, aditivii utilizați, geometria elementului, umiditatea relativă, tratarea betonului și timp.

Deși contracția și curgerea lentă se manifestă pe întreaga durată de serviciu a unui element de beton armat și precomprimat, practic peste 80 % din potențial se consumă în primii 3 ani. Chiar și în condițiile unei curgeri lente liniare, efectele ei asociate cu contracția duc la efecte neliniare în timp, atât directe prin variația rigidității elementului cât și prin pierderile de tensiune ale armăturii active.

2.2.6 Relaxarea armăturii active

Efectul relaxării armăturii active este un fenomen reologic care afectează într-o mare măsură starea de eforturi din elementele de beton precomprimat. Relaxarea este o sursă importantă de neliniaritate prin variația neliniară în timp a pierderile de tensiune. Relaxarea armăturilor active se raportează deformației specifice în betonul din dreptul centrului de greutate al tendonului pretensionat în cazul precomprimării aderente și deformatei de ansamblu a elementului în cazul precomprimării neaderente. Relaxarea armăturii active se află în relație biunivocă cu deformațiile de lungă durată a betonului (contracția și curgerea lentă). Tratarea termică a betonului are ca efect creșterea vitezei de relaxare.

Bazant și col. (2013) analizează critic relațiile de calcul a relaxării armăturilor sub temperatură și efort constant utilizate în normele europene și nord americane (Figura 2.12) și le completează, subliniind că în cazul podurilor de deschidere mare, contracția și curgerea lentă a betonului sunt afectate de relaxarea armăturilor active și invers, adică sunt interdependente.

Dacă la armăturile tradiționale pierderile de tensiune datorate relaxării oțelului ajung la 8-12 % din efortul de după transfer (Pascu și Zybaczinski, 2004), după 1990 se recomandă armăturile cu relaxare redusă, care suferă tratamente termice suplimentare în fabricație pentru consumarea rapidă a potențialului de relaxare, astfel încât la acestea pierderile sunt de doar 2-5 %.

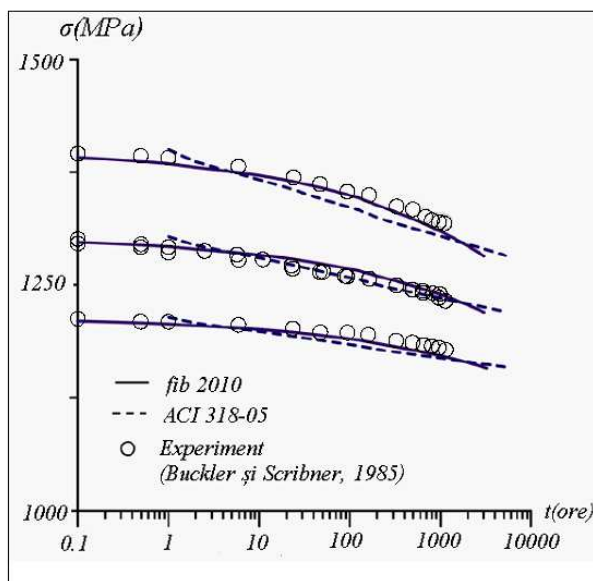


Fig. 2.12 Relaxarea armăturii (Buckler și Scribner, 1985)

2.2.7 Pierderi de tensiune

Pierderile de tensiune pot să fie **instantanee (tehnologice)** sau **dependente de timp (reologice)**. Tabelul 2.1 sintetizează tipul pierderilor de tensiune asociate celor două tehnologii principale de precomprimare a betonului.

Tab. 2.1 Pierderi de tensiune la principalele tehnologii de precomprimare

Tipul pierderii de tensiune	Armături preîntinse	Armături postîntinse
1. din scurtarea elastică a betonului $\Delta\sigma_{el}$	da	a. nu dacă armăturile sunt tensionate simultan b. da dacă armăturile sunt tensionate consecutiv
2. lunecarea în ancoraj (reculul ancorajului) $\Delta\sigma_{\lambda}$:	nu	da
2. din frecare $\Delta\sigma_{\mu}$	nu	da
4. din contracția și curgerea lentă a betonului $\Delta\sigma_{c+s}$	da	da
5. din relaxarea armăturii active $\Delta\sigma_r$	da	da

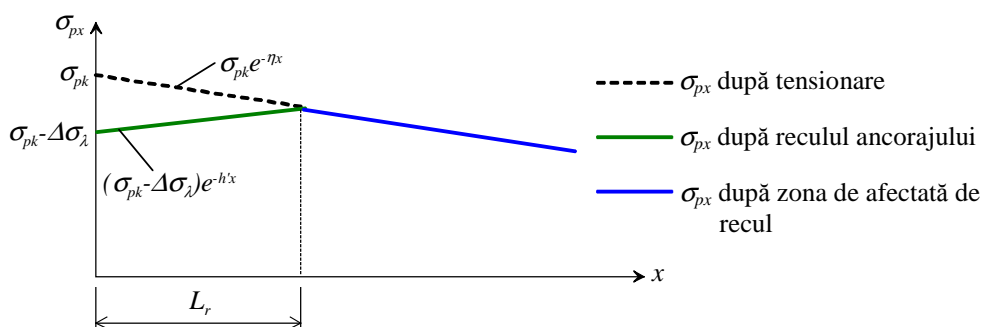


Fig. 2.13 Tensiunea în armătura activă în vecinătatea ancorajului activ

Pierderile de tensiune instantanee sunt (Figura 2.13) sunt:

- pierderi datorită lunecării în ancoraje (Figura 2.14) $\Delta\sigma_\lambda$: după tensionare, când se eliberează armătura din presă, are loc o ușoară lunecare a panelor ancorajului în raport cu celelalte piese (reculul ancorajului); valoarea lunecării depinde de tipul de ancoraj iar pierderea de tensiune are loc doar în ancorajele active.

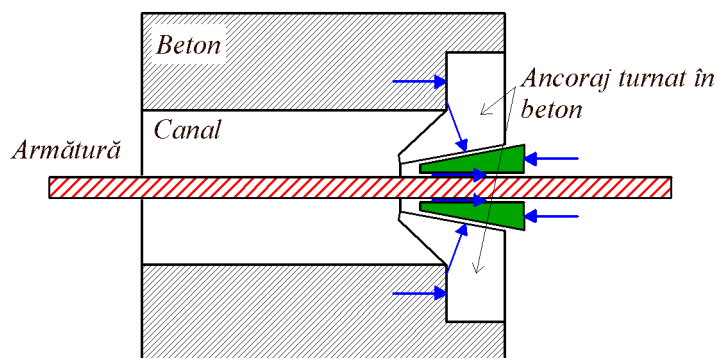


Fig. 2.14 Recul;ul ancorajului

- pierderi datorate relaxării pe termen scurt a armăturii, în perioada dintre etapa de pretensionare și transfer $\Delta\sigma_r$
- pierderi datorate deformării elastice a betonului $\Delta\sigma_{el}$ (Figura 2.15): au loc la transfer, ca rezultat al acțiunii armăturii active eliberată din dispozitivul de pretensionare, rezultând deformații elastice de scurtare a fibrelor de beton și pierderi de tensiune asociate în armătură activă;

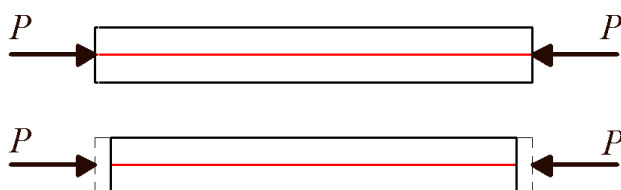


Fig. 2.15 Scurtarea elastică instantanee a unui element pre-întins

- pe durata postîntinderii unei armături active având traseu curbiliniu se generează frecare la interfața dintre armătură și teacă (Figura 2.16), rezultând o pierdere de tensiune $\Delta\sigma_\mu$ de-a lungul armăturii în raport cu efortul din ancorajul activ; pe lângă frecare, tensionarea trebuie să

compenseze și schimbările de poziție ale armăturii în canal devierea traseului armăturii în canal, efectele fiind incluse alături de frecare.

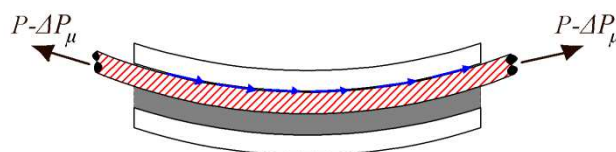


Fig. 2.16 Frecarea dintre armătura activă și canal

Pierderile dependente de timp apar datorită reducerii alungirii armăturii active cauzată de interacțiunea dintre relaxarea oțelului, respectiv curgerea lentă și contracția betonului:

- oțelul de înaltă rezistență solicitat de tensiuni mai mari de 50 % din rezistența ultimă prezintă curgere reologică (fluaj); datorită acestei curgeri armătura se relaxează (efortul scade) în timp; această pierdere de tensiune din relaxare $\Delta\sigma_r$ depinde de tipul de armătură, raportul dintre tensiunea de control și rezistența de curgere, respectiv timp; datorită aderenței dintre armătura activă și beton, scurtarea betonului în timp sub acțiunea curgerii lente și a contracției produce o scurtare egală a armăturii, materializată prin pierderi de tensiune $\Delta\sigma_{c+s}$.

Efectul pierderilor de tensiune dependente de timp sunt foarte greu de controlat, în special la structurile foarte zvelte. Un exemplu nefericit este cazul podului Koror-Babeldaob (KB) Bridge din Palau, construit segmental din elemente de beton precomprimat de secțiune chesonată. Acest pod a fost construit în 1977, fiind arcul cu cea mai mare deschidere din lume, de 241 m. Colapsul acestui s-a produs 18 ani mai târziu, când săgeata din curgere lentă a atins 1.61 m. Pierderile de tensiune, estimate în proiectare ca având o valoare de 22 %, s-au dovedit în cele din urmă a atinge un procent de circa 50 %.

2.3 Studii de caz

2.3.1 Aspecte introductive

În continuare se va prezenta o serie de studii parametrice asupra unor grinzi de pod cu secțiune chesonată și T. Se pornește de la încercările

experimentale realizate de INCERC Cluj-Napoca pe grinzile prefabricate cu armături preîntinse utilizate la suprastructurile podurilor și viaductelor din Autostrăzii Transilvania.

După o succintă prezentare a încercărilor și a datelor obținute, urmează o prezentare a fundamentului simulării numerice cu aplicația de analiză neliniară DIANA 10. După validarea modelelor numerice în baza comparațiilor dintre rezultatele analizelor neliniare cu rezultatele experimentale, se prezintă o analiză prin care se încearcă surprinderea efectelor neliniarității dependente de timp asupra celor două grinzi analizate.

2.3.2 Încercări experimentale efectuate în 2007-2009 de INCERC Cluj-Napoca

Suprastructurile podurilor și viaductelor care s-au și se vor construi în cadrul Autostrăzii Transilvania sunt formate din grinzi de beton precomprimat, cu armături preîntinse, executate monobloc. Încercările s-au efectuat pe standurile de încercări ale Bechtel International Inc. SRL Reno-Nevada SUA – sucursala Cluj-Napoca, în baza procedurii INCERC Cluj-Napoca PTE 04/02.05.

Detalii suplimentare cu privire la cele două încercări sunt prezentate de Mircea și Filip (2008) pentru grinda T, respectiv Mircea și col. (2009) și Păstrav (2011) pentru grinda chesonată.

Grinzile considerate pentru studiul din prezenta lucrare sunt :

- grinda precomprimată nr. 18-18 de secțiune T și deschidere $L=21.00\text{ m}$, cu antretoază (Figura 2.12.a);
- grinda precomprimată nr. 96-41 de secțiune chesonată (alcătuită dintr-o grindă prefabricată de secțiune U și o placă din beton armat monolit) cu deschiderea $L=37.10\text{ m}$ (Figura 2.12.b).

Grinzile s-au încercat static la încovoiere, prin metoda nedistructivă și distructivă, la niveluri de solicitare care corespund Stărilor Limită de Serviciu, respectiv Stărilor Limită Ultime și ruperii.

Schemele de încărcare sunt prezentate în Figura 2.14 pentru fiecare tip de grindă, acestea considerându-se simplu rezemate pe două blocuri masive de beton, prin intermediul unor aparate de reazem.



a. grindă T nr. 18-18, L=21.00 m



b. grindă chesonată 96-41, L=37.1 m

Fig. 2.13 Standurile de încercări experimentale

Secțiunile de referință caracteristică fiecărui tip de grindă sunt prezentate în Figura 2.15. După cum bine se observă, încărcările sunt

concentrate și aplicate simetric față de mijlocul deschiderii. În cazul grinzii chesonate, încărcarea V este aplicată pe direcția celor 2 inimi, cu valoarea $V/2$ (Figura 2.15.a). Secțiunea de referință C se consideră cea de la mijlocul deschiderii, pentru ambele cazuri.

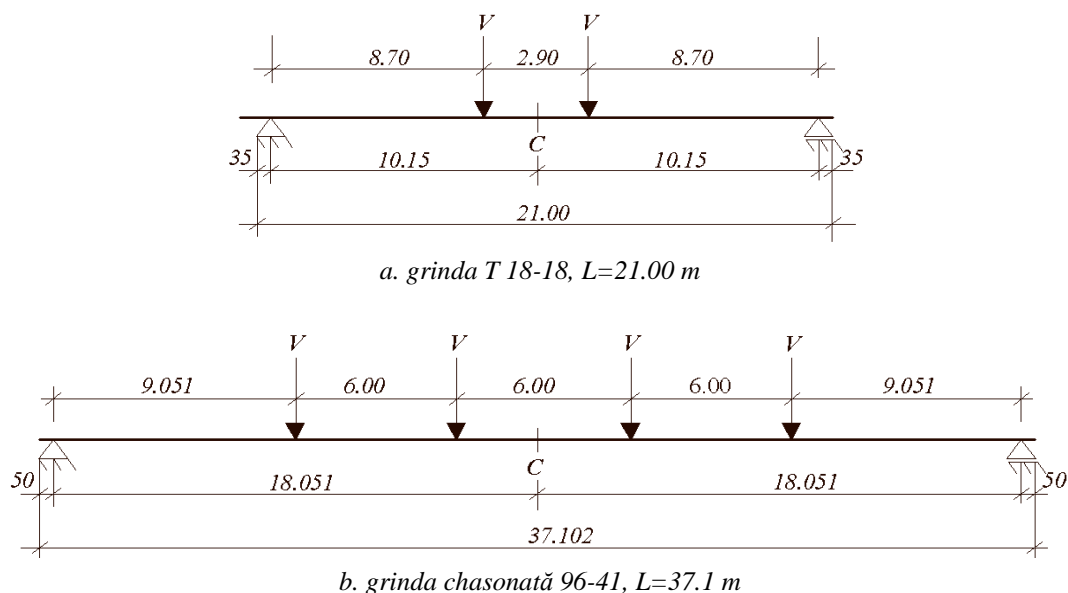
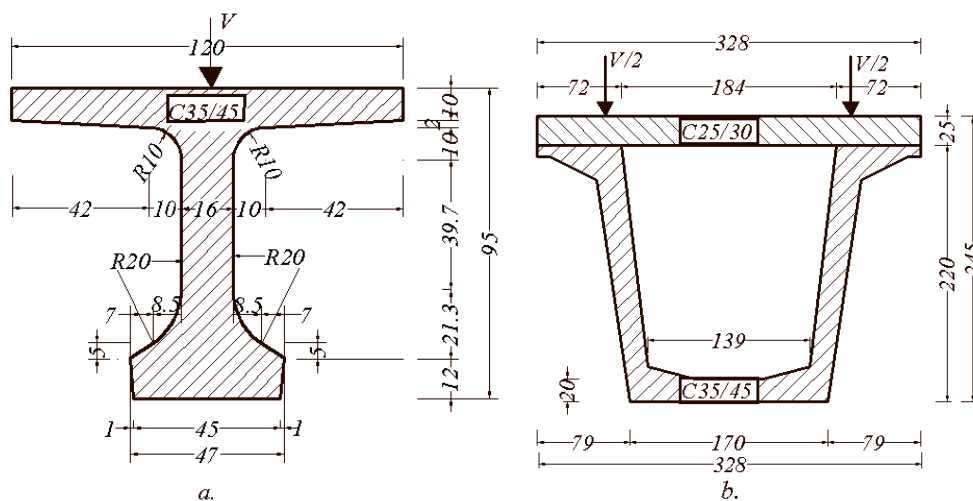


Fig. 2.14 Schemele statice și de încărcare pe durata încercărilor



a. grindă T 18-18, $L=21.00$ m

b. grindă chesonată 96-41, $L=37.1$ m

Fig. 2.15 Secțiunile de referință ale grinzilor testate

Sarcinile au fost aplicate în trepte și cicluri în două etape, conform programelor de încărcare și descărcare prezentate în Tabelele 2.2 și 2.2. Forțele concentrate au fost induse cu prese hidraulice de 120 tone (grindă T), respectiv 500 tone (grindă chesonată).

Tab. 2.2 Programul de încărcare al grinzii T 18-18

<p>Etapa I (încercare nedistructivă)</p>	<p>Ciclurile C1, C2: Forțele s-au aplicat în două cicluri de încărcare, până la sarcina corespunzătoare momentului de decomprimare 40 kN, 70 kN, 100 kN, 130 kN, 153 kN, descărcarea după cele două cicluri efectuându-se din două în două trepte până la nivelul V=7.5 kN.</p>
<p>Etapa II (încercare distructivă)</p>	<p>Ciclul C3: Forțele se aplică cu valorile 40 kN, 70 kN, 100 kN, 130 kN, 153, 160 kN, 166 kN (nivelul momentului de fisurare). Sub treapta 7 de încărcare a ciclului nu s-a constatat apariția fisurilor, astfel forța P s-a crescut gradual până la apariția fisurilor, urmată de descărcarea din două în două trepte, până la valoarea V=7.5 kN.</p> <p>Ciclurile C4 și C5: Forțele se aplică în două cicluri de încărcare, până la sarcina de proiectare cu valorile 40 kN, 70 kN, 100 kN, 130 kN, 153, 160 kN, 166 kN, 180 kN, 200 kN, 225 kN și 253.0 kN, descărcarea după cele două cicluri efectuându-se din două în două trepte până la nivelul V=7.5 kN.</p> <p>Ciclul C6 Forțele se aplică într-un ciclu de încărcare- până la sarcina de rupere, cu valorile de 70 kN, 100 kN, 130 kN, 153, 160 kN, 166 kN, 180 kN, 200 kN, 225 kN și 253.0 kN, acestea fiind urmate de trepte cu valoarea de 30 kN până la cedare.</p>

Tab. 2.3 Programul de încărcare al grinzii chesonate 96-41

<p>Etapa I (încercare nedistructivă)</p>	<p>Ciclul C1, C2: Forțele s-au aplicat în două cicluri de încărcare-descărcare corespunzătoare sarcinii de exploatare, cu valorile: 110.00 kN, 148.25 kN, 169.88 kN, 191.51 kN, 212.14 kN, 234.77 kN și 256.40 kN, descărcarea după fiecare ciclu efectuându-se din două în două trepte, până la valoarea C=62.5 kN.</p>
<p>Etapa II (încercare distructivă)</p>	<p>Ciclul C3: Forțele s-au aplicat într-un ciclu de încărcare-descărcare corespunzătoare sarcini de fisurare, cu valorile: 110.00 kN, 148.25 kN, 169.88 kN, 191.51 kN, 212.14 kN, 234.77 kN, 256.40 kN, 301.68 kN, 346.96 kN, 392.24 kN, 437.52 kN, 452.62 kN, 467.72 kN și 482.80 kN, urmată de descărcarea din două în două trepte, până la valoarea V=62.5 kN.</p> <p>Ciclurile C4, C5: Forțele s-au aplicat în două cicluri de încărcare, până la sarcina de proiectare, cu valorile 110.00 kN, 148.25 kN, 169.88 kN, 191.51 kN, 212.14 kN, 234.77 kN, 256.40 kN, 301.68 kN, 346.96 kN, 392.24 kN, 437.52 kN, 452.62 kN, 467.72 kN, 482.80 kN, 535.50 kN, kN, 635.50 kN, 684.50 kN, și 735.85 kN, descărcarea după cele două cicluri s-a efectuat din două în două trepte până la nivelul V=62.5 kN.</p> <p>Ciclul C6: Forțele s-au aplicat într-un ciclu de încărcare- până la sarcina de cedare, cu valorile de 110.00 kN, 148.25 kN, 169.88 kN, 191.51 kN, 212.14 kN, 234.77 kN, 256.40 kN, 301.68 kN, 346.96 kN, 392.24 kN, 437.52 kN, 452.62 kN, 467.72 kN, 482.80 kN, 535.50 kN, kN, 635.50 kN, 684.50 kN, și 735.85 kN, acestea fiind urmate de trepte cu valoarea de 101.40 kN până la cedare.</p>

Parametrii monitorizați au fost: săgeata maximă, încărcarea de fisurare și închidere fisuri, distanța între fisuri și aderența armăturilor, deformațiile specifice și încărcarea la rupere.

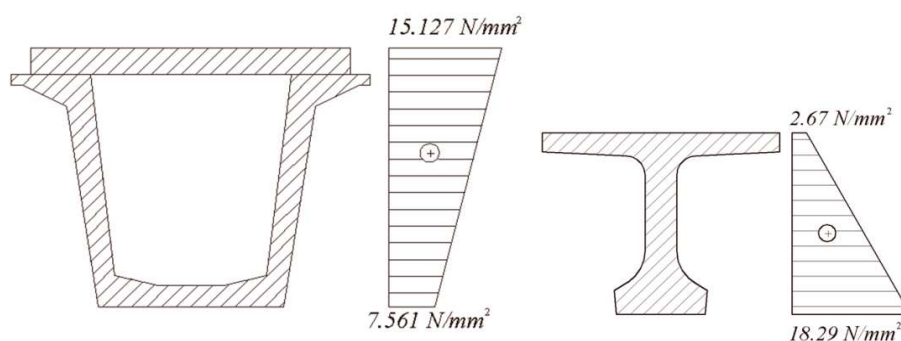


Fig 2.16 Eforturi de compresiune în secțiunea C (Iptana SA București)

Tab. 2.3 Informații cu privire la condițiile încercărilor și caracteristici de material

Caracteristici/date	Grinda chesonată	Grinda T
data turnării	17.06.2008	14.02.2007
data încercării	15-18.09.2008	08.05.2007
temperatura medie exterioară	11 °C	19 °C
umiditatea medie	80 %	65 %
contrasăgeata	11 mm	65 mm
clasa de beton proiectată	grinda U prefabricată C35/45 suprabetonare C25/30	C35/45
rezistența efectivă pe cub la 28 de zile	grinda U prefabricată 50.0 MPa suprabetonare 41.0 MPa	65.6 MPa
rezistența minimă la transfer	grinda U prefabricată 41.5 MPa	35 MPa
tensiunea de control	1440 MPa	1274 MPa
armătura activă	$E_p=190000 \text{ MPa}$ $f_{py}=1636 \text{ MPa}$ $f_{pu}=1860 \text{ MPa}$ $\epsilon_{py}=0.09 \%$ $\epsilon_{pu}=2.0 \%$	$E_p=180000 \text{ MPa}$ $f_{py}=1330 \text{ MPa}$ $f_{pu}=1660 \text{ MPa}$ $\epsilon_{py}=0.07 \%$ $\epsilon_{pu}=2.0 \%$
armătura pasivă	$E_s=210000 \text{ MPa}$ $f_y=255.0 \text{ MPa}$ $\epsilon_{sy}=0.121 \%$ $f_u=318 \text{ MPa}$ $\epsilon_{su}=20 \%$	$E_s=210000 \text{ MPa}$ $f_y=355.0 \text{ MPa}$ $\epsilon_{sy}=0.169 \%$ $f_u=413 \text{ MPa}$ $\epsilon_{su}=20 \%$

Monotorizarea încercării s-a efectuat în timp real, cu traductoare de forță C6A/2000 kN, traductori de deplasare amplasați pe ambele fețe a ale elementelor și amplificatorul tensiometric multicanal Spider 8, conectat la PC. Măsurarea deformațiilor unitare s-a făcut cu comparatoare cu tijă cu diviziuni de $1/100 \text{ mm}$, măsurarea deschiderii fisurilor făcându-se cu o lupă gradată cu diviziunea de 0.1 mm . Citirile efective s-au realizat după stabilizarea deformațiilor. Eforturile de proiectare estimate sunt date în Figura 2.16 (proiectant Iptana SA București). Tabelul 2.4 prezintă sintetic informații legate de cele două încercări.

În Anexa I se prezintă detaliile de armare al celor 2 grinzi de pod. În cazul grinzii prefabricate U, 84 toroane T 15.2 mm sunt dispuse în zona întinsă iar în zona comprimată sunt 4 toroane T 6.35 mm. Grinda T are 36 toroane TBP 12 în talpa inferioară și inimă, respectiv 2 în talpa superioară iar armăturile pasive sunt realizate din oțel-beton PC 52 și OB 37.

2.3.3 Simulări numerice cu metoda elementului finit

Simulările numerice efectuate în cadrul acestei teze pentru a analiza comportarea elementelor încercate și prezentate în secțiunea 2.3.2 constau în analize neliniare 3D cu aplicația comercială DIANA 10.

Un prim pas în orice model este realizarea geometriei elementului și discretizarea în elemente finite. Armăturile active și pasive s-au modelat din elemente liniare cu două puncte nodale, având doar rigiditate axială (TNO Diana, User's Manual) Betonul a fost modelat cu elemente finite 3D cu 8 puncte nodale, cu și fără elemente liniare înglobate (Figura 2.17).

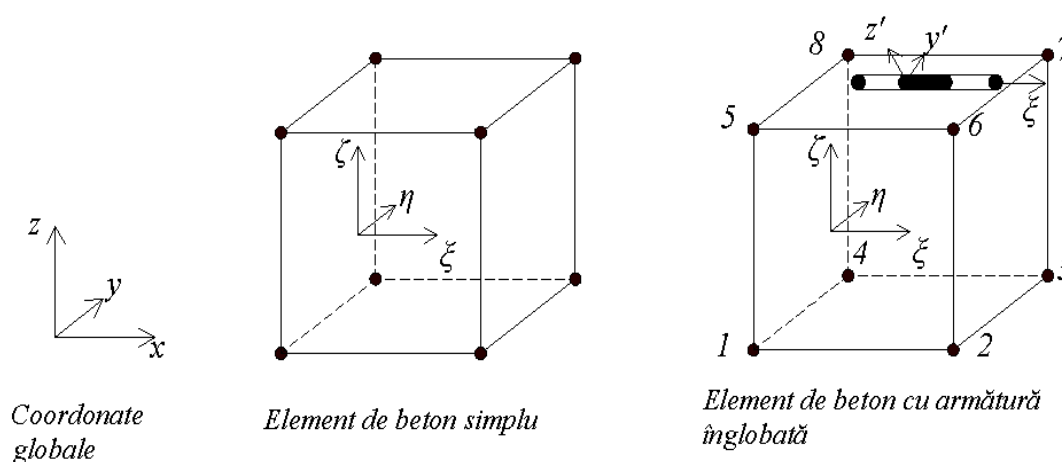
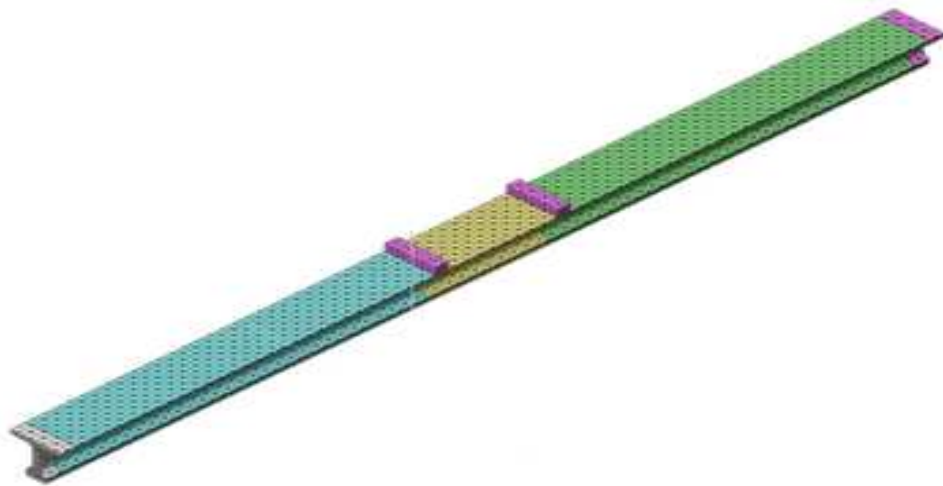
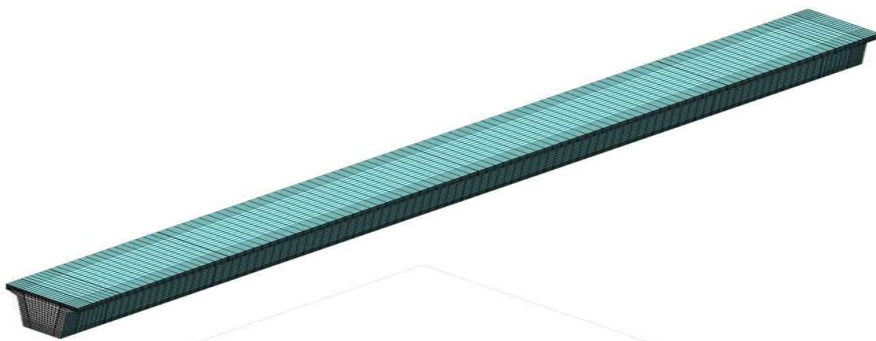


Fig 2.17 Elemente spațiale isoparametrice

Armatura activă a fost modelată doar pe lungimile cu aderență (nu s-a considerat lunecarea între beton și armături, aderența fiind perfectă), lungimile cu aderența întreruptă nefiind incluse în model. Geometria și poziția armăturilor a fost respectată în cel mai mic detaliu, modelele reprezentând reproduceri de rafinament ale elementelor încercate (Figurile 2.18 și 2.19). Schemele de încărcare sunt reprezentate în Figura 2.20.

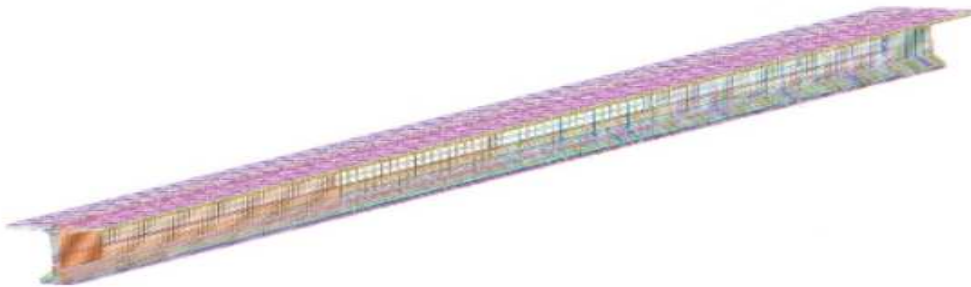


a. grinda T nr. 18-18, L=21.00 m

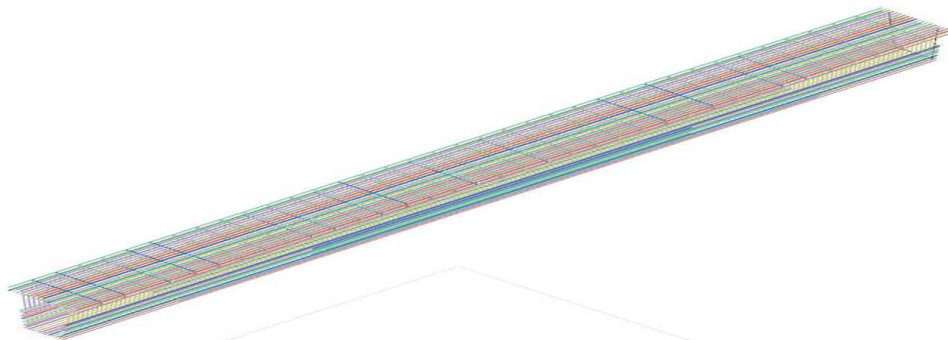


b. grinda chasonată 96-41, L=37.1 m

Fig. 2.18 Modele în element finit –perspective elemente 3D

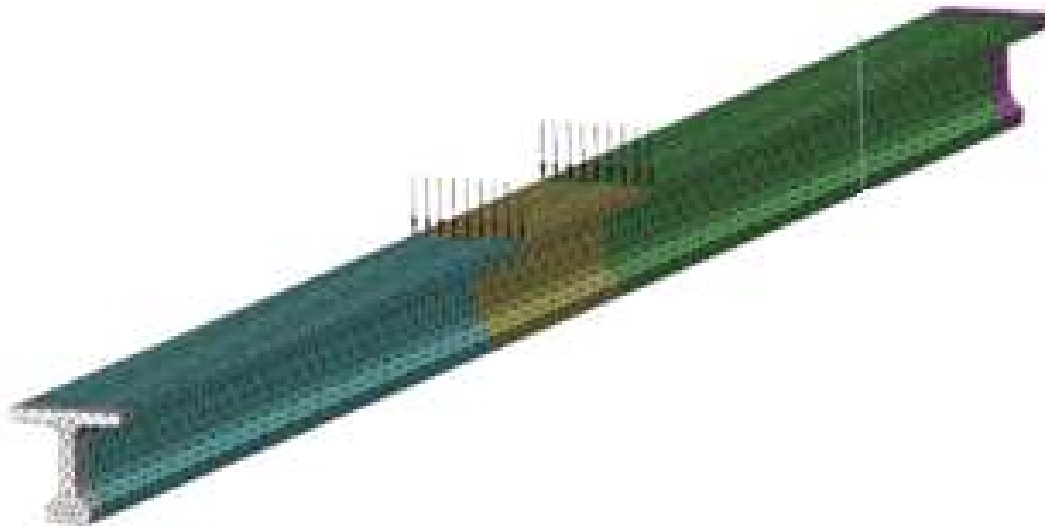


a. grinda T nr. 18-18, L=21.00 m

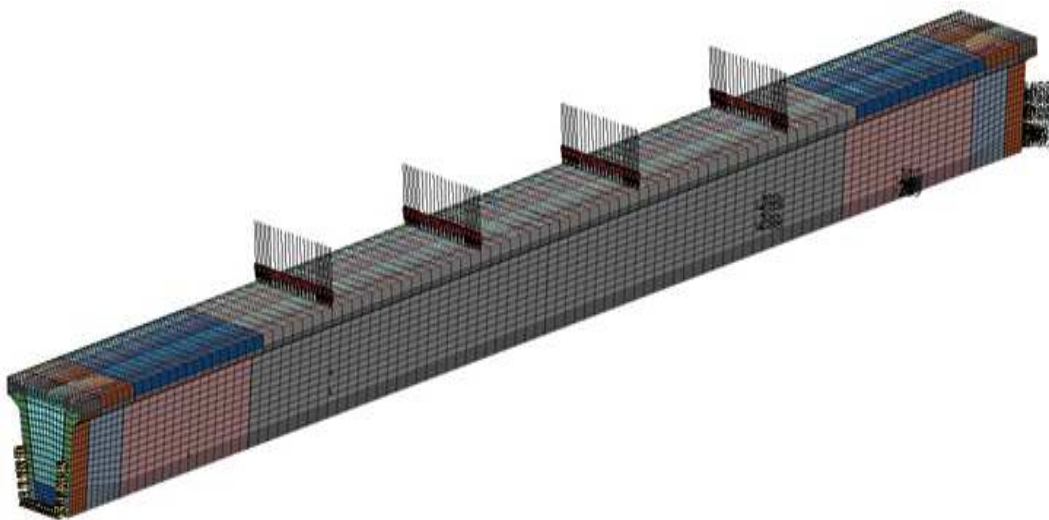


b. grinda chasonată 96-41, L=37.1 m

Fig. 2.19 Modele în element finit – elemente liniare (carcase armătură)



a. grinda T nr. 18-18, L=21.00 m



b. grinda chasonată 96-41, L=37.1 m

Fig 2.20 Forțe exterioare aplicate modelelor în element finit

Analizele s-au efectuat independent pentru mai multe vârste ale betonului, cu pierderile de tensiune în armătura activă aferente fiecărei durate. Fiecare analiză s-a realizat în două etape biografice:

- **etapa de transfer a eforturilor de precomprimare:** în această etapă s-au introdus într-un singur pas eforturile unitare corespunzătoare în armăturile active și greutatea proprie a elementului (modelului), rezolvarea realizându-se între-un singur pas incremental după schema Newton-Raphson tradițională;
- **etapa de aplicare a încărcărilor liniare** (Figura 2.20): în această etapă s-a preluat starea de eforturi și deformații din etapa anterioară, considerând-o

stare inițială; forțele exterioare s-au aplicat în pași incrementali de 10 % din încărcarea ultimă eperimentală, convergența fiind obținută pe schema Newton Raphson tradițională (Figura 2.21.a) complementată la incrementele superioare de încărcare cu procedura de convergență a lungimii de arc (Figura 2.21.a).

Criteriul de convergență s-a formulat în deplasări, acesta fiind satisfăcut când creșterea ierativă a deplasării era sub 1 % din deplasarea incrementală cumulată.

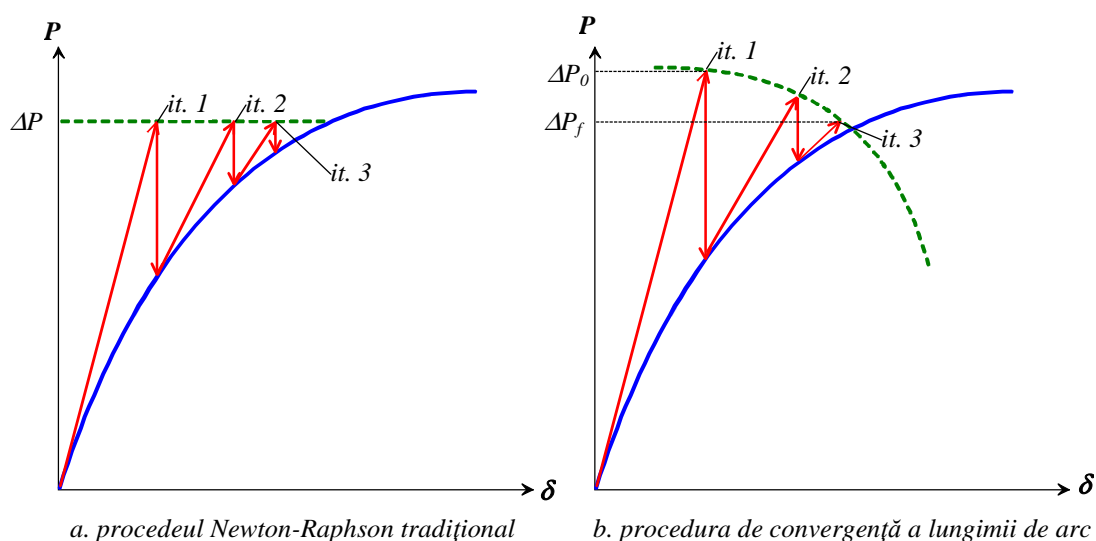


Fig 2.21 Procedurile incrementale și atingerea convergenței

2.3.4 Etape de validare a modelelor în element finit și simulărilor predictive

Validarea modelelor în element finit constituie procedura de determinare a măsurii în care un model reprezintă o reprezentare precisă din perspectiva experimentului.

Pentru validarea modelelor și simulările numerice predictive, ca și **etape preliminare** s-au considerat:

- stabilirea scopului modelării: simularea comportării în timp a comportării neliniare a grinzilor de pod nr. 18-18 de secțiune T și deschidere $L=21.00$ m (Figura 2.12.a), respectiv nr. 96-41 de secțiune chesonată (alcătuită dintr-o grindă prefabricată de secțiune U și o placă din beton armat monolit) cu deschiderea $L=37.10$ m (Figura 2.12.b);

- stabilirea criteriilor de validare: predicția încărcării de fisurare și rupere în limita a maxim 15 % din valorile experimentale, o stare de fisurare după stabilizare similară, considerând proprietățile standard ale betonului de la vârsta de 28 zile;
- calibrarea modelelor: corelarea modelelor (îndepărtarea erorilor de modelare până la obținerea convergenței), implementarea proprietăților materialelor în baza datelor publicate ca urmare a testelor de calibrare efectuate și declarate de către producător, calculul parametrilor de comportare în timp și modificarea modelelor constitutive, etalonarea energiilor de fracturare.

Ca și **etape finale**, s-au efectuat:

- validarea modelelor în element finit s-a efectuat prin compararea rezultatelor experimentale cu modelarea inițială, având în vedere criteriile stabilite;
- simularea și predicția comportării sub solicitări statice a grinzilor pe durata de serviciu de 100 ani.

2.3.5 Calibrarea fizică a modelelor

Proprietățile materialelor la momentul încercării au fost calibrate potrivit Tabelului 2.3. Ca și referință pentru momentul încercărilor, la beton s-au considerat valorile rezistenței cubice medii înregistrate/rezultate la 28 de zile de la turnarea betonului transformate rezistenței cilindrice conform EN 1992-1-1 (2004), după cum urmează (vezi Tabelul 2.3):L

- pentru grinda T prefabricată: $f_{cm}=58.0 \text{ MPa}$, $f_{ctm}=4.1 \text{ MPa}$;
- pentru grinda U prefabricată, componentă a grinzii chesonate: $f_{cm}=48.0 \text{ MPa}$, $f_{ctm}=3.5 \text{ MPa}$;
- pentru placa monolită a grinzii chesonate: $f_{cm}=40.0 \text{ MPa}$, $f_{ctm}=3.0 \text{ MPa}$.

Deformațiile specifice s-au considerat cele standard. Diagramele caracteristice rezultate din aplicarea relațiilor (2.1) și (2.2) sunt prezentate în Figura 2.22. Pentru betonul întins s-a considerat un palier biliniar (vezi Figura 2.25.a), până la atingerea rezistenței medii de întindere. Coeficientii lui Poisson

s-au luat cu valorile 0.2 pentru beton, respectiv 0.3 la oțel. Pentru armături s-au considerat diagrame biliniare cu consolidare (Figurile 2.23 și 2.24).

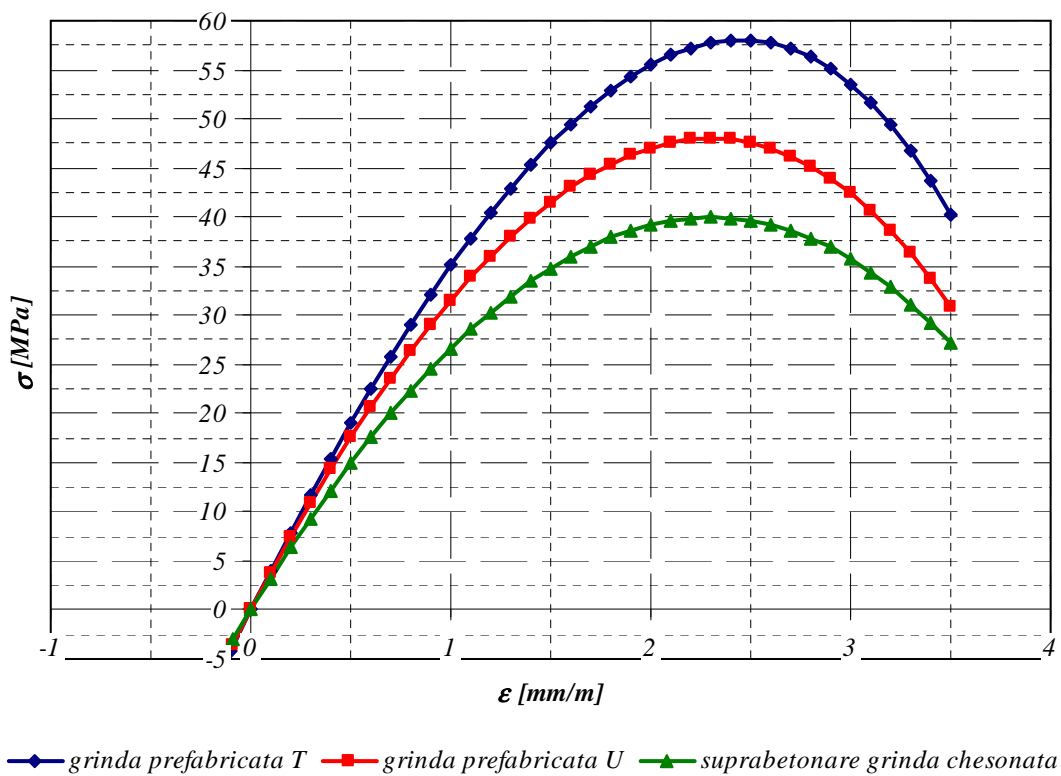


Fig 2.22 Diagrame caracteristice ale betonului pentru calibrare

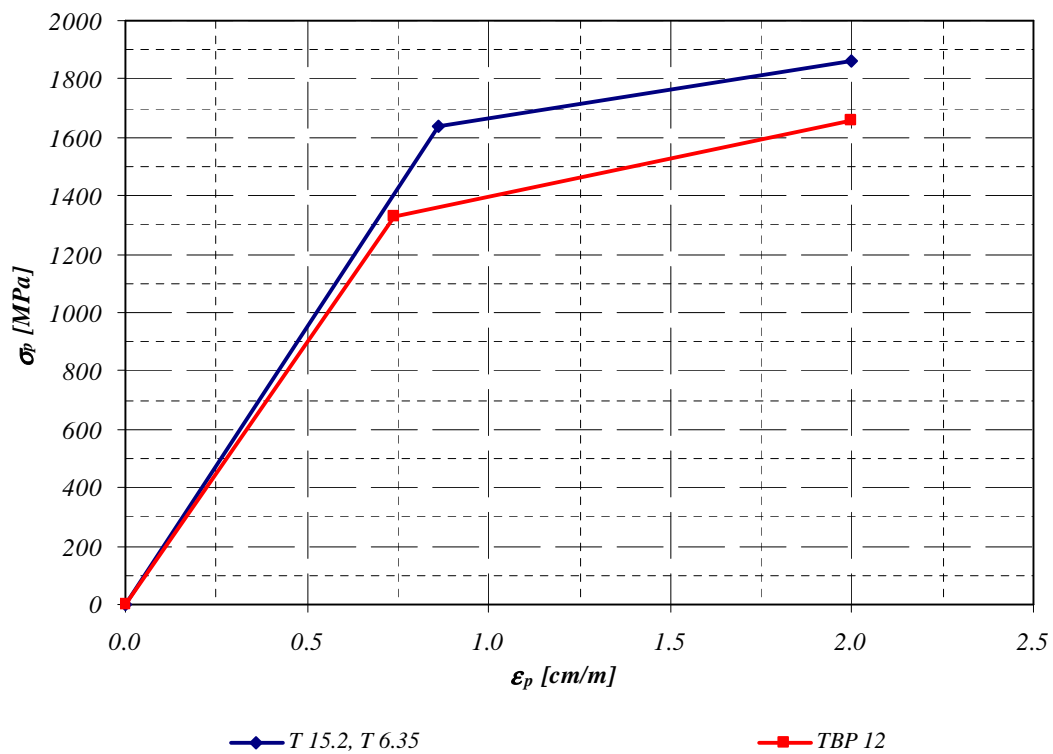


Fig 2.23 Diagrame caracteristice ale armăturii active pentru calibrare

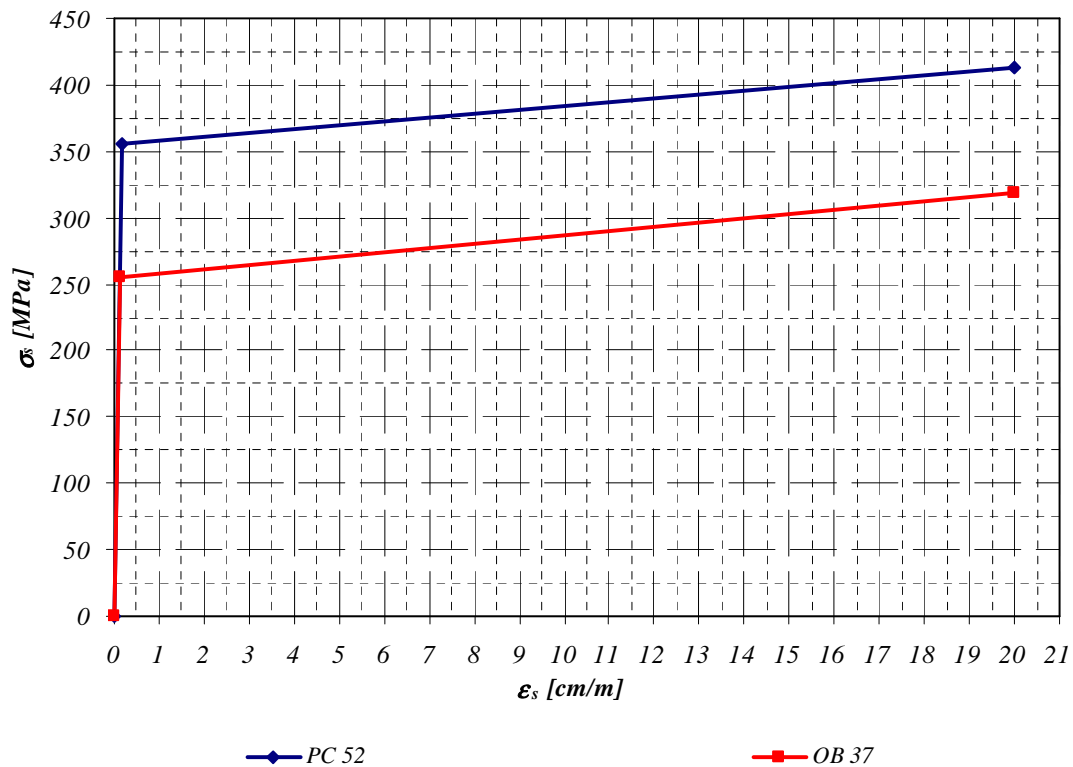


Fig 2.24 Diagrame caracteristice ale armăturii pasive pentru calibrare

Energia de fracture se definește ca fiind energia necesară pentru a deschide unitatea de arie a suprafeței fisurii, fiind o caracteristică de material (Comi și Perego, 2001). După cum bine știm, la întindere pură, diagrama caracteristică este aproape liniară. Betonul fisurat transferă eforturi de forfecare datorită interacțiunii agregatelor de la cele două fețe ale fisurii. Mircea (2000) susține ca acest transfer este semnificativ pentru clasele de beton de până la C30/37. Pentru clasele superioare, transferul forfecării între fisuri se realizează printr-un mecanism de frecare. Pe de altă parte, o analiză fizic neliniară trebuie să ia în considerare participarea betonului întins dintre fisuri la preluarea sarcinilor, adică considerarea energiei de fracturare G_f . Astfel, este necesară considerarea palierelor descendente post-cedării la întindere. Cele mai simple modele prin care se reflectă cu acuratețe această comportare sunt date prin modelul liniar și biliniar, prezentate în Figura 2.5 Betonul din afara zonei de fracturare se consideră că are o comportare liniar-elastică. S-a arătat că modelul biliniar oferă cele mai realiste diagrame încărcare- deplasare și aproximări (Bazant, 1996).

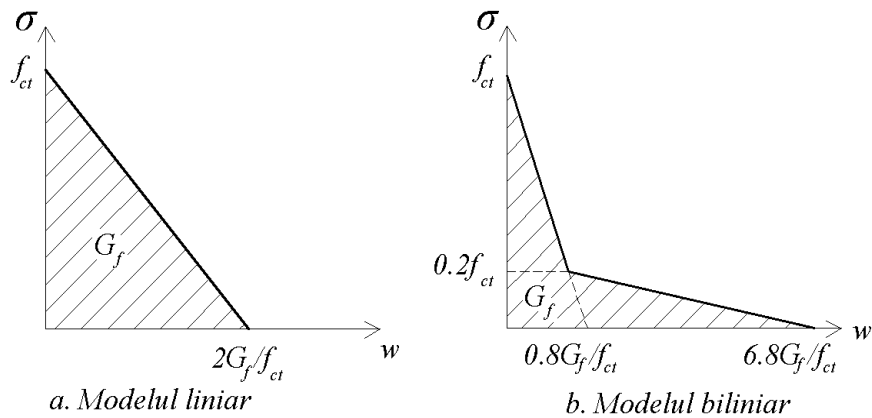


Fig. 2.25 Diagrame de separare a fețelor fisurilor

Există numeroase propuneri de modele constitutive pentru betonul întins atât nefisurat cât și fisurat. CEB-FIB Model Code (2010) propune o lege de variație biliniară pentru ambele situații (Figura 2.26). Distanța medie între fisuri se consideră egală cu distanța de control, adică de 2/3 din înălțimea elementului.

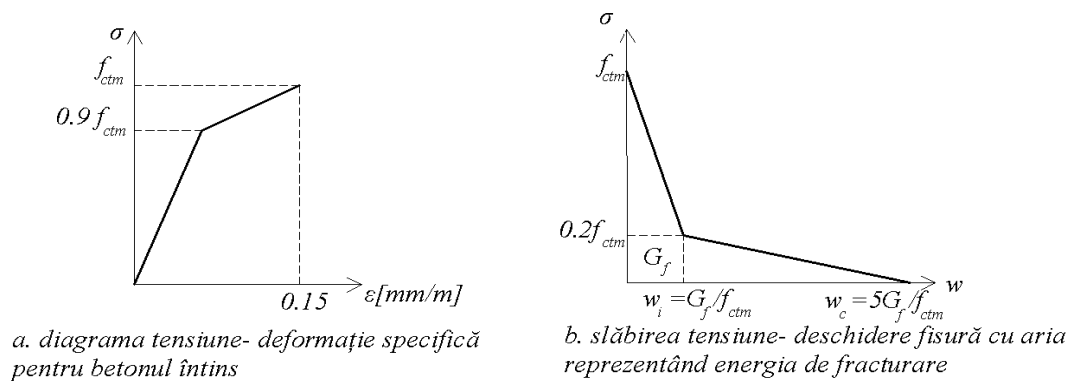


Fig. 2.26 Prevederi CEB-FIB Model Code (2010)

CEB-FIB Model Code(2010) definește energia de fracturare ca o caracteristică de material prin care se descrie rezistența betonului supus la întindere, determinată prin teste de întindere uniaxială. Acesta depinde de raportul apă- ciment, dimensiunea maximă a agregatelor, vârsta betonului, condițiile de uscare, dimensiunea elementului structural, etc. În absența unor date experimentale, G_f [N/m sau J/m^2], pentru betoanele de greutate normală, se poate estima cu formula $G_f = 73f_{cm}^{0.18}$. unde f_{cm} se exprimă în MPa . Cu această relație s-a etalonat și pentru cele două experimente de validare. Adoptând palierul descendent liniar din Figura 2.26.a, deformațiile specifice

ultime ale betonului întins, corespunzătoare energiilor de fracturare sunt prezentate în Tabelul 2.4 alături de energiile de fracturare.

Tab. 2.4 Valorile energiei de fracturare și a deformației specifice ultime la întindere la betoanele celor două grinzi analizate

Elementul	$G_f [J/m^2]$	$\epsilon_{ctu} [mm/m]$
Grinda prefabricată T	143.66	0.146
Grinda chesonată	grinda prefabricată U	145.52
	suprabetonarea	140.50
		0.158

2.3.6 Etalonarea parametrilor de predictibilitate

Deformațiile din contracția și curgerea lentă a betonului s-au calculat conform EN 1992-1-1 (2004). Având ca obiectiv simularea și predicția comportării sub solicitări statice a grinzilor pe durata de serviciu de 100 ani, s-au etalonat în continuare modele comportamentale pentru beton prin expandarea diagramelor caracteristice de la 28 de zile (nu se consideră creșterea rezistenței și rigidității datorită hidratării în continuare a cimentului). Expandarea/scalarea diagramelor caracteristice uniaxiale s-a efectuat cu înmulțirea cu factorul $1 + \varphi$ (Figura 2.27), unde φ este coeficientul curgerii lente. Această abordare pentru modelarea comportării în timp este simplificată, însă este de natură a furniza informații punctuale și consistente, chiar dacă în mod direct are loc o supraestimare a deplasărilor.

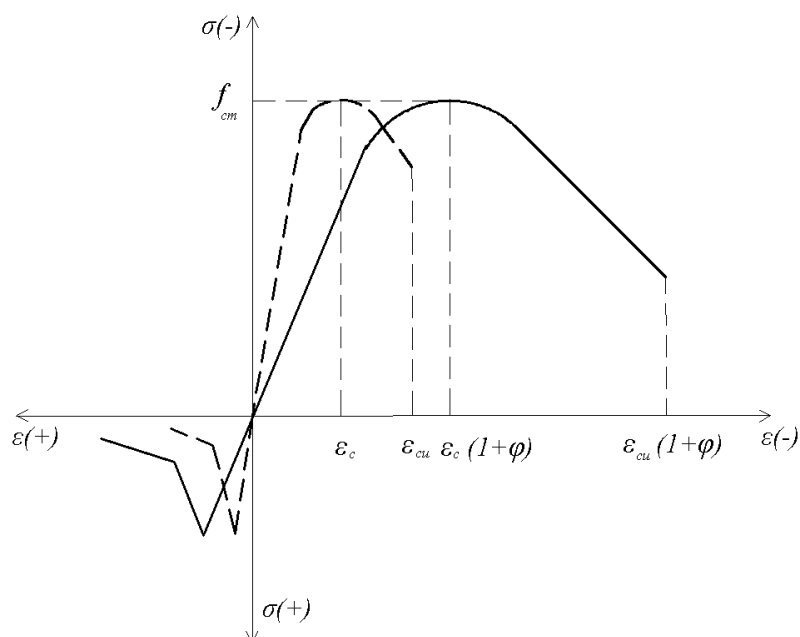


Fig. 2.27 Diagrama caracteristică scalată datorită curgerii lente

Caracteristicile necesare pentru calculul curgerii lente sunt date în Tabelul 2.5, iar valorile rezultate ale coeficientului curgerii lente sunt prezentate în Tabelul 2.6 în funcție de vârsta betonului. Având în vedere că elementele sunt precomprimate în serviciu și practic determinarea răspunsului $V-\delta$ la o anumită vârstă până la rupere are loc pe diagrama scalată doar până la nivelul de solicitare de serviciu, iar după aceea pe diagrama sub eforturi de scurtă durată, energia de fracturare s-a păstrat aceeași, modificându-se doar deformațiile specifice de referință ale betonului întins (Tabelul 2.7). Diagramele caracteristice scalate sunt date în Figurile 2.28-2.30.

Tab. 2.5 Parametri pentru calculul încărcării de durată

Parametrul	Grinda T	Grinda chesonată	
		grinda U	suprabetonarea
f_{cm} [MPa]	58.0	48.0	40.0
E_{cm} [MPa]	37000	35000	30000
ε_{ct} [mm/m]	2.45	2.3	2.2
ε_{cu} [mm/m]	3.5	3.5	3.5
vârsta betonului la încercare [zile]	55	68	68
RH [%]	65	80	80
A_c [mm ²]	347625	5363500	730000
u [mm]	4550	10626	6340
$h_0=2A_c/u$ [mm]	153	101	220

Tab. 2.6 Coeficientul de curgere lentă $\phi(t, t_0)$

t	Grinda T	Grinda chesonată	
		grinda chesonată	suprabetonarea
2 luni/încercare	0.818	0.590	1.016
6 luni	1.158	0.874	1.463
1 an	1.336	1.055	1.714
3 ani	1.534	1.324	2.019
100 ani	1.688	1.656	2.286

Tab. 2.7 Deformații specifice de control la întindere

t	Grinda T		Grinda chesonată			
			grinda chesonată		suprabetonarea	
	ε_{ct} [mm/m]	ε_{ctu} [mm/m]	ε_{ct} [mm/m]	ε_{ctu} [mm/m]	ε_{ct} [mm/m]	ε_{ctu} [mm/m]
2 luni	0.094	0.146	0.091	0.140	0.091	0.158
6 luni	0.095	0.146	0.097	0.140	0.092	0.158
1 an	0.095	0.146	0.098	0.140	0.092	0.158
3 ani	0.095	0.146	0.098	0.140	0.092	0.158
100 ani	0.095	0.146	0.098	0.140	0.092	0.158

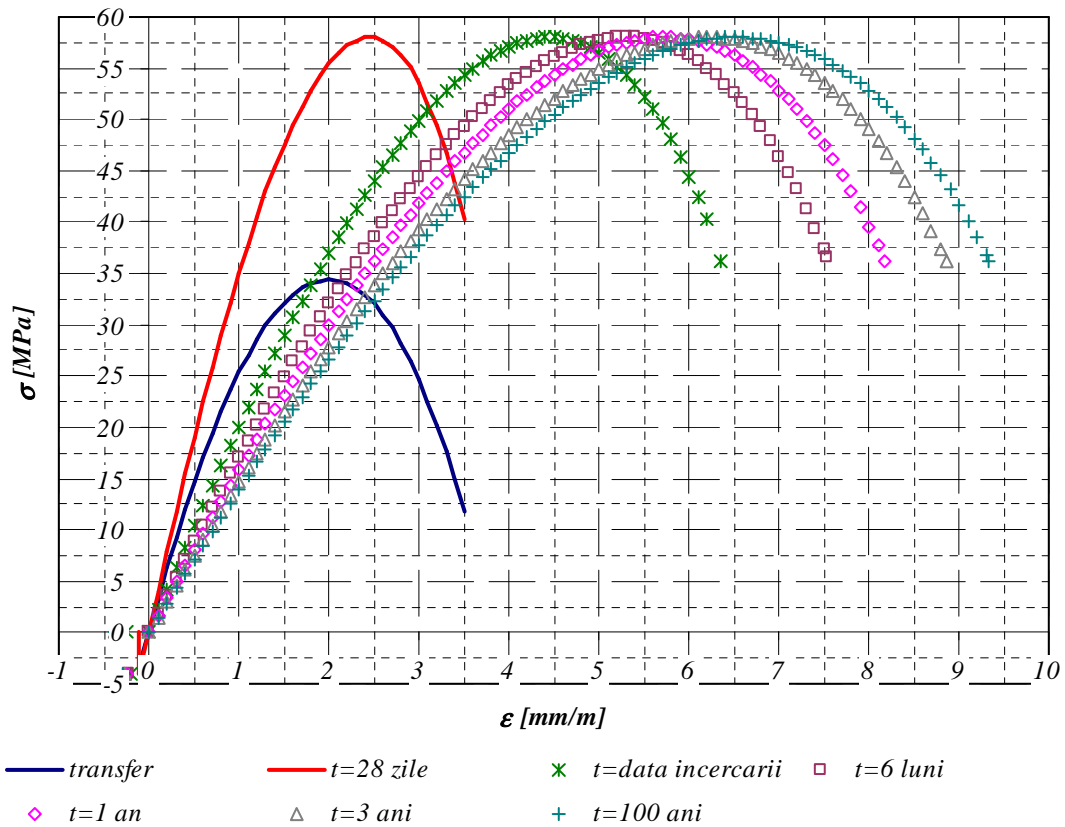


Fig 2.28 Diagrame caracterică la grinda prefabricată T

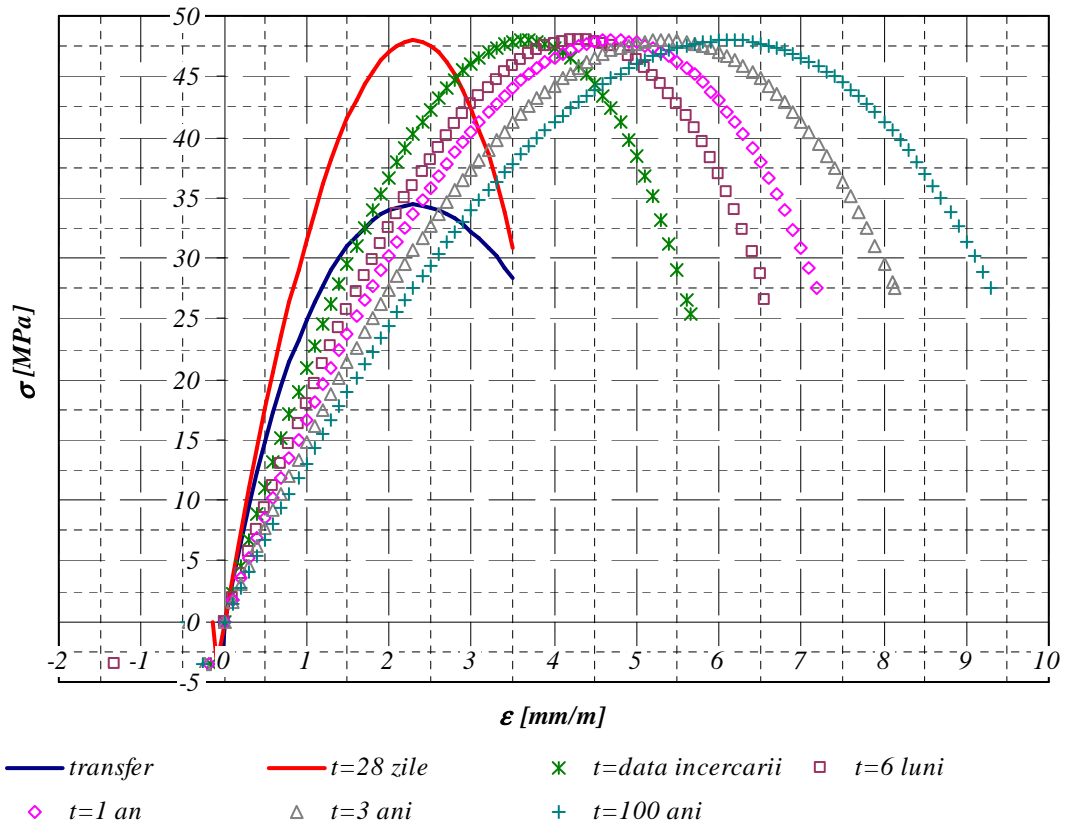


Fig 2.29 Diagrame caracterică la grinda prefabricată U (grinda chesonată)

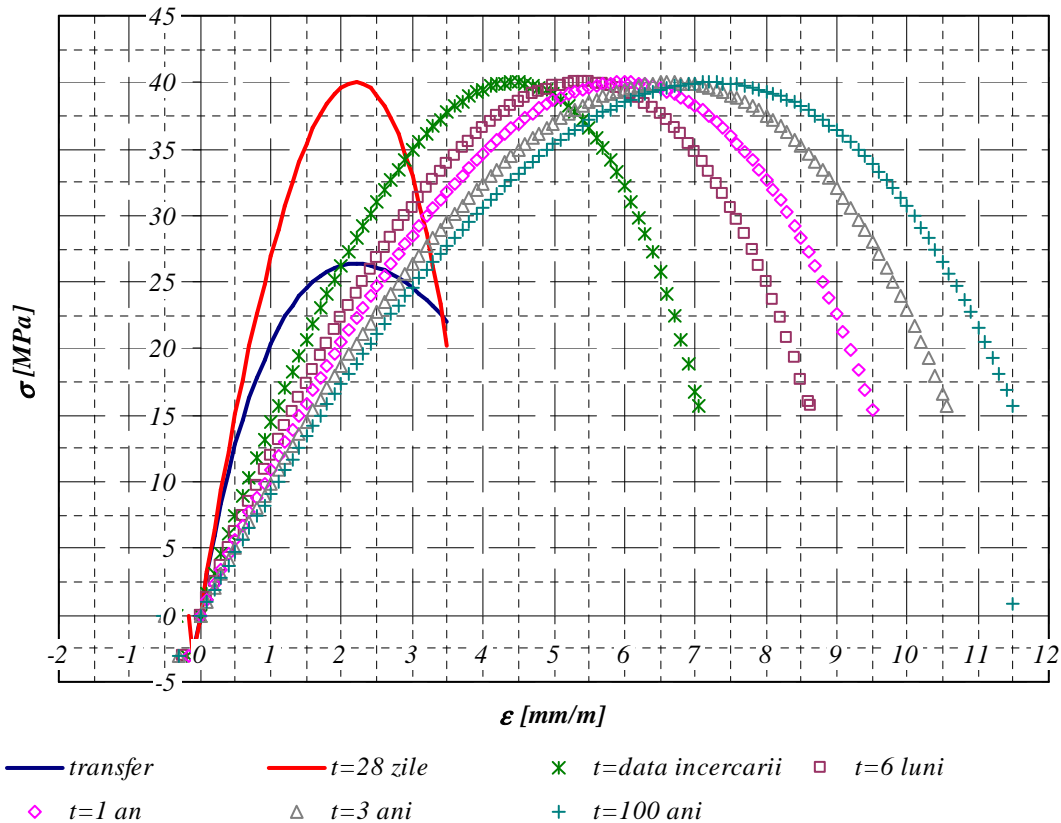


Fig 3.30 Diagrame caracteristică la suprabetonare (grinda chesonată)

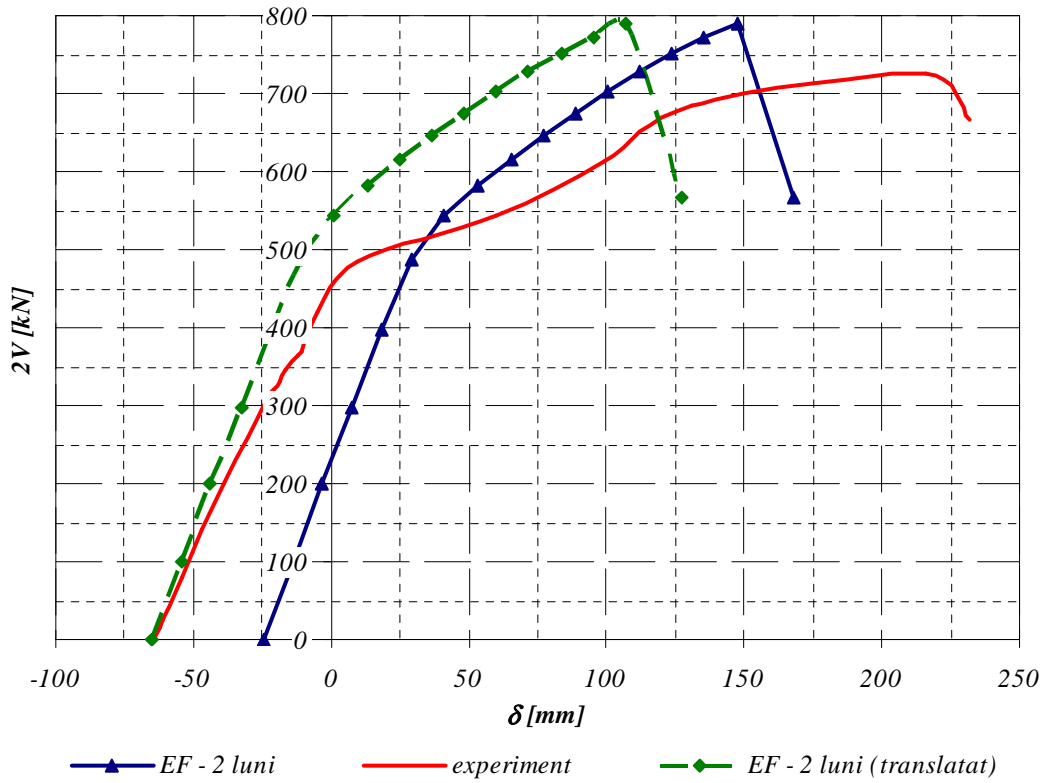
Pierderile de tensiune aferente s-au calculat conform metodologiei și algoritmilor din EN 1992-1-1 (2004) la intervalele de timp asociate modelelor constitutive din Figurile 2.28-3.30. Valorile forței de precomprimare corespunzătoare sunt date în Tabelul 2.8.

Tab. 2.8 Efortul de precomprimare în toroane funcție de timp/etapă

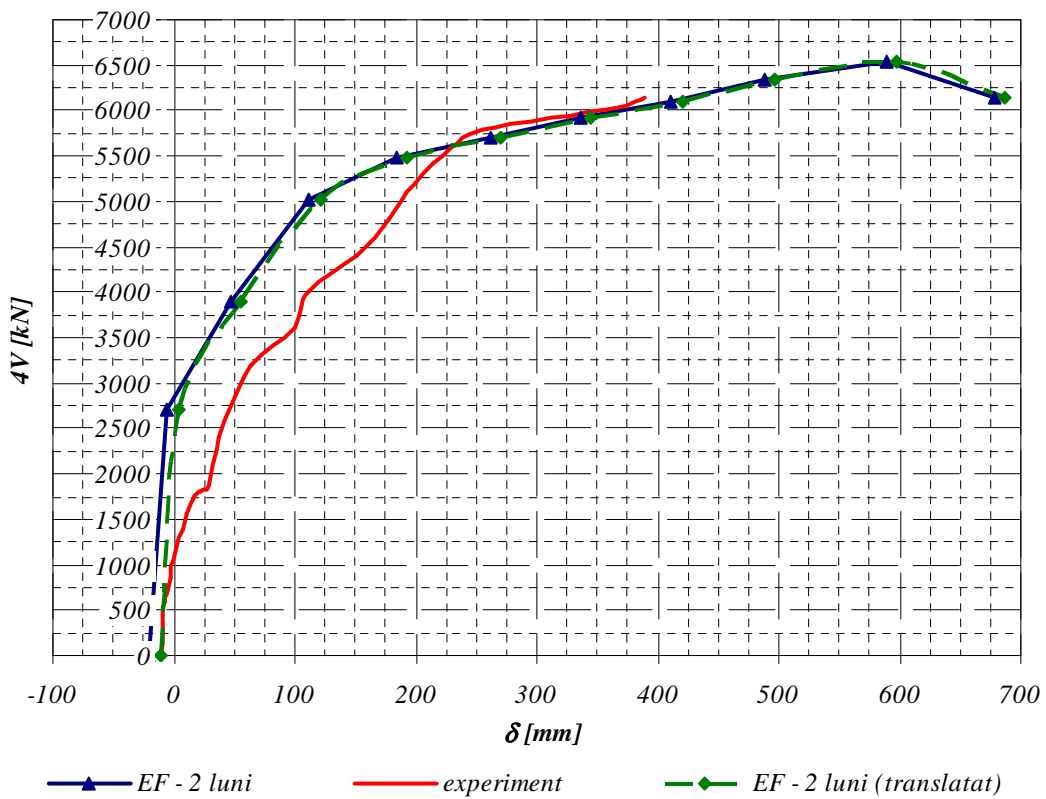
Etapa	<i>P</i> [kN]						
	<i>control</i>	<i>transfer</i>	<i>2 luni</i>	<i>6 luni</i>	<i>1 an</i>	<i>3 ani</i>	<i>100 ani</i>
Grinda chesonată	1440	1299	1234	1199	1098	953	922
Grinda T	1273	1132	1072	1038	956	913	878

2.3.7 Validarea modelelor experimentale

Figura 2.31 prezintă comparativ rezultatele analizelor în element finit pentru modelele constitutive considerând betonul având vârsta de două luni (aproximativ vârsta betonului la încercări) și curbele înregistrate experimental. Se observă o bună concordanță în termenii eforturilor (diferențe de 9 % la grinda T și 7 % la grinda chesonată), diferențele în deplasări sunt substanțiale.



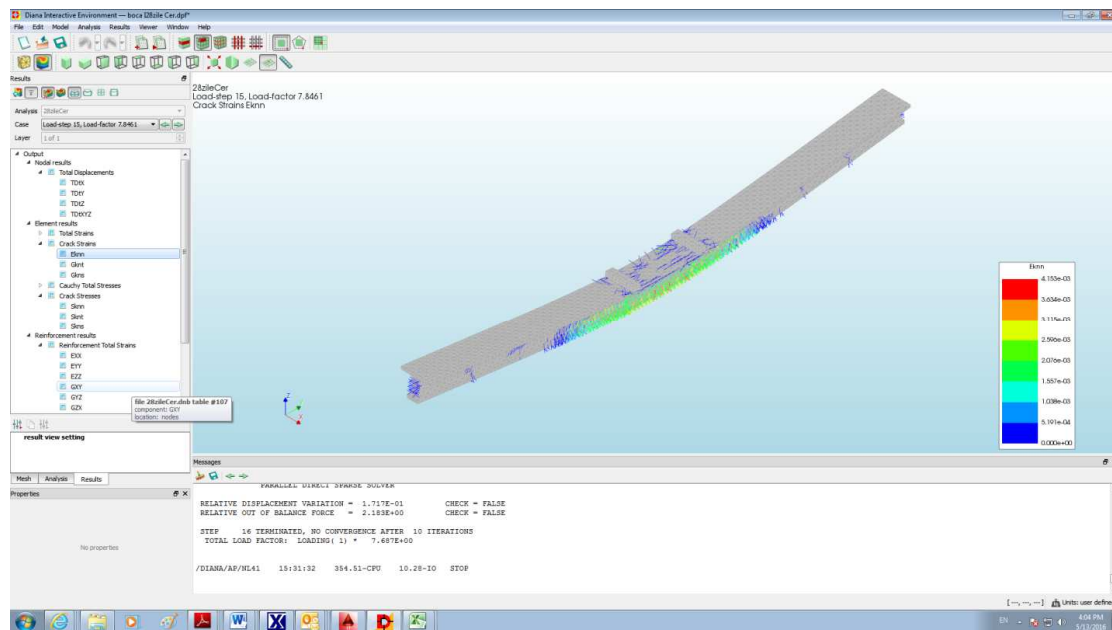
a. grinda T nr. 18-18, $L=21.00$ m



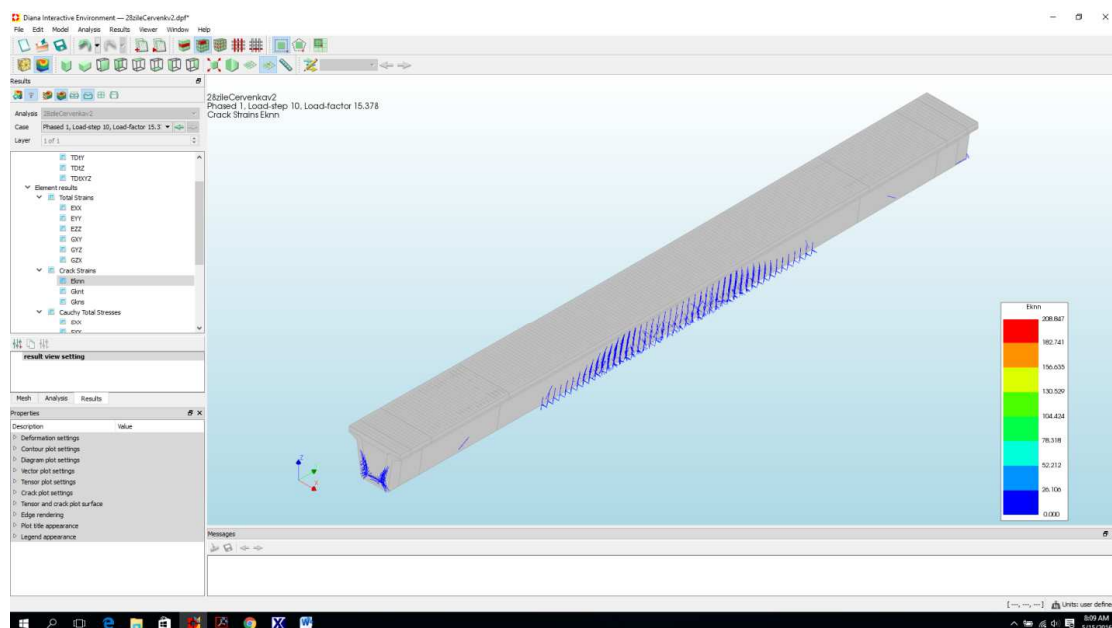
b. grinda chesonată 96-41, $L=37.1$ m P

Fig 2.31 Diagrame forță-săgeată experimentale și calculate

Având în vedere relativitatea predicțiilor efectuate cu relațiile standard date de EN 1992-1-1 (2004), unde variabilitatea deformațiilor în timp prezintă abateri standard de 30 %, modelele de calcul în element finit se consideră validate. Figura 2.32 prezintă releveele fisurilor la rupere pentru cele două modele, iar Figurile 2.33 și 2.34 stările de eforturi unitare principale la cedare. Deschiderea maximă a fisurilor este de **2.56 mm** la grinda T, respectiv **2.45 mm** la grinda chesonată. Figura 2.35 prezintă eforturile la rupere în armături.

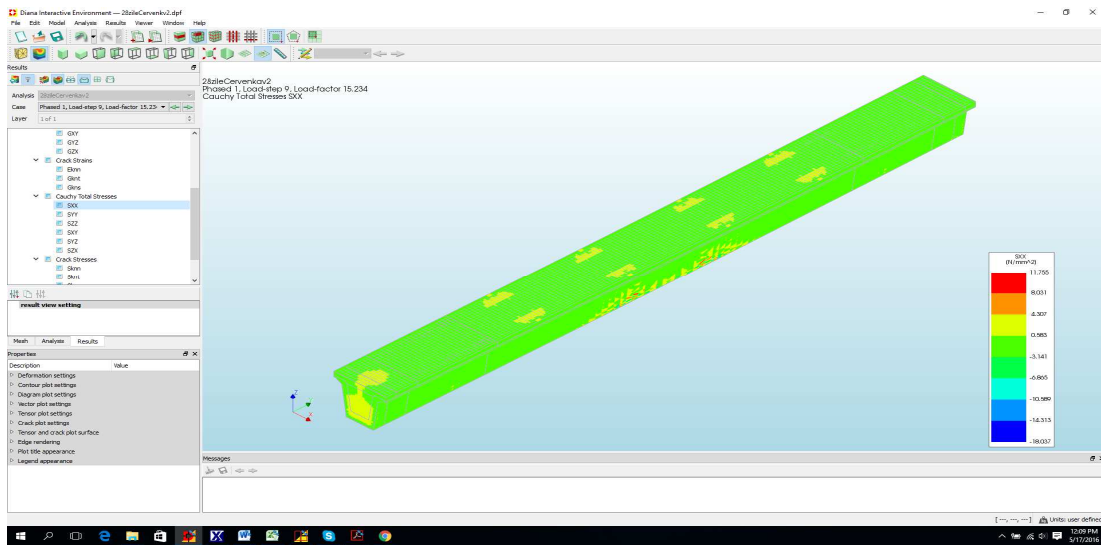


a. grinda T nr. 18-18, L=21.00 m

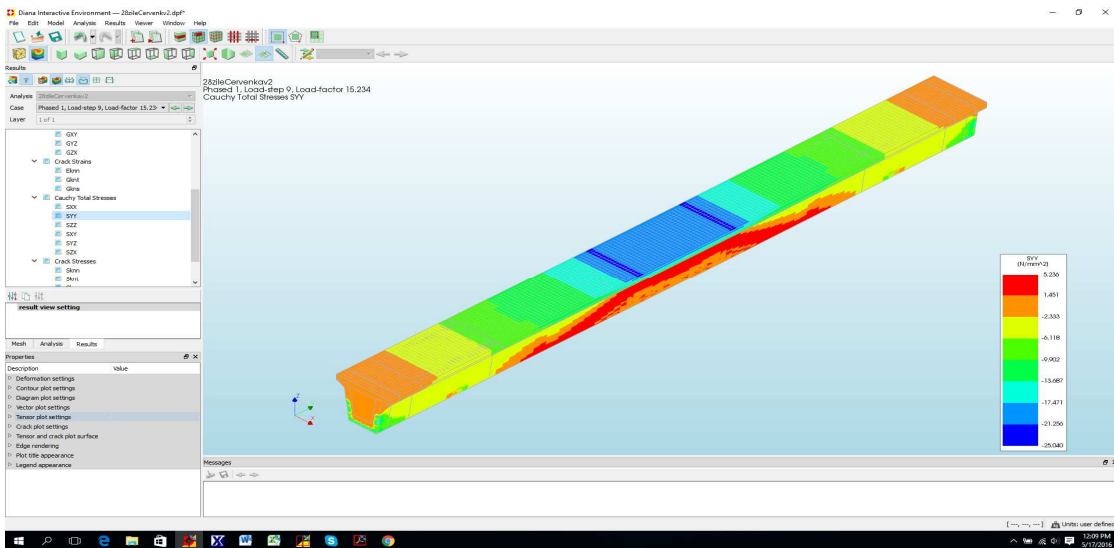


b. grinda chesonată 96-41, L=37.1 m

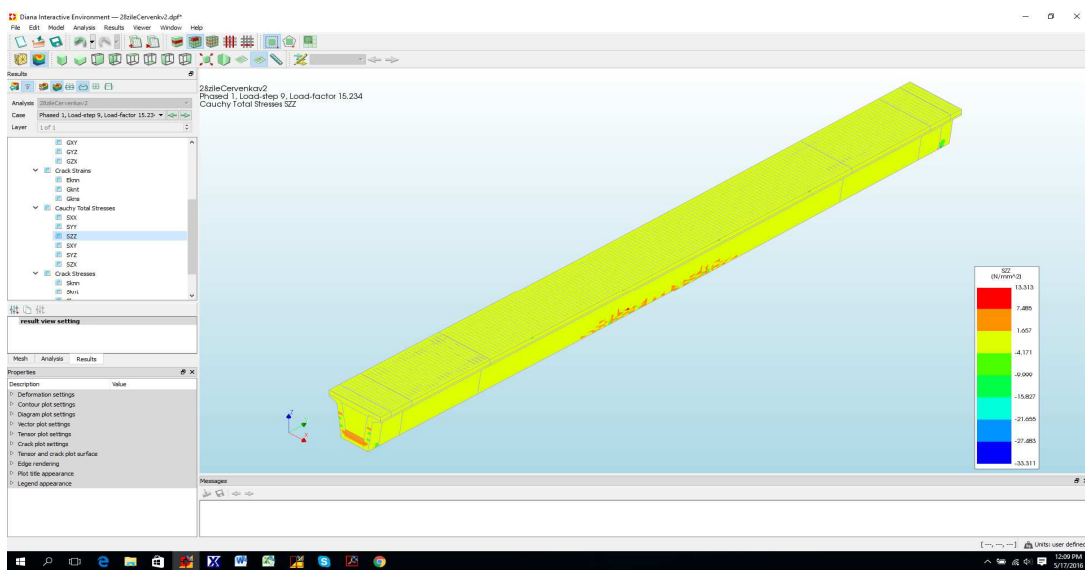
Fig 2.32 Releveele fisurilor la rupere rezultate în analizele în element finit



a. efort σ_1

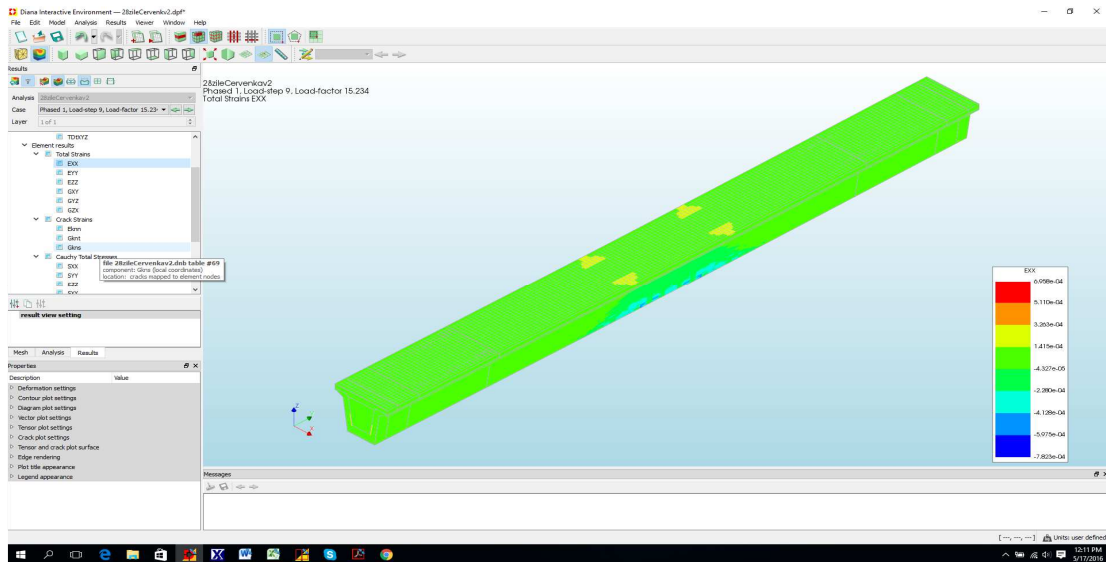


b. a. efort σ_2

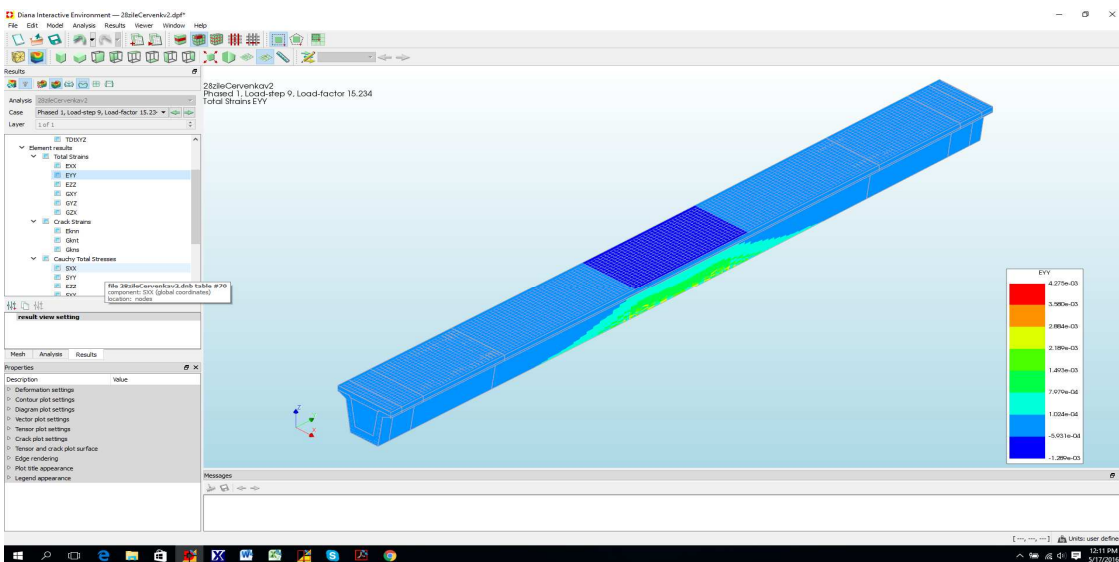


c a. efort σ_3

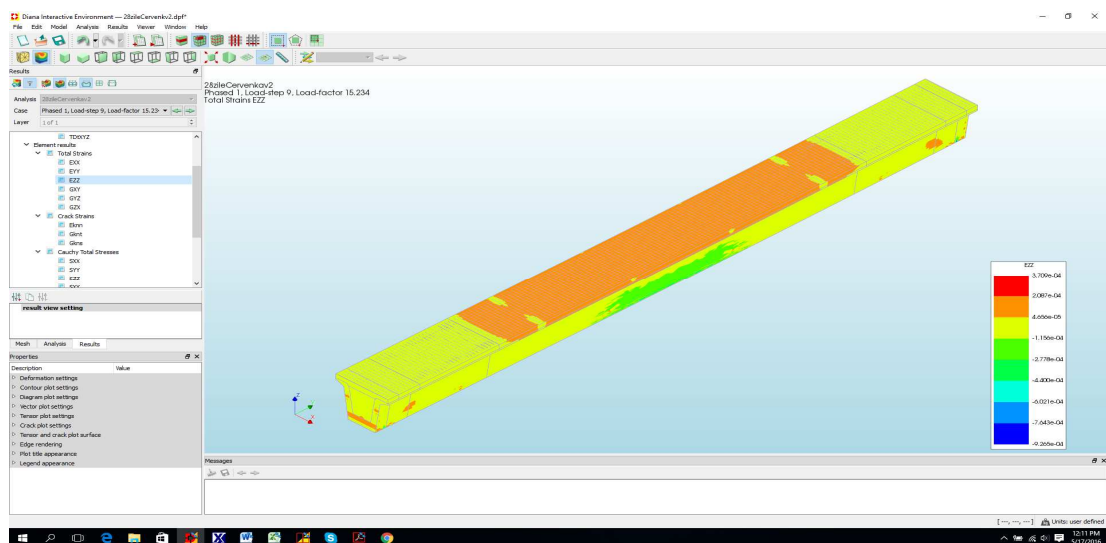
Fig 2.34 Eforturi unitare principale la ruperea grinzii chesonate 96-41, L=37.1 m



a. direcția X

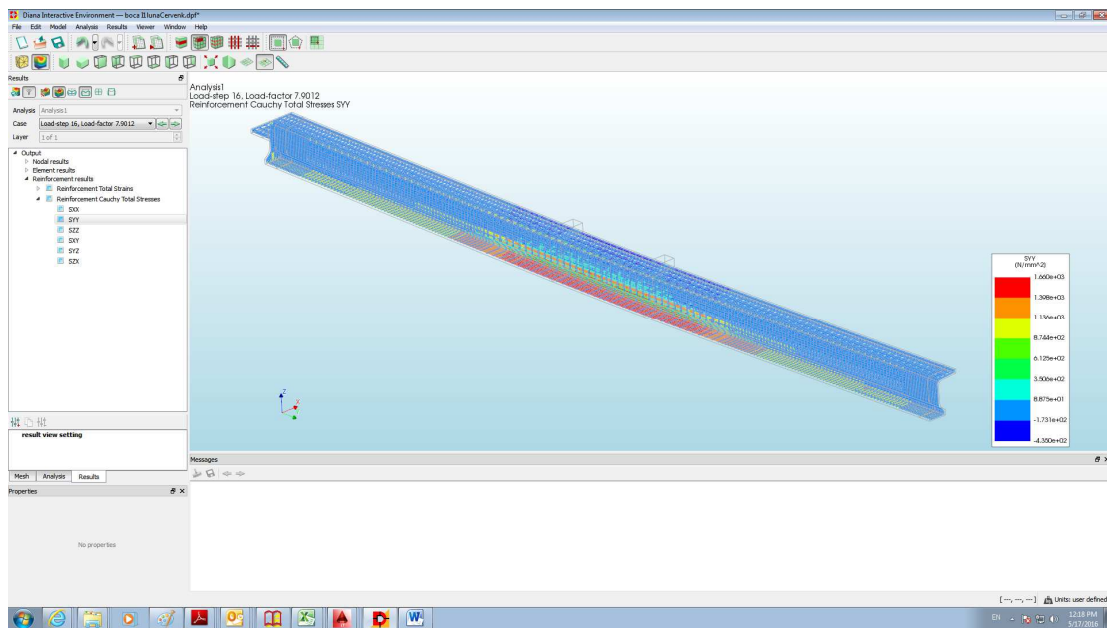


b. direcția Y

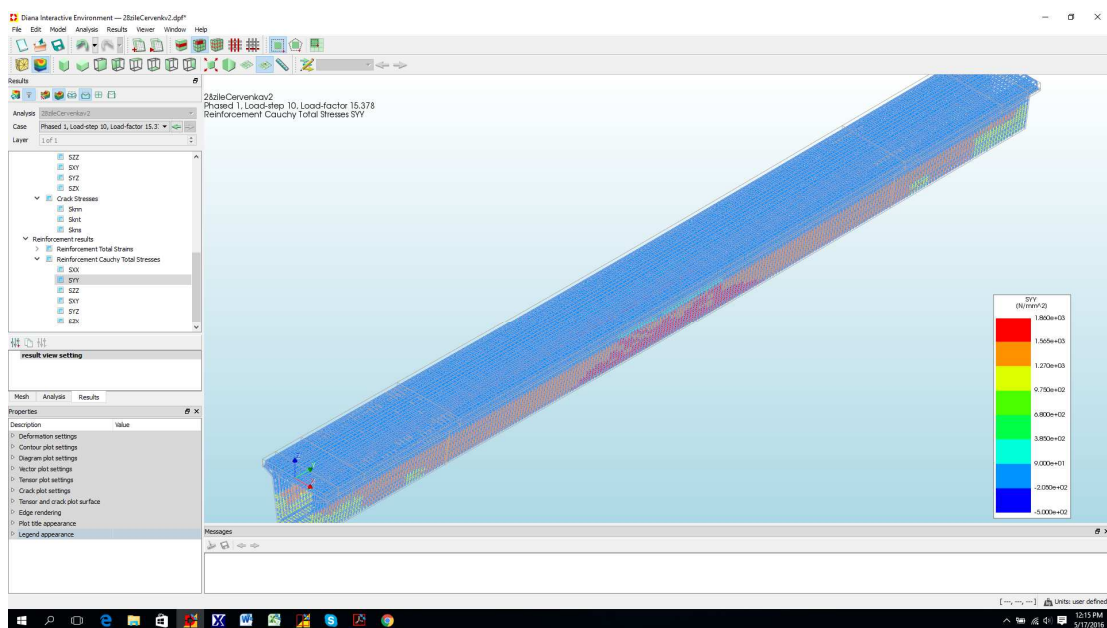


c. direcția Z

Fig 2.34 Distribuție deformații la rupere, grindă chesonată 96-41, L=37.1 m



a. grinda T nr. 18-18, L=21.00 m

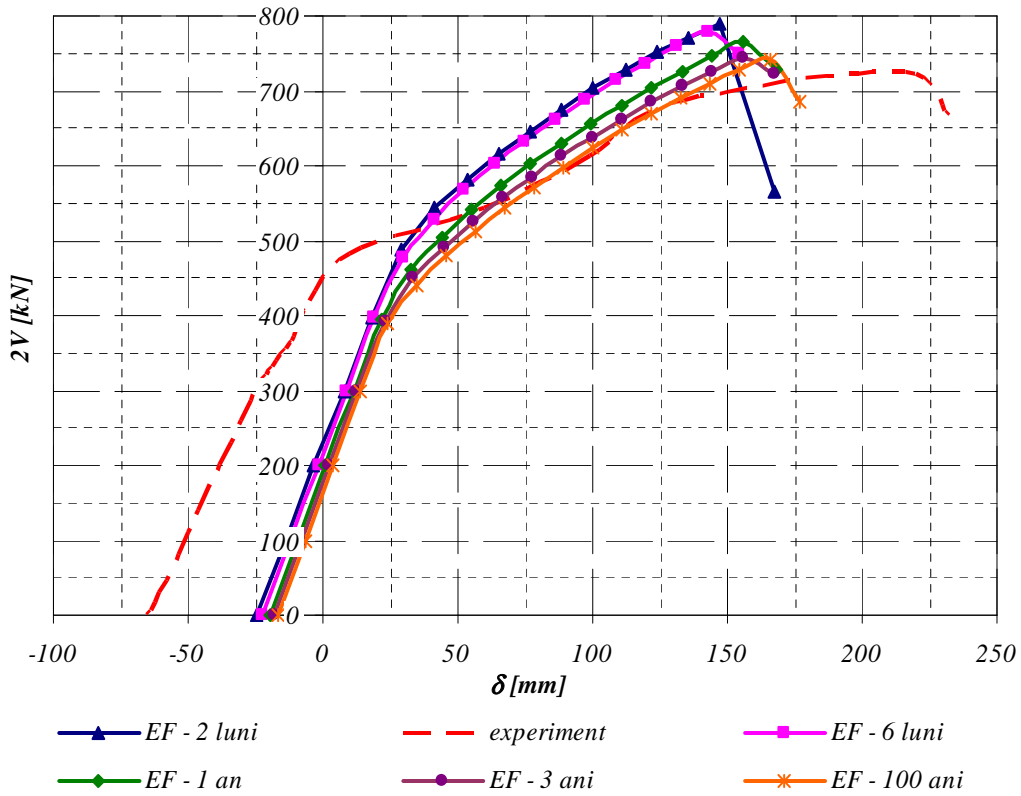


b. grinda chesonată 96-41, L=37.1 m

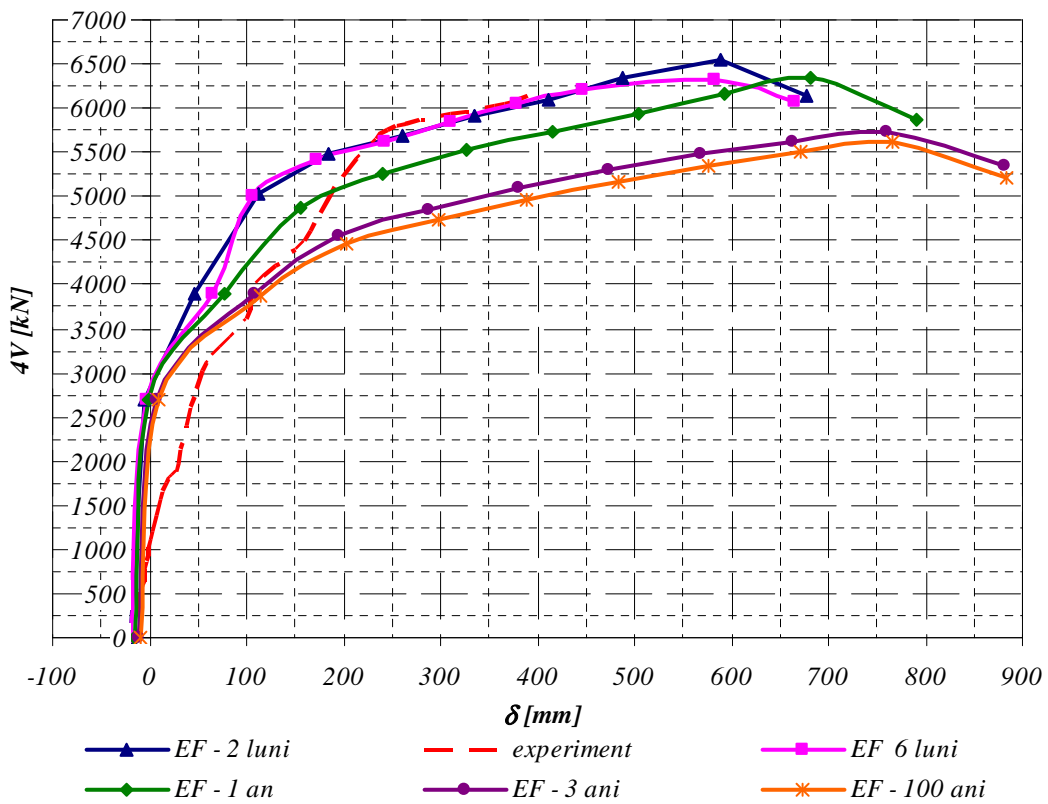
Fig 2.35 Eforturi la rupere în armături

2.3.8 Simulări/predicții privind comportarea și siguranța în serviciu

Figura 2.36 prezintă relațiile estimate forță-săgeată pe durata de serviciu. Se constată o ușoară scădere în timp a eforturilor ultime (vezi Tabelul 2.9) asociată pierderilor de tensiune și scăderii eficienței precomprimării, respectiv o creștere a săgeților corespunzătoare eforturilor ultime(Tabelul2.10).



a. grinda T nr. 18-18, L=21.00 m



b. grinda chesonată 96-41, L=37.1 m

Fig 2.36 Evoluția în timp a relației calculate forță-săgeată

Tab. 2.9 Eforturi ultime estimate pe durata serviciului

Etapa	Sarcina totală ultimă [kN]				
Element	2 luni	6 luni	1 an	3 ani	100 ani
Grinda chesonată	6540.0	6364.0	6332.0	5740.0	5624.0
Grinda T	790.1	777.9	764.7	745.3	741.3

Tab. 2.10 Săgeți la rupere estimate pe durata serviciului

Etapa	Sarcina totală [mm]				
Element	2 luni	6 luni	1 an	3 ani	100 ani
Grinda chesonată	588.9	583.4	683.3	759.9	766.5
Grinda T	140.7	142.8	155.9	155.5	165.9

3 STABILITATEA ELASTICĂ A GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT

3.1 Fundamentarea din perspectivă istorică

Flambajul pur este definit în EN 1992-1-1 (2004) ca o cedare datorită instabilității unui element sau a unei structuri la compresiune axială și în absența unor încărcări transversale. Se precizează că *flambajul pur* nu constituie o stare limită relevantă pentru elementele și structurile reale, datorită imperfecțiunilor de execuție precum și prezenței încărcărilor transversale, dar este posibil să se utilizeze încărcarea critică de flambaj ca parametru în anumite metode de calcul de ordinul doi.

Problema instabilității elastice a căpătat începând cu secolul XX o importanță deosebită datorită utilizării oțelului și aliajelor de înaltă rezistență în structurile ingineresti, navigație și aviație. Primele probleme de instabilitate elastică au fost rezolvate de Euler, care a studiat flambajul barelor comprimate acum mai bine de 200 de ani. Deoarece materialele folosite atunci aveau rezistențe relativ mici (lemnul și zidăria din piatră), elementele construite erau relativ masive, problema stabilității nefiind importantă. Construirea de poduri metalice la sfârșitul sec. XIX a impus problematica flambajului și a pierderii stabilității elementelor structurale ca fiind de o importanță deosebită. Atunci problema stabilității laterale a grinzilor a fost studiată de Prandtl și Michell, care au efectuat studii teoretice pe grinzi lungi cu secțiune dreptunghiulră

(Bleich, 1952). În perioada interbelică Timoshenko, începând cu anul 1943 a rezolvat ecuațiile fundamentale diferențiale pentru elementele comprimate și încovoiate de secțiune I și a studiat flambajul lateral al grinzilor I încărcate transversal, pentru diferite condiții de rezemare. Începând cu acea perioadă, au urmat o serie de studii teoretice și experimentale cu privire la instabilitatea grinzilor (de exemplu Vlasov, Winter, Hill, Galambos etc.), cercetări privind pierderea stabilității elastice și inelastice la răsucire a grinzilor de diferite forme și secțiuni (Khaled și Qing, 2009). Problema stabilității elastice a grinzilor cu pereți subțiri sub diverse stări de solicitare a fost rezolvată tot de colectivul condus de Timoshenko (Timoshenko și Gere, 1963).

Urmare a utilizării oțelului la elementele zvelte comprimate, plăci și învelitori subțiri, care pot ceda nu numai din cauza eforturilor mari care pot depăși rezistența materialului, ci și datorită insuficienței stabilității elastice/inelastice, s-au demarat cercetări intense teoretice și experimentale, stabilinduse limitele în care pot fi aplicate anume formule, precum și pentru integrarea conceptului de stabilitate cu proiectarea conform *Teoriei Stărilor Limită*.

La grinzile de beton precomprimat pierderea stabilității este mult mai complexă, având în vedere numeroasele faze (transfer, depozitare, montaj, manipulare, serviciu) pe care elementele la parcurg la diferite vârste. Magnel (1950), Billig (1953) și Leonhardt (1955) au ajuns la concluzia că grinzile precomprimate aderent nu pot flamba. De exemplu Billig (1953) afirmă că forțele de precomprimare vor influența stabilitatea acestora doar dacă precomprimarea este în mare parte neaderentă. Mai recent, Konih și Pauli (1990) și Hurf (2010) au studiat diferitele mecanisme de cedare ale grinzilor precomprimate, cercetările generând îndoieli cu privire la afirmațiile din anii 1950, odată cu implementarea intensivă a betoanelor de înaltă și ultra înaltă performanță. Se constată de asemenea că imperfecțiunile geometrice inițiale joacă un rol important în stabilitatea grinzilor precomprimate și trebuie luate în considerare.

Mast (1994) a elaborat în perioada 1989-1994 o serie de relații analitice și numerice pentru grinzile precomprimate cu deschideri mari, analizând în detaliu pierderea stabilității laterale a grinzilor încovoiate.

Stratford și Burgoyne (1999, 2000) sintetizează bazele teoretice a problemei generale de pierdere a stabilității pentru diferite cazuri de rezemare a grinzilor precomprimate lungi, precum și informațiile necesare pentru includerea problemei stabilității în proiectarea acestora, luând în considerare și imperfecțiunile inițiale. El sublinează că odată ce grinda este poziționată în structură, cedarea prin pierderea stabilității este puțin probabilă, însă aceasta este foarte posibilă să aibă loc în timpul manipulării.

Stratford și col. (1999) prezintă modele de verificare a stabilității grinzilor lungi prefabricate. Sunt stabilite ecuațiile necesare unei proiectări corespunzătoare pentru verificarea stabilității acestora, când sunt simplu rezemate pe durata transportului, manipulării și montajului.

3.2 Tipuri caracteristice de flambaj și factori de influență

Când proiectarea grinzilor din beton precomprimat este asociată noțiunilor de optimizare și performanță, datorită zvelteții elementelor, stabilitatea structurală a acestora, deși o problemă dificilă și complexă, reprezintă un element cheie. Riscul de flambaj și tipul de flambaj se raportează următorilor factori de influență:

- schema statică;
- tipul și forma secțiunii transversale și a profilului longitudinal;
- tipul, poziția și mărimea încărcărilor exterioare;
- proprietățile materialelor (clasa de beton și vârsta betonului, tipul de armătură activă și pasivă);
- traseul și mărimea forței/forțelor de precomprimare;
- poziția și modul de rigidizare/fixare al tălpii și inimii comprimate;
- imperfecțiunile geometrice inițiale (la nivel de secțiune transversală, profil longitudinal și abaterea de la zona de aplicare a încărcării);
- distribuția momentelor de-a lungul deschiderii libere (luminii);

- mărimea și distribuția tensiunilor/deformațiilor specifice reziduale.

Până în prezent nu există rezolvări cu caracter de generalitate ale aspectelor prezentate. În continuare se prezintă un studiu constând într-o trecere în revistă a bazei teoretice privind tipurile de flambaj elastic specifice grinzilor de beton precomprimat (flambaj general flexural, flambaj prin încovoiere-răsucire și voalarea zonei comprimate), însoțite de discuții (privind etapa de risc, secțiuni vulnerabile etc.), analize parametrice și comparații cu rezultatele altor studii, pentru secțiunile transversale (vezi Figura 3.1) și traseele de precomprimare caracteristice/tipice (vezi Figura 3.8).

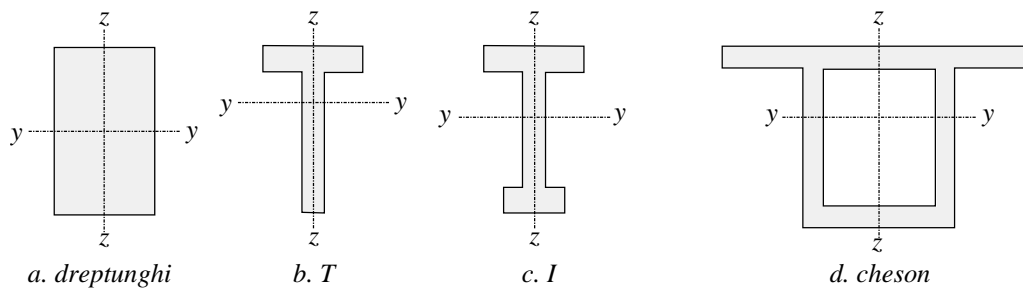


Fig. 3.1 Secțiuni caracteristice ale grinzilor de beton precomprimat

3.3 Flambajul general flexural sub acțiunea forței de precomprimare

Problema flambajului general flexural se poate pune la transfer, când:

- rigiditatea grinzii este minimă iar efortul de precomprimare maxim;
- ipoteza comportării elastice este pe deplin acceptabilă;
- legăturile exterioare ale grinzii sunt minime.

Așa cum rezultă și din Figura 3.1, riscul de flambaj flexural general se raportează în principal planului lateral al grinzii xOy , axa $z-z$ fiind axa slabă de inerție. Totuși, în funcție de modul de fixare a grinzii în plan lateral și îndeosebi la secțiuni chesonate (Figura 3.1.d), vulnerabilitatea se poate transfera și la planul vertical xOz .

3.3.1 Flambajul general flexural în plan lateral (orizontal)

Ecuția diferențială generală de echilibru a grinzii simplu rezemate în planul lateral al grinzii din acțiunea precomprimării centrice este:

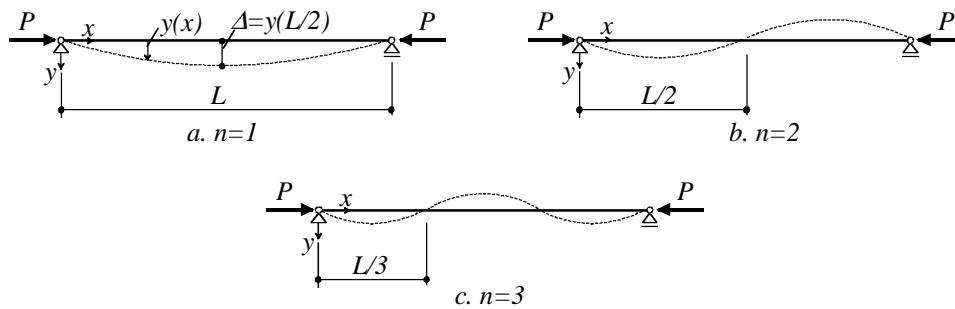


Fig. 3.2 Flambajul lateral al grinzii simplu rezemată precomprimată centric

$$E_c I_{zi} \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (3.1)$$

cu $E_c I_{zi}$ rigiditatea la încovoiere în raport cu axa $z-z$ și soluția deformată dată de expresia (vezi Figura 3.2)

$$y = \Delta \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (3.2)$$

Forța critică rezultă cu formula lui Euler pentru $n=1$:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I_{zi}}{L^2} \quad (3.3)$$

Pentru celelalte moduri de flambaj forța critică în plan lateral devine

$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 E_c I_{zi}}{L^2} \quad (3.4)$$

și, ipotetic, riscul de flambaj general prin încovoiere poate fi transferat în aceste condiții planului vertical. Deoarece în raport cu flambajul în plan lateral forța de precomprimare poate fi considerată teoretic centrică, devierile de la această stare sunt posibile doar datorită distribuției materialului, imperfecțiunilor geometrice inițiale și fenomenelor termice.

Pentru cazul grinzilor continue, rezolvarea problemei stabilității pornește de la ecuația celor 3 momente pentru două deschideri consecutive (Figura 3.3):

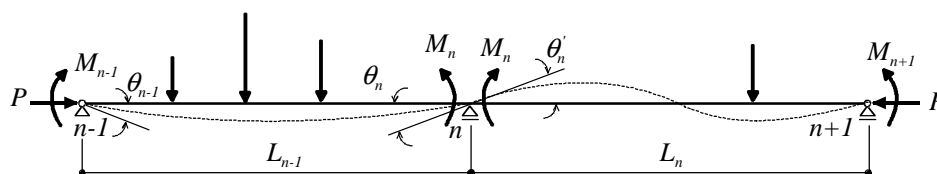


Fig. 3.3 Două deschideri consecutive la o grindă continuă

$$\begin{aligned}
M_{n-1}\phi(u_{n-1}) + 2M_n \left[\psi(u_{n-1}) + \frac{L_n I_{n-1}}{L_{n-1} I_n} \psi(u_n) \right] + M_{n+1} \frac{L_n I_{n-1}}{L_{n-1} I_n} \phi(u_n) = \\
= -\frac{6EI_{n-1}}{L_{n-1}} (\theta_{0n} + \theta'_{0n})
\end{aligned} \quad (3.5)$$

Notând cu

$$\begin{aligned}
u_{n-1} &= \frac{k_{n-1} L_{n-1}}{2} = \frac{L_{n-1}}{2} \sqrt{\frac{P}{E_c I_{n-1}}} \\
u_n &= \frac{k_n L_n}{2} = \frac{L_n}{2} \sqrt{\frac{P}{E_c I_n}}
\end{aligned} \quad (3.6)$$

și

$$\begin{aligned}
\phi(u) &= \frac{3}{u} \left\{ \frac{1}{\sin(2u)} - \frac{1}{2u} \right\} \\
\psi(u) &= \frac{3}{2u} \left\{ \frac{1}{2u} - \frac{3}{\tan(2u)} \right\}
\end{aligned} \quad (3.7)$$

rotirile egale adiacente reazemului central au expresiile

$$\begin{aligned}
\theta_n &= \theta_{0n} + \frac{M_{n-1} L_{n-1}}{6E_c I_{n-1}} \phi(u_{n-1}) + \frac{M_n L_{n-1}}{3E_c I_{n-1}} \psi(u_{n-1}) \\
\theta'_n &= \theta'_{0n} + \frac{M_{n+1} L_n}{6E_c I_n} \phi(u_n) + \frac{M_n L_n}{3E_c I_n} \psi(u_n)
\end{aligned} \quad (3.8)$$

cu θ_{0n} și θ'_{0n} sunt rotirile datorate încărcărilor normale pe axa barei.

Pentru grinda precomprimată continuă cu secțiune constantă din Figura 3.4 valoarea efortul critic rezultă din condiția de moment de ordinul II infinit pe reazemul interior, care rezultă în ecuația

$$\psi(u_1)L_1 + \psi(u_2)L_2 = 0 \quad (3.9)$$

unde

$$u_1 = \frac{k_1 L_1}{2} = \frac{L_1}{2} \sqrt{\frac{P}{E_c I_{zi}}} \quad \text{și} \quad u_2 = \frac{k_2 L_2}{2} = \frac{L_2}{2} \sqrt{\frac{P}{E_c I_{zi}}} \quad (3.10)$$

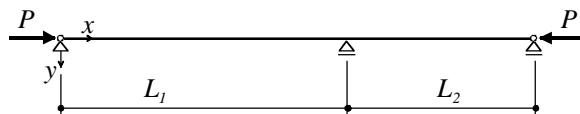


Fig. 3.4 Grinda continuă cu două deschideri precomprimată centric

În funcție de raportul deschiderilor, valoarea efortului critic este

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I_{zi}}{k_1^2 L_1^2} = \frac{\pi^2 E_c I_{zi}}{k_2^2 L_2^2} \quad (3.11)$$

și este încadrată de valorile efortului critic ale fiecărei deschideri considerată independent (vezi Figura 3.5.a):

$$\frac{\pi^2 E_c I_{zi}}{\max\{L_1^2; L_2^2\}} \leq P_{cr} \leq \frac{\pi^2 E_c I_{zi}}{\min\{L_1^2; L_2^2\}} \quad (3.12)$$

Stabilitatea în deschiderea mai scurtă este redusă de acțiunea deschiderii mai lungi, în timp ce stabilitatea pe deschiderea mai lungă este crescută datorită rigidității mai mari pe deschiderea scurtă (Figura 3.5.a). Dacă deschiderile sunt egale, soluția la limită este $u_1 = u_2 = \pi/2$, momentul de ordinul II pe reazemul intermediar este nul și grinda se consideră dublu articulată pe fiecare deschidere (Figura 3.5.b).

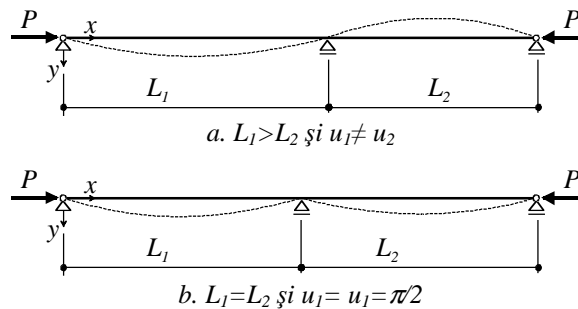
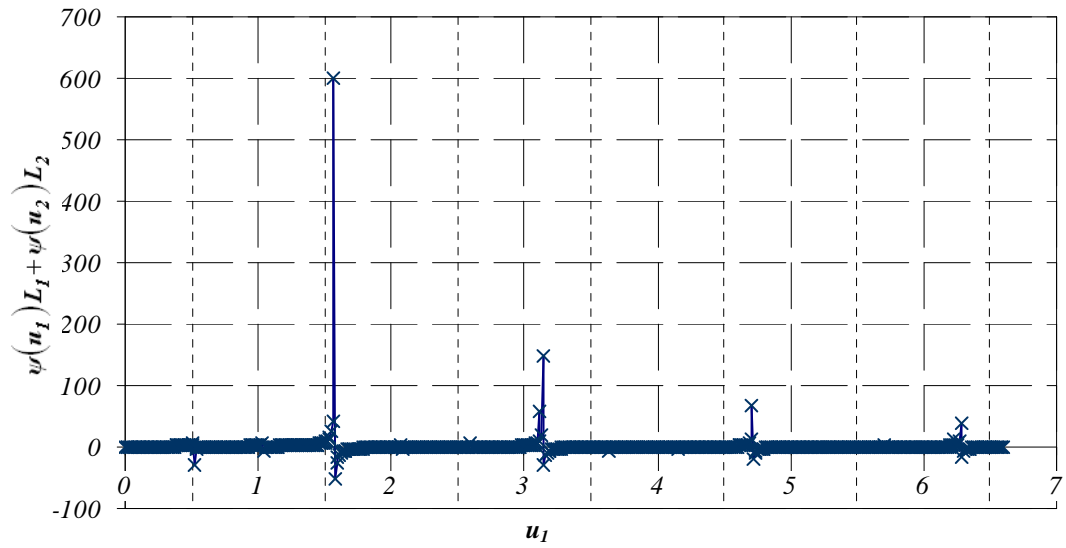
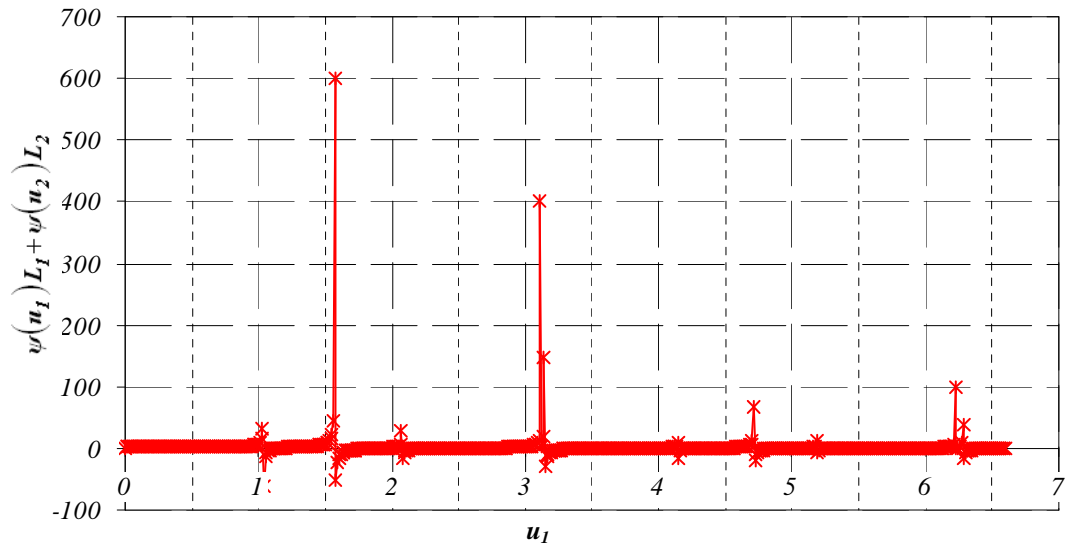


Fig. 3.5 Flambajul lateral al grinzii continue cu două deschideri precomprimată centric

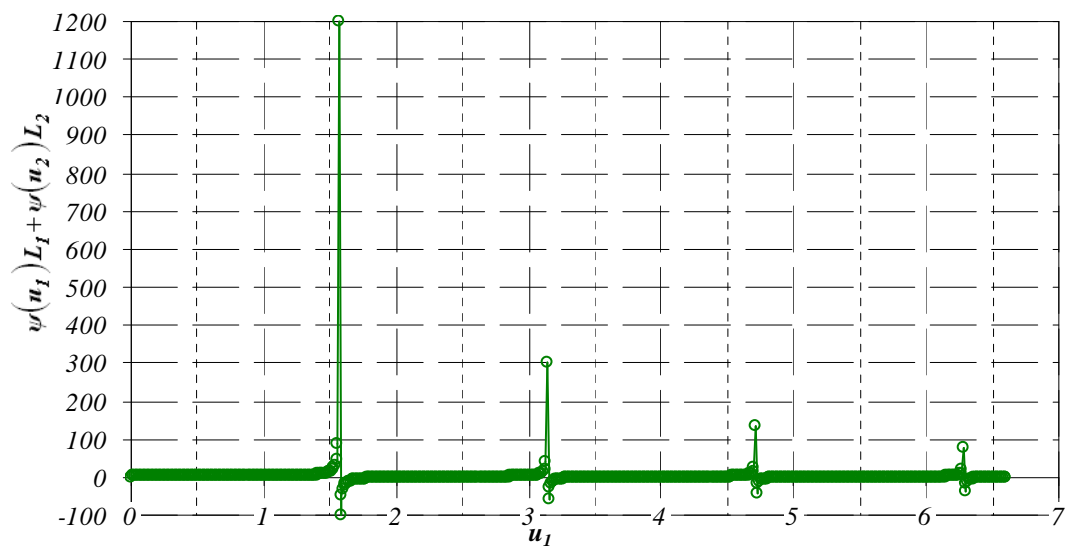
Figurile 3.6 și 3.7 surprind soluții tipice rezultate în urma rezolvării numerice a ecuației (3.9) pentru diferite rapoarte între deschideri și valori ale coeficientului u_1 . Figura 3.7 evidențiază situațiile de nedeterminare precum și influența deschiderii scurte asupra efortului critic. Se observă că există mai multe soluții posibile, soluția reală corespunzând celui mai mic efort critic. Tabelul 3.1 prezintă valorile eforturilor critice normalizate pentru diverse rapoarte între deschideri. Pentru un număr mai mare de deschideri m , ecuația limită (3.9) se assemblează pe rând pentru toate reazemele intermediare, se calculează eforturile critice asociate cu relația (3.11) și valoarea cea mai mică va corespunde efortul critic al întregului sistem.



a. $L_2/L_1=1/3$

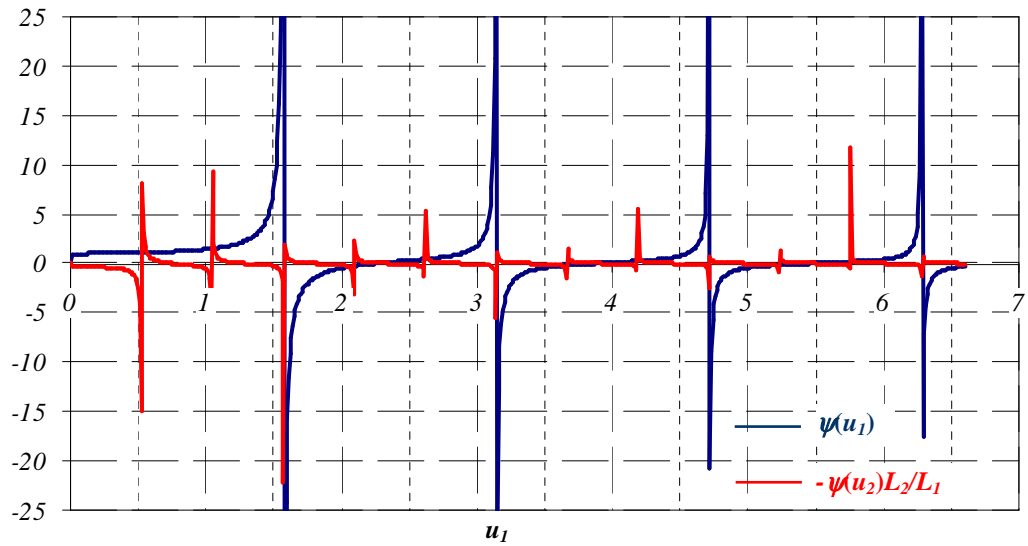


b. $L_2/L_1=2/3$

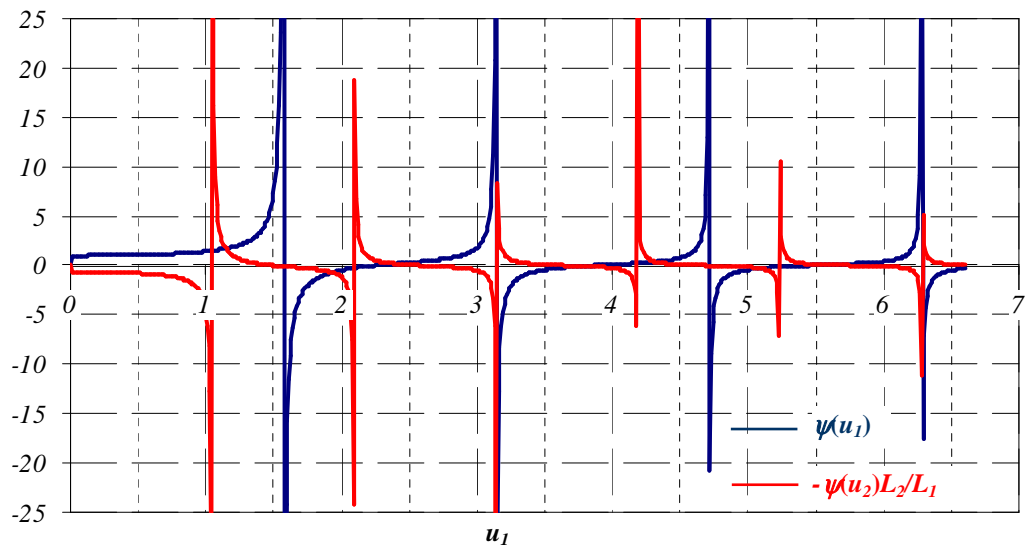


c. $L_2/L_1=1$

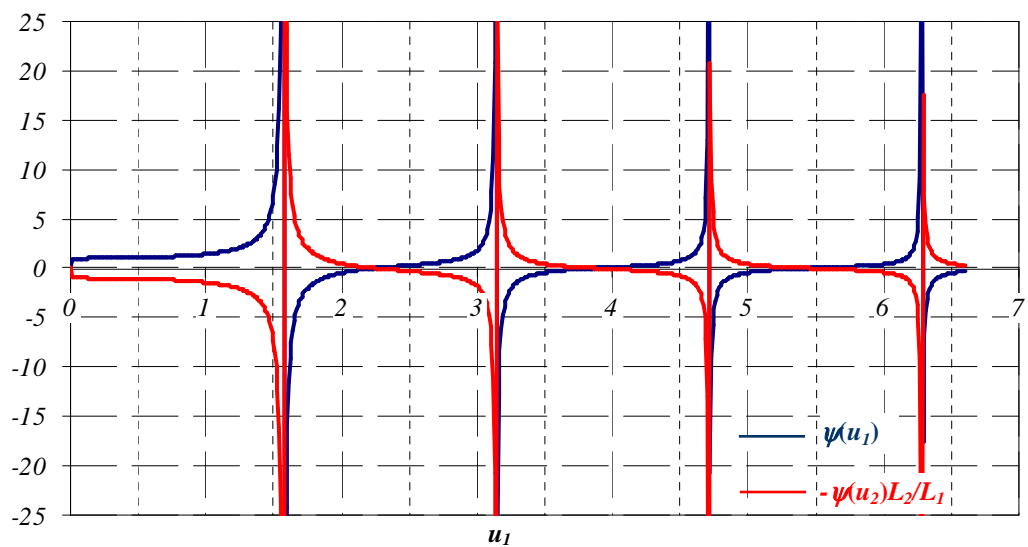
Fig. 3.6 Soluții ale ecuației (3.9) pentru diferite rapoarte între deschideri



a. $L_2/L_1=1/3$



b. $L_2/L_1=2/3$



c. $L_2/L_1=1$

Fig. 3.7 Interpretarea geometrică a soluțiilor ecuației (3.9) pentru diferite rapoarte între deschideri

Tab. 3.1 Soluții ale ecuației (3.9) și forțe critice asociate

L_2/L_1	u_1	u_2	$P_{cr} I_1^2 / \pi^2 E_c I_{zi}$	$P_{cr} I_2^2 / \pi^2 E_c I_{zi}$
0.1	3.250	23.497	10.123	1013.257
0.2	3.270	11.348	10.302	257.551
0.3	0.506	1.687	0.512	5.691
0.4	0.683	1.708	0.934	5.836
0.5	0.861	1.721	1.482	5.927
0.6	1.035	1.725	3.143	5.952
0.7	1.715	3.450	3.926	5.882
0.8	1.350	1.688	3.647	5.699
0.9	1.476	1.640	4.359	5.381
1.0	1.571	1.571	4.935	4.935

3.3.2 Flambajul general flexural în plan vertical

Pentru grinda cu o deschidere static determinată, la flambajul în plan vertical ecuația diferențială de echilibru devine

$$E_c I_{yi} \frac{d^2 y}{dx^2} + M_{PII} = 0 \quad (3.13)$$

unde M_{PII} este momentul de ordinul II din forța de precomprimare, iar $E_c I_{yi}$ este rigiditatea flexurală a secțiunii ideale în raport cu axa puternică y-y.

Considerând convenția de semne din Figura 3.8, valoarea momentului de ordinul II din forța de precomprimare este:

$$M_{PII} = P[z(x) + e(x)] + M_q \quad (3.14)$$

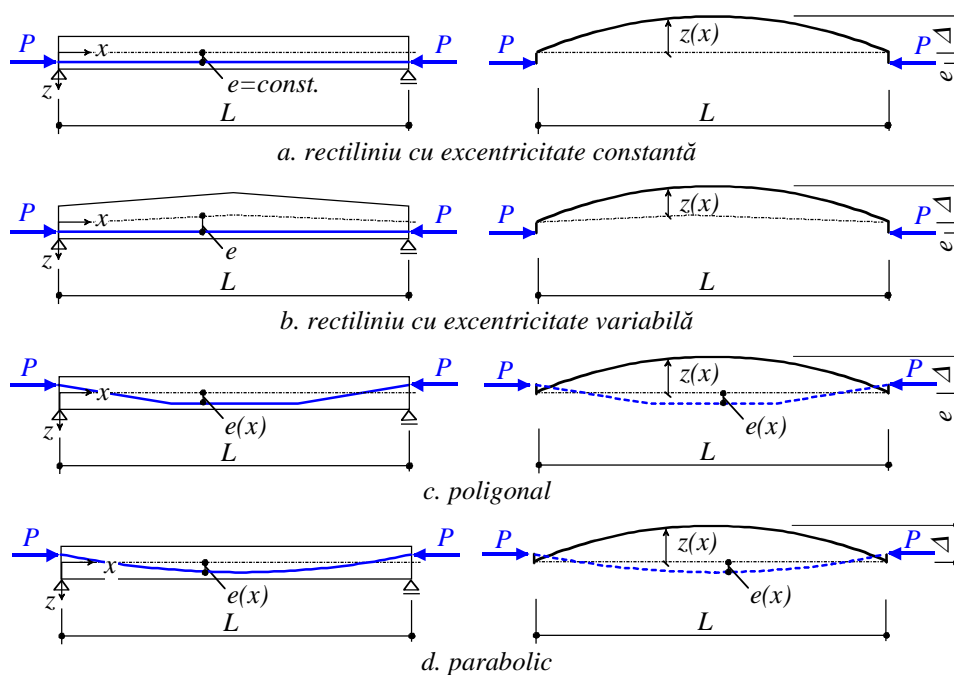


Fig. 3.8 Flambajul vertical al grinzii simplu rezemată precomprimată excentric

unde M_q este momentul încovoietor datorat sarcinilor exterioare și masice, a cărei valoare se raportează fazei de solicitare a grinzii precomprimate (transfer, depozitare, manipulare și montaj sau serviciu).

Rezolvând ecuația (3.13) pentru cazul grinzilor cu extremități rotunde, Timoshenko și Gere (1963) ajung la concluzia potrivit căreia pentru cazul asociat grinzilor de beton precomprimat (raza de curbură este nulă), eforturile critice și modurile de flambaj sunt similare cu cele din cazul flambajului lateral, efortul critic fiind

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I_{yi}}{L^2} \quad (3.15)$$

Aceeași concluzie se transmite și pentru cazul grinzilor continue. Pentru două deschideri, relația (3.11) devine:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I_{yi}}{k_1^2 L_1^2} = \frac{\pi^2 E_c I_{yi}}{k_2^2 L_2^2} \quad (3.16)$$

3.3.3 Influența imperfecțiunilor geometrice

În lipsa efortului axial, micile curburi și deplasări de la axa teoretică a unei grinzi nu influențează substanțial distribuția și mărimea momentului încovoietor în lungul elementului. Datorită prezenței efortului de precomprimare însă, momentele încovoietoare și deplasările pot fi substanțial influențate.

Imperfecțiunile geometrice se introduc ca și perturbații ale geometriei perfecte. În cazul grinzilor de beton precomprimat, acestea se pot introduce ca și imperfecțiuni ale axei grinzii și/sau ale traselului de precomprimare. Într-o formulare generală continuă, imperfecțiunile geometrice sub forma

$$e_i(x) = \sum_k \alpha_k g_k(x) \quad (3.17)$$

unde $g_k(x)$ sunt funcții test care se asociază modurilor de flambaj asumate, iar α_k sunt factori de scalare.

Potrivit EN 1992-1-1 (2004), curburile și deplasările inițiale se consideră doar în analizele la Stările Limită Ultime și se pot introduce la grinzile precomprimate raportate la o excentricitate inițială maximă calculată astfel:

$$e_{imax} = \begin{cases} \frac{L_o}{400} & \text{pentru } L \leq 4.0 \text{ m} \\ \frac{2}{\sqrt{L}} \frac{L_o}{400} & \text{pentru } 4.0 \text{ m} < L < 9.0 \text{ m} \\ \frac{2}{3} \frac{L_o}{400} & \text{pentru } L \geq 9.0 \text{ m} \end{cases} \quad (3.17)$$

unde L_o este lumina grinzii.

În literatură sunt menționate mai multe tipuri de imperfecțiuni geometrice și metode de introducere a acestora în algoritmi analitici și numerici. O primă abordare, larg utilizată, este să se asocieze acestora un ansamblu de acțiuni exterioare echivalent. O astfel de abordare este convenabilă și în cazul grinzilor precomprimate.

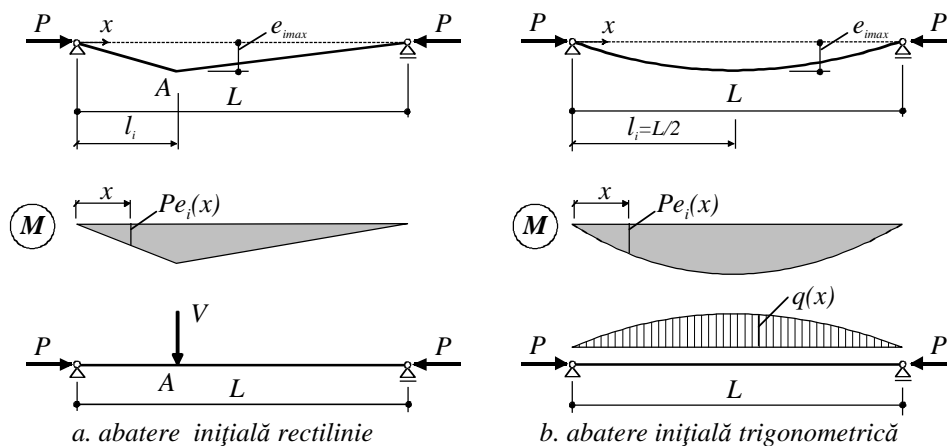


Fig. 3.9 Imperfecțiuni geometrice la o grindă simplu rezemată

De exemplu, pentru abaterea inițială rectilinie a axei grinzii din Figura 3.9.a., încărcarea echivalentă este o sarcină concentrată în punctul A, care produce un moment încovoiător cu o variație similară ca și cel produs de efortul de precomprimare. Valoarea ei rezultă din condiția de egalitate a momentului încovoiător în punctul A.

$$Pe_{imax} = \frac{Vl_i(L-l_i)}{L} \Rightarrow V = \frac{Pe_{imax}L}{l_i(L-l_i)} \quad (3.18)$$

Asumând abaterea sinusoidală din Figura 3.9.b.,

$$e_i(x) = e_{imax} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.19)$$

încărcarea echivalentă trebuie să genereze aceeași diagramă de momente ca și forța de precomprimare $Pe_i(x)$:

$$M(x) = Pe_{imax} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.20)$$

Utilizând relația dintre sarcina echivalentă q și momentul încovoietor, rezultă mărimea acesteia afină variației momentului încovoietor:

$$q(x) = -\frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{\pi^2 Pe_{imax}}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.21)$$

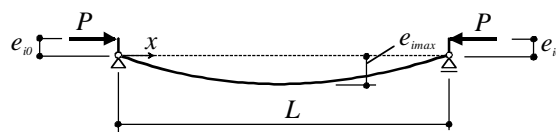


Fig. 3.10 Imperfecțiuni geometrice ale armăturii active

Efectul imperfecțiunilor geometrice inițiale legate de traseul intrinsec al centrului de greutate al armăturii active este avantajos să se introducă doar prin excentricitățile inițiale ale efortului de precomprimare la extremități (Figura 3.10):

$$e_{i0} = \min \left\{ \frac{h(b)}{30}, 20 \text{ mm} \right\} \quad (3.22)$$

Asumând și curbura inițială dată de relația (3.19), rotirile pe reazeme devin:

$$\left(\frac{de_i}{dx} \right)_{x=0} = \frac{e_{imax}}{1 - e_{imax}} \frac{\pi e_{imax}}{L} \quad (3.23)$$

Aplicând la extremități momentele M_i pentru a se opune acestor rotiri, rezultă valoarea acestora:

$$M_i = -\frac{e_{imax}}{1 - e_{imax}} \frac{2\pi\pi_{imax} E_c I}{L^2} \frac{u}{\tan u} \quad (3.24)$$

Referitor la flambajul general flexural, imperfecțiunile geometrice se pot considera în ambele plane principale de inerție adaptând notațiile din relațiile (3.18-3.24) direcției considerate. La grinzile continue, efectul excentricității acțiunii precomprimării va introduce și momente secundare din precomprimare, valoarea acestora aflându-se pornind de la ecuația celor 3 momente (3.5).

Momentele datorate imperfecțiunilor inițiale se suprapun peste cele datorate acțiunilor exterioare, precomprimării și sunt amplificate prin efectele de ordinul II, rezolvarea problemei efectuându-se ca la exemplele precedente. Având în vedere că soluțiile efortului critic sunt practic independente de momentele încovoietoare și caracterul finit al acestora, se poate afirma că practic influența imperfecțiunilor geometrice asupra flambajului general flexural devine semnificativă privind comportarea post-flambaj (vezi Figura 3.11), care se va abate mai rapid de la starea de neutralitate stabilă (care presupune că nu mai este posibilă creșterea efortului de precomprimare în comportarea post-flambaj) sau de la un răspuns post-flambaj stabil (care implică că grinda mai poate prelua o ușoară creștere a efortului axial pe fondul unor deplasări laterale care cresc exponențial).

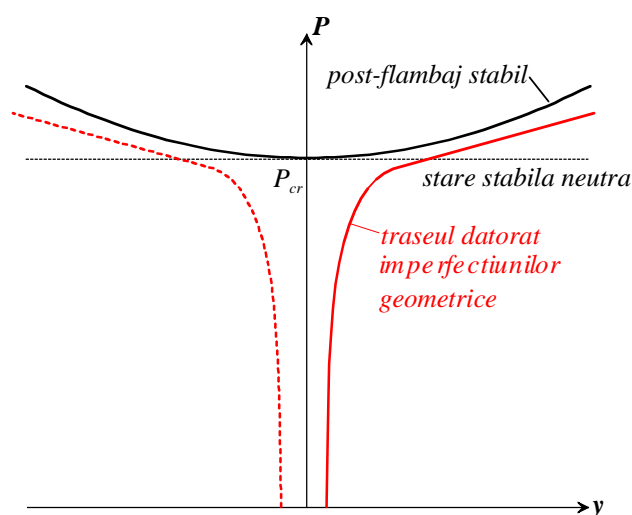


Fig. 3.11 Comportarea post-flambaj flexural

3.3.4 Efectul vibrațiilor

La grinzile podurilor și la grinzile de rulare, efectele dinamice ale sarcinilor de serviciu influențează semnificativ stările de eforturi și deformații. Introducând efectul precomprimării și imperfecțiunile geometrice, ecuația de echilibru dinamic a vibrațiilor flexurale libere neamortizate este

$$E_c I_{yi} \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 (z + e + e_i)}{\partial x^2} + \frac{\gamma_c A_{xi}}{g} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (3.25)$$

unde ultimul termen introduce componenta inerțială prin A_{xi} aria ideală a

secțiunii transversale, γ_c greutatea specifică a betonului și g accelerația gravitațională.

Lindberg și Forence (1987) au rezolvat problema pentru barele prismatice propunând soluții dezvoltate în serii Fourier implementând coordonatele generalizate Lagrange q_n

$$z(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (3.26)$$

iar pentru imperfecțiunile geometrice inițiale adoptând variații similare

$$e_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (3.27)$$

Introducând notațiile $k = \sqrt{\frac{P}{E_c I_{yi}}}$, $i_{yi} = \sqrt{\frac{I_{yi}}{A_{xi}}}$ și $c = \sqrt{\frac{E_c g}{\gamma_c}}$, ecuația (3.25)

devine în coordonate generalizate Lagrange

$$\ddot{q}_n + \frac{i_{yi}^2 c^2 n^2 \pi^2}{L^2} \left(\frac{n^2 \pi^2}{L^2} - k^2 \right) q_n = -k^2 \frac{d^2 e}{dx^2} + i_{yi}^2 c^2 k^2 \frac{n^2 \pi^2}{L^2} a_n \quad (3.28)$$

Trebuie remarcat că din relația (3.28) rezultă că asupra soluției doar tendoanele cu trasee curbilinii prezintă importanță. Natura soluției ecuației (3.28) depinde de semnul coeficientului ordonatei generalizate q_n (Lindberg, 2012). Dacă $n\pi/L < k$ coeficientul este negativ soluția are o variație hiperbolică, iar dacă $n\pi/L \geq k$ coeficientul este pozitiv și soluția are o variație trigonometrică. În consecință, dacă $n < kL/\pi$ soluțiile hiperbolice cresc exponențial în timp și amplifică efectul deformațiilor inițiale și a excentricității curbilinii a forței de precomprimare, vibrația devenind instabilă și divergentă. Aceste *moduri de vibrație* pot fi considerate *moduri de flambaj*. Pentru grinda simplu rezemată

$$\frac{kL}{\pi} = \sqrt{\frac{P}{\pi^2 E_c I_{yi}}} < 1 \quad (3.29)$$

și rezultă că pierderea stabilității poate avea loc doar dacă efortul axial este mai mare decât efortul critic static. Astfel de situații pot apare doar în urma unor șocuri extrem de puternice (Lindberg 2003), de tipul celor rezultate din impact,

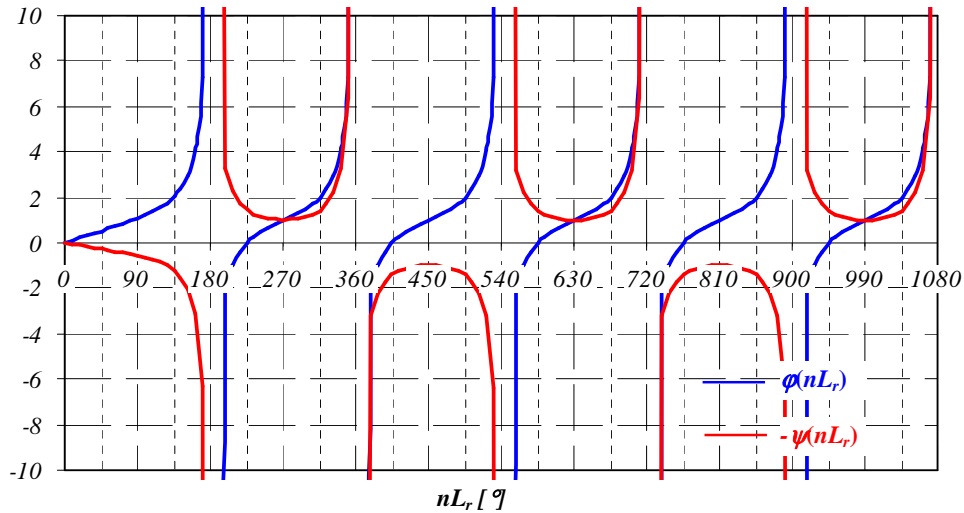


Fig. 3.13 Interpretarea geometrică a funcțiilor de vibrație și stabilitate

unde pentru $r=1, \dots, m$ funcțiile de vibrație (vezi Figura 3.13) sunt

$$\begin{aligned}\varphi_r &= \coth nL_r - \cot nL_r \\ \psi_r &= \operatorname{cosech} nL_r - \operatorname{cosec} nL_r\end{aligned}\quad (3.34)$$

Din condiția de rezeme articulate și simplu rezemate la extremități, rezultă $q_1=q_m=0$. Caracteristicile de vibrație se determină din condiția de determinant nul pentru a avea o soluție nenulă. Pentru grinda cu două deschideri $q_1=q_3=0$ și sistemul (3.33) se reduce la ecuația:

$$q_2(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \quad (3.35)$$

Frecvențele modurilor consecutive de vibrație rezultă deci din:

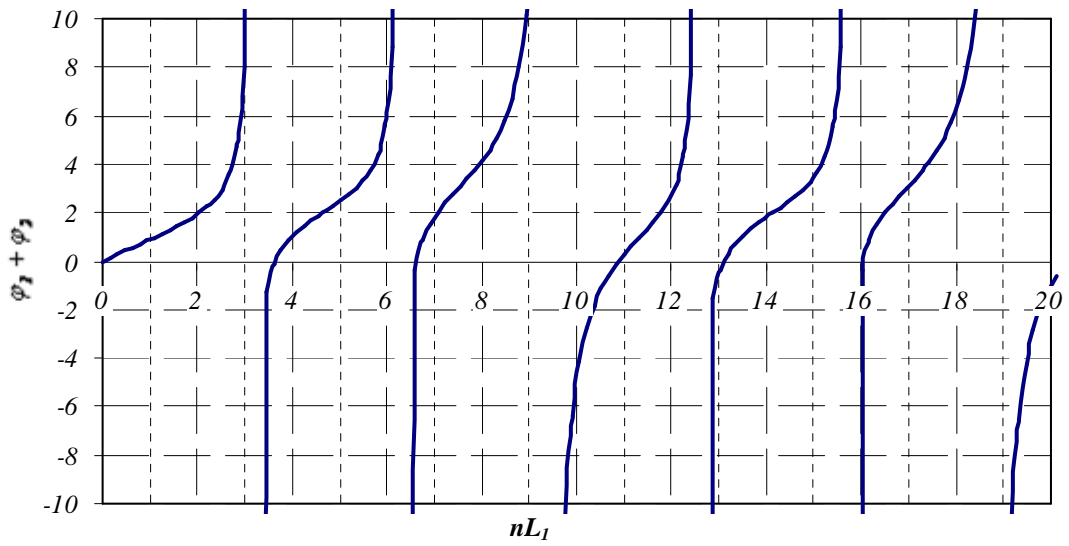
$$\varphi(nL_1) + \varphi(nL_2) = 0 \quad (3.36)$$

Figura 3.14 prezintă rezolvarea soluțiilor ecuației (3.36) pentru câteva rapoarte între cele două deschideri. De exemplu, pentru $L_2/L_1 = 1/3$ (Figura 3.14.a), prima soluție este $nL_1=3.643$, frecvența modului fundamental de vibrație rezultând:

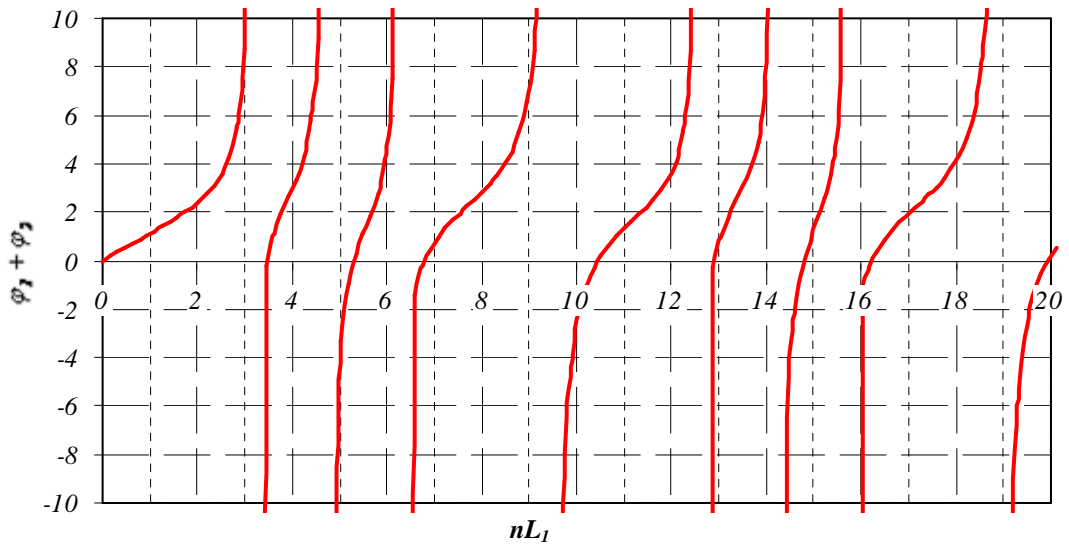
$$f_1 = \frac{\pi 3.643^2}{2L_1^4} \sqrt{\frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi} \gamma_c}} \sqrt{1 - \frac{PL_1^2}{3.643^2 \pi^2 E_c I_{yi}}} \quad (3.37)$$

și

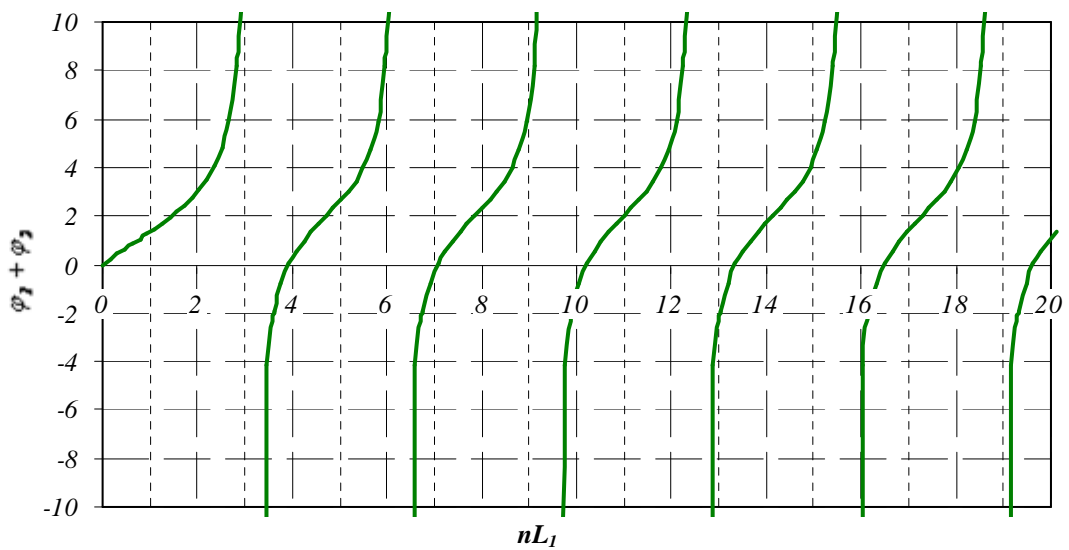
$$T_1 = \frac{2L_1^4}{\pi 3.643^2} \sqrt{\frac{A_{xi} \gamma_c}{E_c I_{yi} g}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{PL_1^2}{3.643^2 \pi^2 E_c I_{yi}}}} \quad (3.38)$$



a. $L_2/L_1=1/3$



b. $L_2/L_1=2/3$



c. $L_2/L_1=1$

Fig. 3.14 Soluții ale ecuației (3.35) pentru diferite rapoarte între deschideri

Următoarea soluție este $nL_1 = 6.629$ și perioada de vibrație pentru modul second de vibrație devine:

$$f_2 = \frac{\pi 6.629^2}{2L_1^4} \sqrt{\frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi} \gamma_c}} \sqrt{1 - \frac{PL_1^2}{6.629^2 \pi^2 E_c I_{yi}}} \quad (3.39)$$

A treia soluție este $nL_1 = 10.885$ și perioada de vibrație pentru cel de al treilea mod de vibrație este:

$$f_3 = \frac{\pi 10.885^2}{2L_1^4} \sqrt{\frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi} \gamma_c}} \sqrt{1 - \frac{PL_1^2}{10.885^2 \pi^2 E_c I_{yi}}} \quad (3.40)$$

Caracteristicile de vibrație pentru modurile superioare se calculează analog. Pentru cea de a doua deschidere L_1 se înlocuiește cu $L_1/3$ și caracteristicile de vibrație rezultă implicit.

Forțele critice se asociază acestor lungimi de flambaj rezultate în fiecare mod de vibrație, astfel încât pentru prima deschidere rezultă în primele trei moduri de vibrație

$$P_{cr,1}^1 = \frac{3.643^2 \pi^2 E_c I_{yi}}{L_1^4}, P_{cr,1}^2 = \frac{6.629^2 \pi^2 E_c I_{yi}}{L_1^4}, P_{cr,1}^3 = \frac{10.885^2 \pi^2 E_c I_{yi}}{L_1^4} \dots \quad (3.41)$$

Pentru grinda continuă cu trei deschideri, condiția de determinant nul conduce la ecuația:

$$(\varphi_1 + \varphi_2)(\varphi_2 + \varphi_3) - \psi_2^2 = 0 \quad (3.42)$$

care pentru fiecare caz particular se poate rezolva similar ca și pentru două deschideri.

La fel se procedează și pentru mai multe deschideri.

În continuare se consideră următoarele efecte dinamice de interes pentru flambajul general dinamic în plan vertical:

- efectul deplasării unei sarcini mobile cu deplasare lină;
- efectul deplasării roților excentrice ale locomotivelor;
- impactul datorat neregularităților căilor de rulare și roților.

Considerând o forță mobilă V care se deplasează pe grindă cu o viteză constantă v (vezi Figura 3.15), soluția generală propusă de Kryloff (1908) este:

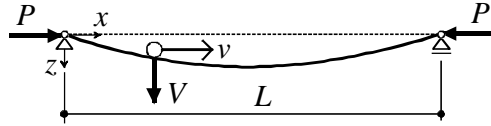


Fig. 3.15 Deplasarea unei forțe mobile pe grinda precomprimată

$$z = \frac{2gVL^3}{A_{xi}\gamma_c\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi x}{L}}{n^2 \left(n^2 \pi^2 \frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi}\gamma_c} - v^2 L^2 \right)} \sin \frac{n\pi vt}{L} - \frac{2gVL^4 v}{A_{xi}\gamma_c\pi^3 \sqrt{\frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi}\gamma_c}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi x}{L}}{n^3 \left(n^2 \pi^2 \frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi}\gamma_c} - v^2 L^2 \right)} \sin \frac{n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{E_c I_{yi} g}{A_{xi}\gamma_c}} t}{L^2} \quad (3.43)$$

Prima serie reprezintă vibrațiile forțate, iar a doua vibrațiile libere rezultate din aplicarea forței, care practic urmează să se amortizeze gradual și devin lipsite de importanță atât timp cât forța critică nu se atinge.

Dacă masa care se mișcă pe grindă este mare în comparație cu masa grinzii, aceasta din urmă se poate neglija. Soluția lui Stokes (1880) conduce la un factor de amplificare dinamică a săgeții egal cu:

$$\frac{\delta_{din}}{\delta_{st}} = 1 + \frac{v^2}{g} \frac{VL}{3E_c I_{yi}} \quad (3.44)$$

care pentru deschideri mici are valori foarte mici. Pe măsură ce deschiderea și zveltețea cresc, efectul acestuia poate deveni semnificativ și va fi analizat în studiul de caz de la punctul 3.3.5.

Dacă masa care se mișcă este mult mai mică decât masa grinzii, Buhler (1928) a constatat că efectul dinamic depășește arareori 10 % și practic nu este influențată stabilitatea grinzii.

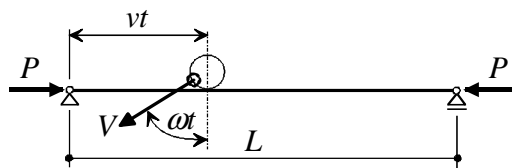


Fig. 3.16 Deplasarea unei forțe mobile pulsatorii pe grinda precomprimată

Efectul pulsatoriu al roților excentrice ale locomotivelor (Figura 3.16) este cel mai defavorabil în cazul rezonanței frecvenței de rotație a roții cu perioada de vibrație fundamentală a podului de cale ferată. La deschideri mai mici de 30 m, sincronismul este imposibil indiferent de viteza de deplasare (Federhofer, 1934). La deschideri mai mari, introducând efectul descentrării roții prin componenta verticală $V\cos\alpha t$, când perioada forței pulsatorii este egală cu perioada modului fundamental de vibrație al grinzii dată de relațiile (3.32) și (3.38), se atinge rezonanța. Potrivit lui Timoshenko (1922), în această situație factorul de amplificare dinamică a săgeții este:

$$\frac{\delta_{din}}{\delta_{st}} = \frac{2L}{vT_1} \quad (3.45)$$

și poate ajunge la creșteri de câteva ori a deplasării statice.

Potrivit lui Inglis (1934), cel mai sever efect al rezonanței rezultă la deschideri de 30-31 m, deoarece în aceste situații rezonanța apare în momentul în care forța pulsatorie are valoare maximă. Pe măsură ce cresc deschiderile, viteza critică scade și în consecință scade și mărimea forței pulsatorii, reducând astfel efectul sincronismului. La deschiderile foarte mari, care au o frecvență de vibrație în modul fundamental mică, sincronismul forței pulsatorii apare posibil în al doilea mod de vibrație și viteza critică poate crește de circa patru ori.

Amplificarea dinamică datorată impactului neregularităților căilor de rulare și roților este direct proporțional cu masa roții și pătratul vitezei (Hovey, 1933) și poate avea o influență considerabilă cu precădere la grinzile scurte.

EN 1991-2 (2005) tratează în capitolul 6 efectele dinamice, inclusiv rezonanța, la suprastructura podurilor de beton armat și precomprimat. Eforturile și deformațiile statice, precum și amplificarea dinamică depind de:

- creșterea sarcinilor datorită traficului care traversează structura și datorită răspunsul structurii la impact;
- variații ale încărcării roților datorate imperfecțiunilor căii, ale vehiculelor feroviare inclusiv datorită neregularității roților;
- excitația stucturii și/sau a elementelor structurale cu o încărcare variabilă cu

frecvență apropiată de frecvența proprie a structurii, multiplu sau submultiplu al acesteia care conduce la rezonanță, concretizată în vibrații cu amplitudine foarte mare.

Comportarea dinamică se consideră influențată de masa structurii, frecvențele asociate formelor proprii de vibrație a întregii suprastructuri și a elementelor structurale, numărul osiilor, greutatea lor și distanța dintre acestea, amortizarea structurii, neregularitățile în plan vertical ale căii de rulare, masele suspendate sau independente și caracteristicile suspensiilor vehiculelor, existența unei distribuții regulate a reazemelor elementelor de susținere a căii de rulare (de exemplu antretoaze, traverse) și caracteristicile dinamice ale căii de rulare (balast, traverse asfalt etc). Nu sunt precizate limite ale deformațiilor pentru evitarea rezonanței și a vibrațiilor excesive, necesitatea unei analize dinamice stabilându-se în funcție de deschidere, viteza maximă de circulație în amplasament și viteza nominală maximă, frecvența primelor moduri de vibrație flexurală și torsională corespunzătoare sarcinilor permanente, precum și depășirii raportului limită dintre viteza nominală maximă și prima frecvență a modului de vibrație flexurală.

Coeficientul dinamic (factorul de amplificare dinamică) nu ține cont de efectele care apar la rezonanță. Acesta se calculează în funcție de calitatea întreținerii căii de rulare după cum urmează:

- cale întreținută foarte bine

$$\frac{\delta_{din}}{\delta_{st}} = \frac{1.44}{\sqrt{L_{\phi} - 0.2}} \leq 1.67 \quad (3.46)$$

- cale întreținută în condiții standard

$$\frac{\delta_{din}}{\delta_{st}} = \frac{2.16}{\sqrt{L_{\phi} - 0.2}} + 0.73 \leq 2.0 \quad (3.47)$$

Lungimea L_{ϕ} este introdusă ca *lungimea determinantă* (lungimea asociată modului fundamental de vibrație și lungimii de flambaj, exprimată în m). Pentru grinzile simplu rezemate valoarea deschiderii determinante se consideră egală cu deschiderea efectivă, iar la grinzile continue lungimea

determinantă se determină cu relația

$$L_{\phi} = kL_m \quad (3.48)$$

unde L_m este deschiderea medie calculată aritmetic. Valorile lui k sunt prezentate în Tabelul 3.2.

Tab. 3.2 Valori ale factorului k (EN 1991-2, 2005)

Număr deschideri	k
2	1.2
3	1.3
4	1.4
≥ 5	1.5

Se poate observa că valoarea factorului k este mult acoperitoare față de soluțiile exacte (vezi Figura 3.14) și derivă din condițiile limitatoare ale factorului de amplificare dinamică în lipsa obligativității efectuării analizei dinamice. În final se mai precizează că deși EN 1991-2 (2005) face referire și la fenomenul de oboseală în cazul podurilor feroviare, în continuare cercetarea nu se referă la astfel de situații. Studiile de caz se referă la alte situații de proiectare, în care zveltețea grinzilor precomprimate este considerată ca și principal parametru pentru flambajul general. În consecință, scăderea rezistențelor și rigidității datorită fenomenului de oboseală nu se consideră.

3.3.5 Studii de caz

În ultimele decenii a crescut considerabil numărul de poduri cu deschideri mari cu tabliere alcătuite din grinzi de beton precomprimat (vezi Tabelul 3.3). În consecință a crescut și zveltețea acestui tip de lucrări. Această trăsătură este deosebit de importantă deoarece influențează direct costurile cu materialele și manopera. De exemplu, grinzile zvelte presupun un volum mai redus de beton, dar necesită în același timp un nivel mai mare al precomprimării. De asemenea, raportul de zveltețe are un impact estetic deosebit, fiind decisiv pentru proporțiile suprastructurii (Leonhardt, 1982). Majoritatea lucrărilor au raportul de zveltețe L/h (deschidere/înălțime) sub 25, valoare tradițională maximă care asigură răspunsuri adecvate în termeni de vibrații și deplasări. La podurile cu secțiune constantă, doar două lucrări au

valori mai mari (Poon, 2009): podul Sihllochstrasse (Zurich - Elveția) finalizat în anul 1974 cu raport de 29.5 și Ferroviario Overpass (Bolzano – Italia, 1988). Ambele sunt realizate cu grinzi chesonate multiple și se înscriu în limitele (rapoarte între 25 și 33) recomandate de ACI-ASCE (1988) pentru podurile multiplu chesonate monolite cu armătură postîntinsă.

Tab. 3.3 Cele mai mari deschideri la podurile cu grinzi de beton precomprimat (Virola, 2015))

Nr. crt.	Podul	Deschiderea maximă [m]	Amplasament	Țara	Anul punerii în funcțiune
1	Shibanpo*	330	Chongqing	China	2006
2	Stolmasundet	301	Austevoll	Norvegia	1998
3	Raftsundet	298	Lofoten	Norvegia	1998
4	Sundoy	298	Leirfjord	Norvegia	2003
5	Beipanjiang Shuipan	290	Guizhou	China	2013
6	Sandsfjord	290	Rogaland	Norvegia	2015
7	Humen-2	270	Guangdong	China	1997
8	Sutong-2	268	Suzhou-Nantong	China	2009
9	Honghe	265	Yuanjiang	China	2003
10	Gateway-1	260	Brisbane	Australia	1986

* Partea centrală a deschiderii principale este o grindă metalică

Rapoarte de zveltețe mai mari pentru aceste tipuri de secțiuni pot fi realizate dacă se prevăd inimi suplimentare pentru a se putea introduce mai multe tendoane precomprimate și/sau dacă se pretensionează exterior. Din aceste considerente, în continuare se vor efectua o serie de studii de caz privind flambajul general sub acțiunea precomprimării, plecând de la studiul realizat de Poon (2009). În lucrarea sa, Poon a analizat 86 de variante de pod cu secțiune constantă, urmărind ca și parametri de optimizare tehnologia de execuție (grinzi chesonate monolite cu armături postîntinse, plăci monolite cu armături postîntinse și grinzi chesonate post-tensionate din bolțari prefabricați), raportul de zveltețe L/h , consumurile de material și costurile.

Studiile de caz din cadrul prezentului subpunct se concentrează pe prima variantă tehnologică, execuția podului cu grinzi chesonate monolite precomprimate cu armături postîntinse. În această abordare, frecvent întâlnită atât în țările cu manoperă redusă cât și în țările avansate economic și tehnologic, pentru început se assemblează esafodajele. Acestea trebuie să fie capabile a sprijini corespunzător cofrajele și să preia încărcarea din greutatea

proprie a podului pe toată durata procesului de construcție. După realizarea cofrajelor în amplasamentul podului și turnarea betonului proapăt, are loc înșiruirea tendoanelor de pretensioanre în canalele prevăzute și montate în prealabil turnării betonului. În continuare are loc injectarea canalelor cu pastă de ciment pentru a se realiza aderența dintre beton și tendoane, iar după ce betonul prezintă o rezistență suficientă, are loc post-tensionarea și transferul. În urma transferului grinzile precomprimare prezintă o contrasăgeată și se desprind de cofraj, făcând posibilă demontarea cofrajelor și eșafodajelor.

Modelele de calcul corespund unui viaduct auto cu opt deschideri (Figura 3.17), cu secțiunea transversală caracteristică prezentată în Figura 3.18. Tabelul 3.4 prezintă variantele analizate de Poon (deschideri, coeficienți de zveltețe și starea limită determinantă la determinarea efortului de precomprimare). La analiza flambajului pur se consideră în continuare variantele cu coeficienți de zveltețe între 20-35, puse în evidență (marcate) în Tabelul 3.4. Poon a efectuat analizele pentru un beton prevăzut ca minim beton de înaltă performanță potrivit ACI 318 (2014), care este echivalent cu un beton de clasă $C 50/60$ potrivit EN 1992-1-1 (2004). Pentru armătura activă a considerat toroane $T 15.2$, cu diametrul nominal de 15.24 mm, aria nominală a unui toron 140 mm^2 , rezistența de rupere $f_{pu}=1860 \text{ MPa}$, rezistența de curgere $f_{py}=1670 \text{ MPa}$, efortul unitar de control $\sigma_{pk}=1490 \text{ MPa}$ și modulul de elasticitate $E_p=200000 \text{ MPa}$. Pentru armătura pasivă rezistența de curgere $f_{yk}=400 \text{ MPa}$ și modulul de elasticitate $E_s=200000 \text{ MPa}$.

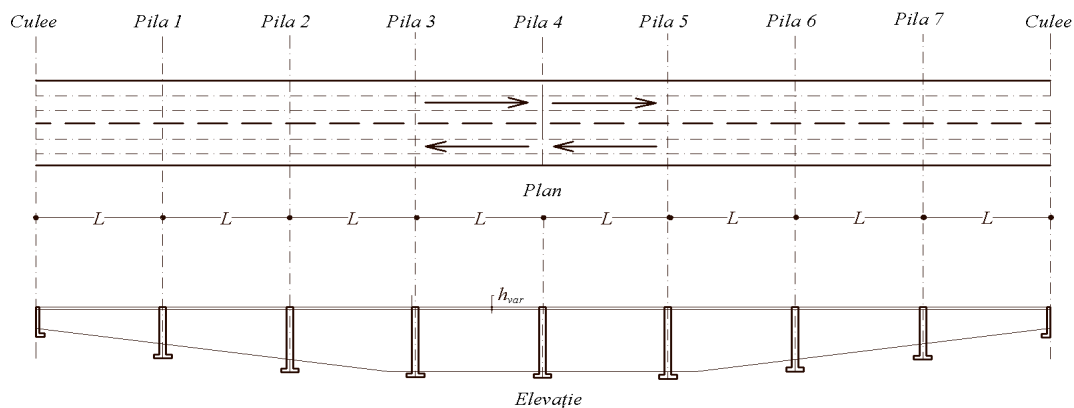


Fig. 3.17 Modelul de viaduct

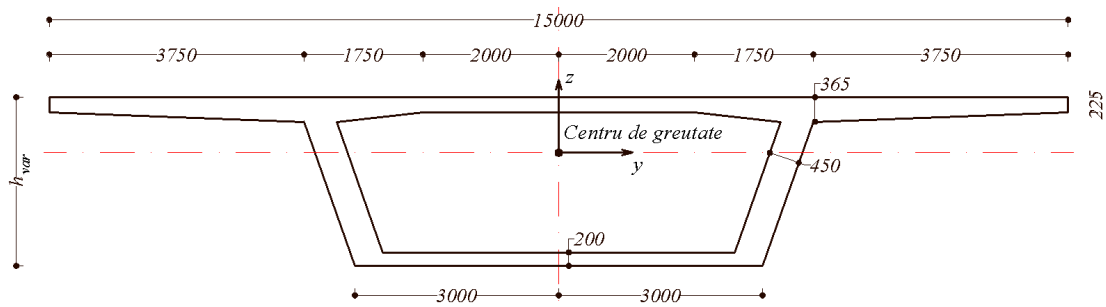


Fig. 3.18 Secțiunea transversală

Tab. 3.4 Deschideri și coeficienți de zveltețe la grinzile chesonate monolite (Poon, 2009)

L [m]	L/h	Stare limită determinată
35	10	SLU
	15	SLU
	20	SLU
	25	SLU
50	10	SLU
	15	SLU
	20	SLS
	25	SLS
	30	SLS
60	10	SLU
	15	SLU
	20	SLS
	25	SLS
	30	SLS
	35	SLS
75	10	SLU
	15	SLU
	20	SLS
	25	SLS
	30	SLS
	35	SLS

Tab. 3.5 Caracteristici geometrice și secționale ale grinzilor analizate

L [m]	h [m]	L/h	Nr. toroane	A_p [mm ²]	A_{xi} [mm ²]	u [mm]	I_{yi} [mm ⁴]	I_{zi} [mm ⁴]
35	1.75	20	108	15,120	6,664,135	46,531	3.63E+12	9.61E+13
	1.40	25	136	19,040	6,368,356	45,121	1.47E+12	9.31E+13
50	3.50	20	144	20,160	7,269,881	49,324	6.05E+12	1.02E+14
	3.00	25	184	25,760	6,832,055	47,383	3.52E+12	9.76E+13
	1.67	30	240	33,600	6,582,632	46,968	3.35E+12	9.64E+13
60	3.00	20	160	22,400	7,700,212	51,247	9.39E+12	1.07E+14
	3.40	25	192	26,880	7,184,305	48,929	5.47E+12	1.01E+14
	3.00	30	248	34,720	6,848,896	47,427	3.52E+12	9.80E+13
	1.71	35	300	42,000	6,620,652	46,329	3.41E+12	9.57E+13
75	3.75	20	240	33,600	8,355,467	54,165	1.61E+13	1.13E+14
	3.00	25	300	42,000	7,700,212	51,247	9.39E+12	1.07E+14
	3.50	30	384	53,760	7,269,881	49,324	6.05E+12	1.02E+14
	3.14	35	528	73,920	6,965,497	47,955	4.15E+12	9.92E+13

Tabelul 3.5 prezintă principalele caracteristici geometrice și secționale considerate în etapa de transfer. Pornind de la o pierdere de tensiune nominală de 9.5 % la transfer, caracteristicile reologice s-au calculate la etapele caracteristicile de transfer, 1 și 6 luni, 1, 3 și 100 ani pentru umidități relative de 20-80 %.

Pentru deschiderile extreme de 35 m și 75 m și coeficienții de zveltețe aferenți, Tabelul 3.6 prezintă valorile modului de elasticitate secant al betonului, coeficientul curgerii lente și pierderile de tensiune nominale, adică valorile maxime calculate potrivit EN 1992-1-1 (2004) și EN 1992-2 (2006).

Eforturile critice cu metodologia elaborată în 3.3.1 și 3.3.2, pornind de la ecuația celor 3 momente dată în relația (3.5). Având în vedere egalitatea deschiderilor, rezolvarea ecuației (3.9) s-a efectuat într-o singură etapă.

În Anexa II sunt prezentate sub formă tabelară valorile calculate pentru toate situațiile considerate. Așa cum rezultă cu claritate din analiza rezultatelor (vezi Anexa II), pentru situațiile analizate problema flambajului general flexural se poate pune doar în plan vertical în etapa de transfer. Figura 3.19 prezintă rapoartele între efortul critic și efortul de precomprimare la transfer pentru deschiderile și rapoartele de zveltețe considerate. Cum este și firesc, flambajului elastic asociat sarcinilor statice este cel mai aproape de a se produce pentru valorile cele mai mari ale deschiderii ($L=75\text{ m}$) și coeficientului de zveltețe ($L/h=35$), când efortul de precomprimare normalizat v_p atinge valoarea maximă de 0.31 iar raportul $P_{cr,y}/P=2.6$. Aparent această valoare pare foarte acoperitoare, dar așa cum rezultă și din Tabelul 3.1, o modificare doar cu 20 % a unei deschideri duce la o scădere a raportului la circa 1.9 în condițiile păstrării efortului de precomprimare. Mai mult, incertitudinea de cuantificare a pierderilor de tensiune poate descrește și mai mult raportul. În plus, mai există incertitudinea utilizării modului secant al betonului în calcule. Toate aceste aspecte duc la concluzia potrivit căreia o deschidere de 75-85 m, asociată unui raport de zveltețe $L/h\approx 35$ sunt la limita flambajului flexural.

Tab. 3.6 Modulul de elasticitate secant, caracteristica curgerii lente și pierderi de tensiune nominale – valori extreme

<i>RH</i>		20 %	40 %	60 %	80 %	20 %	40 %	60 %	80 %	20 %	40 %	60 %	80 %
<i>L [m]</i>	<i>L/h</i>	<i>E_{cm(t)} [MPa]</i>				$\varphi(t)$				$\Delta\sigma_p$ [%]			
transfer													
		34,864	34,864	34,864	34,864	0.00	0.00	0.00	0.00	9.5	9.5	9.5	9.5
1 lună													
35	20	22,166	23,254	24,450	26,414	0.68	0.60	0.52	0.41	23.9	19.2	15.0	13.8
	25	22,119	23,212	24,413	26,382	0.69	0.61	0.53	0.41	23.2	19.4	15.1	13.0
75	20	22,400	23,467	24,636	26,574	0.66	0.59	0.51	0.40	21.5	17.8	14.4	11.6
	25	22,317	23,392	24,570	26,517	0.67	0.59	0.52	0.41	23.0	18.3	14.6	13.0
	30	22,256	23,337	24,522	26,476	0.67	0.60	0.52	0.41	23.4	18.6	14.8	13.3
	35	22,210	23,295	24,485	26,444	0.68	0.60	0.52	0.41	23.7	18.9	14.9	13.5
6 luni													
35	20	17,777	18,919	20,213	22,310	1.10	0.97	0.84	0.67	30.5	26.1	21.0	13.8
	25	17,734	18,880	20,178	22,278	1.10	0.97	0.85	0.67	30.8	26.3	21.1	13.1
75	20	17,995	19,121	20,393	22,476	1.07	0.95	0.83	0.66	29.0	24.6	20.3	11.4
	25	17,918	19,050	20,329	22,417	1.08	0.96	0.83	0.66	29.6	25.1	20.5	11.9
	30	17,861	18,997	20,282	22,374	1.09	0.96	0.84	0.67	30.0	25.5	20.7	13.3
	35	17,818	18,957	20,247	22,341	1.09	0.97	0.84	0.67	30.2	25.8	20.9	13.5
1 an													
35	20	15,525	16,644	17,934	19,860	1.40	1.24	1.08	0.88	34.2	29.5	24.0	15.8
	25	15,491	16,613	17,907	19,834	1.41	1.24	1.08	0.88	34.5	29.7	24.1	16.1
75	20	15,698	16,804	18,075	19,991	1.37	1.22	1.06	0.86	33.0	28.2	23.4	14.6
	25	15,636	16,747	18,025	19,944	1.38	1.23	1.07	0.87	33.4	28.7	23.6	15.1
	30	15,591	16,706	17,988	19,910	1.39	1.23	1.07	0.87	33.7	29.0	23.8	15.4
	35	15,557	16,674	17,961	19,884	1.40	1.24	1.08	0.87	34.0	29.2	23.9	15.6
3 ani													
35	20	14,904	16,012	17,294	19,114	1.50	1.33	1.16	0.95	36.2	31.5	26.0	18.2
	25	14,875	15,984	17,270	19,093	1.51	1.33	1.16	0.95	36.4	31.7	26.1	18.4
75	20	15,057	16,152	17,415	19,224	1.48	1.31	1.14	0.94	35.1	30.4	25.5	17.2
	25	15,003	16,102	17,372	19,185	1.48	1.32	1.15	0.94	35.5	30.8	25.7	17.5
	30	14,963	16,065	17,340	19,156	1.49	1.32	1.15	0.95	35.8	31.1	25.8	17.8
	35	14,933	16,038	17,317	19,135	1.50	1.32	1.15	0.95	36.0	31.3	25.9	18.0
100 ani													
35	20	13,756	14,833	16,092	17,601	1.71	1.51	1.32	1.12	38.4	33.6	28.0	21.2
	25	13,737	14,816	16,079	17,592	1.71	1.52	1.32	1.12	38.6	33.8	28.1	21.4
75	20	13,857	14,921	16,162	17,644	1.69	1.50	1.31	1.11	37.7	33.9	27.7	20.7
	25	13,822	14,890	16,137	17,629	1.70	1.50	1.31	1.11	38.0	33.2	27.8	20.9
	30	13,795	14,867	16,119	17,618	1.70	1.51	1.31	1.12	38.2	33.4	27.9	21.0
	35	13,776	14,850	16,106	17,609	1.71	1.51	1.31	1.12	38.3	33.5	27.9	21.1

Evident, prin adoptarea secțiunilor variabile, cu vute înspre reazeme (pile și culei), se poate crește coeficientul de zveltețe în mijlocul deschiderilor.

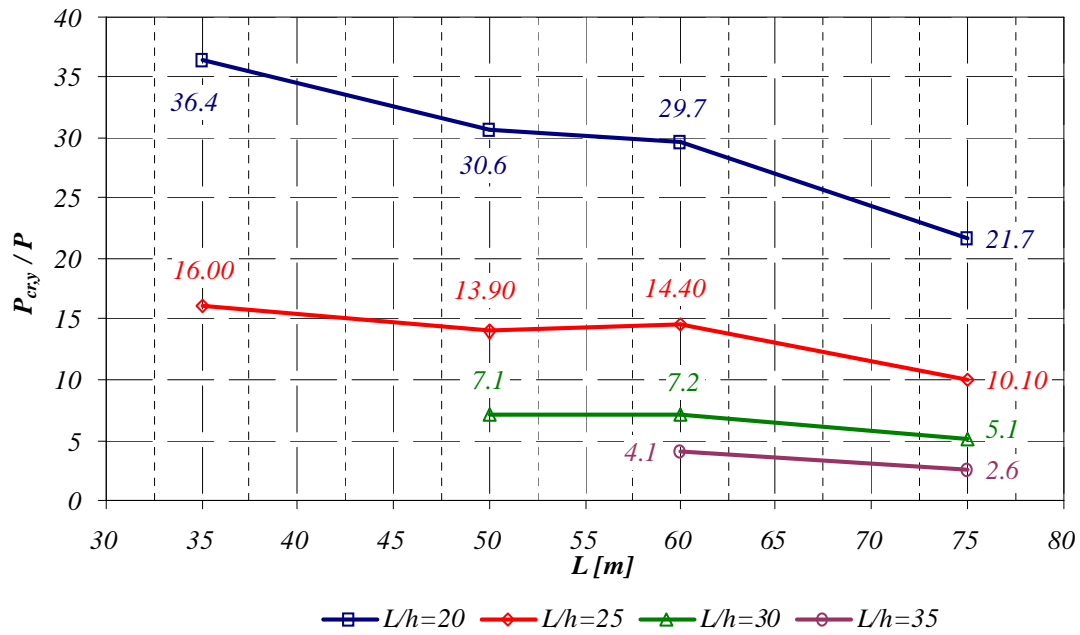


Fig. 3.19 Rapoarte între efortul critic în plan vertical și efortul de precomprimare la transfer

O concluzie secundară se adresează influenței umidității. Cu cât atmosfera este mai uscată, crește riscul de flambaj general, așa cum se pune în evidență prin Figura 3.20.

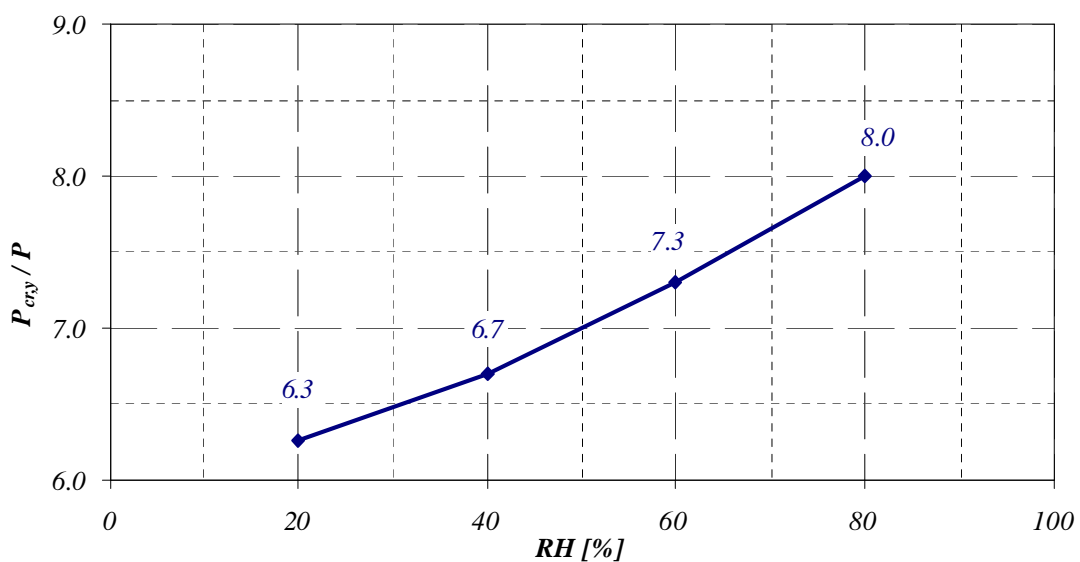


Fig. 3.20 Raportul între efortul critic și efortul de precomprimare la 100 de ani de serviciu pentru $L=75$ m și $L/h=35$

Pentru a cuantifica influența vibrațiilor, când se assemblează sistemul de ecuații (3.33) coordonatele generalizate se consideră $q_1=q_0=0$. Astfel, sistemul de ecuații este

$$\begin{cases} -q_2(\varphi_1 + \varphi_2) + q_3\psi_2 = 0 \\ q_2\psi_2 - q_3(\varphi_2 + \varphi_3) + q_4\psi_3 = 0 \\ q_3\psi_3 - q_4(\varphi_3 + \varphi_4) + q_5\psi_4 = 0 \\ q_4\psi_4 - q_5(\varphi_4 + \varphi_5) + q_6\psi_5 = 0 \\ q_5\psi_5 - q_6(\varphi_5 + \varphi_6) + q_7\psi_6 = 0 \\ q_6\psi_6 - q_7(\varphi_6 + \varphi_7) + q_8\psi_7 = 0 \\ q_7\psi_7 - q_8(\varphi_7 + \varphi_8) = 0 \end{cases} \quad (3.49)$$

Sistemul (3.49) este omogen și pentru a avea soluție nenulă asociată pierderii stabilității este necesar ca determinantul să fie nul:

$$\begin{vmatrix} -\varphi_1 - \varphi_2 & \psi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi_2 & -\varphi_2 - \varphi_3 & \psi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_3 & -\varphi_3 - \varphi_4 & \psi_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_4 & -\varphi_4 - \varphi_5 & \psi_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi_5 & -\varphi_5 - \varphi_6 & \psi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_6 & -\varphi_6 - \varphi_7 & \psi_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_7 & -\varphi_7 - \varphi_8 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.50)$$

Având în vedere că deschiderile sunt egale, introducem notațiile

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \varphi_5 = \varphi_6 = \varphi_7 = \varphi_8 \\ \psi &= \psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = \psi_5 = \psi_6 = \psi_7 = \psi_8 \end{aligned} \quad (3.51)$$

și determinantul (3.50) devine

$$\begin{vmatrix} -2\varphi & \psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi & -2\varphi & \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi & -2\varphi & \psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \psi & -2\varphi & \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi & -2\varphi & \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi & -2\varphi & \psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi & -2\varphi \end{vmatrix} = 0 \quad (3.52)$$

În final rezultă ecuația

$$80\varphi^4\psi^2 - 64\varphi^6 + 16\varphi^4\psi - 28\varphi^2\psi^4 - 12\varphi^2\psi^3 + 3\psi^6 + \psi^5 = 0 \quad (3.53)$$

Figura 3.21 prezintă variațiile asimptotice ale funcțiilor de stabilitate dinamică φ și ψ , iar Figura 3.22 variația funcției generată de partea stângă a ecuației (3.53), cu punerea în evidență a soluțiilor ecuației.

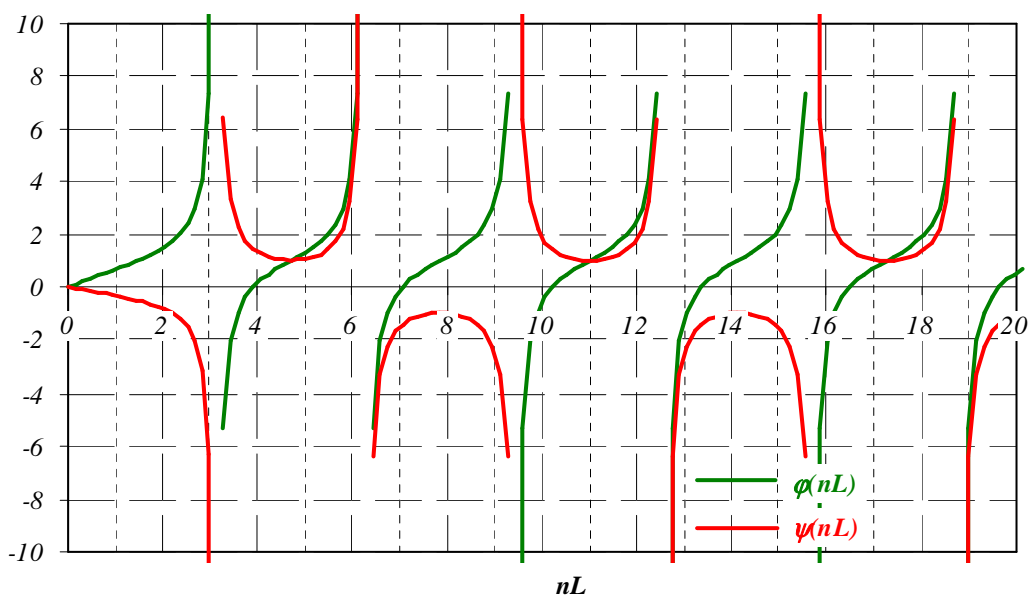


Fig. 3.21 Interpretarea geometrică a funcțiilor de stabilitate dinamică

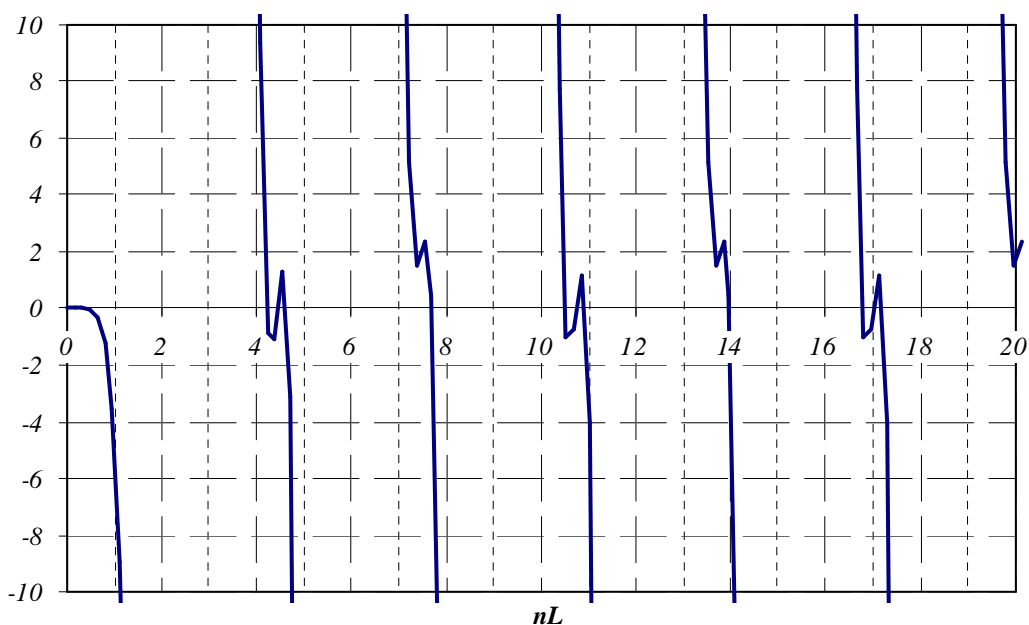


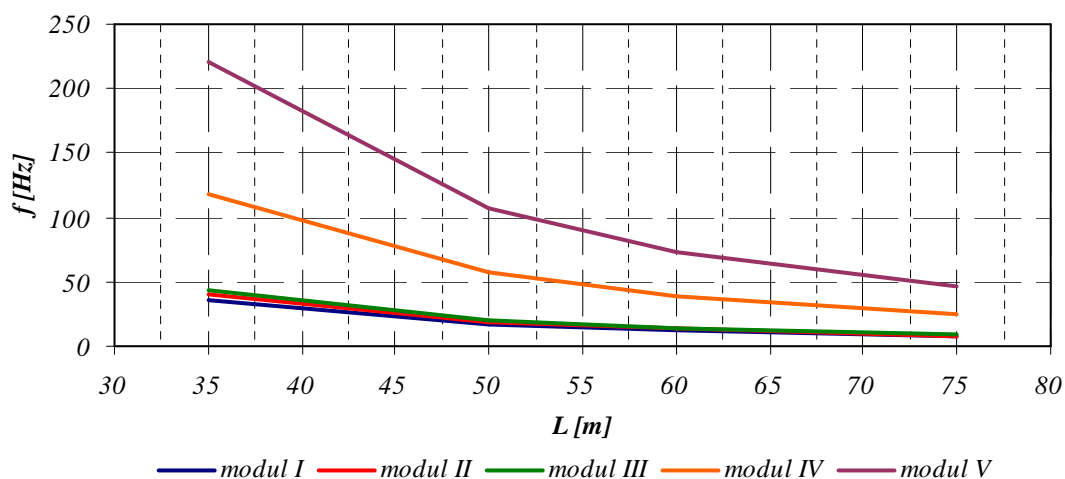
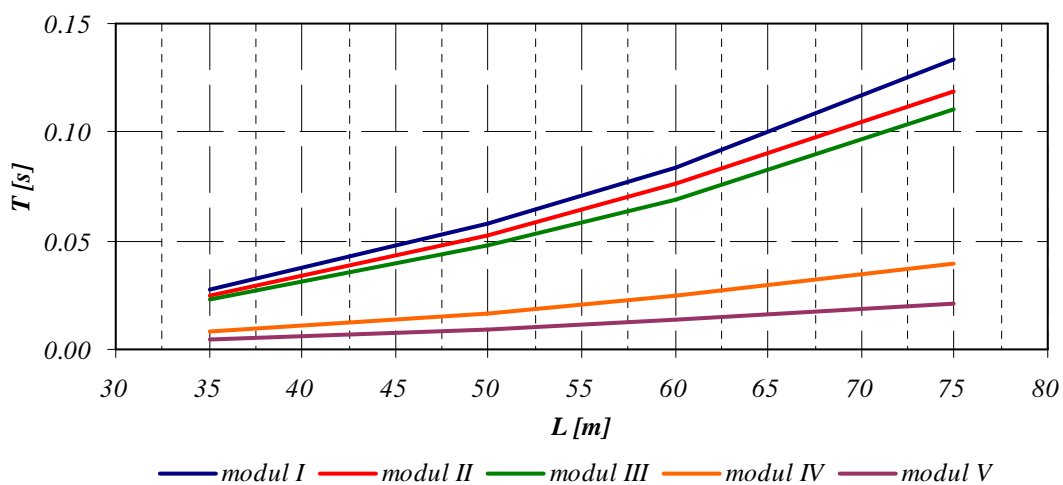
Fig. 3.22 Soluțiile ecuației (3.53)

Valoric, lungimile de undă sunt prezentate în Tabelul 3.7 pentru primele 10 moduri de vibrație, alături de valorile extreme ale frecvențelor și perioadelor de vibrație corespunzătoare situațiilor analizate. Trebuie subliniat că având în vedere caracterul oscilatoriu al vibrațiilor, caracteristicile de vibrație și forțele critice s-au raportat și normalizat la modulul de elasticitate tangent inițial al betonului, în cazul de față $E_{ct0}=41005 \text{ MPa}$. Având în vedere lungimile mici ale undelor, se pune doar problema rezonanței. Rezultatele numerice sunt prezentate integral în Anexa III.

Tab. 3.7 Lungimi de undă

Modul de vibrație	nL
1	4.218
2	4.459
3	4.653
4	7.705
5	10.488
6	10.731
7	10.963
8	12.983
9	17.793
10	18.074

Din analiza datelor din Anexa III rezultă că zveltețea nu influențează practic valorile, acestea raportându-se deschiderii. Figurile 3.23 și 3.24 pun în evidență variația frecvenței și perioadei de vibrație în primele cinci moduri de vibrație, în funcție de deschidere.

**Fig. 3.23** Variația frecvenței de vibrație cu deschiderea**Fig. 3.24** Variația perioadei de vibrație cu deschiderea

Tabelul 3.8 prezintă caracteristicile modului fundamental de vibrație atât pentru greutatea grinzilor, cât și pentru sarcina permanentă totală a podurilor, considerând un spor de încărcare adus de restul sarcinilor permanente de 10 %. Conform JRC Report (2012), procentul variază între (8.8-11.2) %. Tabelul 3.9 arată limita inferioară admisă de EN 1991-2 (2005) pentru lipsa calculului dinamic în proiectare, rezultând pentru situațiile analizate obligativitatea unei astfel de analize. Adoptând diametrele roților și greutatețile vehiculelor încărcate prezentate în Tabelul 3.10, Tabelul 3.11 prezintă vitezele critice care pot duce la rezonanță pentru vehiculele considerate.

Tab. 3.8 Caracteristici de vibrație în modul fundamental

<i>L [m]</i>	<i>h [m]</i>	<i>L/h</i>	<i>Din greutate grindă</i>		<i>Din total permanente</i>	
			<i>f₁ [Hz]</i>	<i>T₁ [s]</i>	<i>f₁ [Hz]</i>	<i>T₁ [s]</i>
35	1.75	20	35.55	0.028	33.89	0.030
	1.40	25	35.79	0.028	34.12	0.029
50	3.50	20	17.20	0.058	16.40	0.061
	3.00	25	17.33	0.058	16.53	0.061
	1.67	30	17.48	0.057	16.67	0.060
60	3.00	20	11.85	0.084	11.30	0.089
	3.40	25	11.97	0.084	11.41	0.088
	3.00	30	12.05	0.083	11.49	0.087
	1.71	35	12.17	0.082	11.60	0.086
75	3.75	20	7.50	0.133	7.15	0.140
	3.00	25	7.58	0.132	7.23	0.138
	3.50	30	7.64	0.131	7.29	0.137
	3.14	35	7.71	0.130	7.35	0.136

Tab. 3.9 Limita inferioară admisă a frecvenței modului fundamental de vibrație (EN 1991-2, 2005)

<i>L [m]</i>	<i>f_{1min} [Hz]</i>
35	6.5
50	5.0
60	4.5
75	3.8

Tab. 3.10 Sarcini mobile și roți de referință

<i>Simbol vehicul</i>	<i>Tip vehicul</i>	<i>Diametru roată [m]</i>	<i>Greutate [kN]</i>
A1	automobil clasă mică	0.55	100
A2	automobil clasă mare	0.83	200
A3	autoutilitare, SUV-uri	1.50	300
G1	camioane, autobuze	2.25	3000
G2	vehicule grele	2.45	5000

Așa cum rezultă din datele calculate, se observă că pericolul rezonanței este plauzibil la categoria vehiculelor mai ușoare. În Tabelul 3.11 datele marcate se consideră imposibile. Aplicând relația (3.44) pentru cazurile posibile, rezultă factorii de amplificare practici cu valori unitare din Tabelul 3.12, pierderea stabilității prin rezonanță rezultând imposibilă.

Tab. 3.11 Viteze ale vehiculelor asociate rezonanței podurilor analizate

L [m]	h (m)	L/h	v_{rez} [km/h] pentru categoria de vehicul				
			A1	A2	A3	G1	G2
35	1.75	20	221	334	603	905	985
	1.40	25	223	336	607	911	992
50	3.50	20	107	161	292	438	477
	3.00	25	108	163	294	441	480
	1.67	30	109	164	297	445	484
60	3.00	20	74	111	201	302	328
	3.40	25	74	112	203	304	332
	3.00	30	75	113	204	307	334
	1.71	35	76	114	206	310	337
75	3.75	20	47	70	127	191	208
	3.00	25	47	71	129	193	210
	3.50	30	48	72	130	195	212
	3.14	35	48	72	131	196	214

Tab. 3.12 Factori de amplificare dinamică la rezonanță

L [m]	h (m)	L/h	δ_{din}/δ_t pentru categoria de vehicul		
			A1	A2	A3
35	1.75	20	1.0000041	1.0002057	1.0115156
	1.40	25	1.0000074	1.0003009	1.0263231
50	3.50	20	1.0000006	1.0000145	1.0005674
	3.00	25	1.0000010	1.0000204	1.0012470
	1.67	30	1.0000016	1.0000261	1.0022966
60	3.00	20	1.0000002	1.0000037	1.0001195
	3.40	25	1.0000004	1.0000052	1.0002635
	3.00	30	1.0000006	1.0000068	1.0005019
	1.71	35	1.0000009	1.0000088	1.0008823
75	3.75	20	1.0000001	1.0000007	1.0000177
	3.00	25	1.0000001	1.0000010	1.0000391
	3.50	30	1.0000002	1.0000013	1.0000747
	3.14	35	1.0000003	1.0000016	1.0001303

3.4 Flambajul lateral flexural-torsional

3.4.1 Aspecte introductive

Pierderea stabilității laterale prin flambaj torsional (Figura 3.25) poate apare la grinzile precomprimate prefabricate pe durata depozitării, manipulării, transportului și montajului, când elementul nu are legături adecvate.

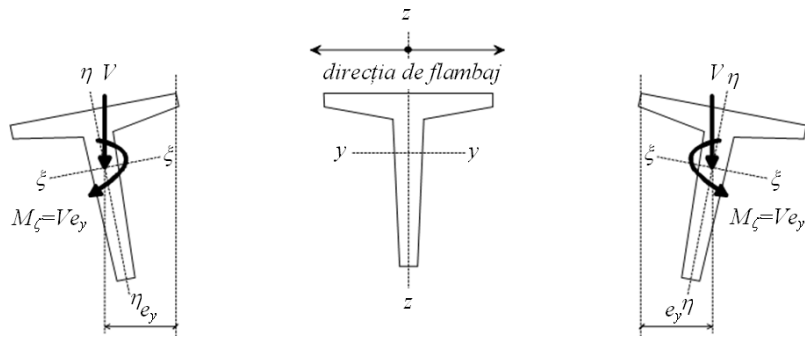


Fig. 3.25 Posibilități de flambaj lateral flexural-torsional al unei secțiuni deschise

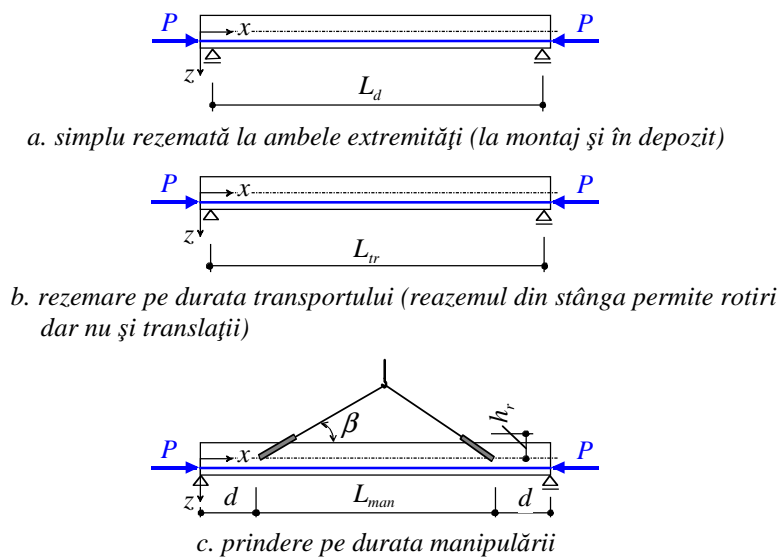


Fig. 3.26 Legături ale elementelor prefabricate în etapele critice

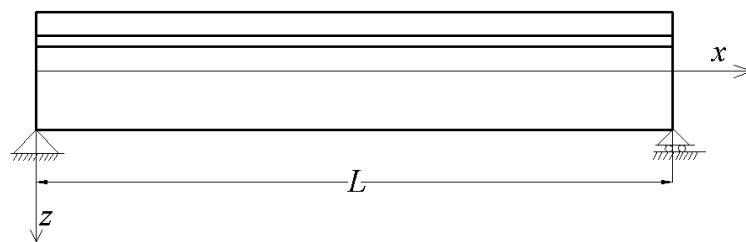
Pe parcursul acestor etape, așa cum se evidențiază în Figura 3.26, elementele prefabricate cu secțiuni deschise (de exemplu T, T întors, I sau dreptunghiulare) au deschideri diferite și chiar solicitări diferite dacă se iau în considerare și forțele inerțiale datorate efectelor dinamice. În toate aceste etape, greutatea proprie a grinzii este mult mai importantă decât ansamblul încărcărilor permanente în serviciu, când de regulă tablurile superioare sau elementele secundare de acoperiș împiedică flambajul lateral. Parametrii care sunt specifici fiecărei situații sunt:

- schema statică și deschiderea grinzii;
- proprietățile geometrice secționale;
- proprietățile de rigiditate ale betonului;
- nivelul efortului de pretensionare;
- greutatea proprie a elementului și eventual efectele dinamice asociate.

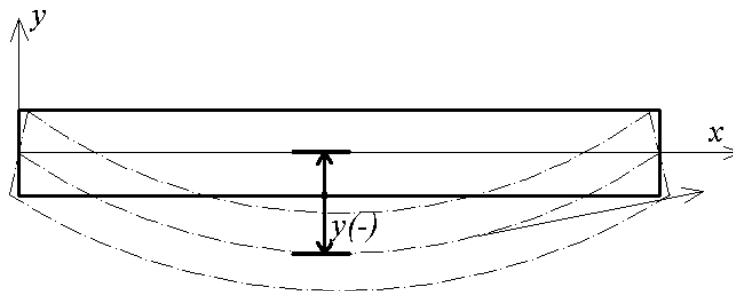
3.4.2 Stabilitatea grinzii perfecte

Cele trei ecuații de echilibru care guvernează încovoierea oblică și răsucirea a unei grinzi precomprimate sunt:

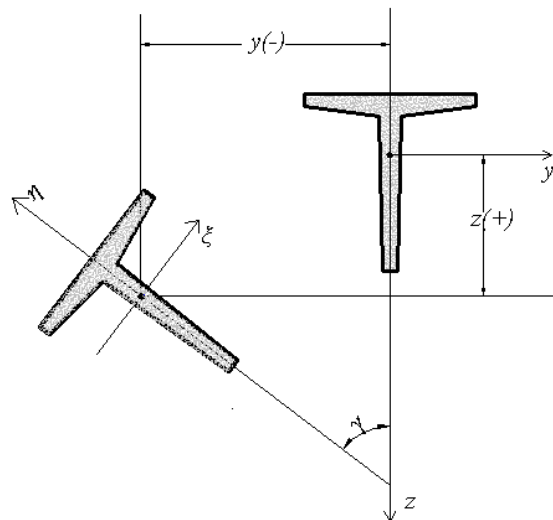
$$\begin{cases} E_c I_{\zeta i} \frac{d^2 y}{dx^2} = M_{\zeta} \\ E_c I_{\eta i} \frac{d^2 z}{dx^2} = M_{\eta} \\ G_c J_i \frac{d\gamma}{dx} - E_c C_{wi} \frac{d^3 \gamma}{dx^3} = M_{\zeta} \end{cases} \quad (3.54)$$



a. vedere laterală pe stare de echilibru



b. vedere de sus pe stare deformată



c. deformarea secțională

Fig. 3.27 Flambajul lateral flexural-torsional al unei secțiuni deschise

unde (vezi Figura 3.27) $E_c I_{\xi\xi}$ și $E_c I_{\eta\eta}$ sunt rigiditățile la încovoiere în raport cu axele locale principale ξ și η , $G_c J_i$ sunt rigiditatea la răsucire, iar $E_c C_{wi}$ este rigiditatea la deplanare. Axa locală longitudinală a grinzii deformate este ζ , M_ξ și M_η sunt momentele încovoietoare corespunzătoare axelor locale principale ξ și η , iar M_ζ este momentul de răsucire.

Valorile critice ale acțiunilor se determină rezolvând sistemul de ecuații (3.54) în raport cu condițiile de limită (rezemare), traseul forței de precomprimare, tipul și poziția încărcării.

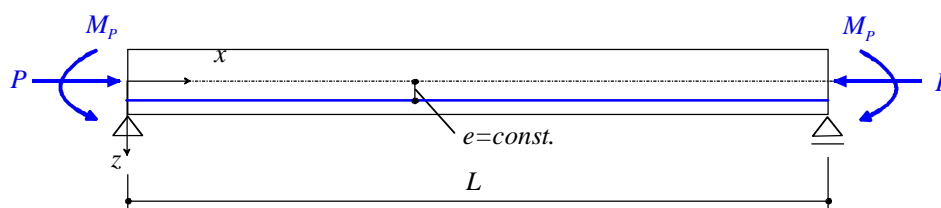


Fig. 3.28 Eforturi la extremitățile unei grinzi cu armătură preîntinsă (se neglijează efectul zonei de transmitere)

Considerând doar efectul precomprimării liniare excentrice (Figura 3.28), momentele corespunzătoare sistemul de ecuații (3.54) devin:

$$\begin{cases} M_\xi = M_P \\ M_\eta = \gamma M_P \\ M_\zeta = dz/dx M_P \end{cases} \quad (3.55)$$

Asumând variații sinusoidale pentru unghiul de deplanare, din rezolvarea lui Timoshenko și Gere (1963) rezultă următoarea expresie pentru momentul critic din precomprimare

$$(M_P)_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E_c I_{\eta\eta} \left(G_c J_i + E_c C_{wi} \frac{\pi^2}{L^2} \right)} \quad (3.56)$$

Împărțind valoarea la excentricitate rezultă și valoarea critică a efortului de precomprimare.

Pentru încărcarea critică uniform distribuită rezultă expresia:

$$(qL)_{cr} = \gamma_4 \frac{\sqrt{E_c I_{\eta\eta} G_c J_i}}{L^2} \quad (3.57)$$

unde valoarea coeficientului γ_4 depinde de raportul $L^2 G_c J / E_c C_{wi}$ și locul de aplicare al încărcării.

Pentru grinda simplu rezemată (fazele de depozitare și montaj, vezi Figura 3.26.a), din propunerea lui Trahair (1993) rezultă următoarea expresie pentru greutatea proprie a grinzii

$$G_{cr} = 28.4 \sqrt{\frac{E_c I_{\eta i} G_c J_i}{L^2}} \quad (3.58)$$

Asimilând comportarea aparatelor de reazem cu reazeme elastice, Burgoyne și Stratford (2001) propun următoarea relație pentru această situație de rezemare la montaj (Figura 3.29)

$$G_{cr} = \sqrt{\frac{240 E_c I_{\eta i} K_{ap}}{L^3}} \quad (3.59)$$

unde rigiditatea reazemului la rotire este

$$K_{ap} = \frac{f_b A_{ne} k_{st}^2 E_R}{t} \quad (3.60)$$

cu f_b raportul dintre modulul de elasticitate al stratului de neopren constrâns de plăcile metalice și modulul de elasticitate al stratului de neopren neconstrând E_R , A_{ne} aria stratului de neopren, k_{st} raza de girație a plăcii metalice și t este grosimea stratului de neopren nedeformat.

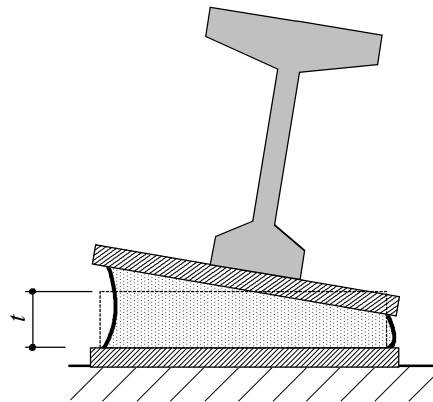
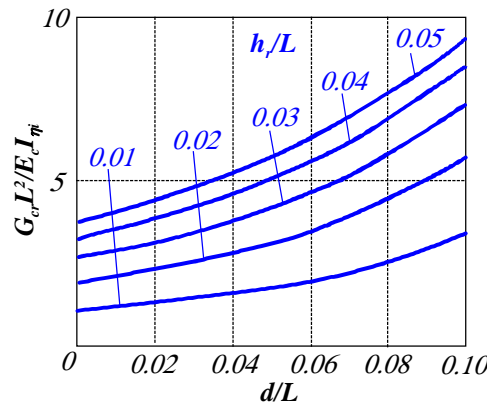


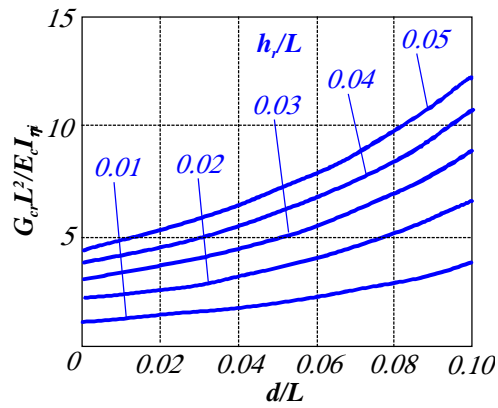
Fig. 3.29 Grinda prefabricată pe aparate de reazem la montaj

Pentru faza de transport (vezi Figura 3.26.b), Stratford și Burgoyne (1999) propun

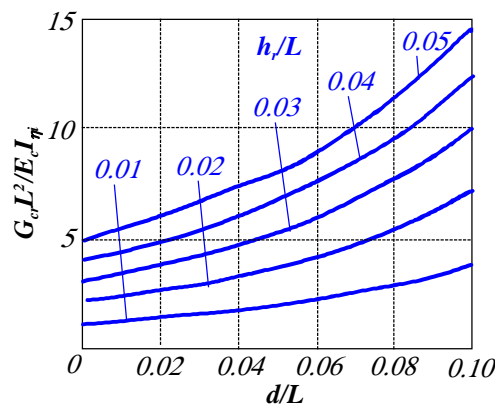
$$G_{cr} = 16.9 \sqrt{\frac{E_c I_{\eta i} G_c J_i}{L^2}} \quad (3.61)$$



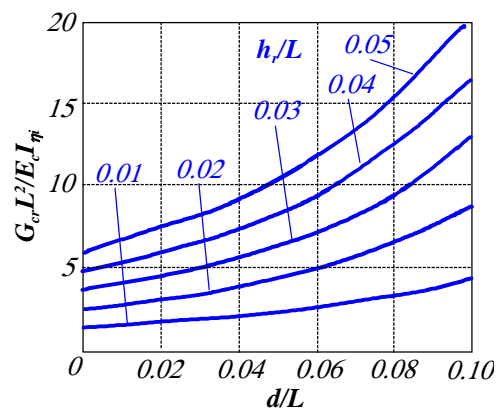
a. $\beta = 30^\circ$



b. $\beta = 45^\circ$



c. $\beta = 60^\circ$



d. $\beta = 90^\circ$

Fig. 3.30 Grafice de calcul la manipulare (Stratford și Burgoyne, 1999)

În urma unor extinse analize numerice, Stratford, Burgoyne și Taylor (1999) propun o serie de grafice pentru calculul greutatei critice pe durata manipulării (vezi Figura 3.26.c), pentru diferite tipuri de echipamente de liftare. Acestea sunt prezentate în Figura 3.30.

La traseele parabolice sau poligonale, aplicând conceptul echilibrării încărcărilor introdus de Lin și Burns (1980), greutatea critică se va reduce cu rezultantele eforturilor date de presiunea pe beton, așa cum se pune în evidență prin Figura 3.31.

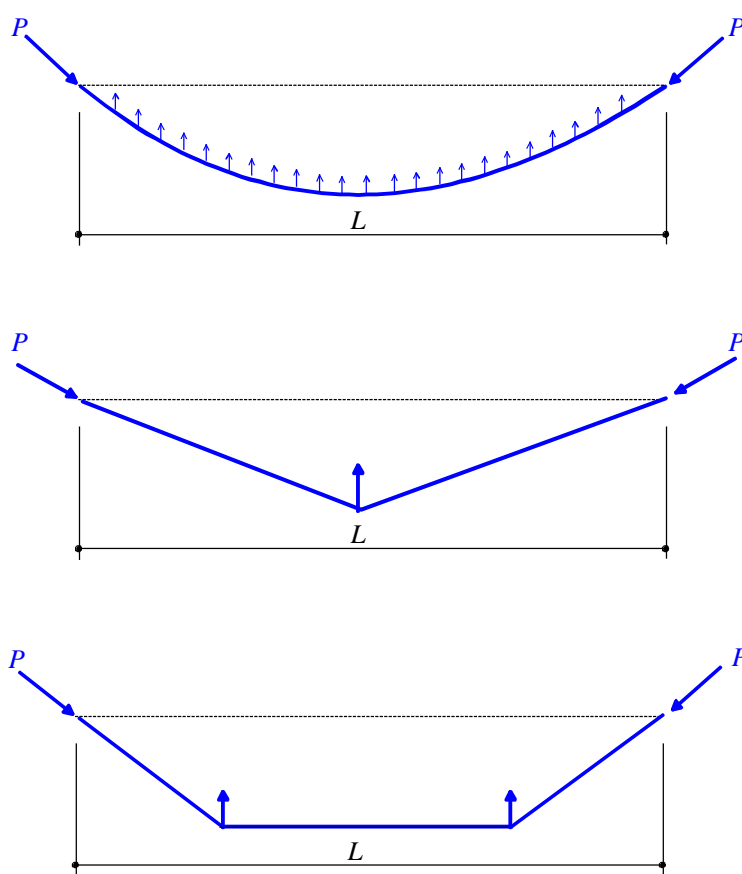


Fig. 3.31 Echilibrarea încărcărilor exterioare prin precomprimare

3.4.3 Influența imperfecțiunilor geometrice

Odată determinată valoarea critică a încărcării acționând pe grinda perfectă, impactul imperfecțiunilor geometrice se poate identifica rapid prin construirea diagramelor încărcare-deplasare a grinzii imperfecte. Reprezentarea relației încărcare-deplasare a grinzii imperfecte se poate face cu ajutorul diagramelor Southwell (1932). Acesta a dovedit că reprezentarea grafică a raportului deplasare/încărcare în funcție de deplasare, la o problemă de flambaj

flexural neutru stabil, devine asimptotică cu o linie dreaptă:

$$y = \frac{e_i}{1 - G/G_{cr}} \quad (3.62)$$

Pentru situațiile analizate de flambaj lateral flexural-torsional, Allen și Bulson (1980) au modificat reprezentarea Southwell (Figura 3.32):

$$y = \frac{e_i}{1 - (G/G_{cr})^2} \quad (3.63)$$

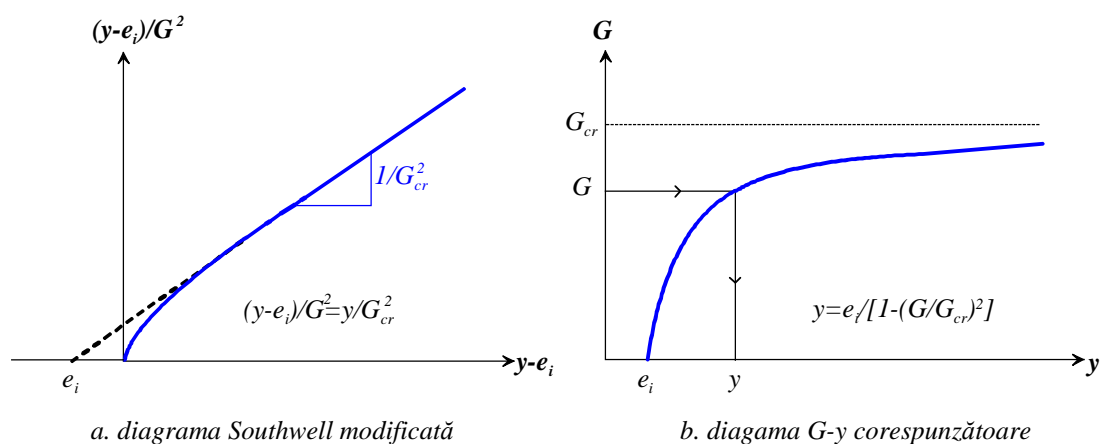


Fig. 3.32 Grafice de apreciere a comportării în vecinătatea încărcării critice

În continuare se adoptă deformata inițială trigonometrică dată de relația (3.19) pentru un maxim standard dat de relațiile (3.17) pentru $L \geq 9.0 m$. Normalizând abscisele și ordonatele din Figura 3.32, Figura 3.33 prezintă diagramele Southwell modificate având un caracter de generalitate pentru deschiderile considerate pornind de la greutatețile critice date de relațiile (3.58) și (3.61).

Translatând diagramele Southwell în termenii relației efort-deplasare la mijlocul deschiderii, Figura 3.34 prezintă cu caracter de generalitate variația acestora pentru schemele de rezemare de la depozitare, manipulare și transport. Se observă că pentru săgeți date de cumulara imperfecțiunilor geometrice cu efectele de ordinul II eforturile critice de ordinul a $L/200$ în ambele situații încă nu este atinsă starea de echilibru limită. Totuși, ușoare creșteri ale greutateții elementelor duc la o scădere de circa 12.5 % a greutateții critice a elementelor prefabricate.

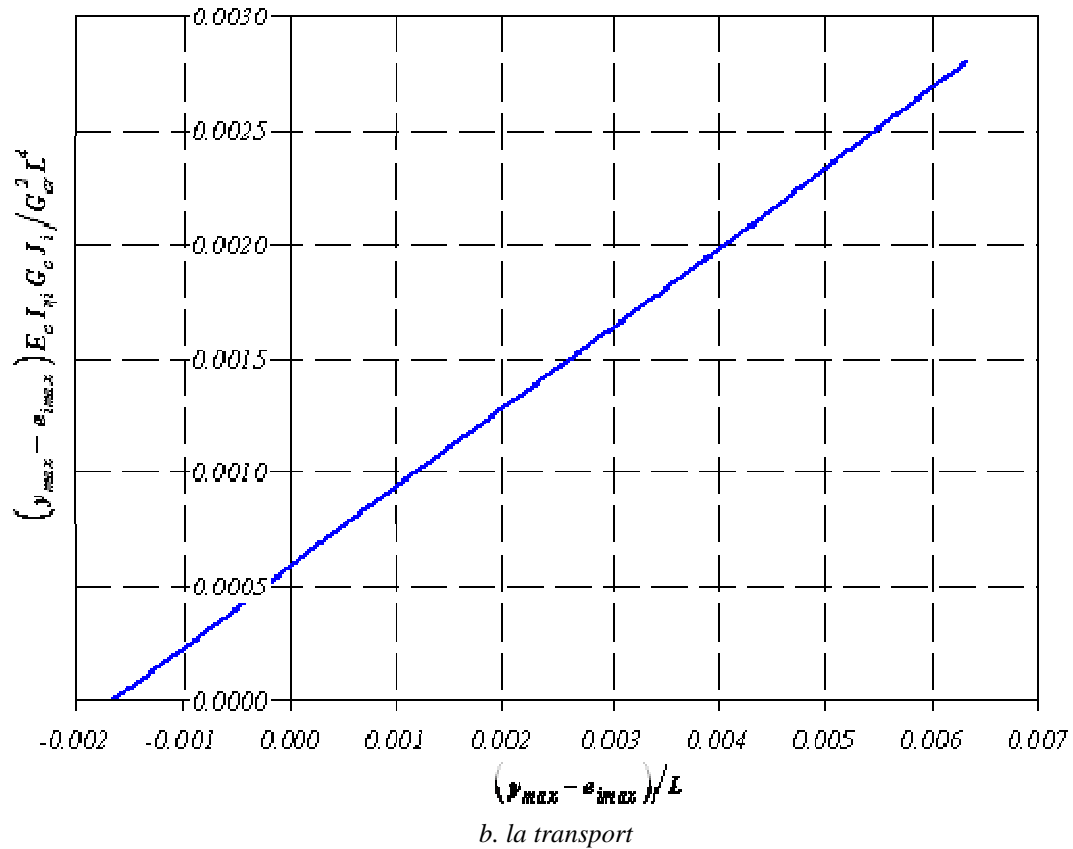
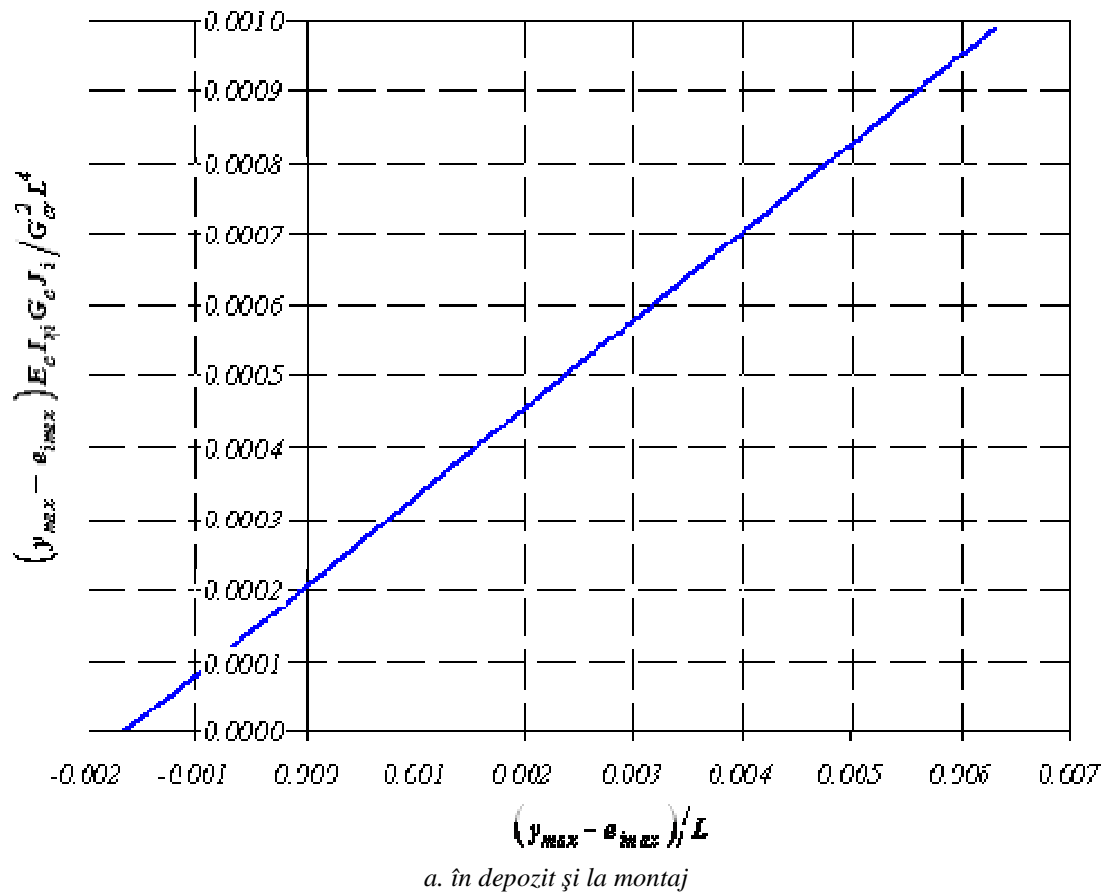
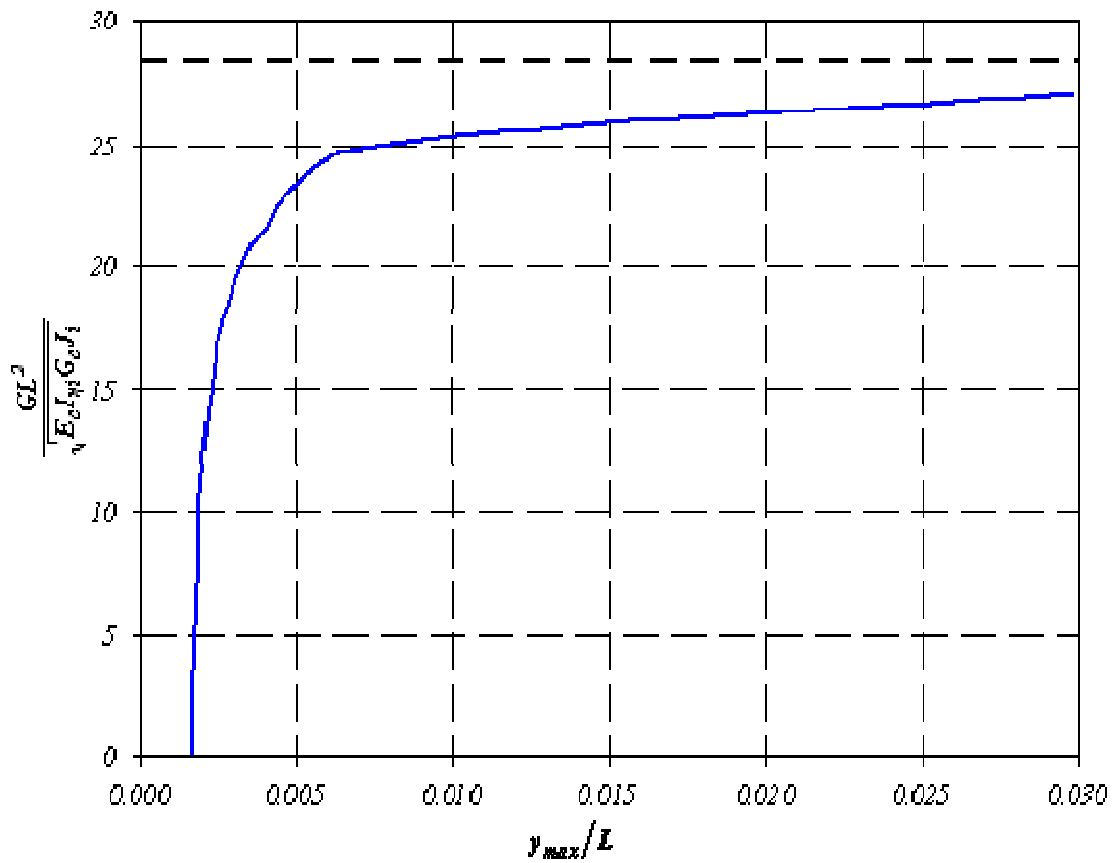
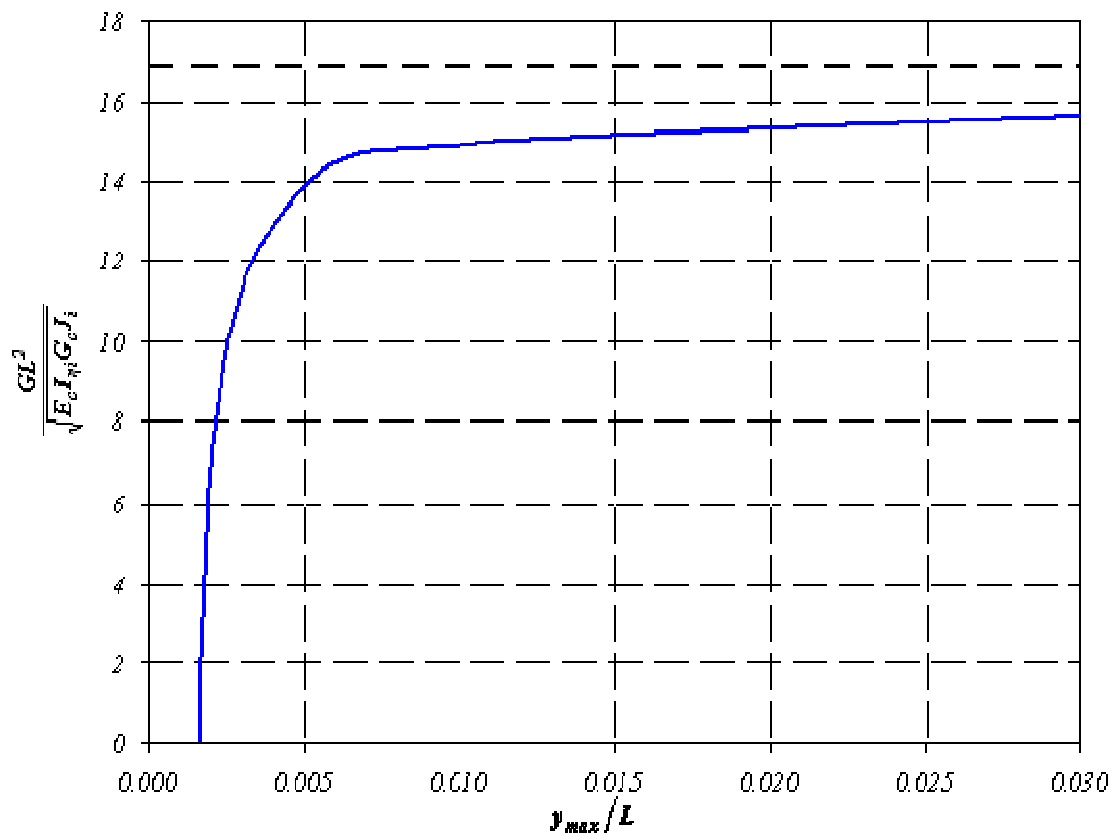


Fig. 3.33 Diagrame Southwell modificate, normalizate și generalizate



a. în depozit și la montaj



b. la transport

Fig. 3.34 Diagrame încărcare-săgeată asociate

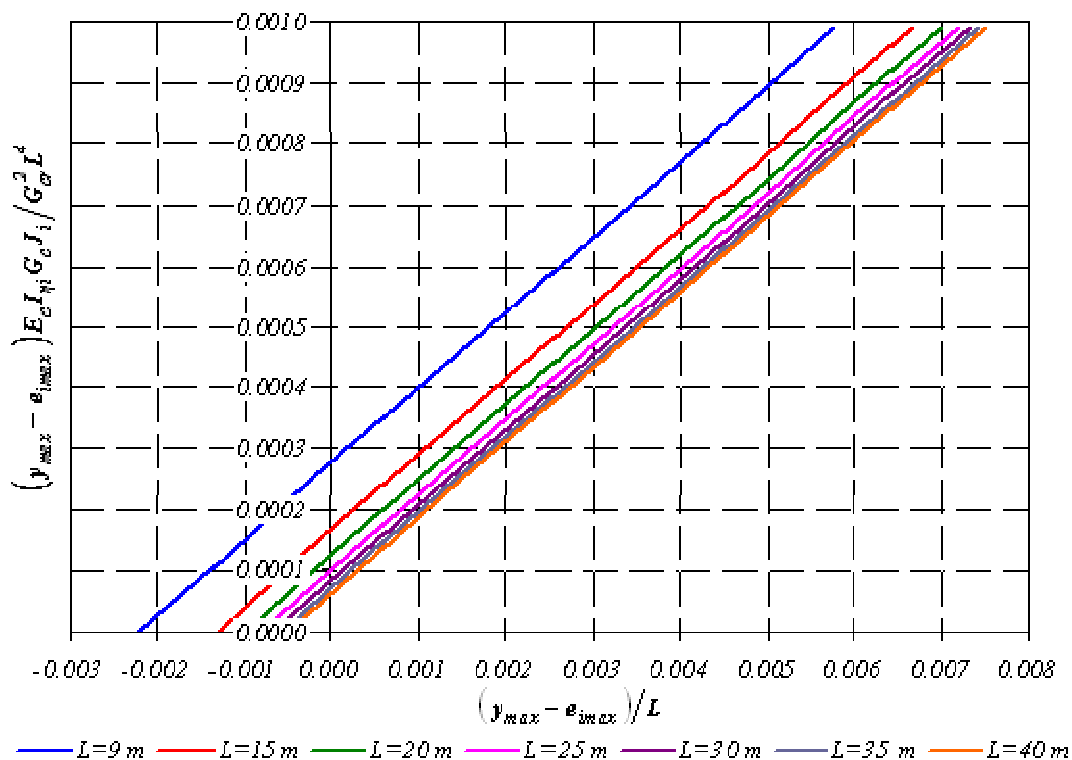


Fig. 3.35 Diagrame Southwell modificate pentru diverse deschideri

Mentținând o imperfecțiune geometrică inițială constantă, independentă de deschidere, și considerând deschideri ale grinzii între (9-40) m, Figura 3.35 prezintă diagramele Southwell modificate asociate acestor deschideri. Se poate observa că odată cu creșterea deschiderii o abatere geometrică inițială constantă conduce la o convergență a liniei asimptotice Southwell către linia corespunzătoare imperfecțiunii geometrice nule. O astfel de abordare este clar nepotrivită și duce la concluzia că imperfecțiunile geometrice inițiale trebuie în mod clar raportate dimensiunilor geometrice ale elementului.

3.4.4 Studiu de caz

Așa cum Boca și Mircea (2013) au pus în evidență, problema flambajului lateral torsional nu se pune la grinzile prefabricate chesonate, ci doar la grinzile zvelte având secțiuni deschise. În consecință, studiul de caz nu va face nici o referire la elementele analizate în studiile de caz prezentate în cazul flambajului general flexural sau la grinda chesonată a cărei încercare și analiză fizic neliniară a fost efectuată în cadrul capitolului 2. Pentru grinda precomprimată nr. 18-18 de secțiune T și deschidere $L=21.00$ m a cărei

încercare experimentală a fost prezentată și detaliată în capitolul 2 punctul 2.3.2, Tabelul 3.13 prezintă greutatele critice obținute utilizând caracteristicile secante de rigiditate cu valoarea coeficientului lui Poisson egală cu $\nu=0.20$. Pentru cazul rezemării la manipulare cu dispozitive, s-a considerat situația extremă $h_r/L=0.01$, $\beta=30^\circ$ (Figura 3.30.a), corespunzătoare greutății critice minime. Rezultă foarte clar că faza de manipulare poate fi critică în condițiile specifice de manipulare considerate (vezi Tabelul 3.14).

Tab. 3.13 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18

Greutate element [kN]	Vârsta betonului	G_{cr} [kN] la faza		
		depozit, montaj	transport	manipulare
180.0	transfer	4732.1	2805.1	600.3
	1 luni	3,054.7	1,810.8	387.5
	6 luni	2,398.0	1,421.5	304.2
	1 an	2,241.4	1,328.7	284.3
	3 ani	2,118.5	1,255.8	268.8

Tab. 3.14 Rapoarte între greutatele critice și greutatea grinzii T nr. 18-18

Vârsta betonului	G_{cr}/G [%] la faza		
	depozit, montaj	transport	manipulare
transfer	26.3	15.6	3.3
1 luni	17.0	10.1	2.2
6 luni	13.3	7.9	1.7
1 an	12.5	7.4	1.6
3 ani	11.8	7.0	1.5

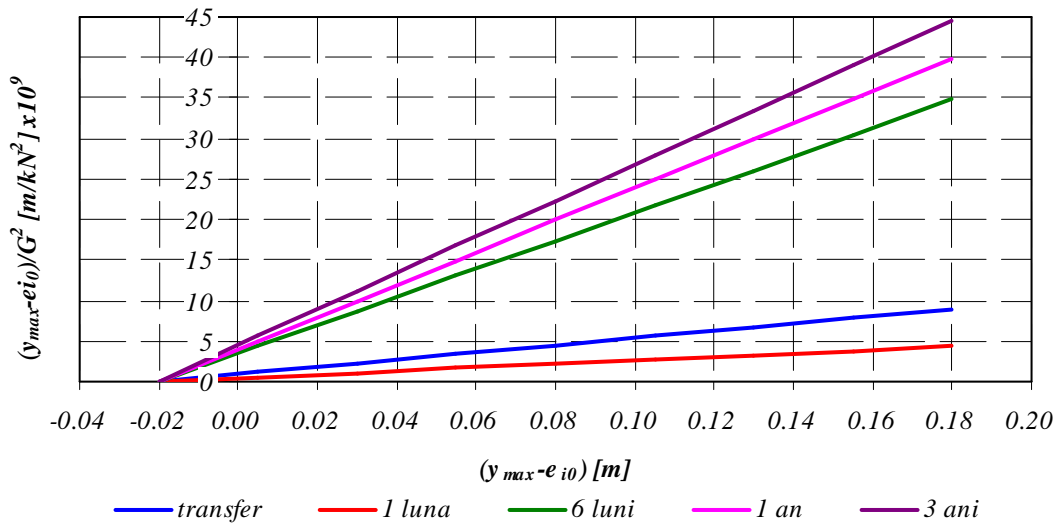
Pentru imperfecțiunile geometrice inițiale date de relațiile (3.22) pentru acțiunea precomprimării, rezultă

$$e_{i0} = \min \left\{ \frac{1200 \text{ mm}}{30}, 20 \text{ mm} \right\} = 120 \text{ mm} \quad (3.64)$$

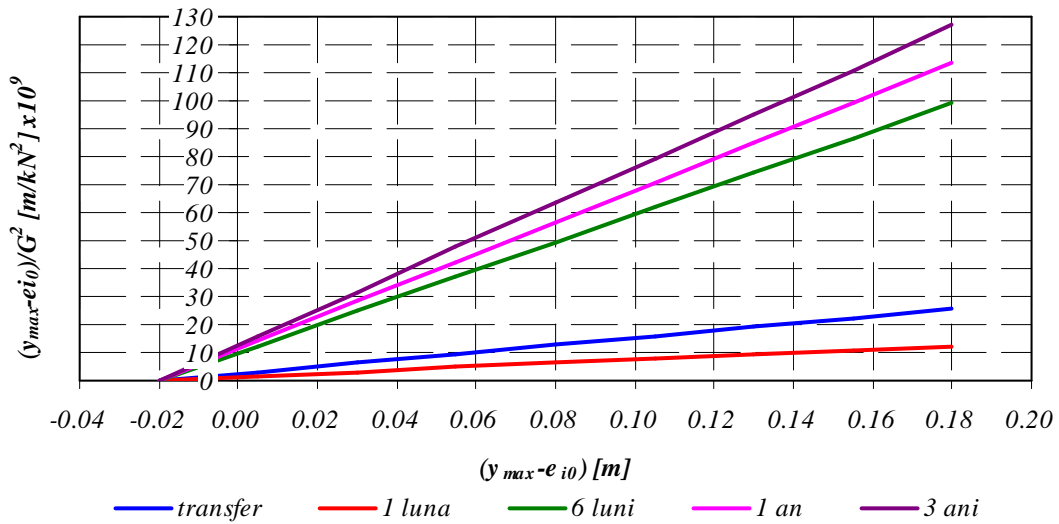
Adoptând o abatere geometrică inițială trigonometrică dată de relația (3.19), din expresiile (3.17) se obține

$$e_{imax} = \frac{2}{3} \frac{L_o}{400} \cong \frac{2}{3} \frac{L}{400} = \frac{2}{3} \frac{21000}{400} = 35 \text{ mm} \quad (3.65)$$

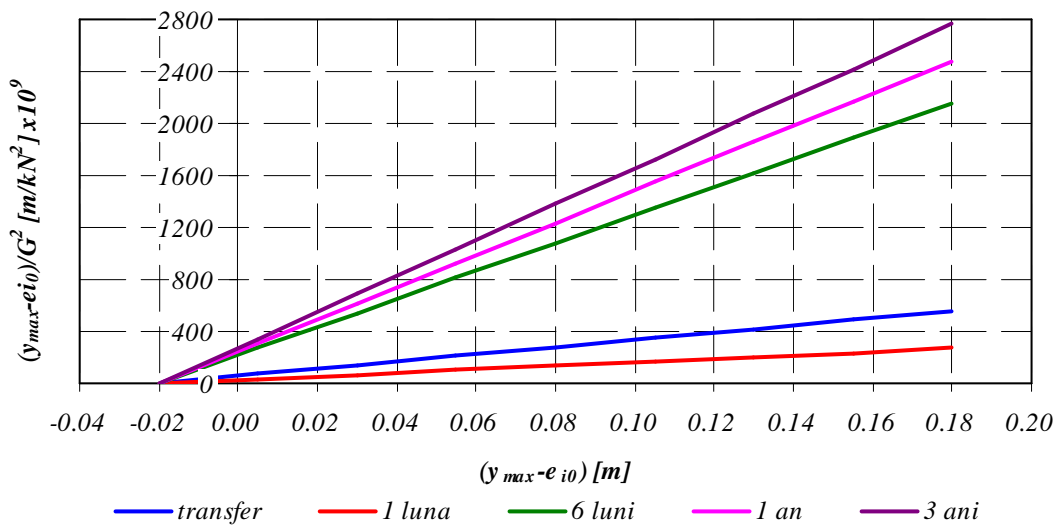
Pentru imperfecțiunile geometrice de mai sus, Figurile 3.36 și 3.38 prezintă diagramele Soutwell modificate pentru diferite vârste ale betonului, iar Figurile 3.37 și 3.39 diagramele încărcare-deplasare asociate.



a. în depozit și la montaj



b. la transport



c. la manipulare

Fig. 3.36 Diagrame Southwell modificate pentru $e_{i0}=20 \text{ mm}$

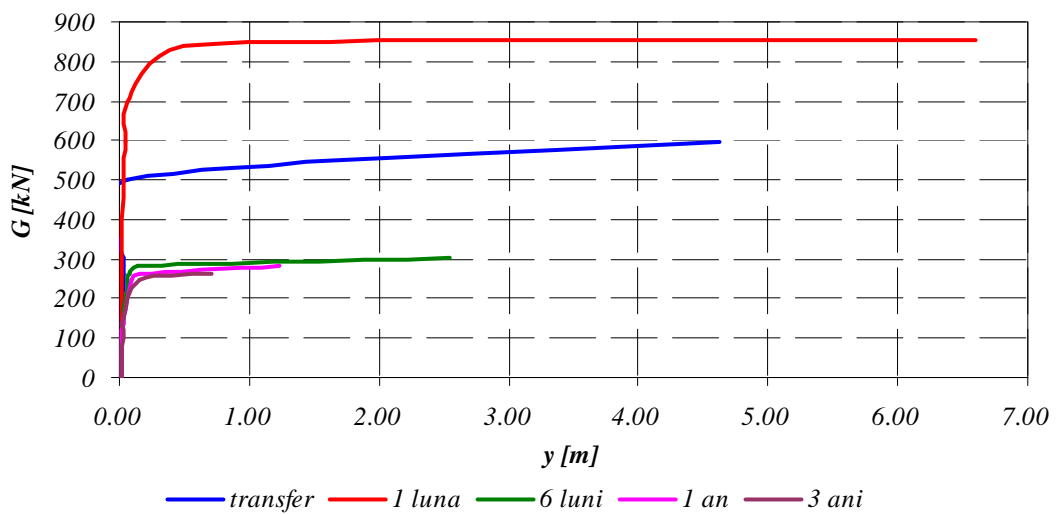
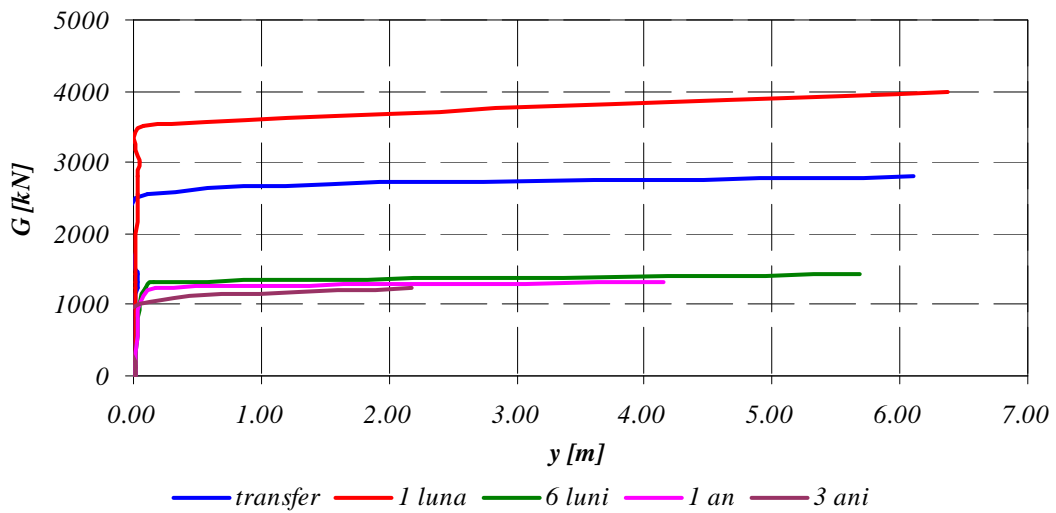
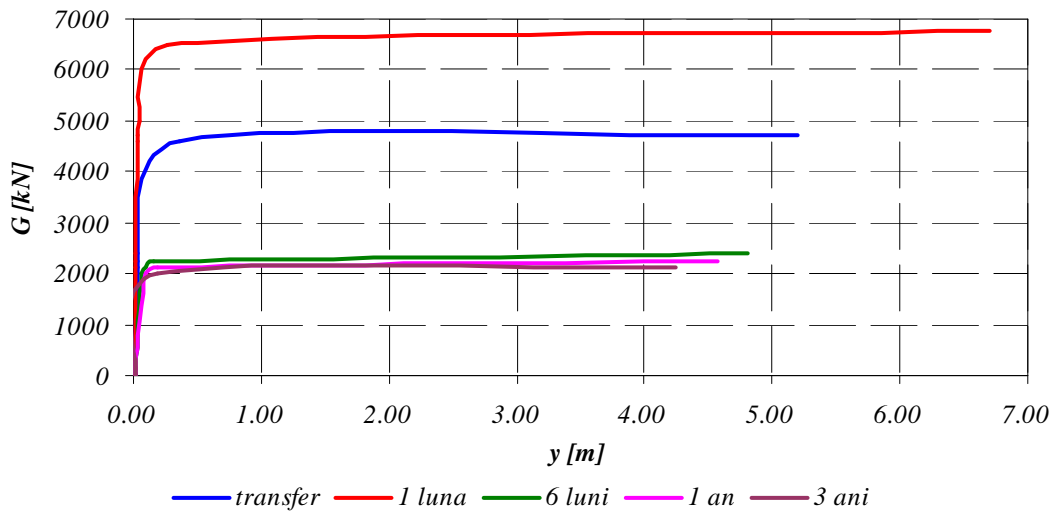
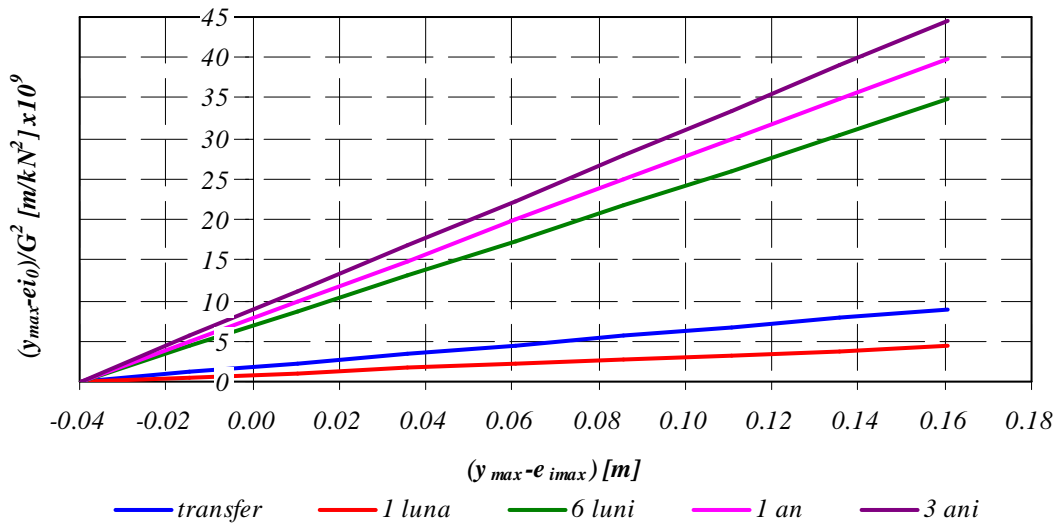
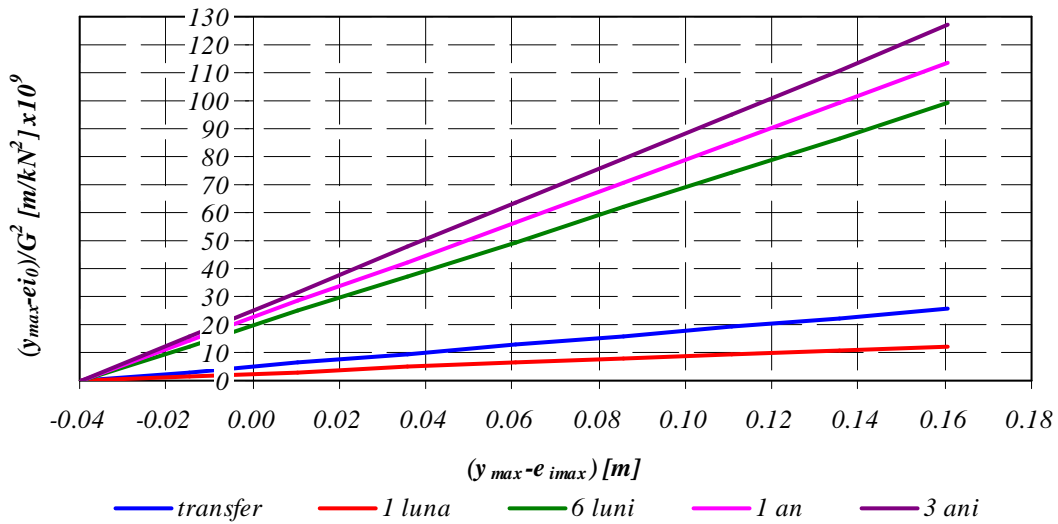


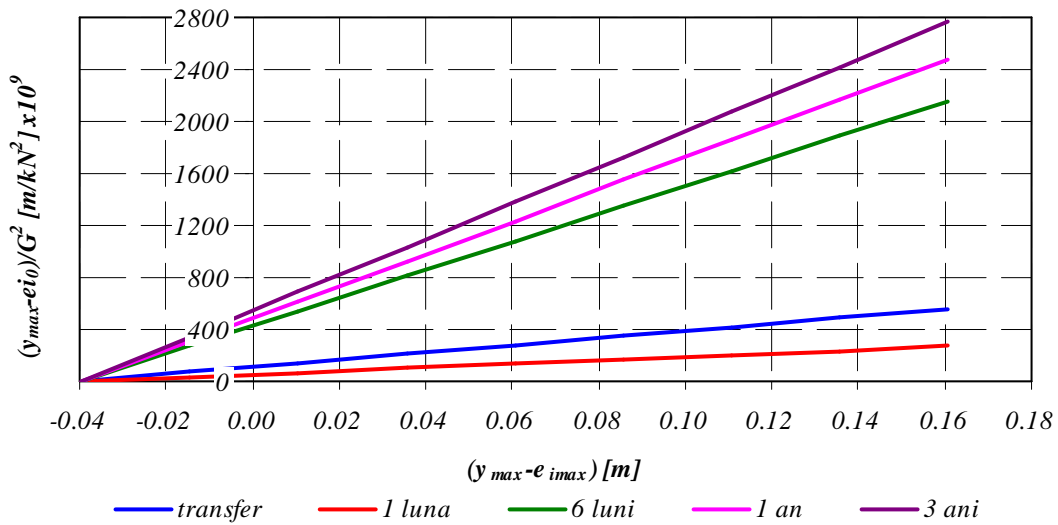
Fig. 3.37 Diagrame încărcare-săgeată pentru $e_{i0}=20\text{ mm}$



a. în depozit și la montaj

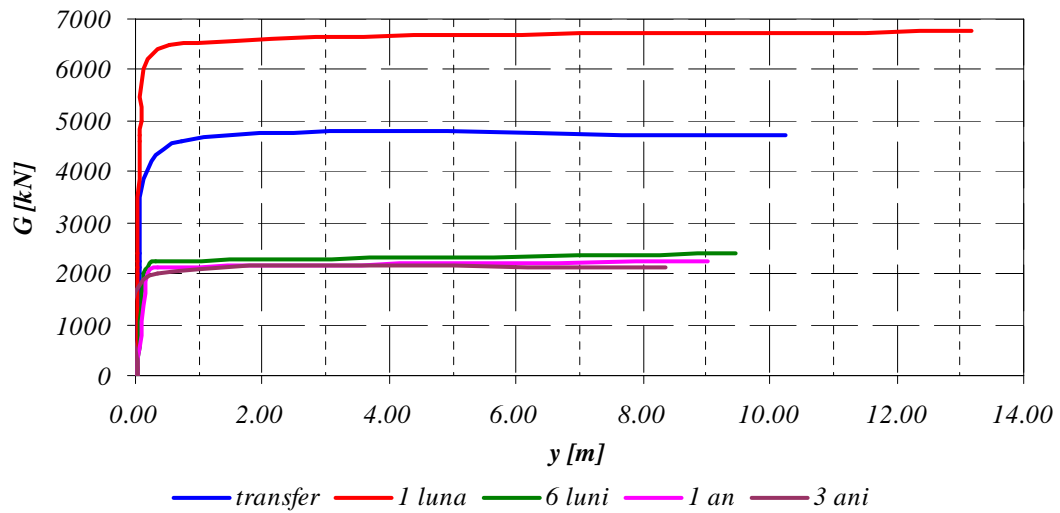


b. la transport

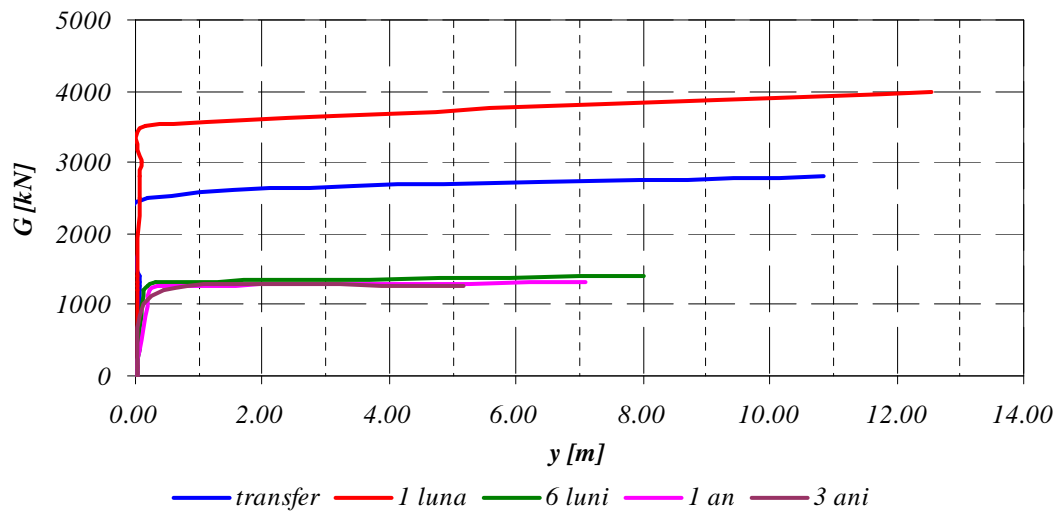


c. la manipulare

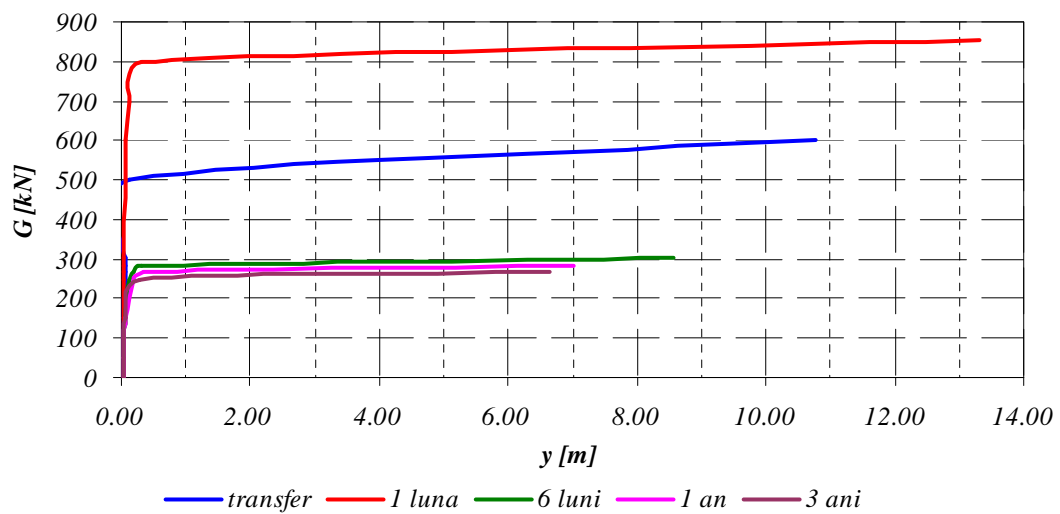
Fig. 3.38 Diagrame Southwell modificate pentru $e_{imax}=39 \text{ mm}$



a. în depozit și la montaj



b. la transport



c. la manipulare

Fig. 3.39 Diagrame încărcare-săgeată pentru $e_{imax}=39\text{ mm}$

3.5 Stabilitatea locală a zonei comprimate

Flambajul local sau voalarea se definește ca o stare de instabilitate când geometria secțiunii transversale se modifică fără să fie însoțită de deplasare laterală semnificativă, cu sau fără răsucirea acesteia. Deși puțin probabilă chiar și la elementele de beton precomprimat, pierderea locală a stabilității trebuie avută în vedere cu precădere la elementele zvelte solicitate de încărcări mici, cum este cazul grinzilor și panelor de acoperiș.

Pierderea stabilității locale se poate atinge prin:

- voalarea locală a celei mai comprimate tălpi (Figura 3.40.a);
- voalarea locală a inimii supusă la compresiune (Figura 3.40.b);
- voalarea inimii în vecinătatea reazemelor datorită forței tăietoare (Figura 3.40.c).

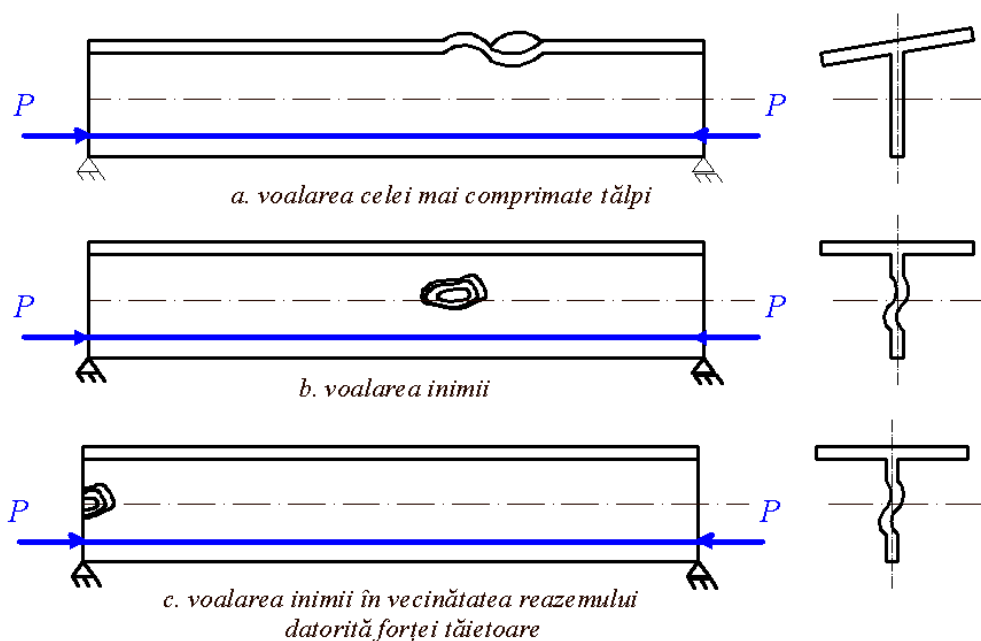


Fig. 3.40 Tipuri de flambaj local (voalare)

Pentru rezolvarea voalării locale, secțiunea transversală se poate considera ca fiind alcătuită din elemente de tip placă. Dacă aceste elemente sunt suficient de subțiri, pot voala (vezi de exemplu Figura 3.41).

Profilul deformat al plăcilor, sarcinile și rezistențele critice depind de:

- aspectul de formă al elementului, adică zveltețea sa;
- condițiile de contur;

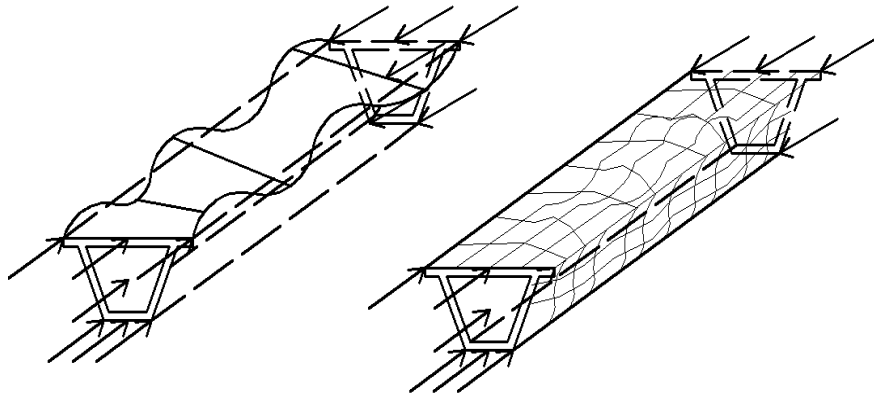


Fig. 3.41 Flambajul local al unei grinzii chesonate

- proprietățile elastice ale betonului și armăturii, și procentul de armare.

Pentru scopuri practice, eforturile unitare critice se pot calcula cu relațiile (Yamaguchi, 1999)

$$\sigma_{cr1} = k_1 \frac{\pi^2 D}{b_1^2 h}$$

$$\sigma_{cr2} = k_2 \frac{\pi^2 D}{b_2^2 h}$$
(3.66)

unde D este rigiditatea cilindrică a plăcii iar coeficienții de flambaj se iau din Figura 3.42 și diferite condiții de contur.

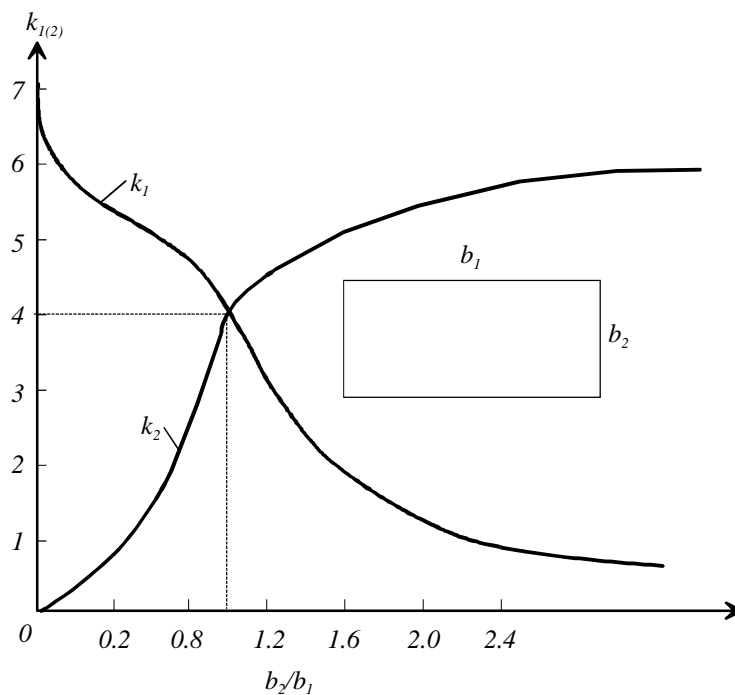


Fig. 3.42 Coeficienții de flambaj ai unei plăci dreptunghiulare în funcție de raportul laturilor

4 STABILITATEA INELASTICĂ A GRINZILOR DE BETON PRECOMPRIMAT

4.1 Apecte introductive

În literatura de specialitate, în cazul grinzilor solicitate doar axial, se specifică clar că flambajul elastic este caracteristic elementelor cu zveltețe mare și apare înainte de intrarea în domeniul inelastic de comportare a materialelor din care sunt confecționate.

Flambajul inelastic se definește ca o pierdere a stabilității unui element solicitat axial, de zveltețe moderată, când grinda este solicitată dincolo de limita de proporționalitate a materialului și înainte ca efortul să atingă valoarea ultimă/maximă.

Dacă în cazul flambajul elastic creșterea deplasărilor are loc simultan cu creșterea încărcării și comportarea post-flambaj este relativ stabilă, flambajul inelastic evoluează diferit. Când se atinge valoarea critică a încărcării, aceasta scade rapid pe măsură ce deplasarea crește. Flambajul inelastic apare brusc și o variație oricât de mică a deplasării are o influență notabilă asupra încărcării corespunzătoare.. Pentru fiecare valoare a unei sarcini, avem două poziții de echilibru în vecinătate, respectiv punctele C și D din Figura 4.1. Cu cât forța de precomprimare se apropie de valoarea maximă, o încărcare accidentală poate face ca grinda să treacă brusc din echilibru stabil a poziției C, în punctul de echilibru instabil a poziției D.

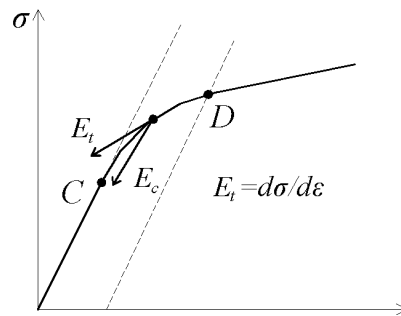


Fig. 4.1 Poziții de echilibru limită la flambajul inelastic

O influență majoră asupra flambajului inelastic al grinzilor precomprimate o au modul de rezemare a grinzii, tensiunile reziduale, respectiv mărimea și traseul forței de precomprimare. Stabilitatea inelastică este o problemă foarte complexă. Pentru modelarea ei s-au elaborat numeroase teorii, cele mai importante fiind:

- teoria modului tangent E_{ct} ;
- teoria modului redus E_{cr} ;
- modulul redus Shanley.

În 1889 Ensegesser a extins problema flambajului elastic al elementelor comprimate axial și pe domeniul inelastic, enunțând că flambajul inelastic se poate produce fără o creștere a solicitării, iar relația efort-deformație este definită prin modulul tangent E_{ct} (Gere și Goodno, 2009).

Mai târziu, tot Ensegesser introduce modulul tangent redus E_{cr} , ce ia în considerare proprietățile mecanice ale materialului și forma secțiunii transversale. Modulul redus se poate determina pentru orice formă a secțiunii transversale și introduce atât valoarea tangentă a modului lui Young, cât și valoarea tangentă inițială.

$$E_{cr} = E_{ct} \frac{I_{cyi}}{I_{yi}} + E_{c0} \frac{I_{tyi}}{I_{yi}} \quad (4.1)$$

În cazul unor secțiuni de beton dreptunghiulară, respectiv I, acesta are formele date de expresiile (4.2) și (4.3):

$$E_{cr} = \frac{4E_{c0}E_{ct}}{(\sqrt{E_{c0}} + \sqrt{E_{ct}})^2} \quad (4.2)$$

$$E_{cr} = \frac{2E_{c0}E_{ct}}{E_{c0} + E_{ct}} \quad (4.3)$$

Dacă teoria modulului tangent are tendința de subestimare a sarcinii critice inelastice, teoria modulului tangent redus supraestimează valoarea acesteia, prin inversarea rigidității pe partea convexă a grinzii.

Shanley (1946, 1947) a confirmat faptul că metoda modulului redus este cea mai eficientă în cazul flambajului inelastic, deoarece încărcarea critică este de fapt în funcție de deplasarea transversală, dar în plus consideră că trebuie luate în considerare și imperfecțiunile geometrice.

Așa cum se evidențiază în Figura 4.2, încărcarea produsă de modulul redus P_r nu este niciodată atinsă. Deformarea grinzii va începe la o încărcare P_t corespunzătoare modulului tangent, dar este nevoie de o încărcare suplimentară pentru ca elementul să își piardă stabilitate. Încărcarea critică de flambaj inelastic se va situa între cele două valori P_t și P_r .

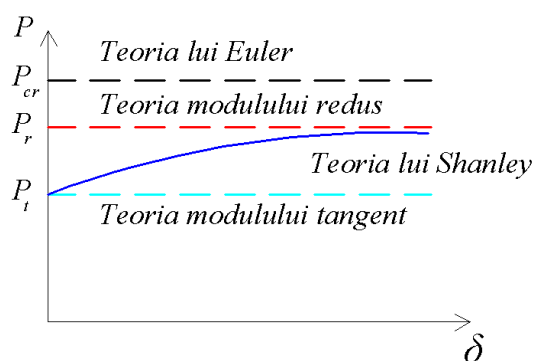


Fig. 4.2 Teoriile de flambaj neelastic (Labuz și Drescher, 2003)

Nu există nici o îndoială că pentru flambajul inelastic, care presupune creșterea încărcării de la o oarecare stare de echilibru stabilă până la o încărcare post-elastică critică, se pot imagina două situații:

- elementul se află într-o stare stabilă pe termen lung, pierderea stabilității având loc datorită unei supraîncărcări bruște; în această situație rigiditatea tangentă a grinzii se raportează rigidității pe termen scurt a elementului, iar

rigiditatea inițială este cea care introduce efectul curgerii lente asupra efortului și încărcării critice;

- elementul se află într-o stare stabilă pe un termen finit, care sub efectul de lungă durată devine gradual instabil; în această situație atât rigiditatea tangentă cât și cea inițială a grinzii se raportează rigidității pe termen lung, ambele introducând efectul curgerii lente asupra efortului și încărcării critice.

În continuare, studiile de caz prezentate în cadrul capitolelor 2 și 3 vor fi analizate din perspectiva flambajului inelastic. Având în vedere că problema vibrațiilor este de interes pentru sarcini de serviciu care solicită elementele în domeniul elastic, nu se va lua în considerare interacțiunea flambajului inelastic cu vibrațiile.

4.2 Flambajul flexural general, studii de caz și comentarii

Pornind de la analizele lui Poon (2009) și analizele de stabilitate elastică detaliate la punctul 3.3.5, în continuare se consideră în locul modului secant modulele tangente și reduse. Rezultatele în detaliu pentru cele două abordări prezentate mai sus sunt prezentate în Anexele 4 și 5.

Din analiza rezultatelor rezultă clar că pe domeniul curgerii liniare ($\sigma_c \leq 0.4f_{cm}$) nu se pune problema pierderii stabilității în nici una din situații, cea mai vulnerabilă etapă fiind tot etapa de transfer. Figura 4.3 prezintă variația raportului între efortul critic în plan vertical și efortul de precomprimare cu zveltețea și mărimea deschiderii. Se observă că vulnerabilitatea rămâne proporțională cu raportul de zveltețe și deschiderea grinzii.

Pentru situația cea mai defavorabilă (Figura 4.3.d), pierderea stabilității ar apărea la un modul tangent $E_{ct}=8307 \text{ MPa}$, corespunzător unui efort de precomprimare normalizat de circa $v_p=0.95$, mult peste cel real introdus în studiul de caz $v_p=0.31$. Deși practic neglijabilă influența stabilității asupra modului de cedare, pentru toate cazurile considerate cedarea ar avea loc prin pierderea inelastică a stabilității la transfer (pentru $L=35 \text{ m}$ și $L/h=20$, modulul tangent ultim este $E_{ct}=485 \text{ MPa}$). Evident, datorită consolidării betonului, în

fazele următoare corespunzătoare serviciului această vulnerabilitate dispere.

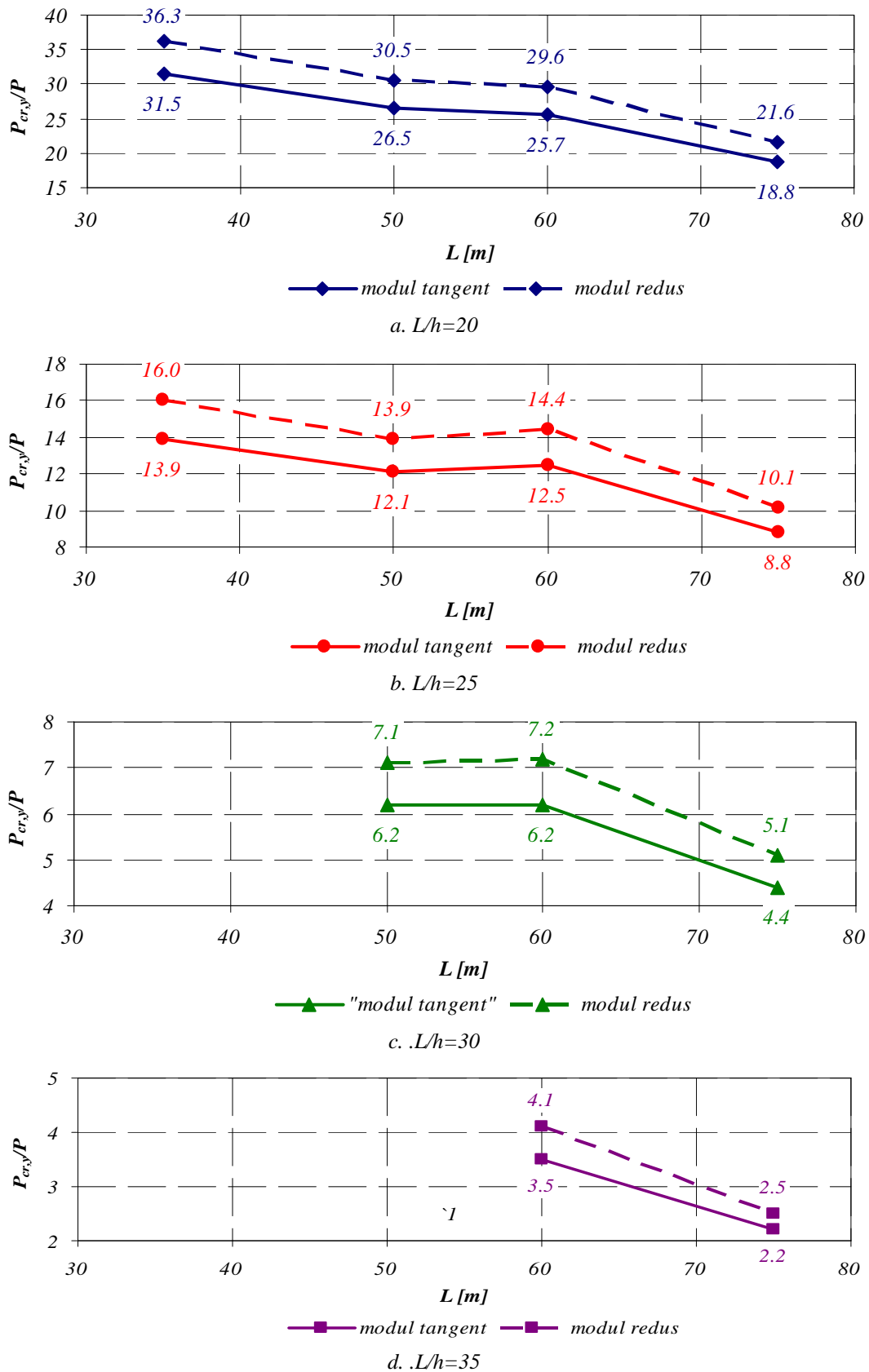


Fig. 4.3 Rapoarte între efortul critic în plan vertical și efortul de precomprimare la transfer (rigiditate tangentă pe termen scurt)

Pentru grinda precomprimată nr. 18-18 de secțiune T și deschidere $L=21.00\text{ m}$ (vezi capitolul 2), Tabelele 4.1 și 4.2 prezintă rezultatele analizei similare. Se pune în evidență lipsa de vulnerabilitate a elementului pentru cazul pierderii stabilității generale prin flambaj flexural.

Tab. 4.1 Eforturi critice pentru flambajul flexural general inelastic la la grinda T nr. 18-18, considerând rigiditatea tangentă pe termen scurt

E_{ct} [MPa]	ν_p	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
27,626	0.07	1,132	10,795	24,639	9.5	21.8

Tab. 4.2 Eforturi critice pentru flambajul flexural general inelastic la la grinda T nr. 18-18, considerând rigiditatea redusă

E_{cr} [MPa]	ν_p	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
32,115	0.07	1,132	12,549	28,643	11.1	25.3

4.3 Flambajul lateral flexural-torsional, studii de caz

Flambajul lateral inelastic formulat de Timoshenko și Gere (1963), depinde de raportul dintre rigiditatea flexurală tangentă și rigiditatea flexurală elastică inițială. Pentru o încărcare uniform distribuită, în cazul flambajului lateral, încărcarea elastică critică e dată de relația (3.57) iar încărcarea critică inelastică devine:

$$(qL)_{cr} = \gamma_4 \frac{\sqrt{E_{ct} I_{\eta i} (G_{c0} E_{ct} / E_{c0}) J_i}}{L^2} \quad (4.4)$$

Considerând coeficientul lui Poisson $\mu = \text{const.}$ ($\mu = 0.20$) și modulul transversal dat de relația generală

$$G_c = \frac{E_c}{2(1 + \mu)} \quad (4.5)$$

greutatea critică a grinzii dată (4.5) se poate rescrie sub forma:

$$(qL)_{cr} = \gamma_4 E_{ct} \frac{\sqrt{I_{\eta i} J_i / 2(1 + \mu)}}{L^2} \quad (4.6)$$

Boca și Mircea (2013) au arătat că valoarea încărcării critice uniform distribuită în cazul unei grinzi de secțiune T scade semnificativ pe măsură ce

crește vârsta betonului considerată. Tabelele 4.3 și 4.4 prezintă greutatea critică ale grinzii T corespunzătoare stabilității inelastice utilizând rigiditatea tangentă și respectiv redusă. Vulnerabilitatea corespunde din nou fazei de manipulare, așa cum se pune în evidență în Figura 4.4. Rezultă că o punere în operă târzie a elementelor prefabricate le vulnerabilizează la pierderea stabilității pe durata manipulării.

Tab. 4.3 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18, corespunzătoare rigidității tangente

Greutate element [kN]	Vârsta betonului	G_{cr} [kN] la faza		
		depozit, montaj	transport	manipulare
180.0	transfer	3790.8	2247.1	480.9
	1 luni	6026.0	3572.1	764
	6 luni	2137.6	1267.2	271
	1 an	1998.0	1184.4	253
	3 ani	1888.4	1119.4	240

Tab. 4.4 Greutăți critice pe faze și vârste la grinda T nr. 18-18, corespunzătoare rigidității reduse

Greutate element [kN]	Vârsta betonului	G_{cr} [kN] la faza		
		depozit, montaj	transport	manipulare
180.0	transfer	4386.7	2600.4	556.5
	1 luni	6613.0	3920.1	839
	6 luni	2345.9	1390.6	298
	1 an	2192.6	1299.8	278
	3 ani	2072.4	1228.5	263

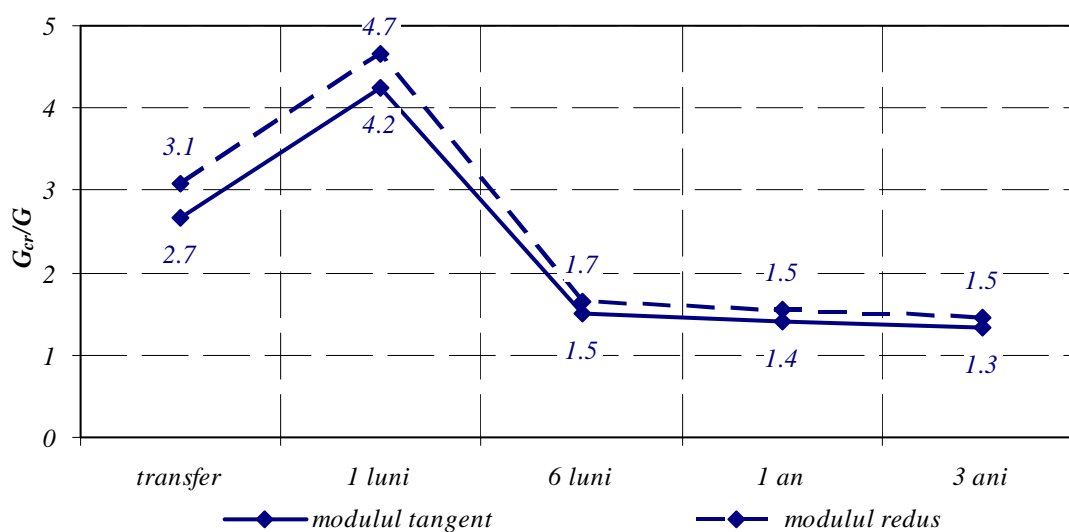


Fig. 4.4 Rapoarte între greutatea critică și greutatea grinzii prefabricate T

5 CONCLUZII ȘI APRECIERI FINALE

5.1 Concluzii

Lucrarea de față, prin complexitatea și complementaritatea metodelor de prezentare și investigare, se dorește a fi un efort de cercetare fundamentală care vine să argumenteze comportarea grinzilor din beton precomprimat, din perspectiva comportării neliniare fizice și geometrice. După o incursiune retrospectivă asupra comportării fizice neliniare datorată proprietăților materialelor și fenomenelor dependente de timp, se consideră tipurile specifice de pierdere a stabilității elastice și inelastice din acțiunea forței de precomprimare și încărcărilor exterioare, asociate fazelor specifice de solicitare, atât la nivel local cât și global.

În urma etapei de documentare și instruire, a analizelor structurale pe modelele numerice elaborate, a studiilor de caz prezentate, se pot formula următoarele concluzii ale demersului științific realizat:

- modelele numerice asamblate în aplicația de element finit DIANA 10 au fost etalonate cu succes, comparația rezultatelor analizelor efectuate pe proprietățile materialelor asociate unei vârste de 2 luni a betonului cu rezultatele unor încercări pe grinzi precomprimare realizate la scara reală fiind de natură a confirma acuratețea modelării (diferențe de capacitate portantă de +8.22 % la grinda T cu $L=21.00\text{ m}$ și +6.72 % la grinda chesonată cu $L=37.10\text{ m}$, respectiv -46.0 % și +42.5 % în termenii deplasărilor ultime), în ciuda unor aproximări rezultate din abordarea

probabilistică atât în stabilirea proprietăților materialelor cât și a modelării analitice corespunzătoare fenomenelor dependente de timp;

- analizele neliniare estimative privind comportarea în timp a elementelor modelate pun în evidență următoarele:
 - o scădere a încărcărilor ultime pe fondul consumării pierderilor de tensiune și în consecință a scăderii eficienței precomprimării (a se vedea Tabelul 2.9), Tabelul 5.1 prezentând pierderile în termeni procentuali raportați la vârsta betonului corespunzătoare încercării (2 luni);

Tab. 5.1 Pierderi procentuale de capacitate portantă estimate la grinzile încercate

Element	Pierderi procentuale de capacitate portantă față de vârsta betonului corespunzătoare încercării experimentale			
	6 luni	1 an	3 ani	100 ani
Grinda T, $L=21.00\ m$	-1.54	-3.21	-5.67	-6.17
Grinda chesonată, $L=37.10\ m$	-2.6	-3.1	-12.23	-14.06

- o creștere a săgeților asociate încărcărilor ultime datorită scăderii rigidității ca urmare a curgerii lente a betonului (a se vedea Tabelul 2.10), Tabelul 5.2 prezentând variația acestora în termeni procentuali raportați la vârsta betonului corespunzătoare încercării (2 luni);

Tab. 5.2 Variații procentuale ale săgeților estimate la grinzile încercate

Element	Deplasări ultime			
	6 luni	1 an	3 ani	100 ani
Grinda T, $L=21.00\ m$	1.49	10.83	10.51	17.91
Grinda chesonată, $L=37.10\ m$	-0.76	16.02	29.03	30.15

- elementele modelate prezintă un domeniu de comportare elastică substanțial sub încărcări de scurtă durată, raportat la sarcinile ultime limită de elasticitate fiind de 67 % (modelare numerică) și 69 % (experiment) la grinda T cu $L=21.00\ m$ (efort de precomprimare normalizat $v_p=0.06$ la vârsta încercării), respectiv 60 % (modelare numerică) și 72 % (experiment) la grinda chesonată cu $L=37.10\ m$ (efort de precomprimare normalizat $v_p=0.07$ la vârsta încercării);

- incursiunile inelastice ale grinzilor sunt substanțiale (s-au pus în evidență factorii de ductilitate în deplasări prezentați în Tabelul 5.3), urmate de o comportare post-ultimă caracterizată de o **cădere** bruscă;

Tab. 5.3 Factorul de ductilitate al deplasării

Element	Factorul de ductilitate al deplasării $\Phi_{\delta} = \delta_u / \delta_y$	
	experiment	analiză EF
Grinda T, $L=21.00\ m$	3.30	5.02
Grinda chesonată, $L=37.10\ m$	4.77	5.54

- studiile de caz efectuate cu privire la flambajul general flexural sub acțiunea forței de precomprimare pun în evidență vulnerabilitatea flambajului în plan vertical în etapa de transfer pentru valorile mari ale deschiderii ($L=75\ m$) și coeficientul de zveltețe maxim ($L/h=35$), când efortul de precomprimare normalizat v_p atinge valoarea maximă de 0.31 și raportul $P_{cr,y}/P=2.6$; o modificare doar cu $20\ %$ a deschiderii duce la o scădere a raportului la circa 1.9 în condițiile păstrării efortului de precomprimare, astfel încât o deschidere de $75-85\ m$, asociată unui raport de zveltețe $L/h \approx 35$ se poate considera la limita flambajului flexural;
- datele din Anexa III arată că zveltețea nu influențează practic valorile extreme ale frecvențelor și perioadelor de vibrație (vezi Tabelul 3.8);
- pentru situațiile analizate efectul vibrațiilor este nesemnificativ cu privire la pierderea stabilității elastice prin flambaj general flexural sub acțiunea precomprimării, iar pierderea stabilității prin rezonanță este imposibilă;
- studiile de caz efectuate cu privire la flambajul lateral flexural-torsional pun în evidență cu precădere vulnerabilitatea elementelor prefabricate în faza de manipulare, datorită specificului dispozitivului de manipulare; în cea mai defavorabilă situație, pe fondul unei durate de depozitare excesive ($3\ ani$), la grinda T cu $L=21.00\ m$ greutatea grinzii este mai redusă doar cu $33\ %$ față de greutatea critică (vezi Tabelul 3.18);
- concluzia de mai sus este confirmată și de diagramele Southwell translate în termenii relației efort-deplasare, care descriu comportarea elementelor în vecinătatea zonei critice (vezi Figura 3.39.c);

- din analiza rezultatelor rezultă clar că pe domeniul curgerii liniare nu se pune problema pierderii stabilității în nici una din situații, cea mai vulnerabilă etapă fiind tot etapa de transfer; se observă că vulnerabilitatea unei grinzi rămâne proporțională cu raportul de zveltețe și deschiderea grinzii.
- în ce privește pierderea inelastică a stabilității, dezvoltând studiile de caz realizate pe datele lui Poon (2009), situația cea mai defavorabilă apare la transfer pentru $L=75\text{ m}$ și $L/h=35$ (vezi Figura 4.3.d), unde flambajul ar avea loc pentru un modul tangent $E_{ct}=8307\text{ MPa}$, corespunzător unui efort de precomprimare normalizat fictiv de circa $v_p=0.95$, mult peste cel real introdus în studiul de caz $v_p=0.31$;
- deși practic neglijabilă influența stabilității inelastice asupra capacității portante la transfer, pentru toate cazurile considerate în această analiză cedarea are loc prin pierderea inelastică a stabilității prin flambaj flexural (pentru $L=35\text{ m}$ și $L/h=20$, modulul tangent ultim este $E_{ct}=485\text{ MPa}$); evident, datorită consolidării betonului, în fazele următoare corespunzătoare serviciului această vulnerabilitate dispare;
- pentru grinda precomprimată nr. 18-18 de secțiune T și deschidere $L=21.00\text{ m}$ se pune în evidență o lipsă de vulnerabilitate pentru cazul pierderii stabilității generale prin flambaj flexural;
- analiza inelastică a flambajului inelastic la montaj pentru grinda precomprimată nr. 18-18 de secțiune T și deschidere $L=21.00\text{ m}$, confirmă creșterea vulnerabilității elementelor la manipulare și montaj odată cu prelungirea duratei de depozitare (vezi Figura 4.4).

5.2 Contribuții personale

Autoarea prezentei teze de doctorat sublinează următoarele contribuții cu caracter de noutate:

- efectuarea unui demers de cercetare original, bazat pe abordarea unei tematici complexe, cu resurse informative relativ puține și necesitând un înalt grad de înțelegere sub aspectele fizic, fenomenologic/tehnologic și al

aparaturii matematice;

- sintetizarea și analiza unor informații științifice (studii de caz, încercări experimentale) necesare realizării unor studii cu un larg caracter de generalitate referitoare la comportarea neliniară a grinzilor de beton precomprimat;
- asamblarea a două modele de calcul în element finit cu aplicația DIANA 10, calibrarea, etalonarea și validarea lor în baza unor încercări experimentale;
- estimarea comportării pe durata de serviciu a grinzilor precomprimate cu ajutorul modelelor asamblate, prin adaptarea și modificarea parametrilor reologici;
- rezolvarea problemei flambajului general flexural elastic în regim static de solicitare la grinzile continue de beton precomprimat;
- tratarea și rezolvarea aspectelor legate de flambajul general flexural în domeniul elastic sub acțiunea forței de încovoiere, prin suprapunerea problemei statice cu efectul vibrațiilor și imperfecțiunilor geometrice;
- tratarea și rezolvarea aspectelor legate de flambajul lateral flexural-torsional în domeniul elastic sub acțiunea greutății proprii a grinzilor precomprimate prefabricate;
- tratarea și rezolvarea problematicei flambajului inelastic al grinzilor de beton precomprimat;
- realizarea unor studii de caz cu potențial de generalizare cu privire la comportarea grinzilor de beton precomprimat ca luarea în considerare a neliniarității fizice, a interacțiunii dintre stabilitatea elastică – imperfecțiuni geometrice – vibrații și a stabilității inelastice.

5.3 Valorificarea rezultatelor

Rezultatele obținute din cercetările efectuate în cadrul stagiului de doctorat au fost parțial valorificate prin publicarea mai multor lucrări științifice (vezi Anexa VI) și elaborarea prezentei acestei teze. Informațiile și rezultatele obținute vor permite valorificarea în continuare a acestora pe termen scurt în publicații având un grad de impact semnificativ.

5.4 Teme de cercetare viitoare

Urmare a demersului realizat, autoarea intenționează să abordeze în viitor următoarele teme de cercetare:

- studierea aprofundată a comportării în timp, pe durata serviciului, a grinzilor de diferite deschideri utilizate în infrastructura transporturilor din România și țări avansate tehnologic;
- studierea în continuare a stabilității grinzilor de beton armat și precomprimat pentru situații de proiectare complexe (elemente cu secțiuni variabile, elemente curbe, elemente realizate cu betoane și materiale cu performanțe înalte, etc.);
- studiul în continuare a convergenței Southwell și adaptarea conceptului și altor tipuri de flambaj, cu luarea în considerare a imperfecțiunilor geometrice inițiale și a efectelor dinamice, raportate la deschiderea grinzii.

BIBLIOGRAFIE

1. AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (2004), American Association of State Highway and Transportation Officials, AASHTO, Edition, Washington, DC.
2. AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (2012), American Association of State Highway and Transportation Officials, AASHTO, 6th Edition, Washington, DC.
3. AASHTO Segmental Box Girder Standards. <http://www.asbiassoc.org/index.cfm/resources/aashto>. (online, Accesat în 5.02.2011).
4. Ayoub A. (2011). Nonlinear Finite-Element Analysis of Posttensioned Concrete Bridges Girders. *J. Bridge Eng.*, 10.161/(ASCE)BE.1943-5592.0000157, 479-489
5. Abdel-Karim A., Tadros M.K (1992). Design and Construction of Spliced I-Girder Bridges. *PCI Journal*, Vol. 33, pp. 114–122.
6. Abdel-Karim A., Tadros M.K (1995). State-of-the-Art of Precast/Prestressed Concrete Spliced I-Girder Bridges. Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL.
7. Abdul H. Z. , Lawrence F. K. , Kenneth M. , Ilker K., Hurff J., Jong H. L. (2009). Stability of Precast Prestressed Concrete Bridge Girders Considering Sweep and Thermal Effects Gtrc Project No. E - 20 - 860 Gdot Project No. 05-15, Task Order No. 02-21 Final Report Prepared For Georgia Department of Transportation by Georgia Institute of Technology School of Civil & Environmental Engineering, June 15.
8. Alkhairi F., Naaman A. (1993). Analysis of Beams Prestressed with Unbonded Internal or External Tendons. *J. Struct. Eng.*, 10.1061/(ASCE)0733 9445(1993)119:9 (2680), 2680-2700.
9. Aswad A., Russell H.G., Tadros M. și col. (2003). Precast Prestressed Concrete-Bridge Design Manual. Chicago: PCI Institute, ISBN 0-937040-54-1.
10. Angomas F. (2009). Behavior of Prestressed Concrete Bridge Girders, Master of Science in Civil and Environmental Engineering, Utah State University.

11. Avendaño A., Hovell C., Moore A., Dunkman D., Nakamura E., Bayrak O., Jirsa J. (2013). Pretensioned Box Beams: Prestress Transfer and Shear Behavior. Austin, TX 78701: Center for Transportation Research The University of Texas at Austin, July. Report No. FHWA/TX-13/0-5831-3.
12. Bathe K. J, Walczak J., Welch A., Nagin M. (1989). Nonlinear Analysis of Concrete Structures, Computers & Structures Vol. 32, No. 314, pp. 563-590.
13. Bangash M. Y. H. (2001). Manual of Numerical Methods in Concrete: Modelling and Applications Validated by Experimental and Site-monitoring Data, Thomas Tefford.
14. Bazant Z. (1996). Analysis of Work of Fracture Method for Measuring Fracture Energy of Concrete . J. Eng. Mech., 10.1061/(ASCE)0733-9399(1996)122:2(138),134-144.
15. Bazant Z. P, Cedoli L. (2010). Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damages Theories, World Scientific Publishing.
16. Bazant Z., Ascey H. M., Yu Q. (2013). Relaxation of Prestressing Steel at Varying Strain and Temperature: Viscoplastic Constitutive Relation. J. Eng. Mech. 2013.139:814-823, Journal of Engineering Mechanics Asce / July 2013.
17. Benaim R. (2008). The Design of Prestressed Concrete Bridges, Concepts and principles, Taylor and Francis Group, London&New York, ISBN10: 0-415-23599-5.
18. Bender B., William G. (1969). Precast, Prestressed Box Beams - A state-of-the-art report. s.l. Journal of the Prestressed Concrete, Kriesel Institute. Vol. Vol. 14. no. 1: 72-95.
19. Bleich F. (1952). Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, New York.
20. Billig K. (1953). Prestressed Concrete. D. Van Nostrand Company, Inc., New York, pp. 221-222.

21. Boca M., Călin M. (2013). Study of the Influence of Concrete Creep upon the Elastic Lateral Buckling of PC Girders , IASS 2013, Beyond the Limit of Man, September 23-27, Wroclaw, Poland.
22. Bouassida Y., Bouchon E., Crespo P. și col. (2010). Bridge Design to Eurocodes, Worked examples presented at the Workshop "Bridge Design to Eurocodes", Support to the implementation, harmonization and further development of the Eurocodes. Viena: JRC European Commission, 4-6 octombrie.
23. Bridge Design Specifications, Section 9. California Department of Transportation.<http://www.dot.ca.gov/hq/esc/techpubs/manual/bridgemanuals/bridge-design-specifications/bds.html>. (online, Accesat în 5.02.2011).
24. Buyukoztruk O. (1977). Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures, Computers & Structures, Vol. 7, pp. 1479-156, Pergamon Press.
25. Buckler J. D., Scribner C. F. (1985). Relaxation characteristics of prestressing strand. Rep. No. UILU-ENG-85-2011, Univ. of Illinois, Urbana, IL.
26. Buhler A. (1928). Stosswirkungen bei eisernen Eisenbahnbruecken, Druckschrift zum Intern. Kongress fur Briickenbau, Zurich.
27. Castrodale R., White C. D. (2004). Extending Span Ranges of Precast Prestressed Concrete Girders. Transportation Research Board, National Cooperative Highway Research Program, Report No. 517, 603 pages.
28. CEB-FIB Model Code (2010). Model Code for Structures for Concrete Structures.
29. Chen W. F., Lui E. M. (1987), Structural Stability: Theory and Implementation, Prentice Hall, New Jersey.
30. Cheng H., Mohammed S., Mustapha K. (2009). Finite element analysis and structural design of pretensioned inverted T-beams with web openings. Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China, June, Volume 3, Issue2, pp 148-157.

31. Civjan S. (2015). Compression Member Design, Teaching Modules for Steel Instruction University of Massachusetts, Amherst, <http://focusky.com/apeg/cdkt>. (online, Accesat pe 15.04.2016).
32. Comi C., Perego U. (2001). Fracture energy based bi-dissipative damage model for concrete, *International Journal of Solids and Structures*, Volume 38, Issues 36–37, September, Pages 6427–6454
33. Cusson D., Paultre P. (1994). High-strength Concrete Columns Confined by Rectangular Ties. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 120, No. 3, 783-804.
34. Dzolev I., Ladinovic D., Raseta A. (2014). Nonlinear Dynamic Analysis of Girder Bridge Designed in Accordance with EN 1998-2 Exposed to Earthquake. 40th Anniversary faculty of Civil Engineering Subotica, International Conference, Contemporary Achievements in Civil Engineering 24-25 April, Subotica, Serbia.
35. EN 1992-1-1 (2004). Eurocod 2: Proiectarea structurilor de beton. Partea 1-1: Reguli generale și reguli pentru clădiri. ASRO.
36. EN 1991-2 (2005). Eurocod 1:Acțiuni asupra structurilor. Partea 2: Acțiuni din trafic la poduri, ASRO.
37. EN 1992-2 (2006). Eurocod 2:Proiectarea structurilor de beton. Partea 2: Poduri de beton . Proiectare și prevederi constructive. ASRO.
38. EN 15050:2007 - Produse prefabricate din beton. Elemente pentru poduri
39. Federhofer K. (1934). Uber Eigenschwingungen und Knicklasten des parabolischen Zweigelenkbogens. *Sirzungsber.D.Akad. Wiss.Wien. Abt.II a. Der Stahlbau*. Heft 1.
40. Ficenec J.A., Kneip S.D., Tadros M. K., Fischer L.G. (1993). Prestressed Spliced I-Girders: Tenth Street Viaduct Project, Lincoln, Nebraska. *PCI Journal*, Vol. 38, No. 5, pp. 38–48.

41. Figueiras J.A., Póvoas R.H.C.F. (1994). Modelling of prestress in non-linear analysis of concrete structures, *Computers & Structures*. Volume 53, Issue 1, 3 October, Pages 173-187.
42. Gauvreau, P. (2006). *Bridges. Post-Tensioning Manual*, Post-Tensioning Institute, Phoenix, 195-240.
43. Gere J., Goodno B.J.(2009). *Mechanics of Materials, Seventh Edition*,Cenagage Learning, ISBN-13: 978-0-534-55937-5, Toronto, Canada.
44. Goodier J. N. (1941). *Cornell Univ. Eng. Expt. Sta. Bull.*, 27, Dec.
45. Goodier J. N. (1942). *Cornell Univ. Eng. Expt. Sta. Bull.*, 28, Jan.
46. Godo L. (2000). *Theory of Elastic Stability: Analysis and Sensitivity*. Philadelphia, Taylor and Francis, ISBN 1-56032-857-6.
47. GP 115-2011:Ghid proiectare controlul fisurării elementelor masive și pereților structurali din beton armat.
48. Hewson R. N. (2003). *Prestressed Concrete Bridges: Construction and Design*. DE.
49. Hohenemser K., Prager W. (1933). *Dynamik der Stabwerke. Eine Schwingungslehre fur Bauingenieure*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GamH.
50. Hovey B. K.(1933). *Beitrag zur Dynamic des geraden Eisenbahngleis*. Dissertation, University of Gottingen, Germany.
51. Hurff J.B. (2010). *Stability of Precast Prestressed Concrete Bridge Girders Considering Imperfections and Thermal Effects*, Dissertation Presented to The Academic Faculty, Georgia Institute of Technology.
52. Hueste M. , Mander J., Parkar A. (2012). *Continuous Prestressed Concrete Girder Bridges Volume 1: Literature Review and Preliminary Designs*, Texas Transportation Institute The Texas A&M University System, Texas, June.
53. IRC-18-2000 (2000). *Design Criteria for Prestressed Concrete Road Bridges (Post-Tensioned Concrete)*, Third Revision. s.l. Indian Roads Congress

54. Inglis C. -K (1934.)A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges, Cambridge, 1934.
55. Jendele L., Červenka J. (2006). Finite element modelling of reinforcement with bond, Computers and Structures, 84(28), 1780-1791
56. Jendele L., Červenka J. (2009). On the solution on the multi-point constrains - Application to FE analysis and of reinforcement concrete structures, Computers and Structures, 87(15-16), 970-980.
57. **JRC Report (2012).**
58. Kaar P., Kriz L., Hognestad E. (1960), Precast-Prestressed Concrete Bridges, 1. Pilot Tests of Continuous Girders. Journal of PCA Research and Development Laboratories, 2(2), pp. 21–37.
59. Ketchum M. A., Scordelis A. C. (1981). Nonlinear analysis of a prestressed concrete bridge. <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:3hg5IdllFEcJ:retro.seals.ch/cntmng%3Fpid%3Dbser001:1981:34::53+&cd=1&hl=ro&ct=link&gl=ro> (online, Accesat pe 24.05.2013).
60. Khaled G., QingY. (2009). Experimental and analytical behavior of haunched thin-walled RC girders and box girders, Thin-Walled Structures 47 (2009), pp. 202– 218.
61. König G., Pauli W. (1990). Ergebnisse von sechs Kippversuchen an schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton, Beton- und Stahlbetonbau, V.85, No. 10, Oct, pp. 253-258.
62. König È. G., Pauli W. (1992). Nachweis Der Kippstabilität Von Schlanken Fertigteilträern Aus Stahlbeton Und Spannbeton (Verification Procedure Of The Lateral Stability Of Slender Prefabricated And Prestressed Concrete Girders). Beton Und Stahlbetonbau, 87, No. 5, 109±112.
63. Kristesk V. (1979). Theory of Box Girders. New York : John Wiley&Sons, 1979. ISBN 0 471 99678

64. Kryloff A. N. (1908). Differential Eq. of Math. Phys , 1908, S. Petersburg.
65. Kwak H. G., Filippou F.C. (1990). Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Monotonic Loads , Department Of Civil Engineering University of California Berkeley, California.
66. Labuz J.F., Drescher A. (2003). Bifurcations &Instabilities in Geomechanics, Labuz&Drescher (eds.), Swets & Zeitlinger, Lisse, ISBN 90 5809 563 0.
67. Leonhardt F. (1955). Spannbeton für die Praxis, Verlag Von Wilhelm Ernst & Soh, London, pp. 373-376.
68. Leonhardt F. (1982). Brücken : Ästhetik und Gestaltung=Bridges: Aesthetics and Design, Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart. <http://www.abebooks.com/booksearch/isbn/9783421025906/>. (online, Accesat pe 3.05 2014).
69. Li W. (1991). Linear and nonlinear finite strip analysis of bridges. Thèses, 1910 - 2010 // Theses, 1910 - 2010, <http://hdl.handle.net/10393/7483> (online, Accesat pe 02.02.2016).
70. **Lin și Burns (1980) p 39**
71. Lindberg E.H., Florence A. L.(1987). Dynamic Pulse Buckling. Martinus Nijho Publishers, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers, U.S. and Canada distributor, Hingham, MA.
72. Lindberg E. H.(2003). Little Book of Dynamic Buckling , September 2003, LCE Science/Software.
73. Lindberg E. H. (2012). Random Imperfections for Dynamic Pulse Buckling. <http://lindberglce.com/tech/buklbook.html>.
74. Linzell D.G., Hall D.H., White D.W. (2004). Historical Perspective on Horizontally Curved Girder Bridge Design in the United States. s.l. : ASCE Journal of Bridge Engineering, Vols. 9, Nr 3. pp. 218-229.
75. Lounis Z., Mirza M., Cohn M.Z (1997). Segmental and Conventional Precast Prestressed Concrete I-Bridge Girders. Journal of Bridge Engineering, Vol. 2, pp.73–82.

76. Mast R. F. (1989). Lateral Stability of Long Prestressed Concrete Beams, Part 1, PCI Journal, V. 34, No. 1, Jan-Feb, pp. 34-53.
77. Mast R. F. (1993), Lateral Stability of Long Prestressed Concrete Beams, Part 2, PCI Journal, V. 38, No. 1, Jan-Feb, pp. 70-88.
78. Mast R. F. (1994). Lateral Bending Test to Destruction of a 149 ft Prestressed Concrete I-Beam. Pci Journal, 1994, 39, 54±62.
79. Mast R. F. (2008). Lateral Stability Of Long Prestressed Concrete Beams, Part 1. Pci Journal, 34, 34-53.
80. Maher K. , Amgad G. , Robert P. (2003). Spliced I-Girder Concrete Bridge System, NDOR Project Number SPR-PL-1 (038) P535. NDOR Project Number SPR-PL-1(038) P535, Final Report.
81. Magnel G. (1950). Prestressed Concrete, Concrete Publications Limited, London, pp.185-191.
82. Măgurean C. (2011). Curs de beton armat și precomprimate. Notițe de curs, Nivel Licență.
83. Mircea C. (2000). Învelitori subțiri din beton armat-abordarea în element finit, Editura U.T.PRES, Cluj-Napoca, 2000, pp 120-125.
84. Mircea C., Petrovay G., Nicoară H. (2004). Calculul neliniar al elementelor de beton armat și precomprimat, Napoca Star, ISBN 973-647-234-5.
85. Mircea C. (2007). Curs de Construcții din beton armat I (CBA I), Notițe de curs. Nivel licență.
86. Mircea C., Filip M.(2008). Proceedings of the IASS-SLTE International Symposium –Shell and Spatial Structures: New Materials and Technologies, New Designs and Innovations – A Sustainable Approach to Architectural and Structural Design, Acapulco, Mexic, 27 - 31 October 2008, pp. 179-180.
87. Mircea C., Ioani A., Kiss Z. (2009). Proceedings of the Fifth International Structural Engineering and Faur C Mircea Construction Conference ISEC, Las Vegas, USA, 21-27 September 2009, , CRC Press Taylor & Francis Group, A Balkema Book pp. 377-383, ISBN 978-0-415-56809-8.

88. Menn C. (1990). *Prestressed Concrete Bridges*, Translated and edited by Paul Gauvreau, Birkhauser Verlag, Basel Boston Berlin, ISBN 3-7643-2414-7.
89. Molke E. C. (1956). Auditorium Framed with Prestressed Roof Girders, *ACI Journal*, Proceedings V. 28, No. 4, Oct, pp. 363-373.
90. Mohiuddin A., (2014). *Accelerated Bridge Construction: Best Practices and Techniques*, Kindle Edition, Publisher Butterworth-Heinemann, 12 August, ISBN 9780124072244
91. Muller J. (1962). Lateral Stability of Precast Members During Handling and Placing, *PCI Journal*, V. 7, No. 1, Feb, pp. 20-31.
92. NCHRP Report 517 (2004). *Extending Span Ranges of Precast Prestressed Concrete Girders*, National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board Washington, Reid W. Castrodale Christopher D. White Ralph Whitehead Associates, Inc. Charlotte, NC, D.C.
93. NCHRP Project Number 12-71 (2008). *Design Specifications and Commentary for Horizontally Curved Concrete Box Girder Highway Bridges Final Report*, s.l. : NRV , Nutt, Redfield & Valentine, David Evans & Associates, Inc. Zocon Consulting, January.
94. Neville A. M., Dilger W.H, Brooks J.J. (1983). *Creep of Plain and Structural Concrete*. Construction Press, London and New.
95. Neville A. M. (2000). *Propriétés du béton*, Ed. Eyrolles, Paris, p. 806.
96. Neville A.M. (2011). *Properties of concrete*. Fifth Edition, Pearson Education Limited. Edinburgh Gate Harlow Essex CM20 2JE England, ISBN978-0-273-75580-7 (online, tradusă pe <https://www.scribd.com/doc/35157195/Proprietățile-betonului>).
97. Oesterle R. G., Sheehan M.J., Lotfi H. R., Corley W. G., Roller J. J. (2007). *Investigation of Red Mountain Freeway Bridge Girder Collapse*, Final Report, CTLGROUP Project No. 262291, Arizona Department of Transportation, Bridge Group, Nov.

98. Oneț T., Olar R. O. (2004). Beton armat. Ediția a 2-a, Editura U.T.Pres, Cluj-Napoca.
99. Oneț T., Olar R. O. (2007). Beton precomprimat. Curs general, Editura U.T.Pres, Cluj-Napoca.
100. Ottosen N. S. (1980). Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures. Risq-R-411, May, Risq National Laboratory, DK-4000 Roskilde, Denmark.
101. Pascu R., Zybaczinski A. (2004). Beton precomprimat. Calculul după Eurocode Bucuresti, <https://www.scribd.com/doc/147171170/Beton-Precomprimat-Calcul-Dupa-Ec2> (online, Accesat 12.05.2012).
102. Pascu R. (2008). Beton precomprimat- bazele calculului. Editura Conspress, București, 2008, 65 p., ISBN 978- 973-100-042-8.
103. Pascu, R. (2008). Comportarea și calculul elementelor din beton armat, Editura Conspress, București, ISBN 978-973-100-043-5 281.
104. Pascu R., Zybaczinski A. (2012). Beton Precomprimat. Calculul după Eurocode 2 Universitatea Tehnică De Construcții, Conspress București, ISBN 978-973-100-232-2.
105. Pascu R., Georgescu D. (2013). Beton armat. Curs/ Partea II Calculul la stări limită, Conspress București. ISBN 978-973-100-294-1.
106. Pavel C. (1981). Construcții din Beton Armat. Partea I, Institutul de Construcții București, Curs predat la Institutul de Construcții București, Facultatea de Construcții civile, industriale și agricole, Secția inginerii anii III-IV, București.
107. Păstrav M., (2011). Stand Pentru Încercarea Grinzilor Precomprimate U 37m. Urbanism. Arhitectură. Construcții Vol. 1, nr. 2, <http://uac.incd.ro/Art/v2n1a04.pdf> (online, Accesat pe 12.07.2012).
108. PCI Bridge Design Manual (2003). 2nd ed., Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL.
109. PCI (2014). Precast Prestressed Concrete Bridge Design Manual Third Edition, Second Release, August, Precast/Prestressed Concrete Institute, The PCI Bridge

- Design Manual Steering Committee, part of the Transportation Activities Council
ISBN 978-0-9797042-4-6.
110. Poon S. (2009). Optimization of Span-to-Depth Ratios in High-Strength Concrete Girder Bridges. Master of Applied Science, Graduate Department of Civil Engineering, University of Toronto.
 111. Razaqpur A. G., Mostafa N., Mirza M. S. (1989). Nonlinear analysis of prestressed concrete box girder bridges under flexure. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 16 (6), 845-853, 10.1139/l89-127.
 112. Riks E. (1979). An Incremental Approach to the Problem of Snapping and Buckling.
 113. Ronald H.D. (2001). Design and Construction Considerations for Continuous Post-tensioned Bulb Tee Girder Bridges. *PCI Journal*, Vol. 46, No. 3, pp. 44–66.
 114. Saber A (1998), High Performance Concrete: Behavior, Design, and Materials in Pretensioned AASHTO and NU Girders, Ph.D. Dissertation, School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.
 115. Sant J. K., Bletzacker, R. W. (1961). Experimental Study of Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams. *ACI Journal*, Proceedings, 58(6).
 116. Schlaich J., Scheef H. (1982). *Concrete Box Girders Bridges*. Switzerland: Iabse-Aipc-Ivbh, ISBN 357480319.
 117. Shanley F. (1946). The column paradox. *J.Aeronaut. Sci.* 13 (2): 278
 118. Shanley F. (1947). Inelastic column theory. *J.Aeronaut. Sci.* 14 (5): 261-268
 119. Seible F., Scordelis A. C. (1983). Nonlinear analysis of multi-cell reinforced concrete box girder bridges, *Elesvier, Engineering Structures*, Volume 5, Issue 1, January, Pages 45-57.
 120. Sivakumar B., Hamutcuoglu O.M., Ghosn M. (2013). Nonlinear Redundancy Analysis of Multi-Cell Pre-stressed Concrete Box-Girder Bridge. June. *Analysis Report*.
 121. Stokes G. G.(1880). *Math and Phys. Papers*, Vol. 2, p. 179, Berlin.

122. Southwell R. V.(1932). On the Analysis of Experimental Observations in Problems of Elastic Stability. Proceedings of the Royal Society, London, Series A, 1932, 135, 601±616.
123. Strasky J. (2006). Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges (Structures and Buildings), 2nd Revised Edition, ISBN-13: 978-0727741462.
124. Stratford T. J., Burgoyne C. J. (1999). Lateral Stability of Long Precast Concrete Beams, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings, V. 134, No. 2, May, pp. 169-180.
125. Stratford T. J., Burgoyne C. J.(1999): The Lateral Stability of Long, Precast Concrete Beams, Proc. ICE, 119, Part 2, pp169–180.
126. Stratford T.J., Burgoyne, C. J.(1999): The toppling of hanging beams’, Int. Journal of Solids & Structures
127. Stratford T. J., Burgoyne C. J., Taylor, H. J. (1999). Stability Design of Long Precast Concrete Beams, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings, V. 134, No. 2, May, pp. 159-168.
128. Stratford T. J., Burgoyne C. J., Taylor, H.P.J.(1999) The Stability Design of Long, Precast Concrete Beams, Proc. ICE, 119, Part 2, pp159–168
129. Stratford T. J., Burgoyne C. J. (2000). The Toppling of Hanging Beams. International Journal of Solids and Structures, V. 37, No. 26, Mar, pp. 3569- 3589.
130. Timoshenko S. (1905). Bull. Polytech. Inst., St. Petersburg.
131. **Timoshenko (1922)**
132. Timoshenko S. (1937). Vibration Problems in Engineering. Second Edition fifth Printing, D. Van Nostrand Company Inc, New York 250 Fourth Avenue.
133. Timoshenko S., Gere M. (1963).Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill Book Company, INC.
134. Timoshenko S., Goodier, J. N. (1951), Theory of Elasticity, 2nd ed., McGraw Hill, New York, p. 277.
135. Timoshenko S., Goodier, J. N. (1970), Theory of Elasticity, 3rd ed., McGraw Hill,New York.

136. Trahair N. S. (1993), *Flexural-Torsional Buckling of Structures*, CRC Press, Florida.
137. Trahair N. S., Bradford M. A., Nethercot D. A. (2001). *The Behavior and Design of Steel Structures BS5950*, 3rd ed., Spon Press, London.
138. * * TNO Diana BV, *Diana Finite Element Analysis User's Manual Release 9.4.4*. Delft, The Netherlands.
1. Zureick A. H., Kahn L. F., Will K. M. (2005), *Stability of Precast Prestressed Concrete Bridge Girders Considering Sweep and Thermal Effects*, (Proposal), Submitted to Georgia Department of Transportation.
2. Virola J (2015). Long span bridges. <http://bridge.aalto.fi/en/longspan.html> (online, Accesat pe 24.04.2016)
3. Wong K. W., Warner R. F. (1997). *Non-Linear Analysis of Concrete Frames Using a Direct Stiffness Line Element Approach*, Research Report No. R 158 November.

Plan armare grinz

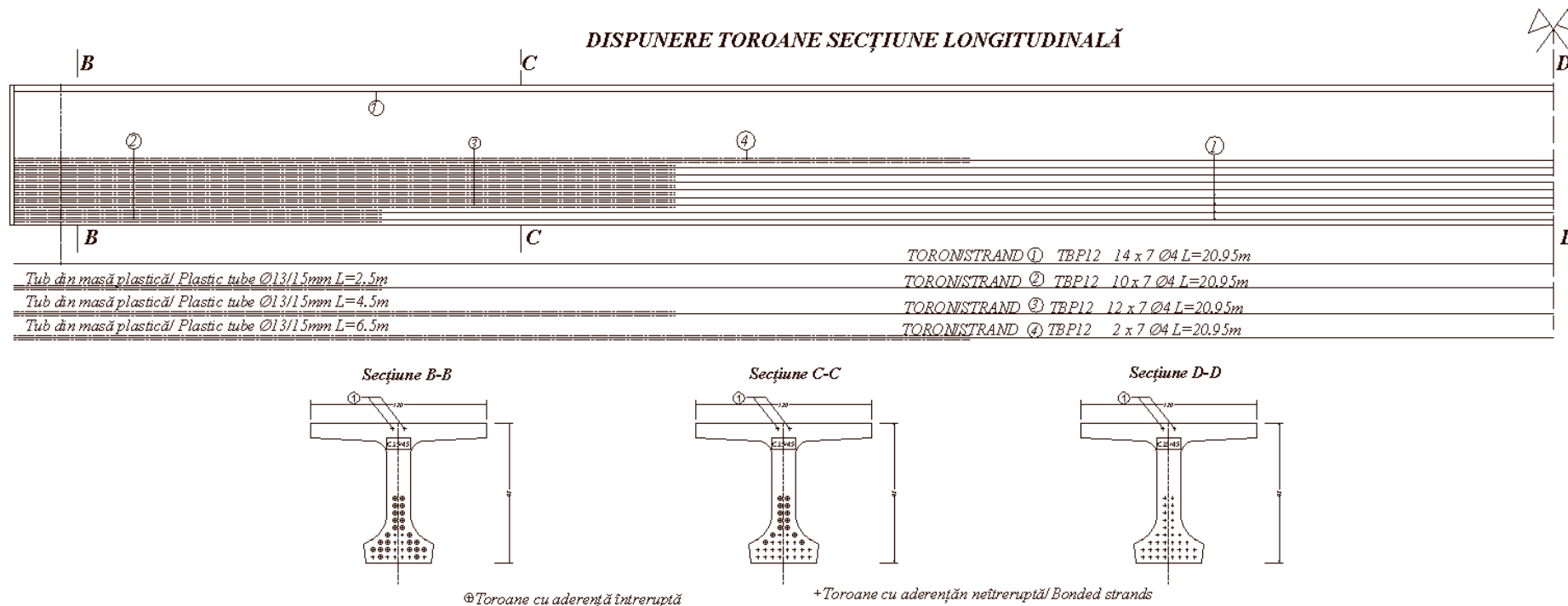


Fig. AI.1 Plan dispunere toroane grindă T, L=21m

SECȚIUNE LONGITUDINALĂ

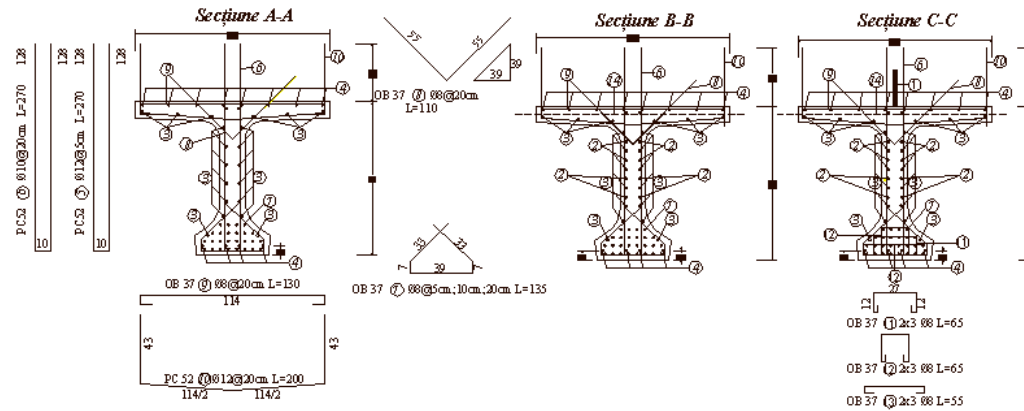
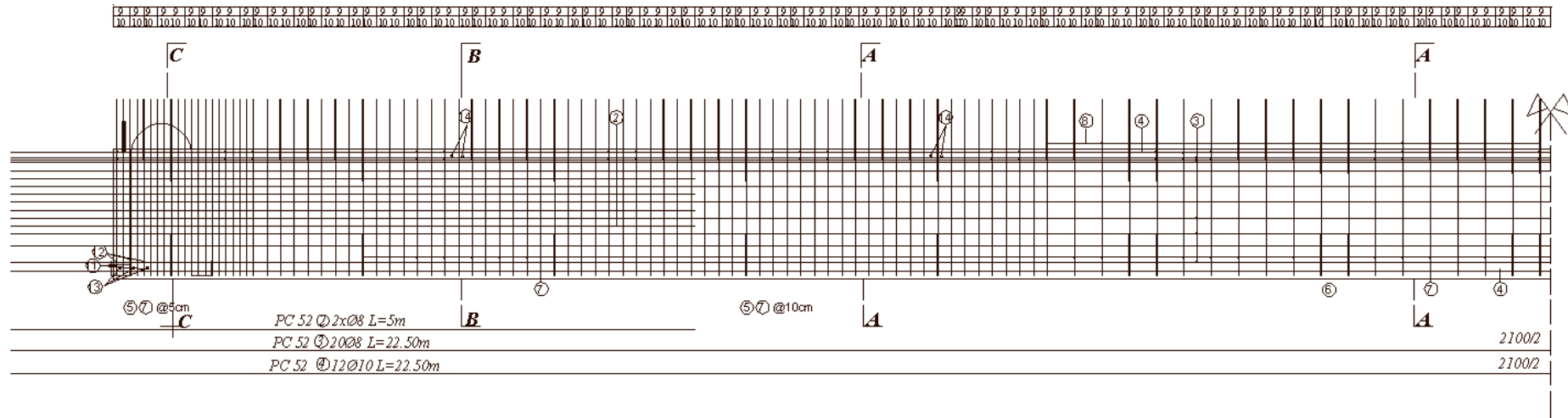


Fig. AI.2 Plan armare grindă T, L=21m

PLAN ARMARE GRINZI CU ARMĂTURĂ PTRENSIONATĂ

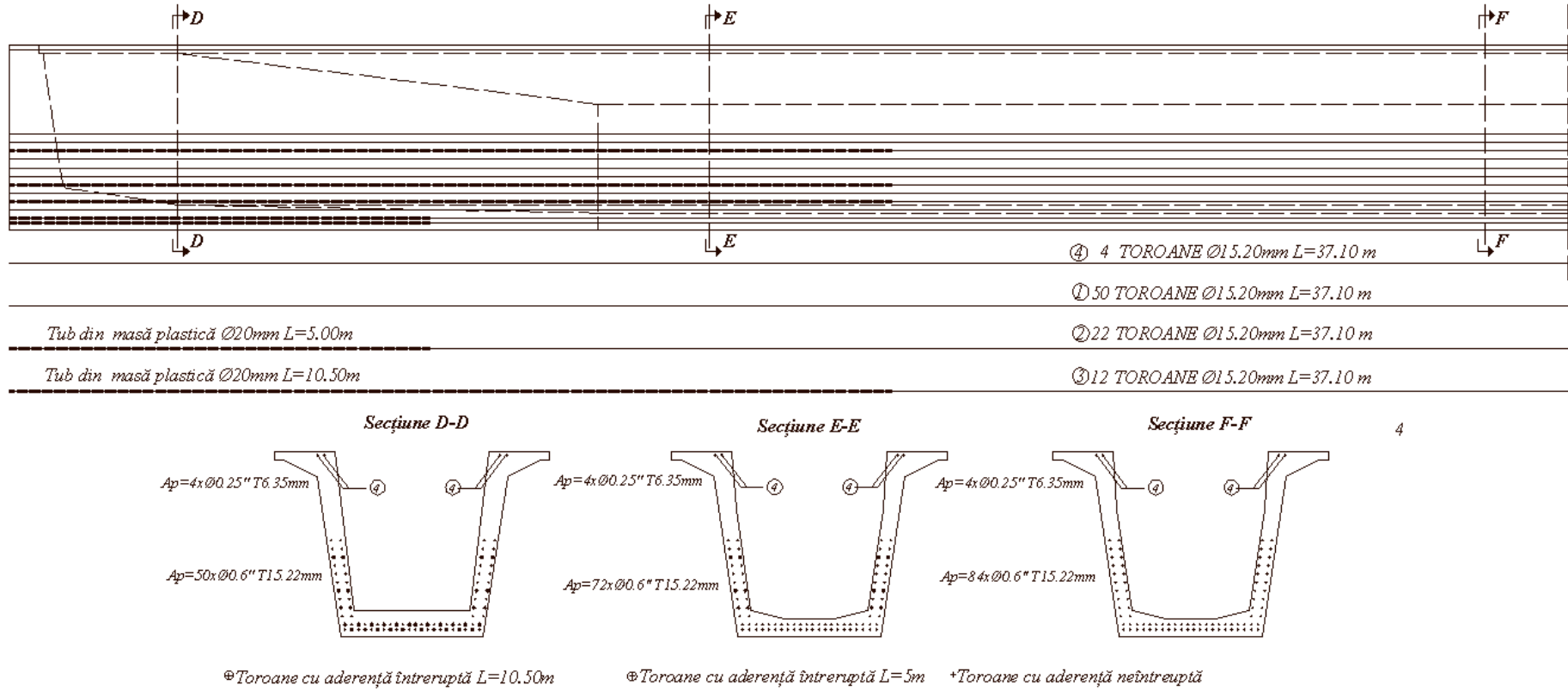


Fig. AI.3 Plan dispunere toroane grinda chesonată, L=37.10 m

PLAN ARMARE GRINDĂ

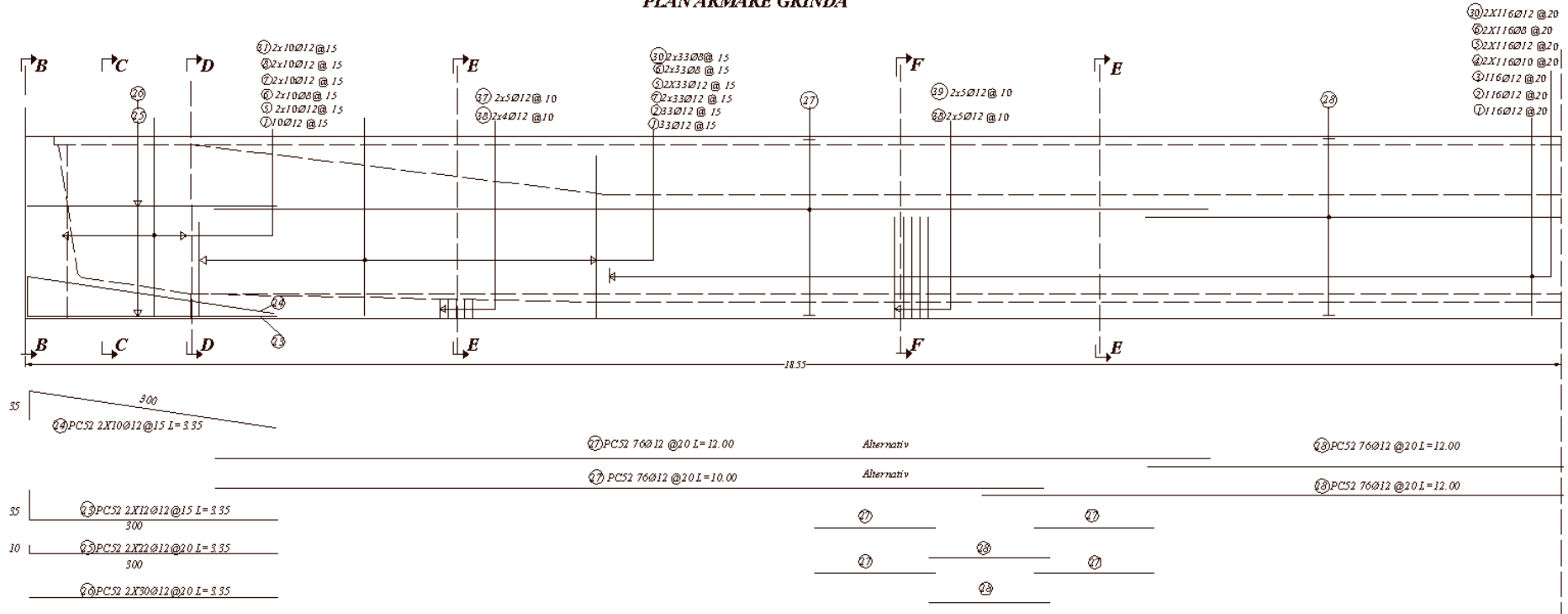


Fig. AI.4. Plan armare grinda chesonată, L=37.10 m

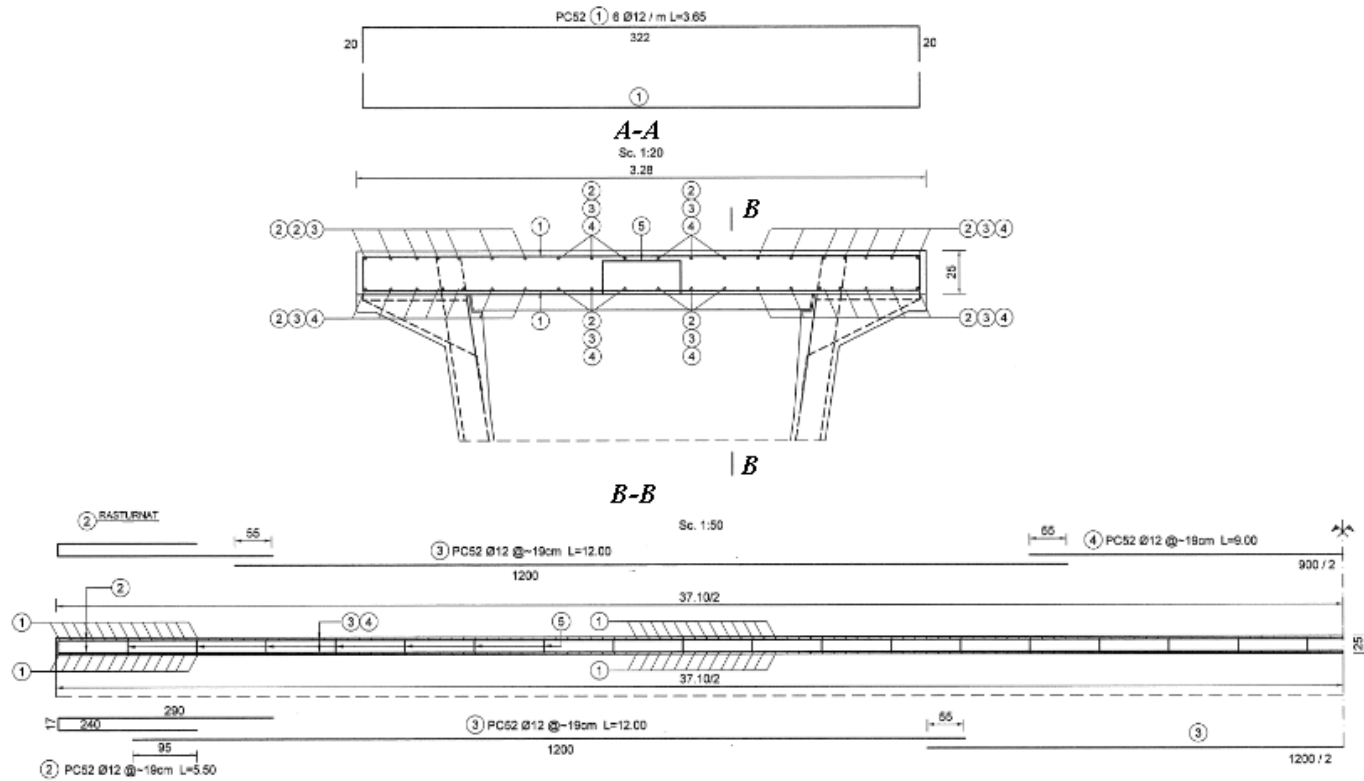


Fig. AI.5. Plan armare suprabetonare grinda chesonată, L=37.10 m

Tab. AII.1 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, RH=20 %
(studii de caz 3.3.5)

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	$E_{cm}(t)$ [MPa]	ν_p	<i>P</i> [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
35	1.75	20	transfer	0.00	34,864	0.07	20,398	738,074	26,988,477	36.4	1,331.1
	1.40	25		0.00	34,864	0.09	25,687	411,901	26,142,990	16.0	1,017.8
50	2.50	20		0.00	34,864	0.08	27,198	832,115	14,074,816	30.6	517.5
	2.00	25		0.00	34,864	0.11	34,753	484,140	13,429,159	13.9	386.4
	1.67	30		0.00	34,864	0.15	45,330	322,213	13,211,508	7.1	291.5
60	3.00	20		0.00	34,864	0.08	30,220	897,139	10,187,091	29.7	337.1
	2.40	25		0.00	34,864	0.11	36,264	523,271	9,690,066	14.4	267.2
	2.00	30		0.00	34,864	0.15	46,841	336,705	9,369,103	7.2	200.0
	1.71	35		0.00	34,864	0.18	56,662	231,364	9,192,302	4.1	162.2
75	3.75	20		0.00	34,864	0.12	45,330	983,650	6,921,028	21.7	152.7
	3.00	25		0.00	34,864	0.16	56,662	574,169	6,519,738	10.1	115.1
	2.50	30		0.00	34,864	0.22	72,528	369,829	6,255,474	5.1	86.2
	2.14	35	0.00	34,864	0.31	99,725	254,592	6,084,379	2.6	61.0	
35	1.75	20	1 luna	0.68	22,166	0.05	17,360	2,315,731	84,677,162	120.9	4,421.9
	1.40	25		0.69	22,119	0.07	21,783	1,289,668	81,853,995	53.5	3,394.4
50	2.50	20		0.67	22,256	0.06	23,310	2,621,444	44,340,409	102.7	1,736.6
	2.00	25		0.68	22,187	0.08	29,625	1,520,457	42,174,698	46.6	1,292.7
	1.67	30		0.69	22,097	0.11	38,374	1,007,844	41,324,015	23.7	971.1
60	3.00	20		0.67	22,317	0.06	26,021	2,834,004	32,180,371	99.9	1,134.3
	2.40	25		0.68	22,244	0.08	31,051	1,647,591	30,510,497	48.4	896.2
	2.00	30		0.68	22,192	0.11	39,945	1,057,667	29,430,447	24.1	669.3
	1.71	35		0.68	22,159	0.14	48,197	725,684	28,832,104	13.6	542.0
75	3.75	20		0.66	22,400	0.09	39,282	3,118,847	21,944,424	73.3	515.7
	3.00	25		0.67	22,317	0.12	48,790	1,813,763	20,595,437	34.1	387.2
	2.50	30		0.67	22,256	0.16	62,159	1,165,086	19,706,849	17.1	289.4
	2.14	35	0.68	22,210	0.23	85,164	800,390	19,128,144	8.5	204.3	
35	1.75	20	6 luni	1.10	17,777	0.05	15,653	1,857,251	67,912,364	104.4	3,815.8
	1.40	25		1.10	17,734	0.06	19,630	1,034,002	65,627,095	46.1	2,928.2
50	2.50	20		1.09	17,861	0.06	21,041	2,103,778	35,584,361	88.7	1,499.5
	2.00	25		1.09	17,797	0.08	26,719	1,219,611	33,829,769	40.2	1,115.7
	1.67	30		1.10	17,714	0.10	34,572	807,924	33,126,789	20.4	837.6
60	3.00	20		1.08	17,918	0.06	23,507	2,275,351	25,836,816	86.3	979.9
	2.40	25		1.09	17,850	0.08	28,024	1,322,123	24,483,401	41.8	773.8
	2.00	30		1.09	17,801	0.10	36,028	848,420	23,607,979	20.8	577.7
	1.71	35		1.10	17,771	0.13	43,453	581,981	23,122,663	11.8	467.7
75	3.75	20		1.07	17,995	0.08	35,524	2,505,549	17,629,215	63.4	445.7
	3.00	25		1.08	17,918	0.11	44,075	1,456,225	16,535,562	29.5	334.5
	2.50	30		1.09	17,861	0.15	56,109	935,013	15,815,271	14.8	249.9
	2.14	35	1.09	17,818	0.22	76,832	642,125	15,345,839	7.4	176.4	
35	1.75	20	1 an	1.40	15,525	0.04	14,822	1,621,914	59,307,013	94.7	3,463.8
	1.40	25		1.41	15,491	0.06	18,595	903,181	57,324,020	41.9	2,658.7
50	2.50	20		1.39	15,591	0.05	19,907	1,836,413	31,062,003	80.4	1,360.6
	2.00	25		1.40	15,540	0.07	25,295	1,064,963	29,540,114	36.5	1,012.7
	1.67	30		1.41	15,475	0.10	32,757	705,781	28,938,718	18.5	760.6

Tab. AII.1 continuare

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	<i>Ecm(t)</i> [MPa]	<i>v_p</i>	<i>P</i> [kN]	<i>Pcr,y</i> [kN]	<i>Pcr,z</i> [kN]	<i>Pcr,y/P</i>	<i>Pcr,z/P</i>
60	3.00	20	1 an	1.38	15,636	0.06	22,227	1,985,614	22,546,827	78.3	888.9
	2.40	25		1.39	15,582	0.07	26,517	1,154,162	21,373,058	37.9	702.2
	2.00	30		1.40	15,544	0.10	34,107	740,822	20,613,978	18.8	524.3
	1.71	35		1.40	15,519	0.12	41,148	508,254	20,193,402	10.7	424.6
75	3.75	20	1 an	1.37	15,698	0.08	33,565	2,185,659	15,378,448	57.4	404.2
	3.00	25		1.38	15,636	0.11	41,677	1,270,793	14,429,970	26.7	303.4
	2.50	30		1.39	15,591	0.14	53,085	816,183	13,805,335	13.4	226.8
	2.14	35		1.40	15,557	0.21	72,721	560,641	13,398,488	6.7	160.1
35	1.75	20	3 ani	1.50	14,904	0.04	14,368	1,557,134	56,938,251	93.4	3,415.3
	1.40	25		1.51	14,875	0.06	18,032	867,259	55,044,070	41.3	2,622.0
50	2.50	20		1.49	14,963	0.05	19,284	1,762,458	29,811,101	79.3	1,341.1
	2.00	25		1.50	14,918	0.07	24,516	1,022,345	28,357,978	36.0	998.4
	1.67	30		1.51	14,860	0.10	31,769	677,767	27,790,063	18.3	750.1
60	3.00	20		1.48	15,003	0.06	21,523	1,905,209	21,633,820	77.1	875.9
	2.40	25		1.49	14,955	0.07	25,690	1,107,733	20,513,280	37.4	692.1
	2.00	30		1.50	14,921	0.10	33,055	711,163	19,788,680	18.6	516.9
	1.71	35		1.50	14,900	0.12	39,890	487,967	19,387,374	10.5	418.7
75	3.75	20		1.48	15,057	0.08	32,481	2,096,486	14,751,020	56.6	398.2
	3.00	25		1.48	15,003	0.10	40,355	1,219,334	13,845,645	26.3	299.0
	2.50	30		1.49	14,963	0.14	51,425	783,315	13,249,378	13.2	223.5
	2.14	35	1.50	14,933	0.20	70,471	538,158	12,861,174	6.6	157.8	
35	1.75	20	100 ani	1.71	13,756	0.04	13,867	1,437,198	52,552,683	88.6	3,239.8
	1.40	25		1.71	13,737	0.06	17,422	800,903	50,832,576	39.2	2,488.6
50	2.50	20		1.70	13,795	0.05	18,573	1,624,913	27,484,589	75.1	1,270.8
	2.00	25		1.71	13,766	0.07	23,650	943,358	26,167,028	34.1	946.9
	1.67	30		1.72	13,727	0.09	30,710	626,076	25,670,598	17.4	712.2
60	3.00	20		1.70	13,822	0.05	20,698	1,755,202	19,930,473	73.0	829.4
	2.40	25		1.70	13,790	0.07	24,749	1,021,435	18,915,181	35.4	655.9
	2.00	30		1.71	13,768	0.09	31,884	656,179	18,258,714	17.6	490.2
	1.71	35		1.71	13,753	0.12	38,506	450,419	17,895,596	10.0	397.2
75	3.75	20		1.69	13,857	0.07	31,175	1,929,405	13,575,425	53.5	376.6
	3.00	25		1.70	13,822	0.10	38,810	1,123,329	12,755,503	24.9	283.1
	2.50	30		1.70	13,795	0.14	49,527	722,183	12,215,373	12.5	211.8
	2.14	35	1.71	13,776	0.20	67,944	496,439	11,864,167	6.3	149.6	

Tab. AII.2 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, RH=40 %
(studii de caz 3.3.5)

L [m]	h [m]	L/h	t	$\varphi(t)$	$E_{cm}(t)$ [MPa]	ν_p	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
35	1.75	20	transfer	0.00	34,864	0.07	20,398	738,074	26,988,477	36.4	1,331.1
	1.40	25		0.00	34,864	0.09	25,687	411,901	26,142,990	16.0	1,017.8
50	2.50	20		0.00	34,864	0.08	27,198	832,115	14,074,816	30.6	517.5
	2.00	25		0.00	34,864	0.11	34,753	484,140	13,429,159	13.9	386.4
	1.67	30		0.00	34,864	0.15	45,330	322,213	13,211,508	7.1	291.5
60	3.00	20		0.00	34,864	0.08	30,220	897,139	10,187,091	29.7	337.1
	2.40	25		0.00	34,864	0.11	36,264	523,271	9,690,066	14.4	267.2
	2.00	30		0.00	34,864	0.15	46,841	336,705	9,369,103	7.2	200.0
	1.71	35		0.00	34,864	0.18	56,662	231,364	9,192,302	4.1	162.2
75	3.75	20		0.00	34,864	0.12	45,330	983,650	6,921,028	21.7	152.7
	3.00	25		0.00	34,864	0.16	56,662	574,169	6,519,738	10.1	115.1
	2.50	30		0.00	34,864	0.22	72,528	369,829	6,255,474	5.1	86.2
	2.14	35	0.00	34,864	0.31	99,725	254,592	6,084,379	2.6	61.0	
35	1.75	20	1 luna	0.603	23,254	0.05	18,213	2,429,482	88,836,618	126.9	4,639.1
	1.40	25		0.606	23,212	0.07	22,859	1,353,394	85,898,637	56.1	3,562.2
50	2.50	20		0.597	23,337	0.06	24,441	2,748,719	46,493,218	107.7	1,820.9
	2.00	25		0.602	23,274	0.08	31,076	1,594,941	44,240,730	48.9	1,356.0
	1.67	30		0.607	23,192	0.11	40,276	1,057,786	43,371,756	24.9	1,019.2
60	3.00	20		0.594	23,392	0.06	27,275	2,970,524	33,730,559	104.7	1,189.0
	2.40	25		0.598	23,326	0.08	32,560	1,727,709	31,994,137	50.8	939.8
	2.00	30		0.601	23,278	0.11	41,900	1,109,447	30,871,263	25.2	702.1
	1.71	35		0.603	23,248	0.14	50,566	761,362	30,249,639	14.3	568.7
75	3.75	20		0.589	23,467	0.09	41,154	3,267,477	22,990,199	76.8	540.3
	3.00	25		0.594	23,392	0.12	51,140	1,901,135	21,587,558	35.7	405.8
	2.50	30		0.597	23,337	0.16	65,177	1,221,653	20,663,653	17.9	303.5
	2.14	35	0.600	23,295	0.23	89,324	839,482	20,062,390	9.0	214.3	
35	1.75	20	6 luni	0.970	18,919	0.05	16,659	1,976,580	72,275,775	111.1	4,060.9
	1.40	25		0.974	18,880	0.06	20,897	1,100,776	69,865,187	49.1	3,117.3
50	2.50	20		0.962	18,997	0.06	22,379	2,237,598	37,847,860	94.3	1,594.9
	2.00	25		0.968	18,938	0.08	28,432	1,297,788	35,998,257	42.8	1,187.2
	1.67	30		0.976	18,861	0.10	36,810	860,225	35,271,289	21.8	891.8
60	3.00	20		0.957	19,050	0.06	24,992	2,419,110	27,469,205	91.7	1,041.8
	2.40	25		0.963	18,987	0.08	29,809	1,406,335	26,042,854	44.4	823.1
	2.00	30		0.968	18,942	0.10	38,336	902,774	25,120,432	22.1	614.7
	1.71	35		0.971	18,913	0.13	46,247	619,402	24,609,448	12.5	497.8
75	3.75	20		0.950	19,121	0.08	37,748	2,662,390	18,732,760	67.3	473.6
	3.00	25		0.957	19,050	0.11	46,860	1,548,230	17,580,291	31.3	355.6
	2.50	30		0.962	18,997	0.15	59,679	994,488	16,821,271	15.7	265.8
	2.14	35	0.966	18,957	0.22	81,744	683,180	16,326,985	7.9	187.6	
35	1.75	20	1 an	1.240	16,644	0.04	15,891	1,738,878	63,583,919	101.6	3,713.6
	1.40	25		1.244	16,613	0.06	19,942	968,604	61,476,383	44.9	2,851.3
50	2.50	20		1.231	16,706	0.05	21,330	1,967,687	33,282,450	86.2	1,457.9
	2.00	25		1.238	16,658	0.07	27,115	1,141,605	31,666,017	39.1	1,085.5
	1.67	30		1.246	16,598	0.10	35,135	757,015	31,039,426	19.9	815.8

Tab. AII.2 continuare

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	<i>Ecm(t)</i> [MPa]	<i>v_p</i>	<i>P</i> [kN]	<i>Pcr,y</i> [kN]	<i>Pcr,z</i> [kN]	<i>Pcr,y/P</i>	<i>Pcr,z/P</i>
60	3.00	20	<i>I ant</i>	1.226	16,747	0.06	23,807	2,126,718	24,149,067	83.8	952.0
	2.40	25		1.233	16,697	0.07	28,415	1,236,763	22,902,682	40.6	752.4
	2.00	30		1.237	16,662	0.10	36,560	794,111	22,096,795	20.2	562.0
	1.71	35		1.240	16,639	0.12	44,118	544,931	21,650,621	11.5	455.2
75	3.75	20		1.218	16,804	0.08	35,931	2,339,723	16,462,454	61.5	432.7
	3.00	25		1.226	16,747	0.11	44,638	1,361,099	15,455,403	28.6	325.0
	2.50	30		1.231	16,706	0.14	56,880	874,528	14,792,200	14.4	243.0
	2.14	35		1.236	16,674	0.21	77,943	600,898	14,360,568	7.2	171.6
35	1.75	20		1.328	16,012	0.04	15,435	1,672,601	61,160,459	100.3	3,668.6
	1.40	25		1.332	15,984	0.06	19,377	931,844	59,143,230	44.4	2,817.2
50	2.50	20		1.320	16,065	0.05	20,705	1,892,060	32,003,259	85.1	1,439.7
	2.00	25		1.326	16,024	0.07	26,334	1,098,008	30,456,717	38.7	1,072.3
	1.67	30	1.334	15,971	0.10	34,144	728,344	29,863,833	19.7	806.1	
60	3.00	20	<i>3 ant</i>	1.315	16,102	0.06	23,099	2,044,520	23,215,702	82.8	940.0
	2.40	25		1.321	16,058	0.07	27,584	1,189,281	22,023,406	40.1	743.1
	2.00	30		1.326	16,027	0.10	35,505	763,771	21,252,553	20.0	555.2
	1.71	35		1.329	16,007	0.12	42,855	524,174	20,825,951	11.3	449.7
75	3.75	20		1.308	16,152	0.08	34,842	2,248,600	15,821,310	60.7	427.1
	3.00	25		1.315	16,102	0.10	43,311	1,308,493	14,858,050	28.3	320.8
	2.50	30		1.320	16,065	0.14	55,213	840,916	14,223,671	14.2	240.0
	2.14	35		1.324	16,038	0.20	75,684	577,901	13,810,973	7.1	169.5
35	1.75	20		1.513	14,833	0.04	14,952	1,549,668	56,665,281	95.5	3,493.4
	1.40	25		1.516	14,816	0.06	18,790	863,815	54,825,506	42.3	2,684.1
50	2.50	20		1.507	14,867	0.05	20,016	1,751,139	29,619,647	81.0	1,369.5
	2.00	25		1.512	14,841	0.07	25,498	1,017,055	28,211,240	36.8	1,020.8
	1.67	30	1.518	14,807	0.09	33,127	675,343	27,690,672	18.7	768.2	
60	3.00	20	<i>100 ant</i>	1.504	14,890	0.05	22,299	1,890,876	21,471,060	78.7	893.5
	2.40	25		1.508	14,863	0.07	26,673	1,100,859	20,385,989	38.2	706.9
	2.00	30		1.511	14,843	0.09	34,374	707,420	19,684,548	19.0	528.5
	1.71	35		1.514	14,830	0.12	41,521	485,688	19,296,836	10.8	428.3
75	3.75	20		1.498	14,921	0.07	33,569	2,077,537	14,617,692	57.6	405.5
	3.00	25		1.504	14,890	0.10	41,810	1,210,160	13,741,478	26.9	305.0
	2.50	30		1.507	14,867	0.14	53,375	778,284	13,164,287	13.5	228.3
	2.14	35		1.510	14,850	0.20	73,242	535,149	12,789,267	6.7	161.3

Tab. AII.3 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, RH=60 %
(studii de caz 3.3.5)

L [m]	h [m]	L/h	t	$\varphi(t)$	$E_{cm}(t)$ [MPa]	ν_P	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$	
35	1.75	20	transfer	0.000	34,864	0.07	20,398	738,074	26,988,477	36.4	1,331.1	
	1.40	25		0.000	34,864	0.09	25,687	411,901	26,142,990	16.0	1,017.8	
50	2.50	20		0.000	34,864	0.08	27,198	832,115	14,074,816	30.6	517.5	
	2.00	25		0.000	34,864	0.11	34,753	484,140	13,429,159	13.9	386.4	
	1.67	30		0.000	34,864	0.15	45,330	322,213	13,211,508	7.1	291.5	
60	3.00	20		0.000	34,864	0.08	30,220	897,139	10,187,091	29.7	337.1	
	2.40	25		0.000	34,864	0.11	36,264	523,271	9,690,066	14.4	267.2	
	2.00	30		0.000	34,864	0.15	46,841	336,705	9,369,103	7.2	200.0	
	1.71	35		0.000	34,864	0.18	56,662	231,364	9,192,302	4.1	162.2	
75	3.75	20		0.000	34,864	0.12	45,330	983,650	6,921,028	21.7	152.7	
	3.00	25		0.000	34,864	0.16	56,662	574,169	6,519,738	10.1	115.1	
	2.50	30		0.000	34,864	0.22	72,528	369,829	6,255,474	5.1	86.2	
	2.14	35	0.000	34,864	0.31	99,725	254,592	6,084,379	2.6	61.0		
35	1.75	20	1 luna	0.525	24,450	0.05	19,149	2,554,378	93,403,576	133.4	4,877.6	
	1.40	25		0.527	24,413	0.07	24,078	1,423,407	90,342,288	59.0	3,746.4	
50	2.50	20		0.520	24,522	0.06	25,607	2,888,295	48,854,076	113.1	1,913.4	
	2.00	25		0.524	24,467	0.08	32,647	1,676,698	46,508,526	51.4	1,425.5	
	1.67	30		0.528	24,396	0.11	42,460	1,112,671	45,622,182	26.1	1,072.1	
60	3.00	20		0.517	24,570	0.06	28,509	3,120,115	35,429,183	110.0	1,248.8	
	2.40	25		0.521	24,512	0.08	34,130	1,815,583	33,621,419	53.3	987.6	
	2.00	30		0.523	24,470	0.11	44,010	1,166,280	32,452,683	26.5	738.0	
	1.71	35		0.525	24,444	0.14	53,181	800,539	31,806,195	15.0	597.9	
75	3.75	20		0.513	24,636	0.09	42,878	3,430,161	24,134,852	80.6	567.2	
	3.00	25		0.517	24,570	0.12	53,454	1,996,874	22,674,677	37.5	426.3	
	2.50	30		0.520	24,522	0.16	68,286	1,283,687	21,712,923	18.9	318.9	
	2.14	35	0.522	24,485	0.23	93,754	882,379	21,087,554	9.4	225.2		
35	1.75	20	6 luni	0.844	20,213	0.05	17,798	2,111,753	77,218,489	118.7	4,338.7	
	1.40	25		0.847	20,178	0.06	22,373	1,176,468	74,669,280	52.5	3,331.7	
50	2.50	20		0.838	20,282	0.06	23,812	2,388,979	40,408,386	100.7	1,702.8	
	2.00	25		0.843	20,229	0.08	30,347	1,386,316	38,453,859	45.7	1,268.2	
	1.67	30		0.849	20,161	0.10	39,449	919,532	37,703,002	23.2	953.3	
60	3.00	20		0.834	20,329	0.06	26,518	2,581,585	29,314,126	97.9	1,111.8	
	2.40	25		0.839	20,273	0.08	31,735	1,501,614	27,807,264	47.5	878.9	
	2.00	30		0.842	20,233	0.10	40,909	964,321	26,833,011	23.6	656.6	
	1.71	35		0.845	20,208	0.13	49,425	661,796	26,293,800	13.4	531.9	
75	3.75	20		0.828	20,393	0.08	39,903	2,839,432	19,978,440	71.8	505.1	
	3.00	25		0.834	20,329	0.11	49,722	1,652,214	18,761,041	33.4	379.5	
	2.50	30		0.838	20,282	0.15	63,498	1,061,768	17,959,283	16.8	283.8	
	2.14	35	0.841	20,247	0.22	87,158	729,654	17,437,650	8.4	200.4		
35	1.75	20	1 an	1.079	17,934	0.04	17,122	1,873,674	68,512,890	109.4	4,001.5	
	1.40	25		1.082	17,907	0.06	21,528	1,044,053	66,265,068	48.4	3,073.4	
50	2.50	20		1.072	17,988	0.05	22,898	2,118,776	35,838,035	92.8	1,569.8	
	2.00	25		1.077	17,947	0.07	29,192	1,229,904	34,115,277	42.2	1,169.5	
	60	3.00		20	1.083	17,894	0.10	37,963	816,120	33,462,846	21.4	879.5
		2.40		25								

Tab. AII.3 continuare

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	<i>Ecm(t)</i> [MPa]	<i>v_p</i>	<i>P</i> [kN]	<i>Pcr,y</i> [kN]	<i>Pcr,z</i> [kN]	<i>Pcr,y/P</i>	<i>Pcr,z/P</i>
60	3.00	20	1 an	1.068	18,025	0.06	25,494	2,288,973	25,991,498	90.2	1,024.7
	2.40	25		1.073	17,981	0.07	30,519	1,331,848	24,663,486	43.8	810.3
	2.00	30		1.077	17,950	0.10	39,352	855,502	23,805,029	21.8	605.5
	1.71	35		1.079	17,930	0.12	47,551	587,204	23,330,181	12.3	490.5
75	3.75	20	1 an	1.062	18,075	0.08	38,348	2,516,669	17,707,455	66.1	465.4
	3.00	25		1.068	18,025	0.11	47,802	1,464,943	16,634,558	30.8	349.8
	2.50	30		1.072	17,988	0.14	61,062	941,678	15,928,015	15.5	261.6
	2.14	35		1.076	17,961	0.21	83,832	647,262	15,468,606	7.7	184.8
35	1.75	20	1 an	1.156	17,294	0.04	16,671	1,806,762	66,066,177	108.4	3,962.9
	1.40	25		1.159	17,270	0.06	20,965	1,006,931	63,908,913	48.0	3,044.2
50	2.50	20	3 ani	1.150	17,340	0.05	22,288	2,042,462	34,547,228	91.9	1,554.2
	2.00	25		1.154	17,305	0.07	28,421	1,185,894	32,894,519	41.8	1,158.1
	1.67	30		1.160	17,259	0.10	36,972	787,162	32,275,513	21.2	871.2
60	3.00	20	3 ani	1.146	17,372	0.06	24,809	2,206,057	25,049,978	89.3	1,014.2
	2.40	25		1.151	17,334	0.07	29,707	1,283,932	23,776,165	43.3	802.2
	2.00	30		1.154	17,307	0.10	38,312	824,875	22,952,813	21.5	599.6
	1.71	35		1.156	17,290	0.12	46,299	566,248	22,497,566	12.2	485.8
75	3.75	20	3 ani	1.141	17,415	0.08	37,307	2,424,792	17,061,007	65.5	460.5
	3.00	25		1.146	17,372	0.10	46,518	1,411,877	16,031,986	30.5	346.2
	2.50	30		1.150	17,340	0.14	59,435	907,761	15,354,323	15.3	259.0
	2.14	35		1.153	17,317	0.20	81,611	624,050	14,913,876	7.7	183.0
35	1.75	20	100 ani	1.316	16,092	0.04	16,221	1,681,245	61,476,533	103.6	3,790.0
	1.40	25		1.318	16,079	0.06	20,409	937,457	59,499,519	45.9	2,912.9
50	2.50	20	100 ani	1.313	16,119	0.05	21,664	1,898,639	32,114,529	87.8	1,484.9
	2.00	25		1.316	16,099	0.07	27,647	1,103,248	30,602,077	39.9	1,107.4
	1.67	30		1.319	16,072	0.09	36,001	733,030	30,055,986	20.3	833.8
60	3.00	20	100 ani	1.310	16,137	0.05	24,099	2,049,292	23,269,898	85.3	968.3
	2.40	25		1.313	16,116	0.07	28,880	1,193,684	22,104,937	41.4	766.6
	2.00	30		1.315	16,100	0.09	37,267	767,347	21,352,047	20.6	573.2
	1.71	35		1.317	16,090	0.12	45,053	526,951	20,936,267	11.7	464.7
75	3.75	20	100 ani	1.307	16,162	0.07	36,203	2,250,319	15,833,400	62.4	439.3
	3.00	25		1.310	16,137	0.10	45,185	1,311,547	14,892,734	29.1	330.5
	2.50	30		1.313	16,119	0.14	57,772	843,839	14,273,124	14.6	247.5
	2.14	35		1.315	16,106	0.20	79,369	580,409	13,870,911	7.3	174.9

Tab. AII.4 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general, RH=80 %
(studii de caz 3.3.5)

L [m]	h [m]	L/h	t	$\varphi(t)$	$E_{cm}(t)$ [MPa]	ν_p	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
35	1.75	20	transfer	0.00	34,864	0.07	20,398	738,074	26,988,477	36.4	1,331.1
	1.40	25		0.00	34,864	0.09	25,687	411,901	26,142,990	16.0	1,017.8
50	2.50	20		0.00	34,864	0.08	27,198	832,115	14,074,816	30.6	517.5
	2.00	25		0.00	34,864	0.11	34,753	484,140	13,429,159	13.9	386.4
	1.67	30		0.00	34,864	0.15	45,330	322,213	13,211,508	7.1	291.5
60	3.00	20		0.00	34,864	0.08	30,220	897,139	10,187,091	29.7	337.1
	2.40	25		0.00	34,864	0.11	36,264	523,271	9,690,066	14.4	267.2
	2.00	30		0.00	34,864	0.15	46,841	336,705	9,369,103	7.2	200.0
	1.71	35		0.00	34,864	0.18	56,662	231,364	9,192,302	4.1	162.2
75	3.75	20		0.00	34,864	0.12	45,330	983,650	6,921,028	21.7	152.7
	3.00	25		0.00	34,864	0.16	56,662	574,169	6,519,738	10.1	115.1
	2.50	30		0.00	34,864	0.22	72,528	369,829	6,255,474	5.1	86.2
	2.14	35	0.00	34,864	0.31	99,725	254,592	6,084,379	2.6	61.0	
35	1.75	20	1 luna	0.411	26,414	0.05	19,653	2,759,580	100,906,990	144.1	5,269.4
	1.40	25		0.413	26,382	0.07	24,682	1,538,215	97,629,023	63.8	4,048.6
50	2.50	20		0.408	26,476	0.06	26,343	3,118,489	52,747,682	122.1	2,065.9
	2.00	25		0.411	26,428	0.08	33,525	1,811,143	50,237,783	55.5	1,539.9
	1.67	30		0.414	26,367	0.11	43,500	1,202,589	49,309,029	28.3	1,158.7
60	3.00	20		0.406	26,517	0.06	29,373	3,367,457	38,237,779	118.7	1,347.8
	2.40	25		0.408	26,468	0.08	35,099	1,960,435	36,303,830	57.6	1,066.4
	2.00	30		0.410	26,432	0.11	45,198	1,259,757	35,053,767	28.6	797.2
	1.71	35		0.412	26,409	0.14	54,570	864,888	34,362,839	16.3	646.0
75	3.75	20		0.403	26,574	0.09	44,273	3,700,093	26,034,114	86.9	611.8
	3.00	25		0.406	26,517	0.12	55,075	2,155,173	24,472,179	40.5	460.1
	2.50	30		0.408	26,476	0.16	70,247	1,385,995	23,443,414	20.4	344.3
	2.14	35	0.410	26,444	0.23	96,331	952,988	22,775,017	10.2	243.3	
35	1.75	20	6 luni	0.671	22,310	0.05	19,644	2,330,841	85,229,686	131.0	4,788.8
	1.40	25		0.673	22,278	0.06	24,659	1,298,898	82,439,826	58.0	3,678.4
50	2.50	20		0.666	22,374	0.06	26,357	2,635,334	44,575,356	111.1	1,878.4
	2.00	25		0.670	22,325	0.08	33,518	1,529,939	42,437,692	50.5	1,399.6
	1.67	30		0.674	22,262	0.10	43,448	1,015,365	41,632,392	25.7	1,052.6
60	3.00	20		0.663	22,417	0.06	29,410	2,846,719	32,324,743	108.0	1,226.0
	2.40	25		0.667	22,365	0.08	35,114	1,656,587	30,677,095	52.4	969.6
	2.00	30		0.670	22,329	0.10	45,191	1,064,192	29,612,013	26.0	724.6
	1.71	35		0.671	22,305	0.13	54,542	730,488	29,022,968	14.8	587.1
75	3.75	20		0.659	22,476	0.08	44,370	3,129,421	22,018,827	79.1	556.7
	3.00	25		0.663	22,417	0.11	55,143	1,821,900	20,687,835	36.9	418.5
	2.50	30		0.666	22,374	0.15	70,287	1,171,259	19,811,269	18.5	313.1
	2.14	35	0.669	22,341	0.22	96,335	805,129	19,241,401	9.3	221.1	
35	1.75	20	1 an	0.877	19,860	0.04	18,961	2,074,844	75,868,885	121.2	4,431.1
	1.40	25		0.879	19,834	0.06	23,809	1,156,433	73,397,710	53.6	3,404.2
50	2.50	20		0.872	19,910	0.05	25,422	2,345,141	39,666,887	102.7	1,737.6
	2.00	25		0.876	19,872	0.07	32,346	1,361,801	37,773,871	46.7	1,294.9
	1.67	30		0.881	19,822	0.10	41,960	904,072	37,069,102	23.8	974.3

Tab. AII.4 continuare

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	<i>Ecm(t)</i> [MPa]	<i>v_p</i>	<i>P</i> [kN]	<i>Pcr,y</i> [kN]	<i>Pcr,z</i> [kN]	<i>Pcr,y/P</i>	<i>Pcr,z/P</i>
60	3.00	20	1 an	0.869	19,944	0.06	28,352	2,532,716	28,759,220	99.8	1,133.8
	2.40	25		0.873	19,903	0.07	33,871	1,474,232	27,300,199	48.4	896.9
	2.00	30		0.876	19,874	0.10	43,609	947,223	26,357,249	24.1	670.4
	1.71	35		0.877	19,856	0.12	52,647	650,274	25,836,014	13.7	543.2
75	3.75	20	1 an	0.865	19,991	0.08	42,746	2,783,457	19,584,596	73.2	514.7
	3.00	25		0.869	19,944	0.11	53,160	1,620,938	18,405,901	34.1	387.0
	2.50	30		0.872	19,910	0.14	67,791	1,042,285	17,629,728	17.1	289.6
	2.14	35		0.875	19,884	0.21	92,949	716,588	17,125,393	8.6	204.6
35	1.75	20	1 an	0.950	19,114	0.04	18,426	1,996,920	73,019,502	119.8	4,379.9
	1.40	25		0.952	19,093	0.06	23,145	1,113,183	70,652,687	53.0	3,365.5
50	2.50	20	1 an	0.946	19,156	0.05	24,688	2,256,341	38,164,889	101.5	1,716.9
	2.00	25		0.949	19,124	0.07	31,428	1,310,558	36,352,476	46.1	1,279.9
	1.67	30		0.954	19,082	0.10	40,795	870,329	35,685,548	23.5	963.2
60	3.00	20	3 ani	0.943	19,185	0.06	27,522	2,436,291	27,664,297	98.6	1,120.1
	2.40	25		0.947	19,151	0.07	32,896	1,418,470	26,267,586	47.9	886.3
	2.00	30		0.949	19,126	0.10	42,370	911,564	25,365,010	23.8	662.6
	1.71	35		0.951	19,111	0.12	51,163	625,867	24,866,311	13.5	537.0
75	3.75	20	3 ani	0.939	19,224	0.08	41,471	2,676,700	18,833,451	72.3	508.4
	3.00	25		0.943	19,185	0.10	51,604	1,559,226	17,705,150	33.7	382.3
	2.50	30		0.946	19,156	0.14	65,835	1,002,818	16,962,173	16.9	286.2
	2.14	35		0.948	19,135	0.20	90,297	689,567	16,479,626	8.5	202.2
35	1.75	20	100 ani	1.118	17,601	0.04	17,742	1,838,829	67,238,757	113.4	4,145.2
	1.40	25		1.119	17,592	0.06	22,312	1,025,701	65,100,269	50.2	3,187.1
50	2.50	20	100 ani	1.116	17,618	0.05	23,718	2,075,117	35,099,561	95.9	1,622.9
	2.00	25		1.117	17,605	0.07	30,246	1,206,453	33,464,801	43.7	1,210.9
	1.67	30		1.120	17,588	0.09	39,348	802,173	32,890,991	22.3	912.5
60	3.00	20	100 ani	1.115	17,629	0.05	26,400	2,238,708	25,420,726	93.2	1,057.8
	2.40	25		1.116	17,615	0.07	31,614	1,304,760	24,161,863	45.2	837.9
	2.00	30		1.117	17,606	0.09	40,772	839,097	23,348,558	22.5	626.8
	1.71	35		1.118	17,599	0.12	49,273	576,374	22,899,893	12.8	508.2
75	3.75	20	100 ani	1.113	17,644	0.07	39,695	2,456,729	17,285,715	68.2	479.5
	3.00	25		1.115	17,629	0.10	49,501	1,432,773	16,269,264	31.8	361.1
	2.50	30		1.116	17,618	0.14	63,249	922,274	15,599,805	16.0	270.5
	2.14	35		1.117	17,609	0.20	86,851	634,588	15,165,711	8.0	191.2

Tab. AIII.1 Caracteristici dinamice, modul fundamental, $nL=4.218$
(studii de caz 3.4.4)

L [m]	h [m]	L/h	ν_p	P [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,z}/P$	f Hz	T s
35	1.75	20	0.06	19,149	564,743,366	29,491	35.55	0.028
	1.4	25	0.08	24,114	547,051,236	22,686	35.79	0.028
50	2.5	20	0.08	25,533	294,520,475	11,535	17.20	0.058
	2	25	0.10	32,625	281,009,859	8,613	17.33	0.058
	1.67	30	0.14	42,554	276,455,435	6,497	17.48	0.057
60	3	20	0.08	28,370	213,168,450	7,514	11.85	0.084
	2.4	25	0.10	34,044	202,768,038	5,956	11.97	0.084
	2	30	0.14	43,973	196,051,772	4,458	12.05	0.083
	1.71	35	0.17	53,193	192,352,145	3,616	12.17	0.082
75	3.75	20	0.11	42,554	144,824,941	3,403	7.50	0.133
	3	25	0.15	53,193	136,427,808	2,565	7.58	0.132
	2.5	30	0.20	68,087	130,897,989	1,923	7.64	0.131
	2.14	35	0.29	93,620	127,317,761	1,360	7.71	0.130

Tab. AIII.2 Caracteristici dinamice, modul II de vibrație, $nL=4.459$
(studii de caz 3.4.4)

L [m]	h [m]	L/h	ν_p	P [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,z}/P$	f Hz	T s
35	1.75	20	0.06	19,149	631,121,437	32,958	39.72	0.025
	1.4	25	0.08	24,114	611,349,833	25,352	39.99	0.025
50	2.5	20	0.08	25,533	329,137,439	12,891	19.23	0.052
	2	25	0.10	32,625	314,038,831	9,626	19.37	0.052
	1.67	30	0.14	42,554	308,949,094	7,260	19.54	0.051
60	3	20	0.08	28,370	238,223,566	8,397	13.24	0.076
	2.4	25	0.10	34,044	226,600,724	6,656	13.37	0.075
	2	30	0.14	43,973	219,095,050	4,983	13.47	0.074
	1.71	35	0.17	53,193	214,960,582	4,041	13.60	0.074
75	3.75	20	0.11	42,554	161,847,186	3,803	8.38	0.119
	3	25	0.15	53,193	152,463,082	2,866	8.47	0.118
	2.5	30	0.20	68,087	146,283,306	2,148	8.54	0.117
	2.14	35	0.29	93,620	142,282,271	1,520	8.62	0.116

Tab. AIII.3 Caracteristici dinamice, modul III de vibrație, $nL=4.653$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	687,233,138	35,888	43.26	0.023
	1.4	25	0.08	24,114	665,703,681	27,606	43.55	0.023
50	2.5	20	0.08	25,533	358,400,368	14,037	20.93	0.048
	2	25	0.10	32,625	341,959,373	10,482	21.09	0.047
	1.67	30	0.14	42,554	336,417,119	7,906	21.27	0.047
60	3	20	0.08	28,370	259,403,530	9,144	14.42	0.069
	2.4	25	0.10	34,044	246,747,325	7,248	14.56	0.069
	2	30	0.14	43,973	238,574,337	5,425	14.66	0.068
	1.71	35	0.17	53,193	234,072,282	4,400	14.81	0.068
75	3.75	20	0.11	42,554	176,236,685	4,141	9.13	0.110
	3	25	0.15	53,193	166,018,259	3,121	9.23	0.108
	2.5	30	0.20	68,087	159,289,052	2,339	9.30	0.107
	2.14	35	0.29	93,620	154,932,293	1,655	9.38	0.107

Tab. AIII.4 Caracteristici dinamice, modul IV de vibrație, $nL=7.705$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	1,884,444,163	98,407	118.61	0.008
	1.4	25	0.08	24,114	1,825,408,797	75,699	119.42	0.008
50	2.5	20	0.08	25,533	982,760,353	38,490	57.41	0.017
	2	25	0.10	32,625	937,677,927	28,741	57.84	0.017
	1.67	30	0.14	42,554	922,480,656	21,678	58.33	0.017
60	3	20	0.08	28,370	711,303,692	25,073	39.54	0.025
	2.4	25	0.10	34,044	676,599,440	19,875	39.93	0.025
	2	30	0.14	43,973	654,188,502	14,877	40.21	0.025
	1.71	35	0.17	53,193	641,843,533	12,066	40.61	0.025
75	3.75	20	0.11	42,554	483,254,042	11,356	25.03	0.040
	3	25	0.15	53,193	455,234,363	8,558	25.31	0.040
	2.5	30	0.20	68,087	436,782,379	6,415	25.51	0.039
	2.14	35	0.29	93,620	424,835,821	4,538	25.74	0.039

Tab. AIII.5 Caracteristici dinamice, modul V de vibrație, $nL=10.488$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	3,491,590,834	182,333	219.77	0.005
	1.4	25	0.08	24,114	3,382,207,206	140,258	221.26	0.005
50	2.5	20	0.08	25,533	1,820,906,720	71,317	106.37	0.009
	2	25	0.10	32,625	1,737,375,785	53,253	107.17	0.009
	1.67	30	0.14	42,554	1,709,217,533	40,165	108.08	0.009
60	3	20	0.08	28,370	1,317,938,467	46,456	73.27	0.014
	2.4	25	0.10	34,044	1,253,636,722	36,825	73.98	0.014
	2	30	0.14	43,973	1,212,112,633	27,565	74.51	0.013
	1.71	35	0.17	53,193	1,189,239,268	22,357	75.25	0.013
75	3.75	20	0.11	42,554	895,396,859	21,041	46.38	0.022
	3	25	0.15	53,193	843,480,619	15,857	46.89	0.021
	2.5	30	0.20	68,087	809,291,876	11,886	47.27	0.021
	2.14	35	0.29	93,620	787,156,706	8,408	47.69	0.021

Tab. AIII.6 Caracteristici dinamice, modul VI de vibrație, $nL=10.731$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	3,655,260,869	190,880	230.07	0.004
	1.4	25	0.08	24,114	3,540,749,829	146,833	231.64	0.004
50	2.5	20	0.08	25,533	1,906,262,617	74,660	111.35	0.009
	2	25	0.10	32,625	1,818,816,128	55,749	112.20	0.009
	1.67	30	0.14	42,554	1,789,337,944	42,048	113.15	0.009
60	3	20	0.08	28,370	1,379,717,480	48,634	76.71	0.013
	2.4	25	0.10	34,044	1,312,401,559	38,551	77.45	0.013
	2	30	0.14	43,973	1,268,931,008	28,857	78.00	0.013
	1.71	35	0.17	53,193	1,244,985,443	23,405	78.78	0.013
75	3.75	20	0.11	42,554	937,369,026	22,028	48.56	0.021
	3	25	0.15	53,193	883,019,187	16,600	49.09	0.020
	2.5	30	0.20	68,087	847,227,830	12,443	49.49	0.020
	2.14	35	0.29	93,620	824,055,063	8,802	49.93	0.020

Tab. AIII.7 Caracteristici dinamice, modul VII de vibrație, $nL=10.963$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	3,815,019,970	199,223	240.12	0.004
	1.4	25	0.08	24,114	3,695,504,040	153,250	241.76	0.004
50	2.5	20	0.08	25,533	1,989,578,914	77,923	116.22	0.009
	2	25	0.10	32,625	1,898,310,435	58,186	117.10	0.009
	1.67	30	0.14	42,554	1,867,543,859	43,886	118.09	0.008
60	3	20	0.08	28,370	1,440,020,269	50,759	80.06	0.012
	2.4	25	0.10	34,044	1,369,762,196	40,236	80.84	0.012
	2	30	0.14	43,973	1,324,391,694	30,118	81.41	0.012
	1.71	35	0.17	53,193	1,299,399,550	24,428	82.22	0.012
75	3.75	20	0.11	42,554	978,338,259	22,990	50.68	0.020
	3	25	0.15	53,193	921,612,972	17,326	51.24	0.020
	2.5	30	0.20	68,087	884,257,295	12,987	51.65	0.019
	2.14	35	0.29	93,620	860,071,725	9,187	52.11	0.019

Tab. AIII.8 Caracteristici dinamice, modul VIII de vibrație, $nL=13.983$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	6,206,384,859	324,102	390.64	0.003
	1.4	25	0.08	24,114	6,011,952,885	249,312	393.30	0.003
50	2.5	20	0.08	25,533	3,236,704,537	126,767	189.07	0.005
	2	25	0.10	32,625	3,088,226,335	94,658	190.51	0.005
	1.67	30	0.14	42,554	3,038,174,380	71,395	192.12	0.005
60	3	20	0.08	28,370	2,342,666,634	82,577	130.24	0.008
	2.4	25	0.10	34,044	2,228,368,769	65,456	131.51	0.008
	2	30	0.14	43,973	2,154,558,724	48,997	132.44	0.008
	1.71	35	0.17	53,193	2,113,900,780	39,740	133.76	0.007
75	3.75	20	0.11	42,554	1,591,588,984	37,401	82.44	0.012
	3	25	0.15	53,193	1,499,306,646	28,186	83.35	0.012
	2.5	30	0.20	68,087	1,438,535,350	21,128	84.03	0.012
	2.14	35	0.29	93,620	1,399,189,565	14,945	84.77	0.012

Tab. AIII.9 Caracteristici dinamice, modul IX de vibrație, $nL=17.793$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	10,049,312,347	524,783	632.52	0.002
	1.4	25	0.08	24,114	9,734,490,164	403,684	636.83	0.002
50	2.5	20	0.08	25,533	5,240,837,559	205,260	306.14	0.003
	2	25	0.10	32,625	5,000,423,233	153,269	308.46	0.003
	1.67	30	0.14	42,554	4,919,379,640	115,602	311.08	0.003
60	3	20	0.08	28,370	3,793,220,895	133,707	210.89	0.005
	2.4	25	0.10	34,044	3,608,151,008	105,986	212.93	0.005
	2	30	0.14	43,973	3,488,638,568	79,336	214.44	0.005
	1.71	35	0.17	53,193	3,422,805,658	64,347	216.58	0.005
75	3.75	20	0.11	42,554	2,577,083,953	60,560	133.49	0.007
	3	25	0.15	53,193	2,427,661,373	45,639	134.97	0.007
	2.5	30	0.20	68,087	2,329,261,137	34,210	136.06	0.007
	2.14	35	0.29	93,620	2,265,552,861	24,200	137.27	0.007

Tab. AIII.10 Caracteristici dinamice, modul X de vibrație, $nL=18.094$
(studii de caz 3.4.4)

L	h	L/h	ν_p	P	$P_{cr,z}$	$P_{cr,z}/P$	f	T
[m]	[m]			[kN]	[kN]		Hz	s
35	1.75	20	0.06	19,149	10,392,191,940	542,688	654.11	0.002
	1.4	25	0.08	24,114	10,066,628,116	417,457	658.56	0.002
50	2.5	20	0.08	25,533	5,419,653,401	212,264	316.58	0.003
	2	25	0.10	32,625	5,171,036,208	158,499	318.99	0.003
	1.67	30	0.14	42,554	5,087,227,432	119,546	321.69	0.003
60	3	20	0.08	28,370	3,922,644,481	138,269	218.08	0.005
	2.4	25	0.10	34,044	3,731,260,063	109,603	220.20	0.005
	2	30	0.14	43,973	3,607,669,894	82,043	221.76	0.005
	1.71	35	0.17	53,193	3,539,590,784	66,542	223.97	0.004
75	3.75	20	0.11	42,554	2,665,013,303	62,626	138.05	0.007
	3	25	0.15	53,193	2,510,492,468	47,196	139.57	0.007
	2.5	30	0.20	68,087	2,408,734,845	35,377	140.70	0.007
	2.14	35	0.29	93,620	2,342,852,861	25,025	141.95	0.007

Anexa IV

Tab. AIV.1 Parametri și eforturi critice pentru flambajul flexural general inelastic, considerând rigiditatea tangentă pe termen scurt (studii de caz 4.2)

L [m]	h [m]	L/h	t	$\varphi(t)$	E_{ct} [MPa]	ν_p	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
35	1.75	20	transfer	0.00	30,179	0.07	20,276	638,892	23,361,785	31.5	1,152.2
	1.40	25		0.00	30,179	0.09	25,687	356,550	22,629,913	13.9	881.0
50	2.50	20		0.00	30,179	0.08	27,198	720,296	12,183,452	26.5	448.0
	2.00	25		0.00	30,179	0.11	34,753	419,082	11,624,558	12.1	334.5
	1.67	30		0.00	30,179	0.15	45,330	278,914	11,436,154	6.2	252.3
60	3.00	20		0.00	30,179	0.08	30,220	776,582	8,818,157	25.7	291.8
	2.40	25		0.00	30,179	0.11	36,264	452,954	8,387,922	12.5	231.3
	2.00	30		0.00	30,179	0.15	46,841	291,459	8,110,090	6.2	173.1
	1.71	35		0.00	30,179	0.18	56,662	200,273	7,957,047	3.5	140.4
75	3.75	20		0.00	30,179	0.12	45,330	851,468	5,990,985	18.8	132.2
	3.00	25		0.00	30,179	0.16	56,662	497,012	5,643,620	8.8	99.6
	2.50	30		0.00	30,179	0.22	72,528	320,132	5,414,868	4.4	74.7
	2.14	35	0.00	30,179	0.31	99,725	220,380	5,266,764	2.2	52.8	
35	1.75	20	termen scurt, mediu și lung	0.68	33,916	0.05	19,149	3,543,355	129,566,568	185.0	6,766.1
	1.40	25		0.69	33,916	0.07	24,114	1,977,461	125,507,541	82.0	5,204.7
50	2.50	20		0.67	33,916	0.06	25,533	3,994,828	67,570,527	156.5	2,646.4
	2.00	25		0.68	33,916	0.08	32,625	2,324,265	64,470,847	71.2	1,976.1
	1.67	30		0.69	33,916	0.11	42,554	1,546,884	63,425,945	36.4	1,490.5
60	3.00	20		0.67	33,916	0.06	28,370	4,306,993	48,906,293	151.8	1,723.9
	2.40	25		0.68	33,916	0.08	34,044	2,512,126	46,520,172	73.8	1,366.5
	2.00	30		0.68	33,916	0.11	43,973	1,616,459	44,979,289	36.8	1,022.9
	1.71	35		0.68	33,916	0.14	53,193	1,110,733	44,130,500	20.9	829.6
75	3.75	20		0.66	33,916	0.09	42,554	4,722,316	33,226,544	111.0	780.8
	3.00	25		0.67	33,916	0.12	53,193	2,756,476	31,300,027	51.8	588.4
	2.50	30		0.67	33,916	0.16	68,087	1,775,479	30,031,346	26.1	441.1
	2.14	35	0.68	33,916	0.23	93,620	1,222,249	29,209,950	13.1	312.0	

Tab. AIV.2 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general flexural inelastic, considerând rigiditatea tangentă pe termen scurt și rigiditatea tangentă inițială pe termen lung (studii de caz 4.2)

L [m]	h [m]	L/h	t	$\varphi(t)$	$E_{cr}(t)$ [MPa]	ν_P	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
35	1.75	20	transfer	0.00	34,767	0.07	20,276	736,020	26,913,364	36.3	1,327.4
	1.40	25		0.00	34,767	0.09	25,687	410,755	26,070,229	16.0	1,014.9
50	2.50	20		0.00	34,767	0.08	27,198	829,799	14,035,644	30.5	516.1
	2.00	25		0.00	34,767	0.11	34,753	482,793	13,391,783	13.9	385.3
	1.67	30		0.00	34,767	0.15	45,330	321,316	13,174,738	7.1	290.6
60	3.00	20		0.00	34,767	0.08	30,220	894,642	10,158,738	29.6	336.2
	2.40	25		0.00	34,767	0.11	36,264	521,815	9,663,097	14.4	266.5
	2.00	30		0.00	34,767	0.15	46,841	335,768	9,343,027	7.2	199.5
	1.71	35		0.00	34,767	0.18	56,662	230,720	9,166,718	4.1	161.8
75	3.75	20		0.00	34,767	0.12	45,330	980,912	6,901,766	21.6	152.3
	3.00	25		0.00	34,767	0.16	56,662	572,571	6,501,593	10.1	114.7
	2.50	30		0.00	34,767	0.22	72,528	368,800	6,238,064	5.1	86.0
	2.14	35	0.00	34,767	0.31	99,725	253,884	6,067,445	2.5	60.8	
35	1.75	20	1 luna	0.68	26,970	0.05	19,149	2,817,725	103,033,138	147.1	5,380.5
	1.40	25		0.69	26,939	0.07	24,114	1,570,695	99,690,530	65.1	4,134.1
50	2.50	20		0.67	27,031	0.06	25,533	3,183,902	53,854,123	124.7	2,109.2
	2.00	25		0.68	26,985	0.08	32,625	1,849,265	51,295,232	56.7	1,572.3
	1.67	30		0.69	26,925	0.11	42,554	1,228,008	50,351,267	28.9	1,183.2
60	3.00	20		0.67	27,072	0.06	28,370	3,437,868	39,037,293	121.2	1,376.0
	2.40	25		0.68	27,023	0.08	34,044	2,001,583	37,065,811	58.8	1,088.8
	2.00	30		0.68	26,988	0.11	43,973	1,286,267	35,791,435	29.3	813.9
	1.71	35		0.68	26,966	0.14	53,193	883,118	35,087,116	16.6	659.6
75	3.75	20		0.66	27,127	0.09	42,554	3,777,101	26,575,947	88.8	624.5
	3.00	25		0.67	27,072	0.12	53,193	2,200,235	24,983,867	41.4	469.7
	2.50	30		0.67	27,031	0.16	68,087	1,415,068	23,935,166	20.8	351.5
	2.14	35	0.68	27,000	0.23	93,620	973,025	23,253,861	10.4	248.4	
35	1.75	20	6 luni	1.10	26,970	0.05	17,798	2,817,725	103,033,138	158.3	5,789.1
	1.40	25		1.10	26,939	0.06	22,412	1,570,695	99,690,530	70.1	4,448.1
50	2.50	20		1.09	27,031	0.06	23,730	3,183,902	53,854,123	134.2	2,269.4
	2.00	25		1.09	26,985	0.08	30,322	1,849,265	51,295,232	61.0	1,691.7
	1.67	30		1.10	26,925	0.10	39,551	1,228,008	50,351,267	31.0	1,273.1
60	3.00	20		1.08	27,072	0.06	26,367	3,437,868	39,037,293	130.4	1,480.5
	2.40	25		1.09	27,023	0.08	31,640	2,001,583	37,065,811	63.3	1,171.5
	2.00	30		1.09	26,988	0.10	40,869	1,286,267	35,791,435	31.5	875.8
	1.71	35		1.10	26,966	0.13	49,438	883,118	35,087,116	17.9	709.7
75	3.75	20		1.07	27,127	0.08	39,551	3,777,101	26,575,947	95.5	671.9
	3.00	25		1.08	27,072	0.11	49,438	2,200,235	24,983,867	44.5	505.4
	2.50	30		1.09	27,031	0.15	63,281	1,415,068	23,935,166	22.4	378.2
	2.14	35	1.09	27,000	0.22	87,011	973,025	23,253,861	11.2	267.3	
35	1.75	20	1 an	1.40	26,970	0.04	17,122	2,817,725	103,033,138	164.6	6,017.6
	1.40	25		1.41	26,939	0.06	21,561	1,570,695	99,690,530	72.8	4,623.7
50	2.50	20		1.39	27,031	0.05	22,829	3,183,902	53,854,123	139.5	2,359.0
	2.00	25		1.40	26,985	0.07	29,171	1,849,265	51,295,232	63.4	1,758.5
	1.67	30		1.41	26,925	0.10	38,049	1,228,008	50,351,267	32.3	1,323.3

Tab. AIV.2 continuare

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	<i>Ecr(t)</i> [MPa]	<i>v_p</i>	<i>P</i> [kN]	<i>Pcr,y</i> [kN]	<i>Pcr,z</i> [kN]	<i>Pcr,y/P</i>	<i>Pcr,z/P</i>
60	3.00	20	1 an	1.38	27,072	0.06	25,366	3,437,868	39,037,293	135.5	1,539.0
	2.40	25		1.39	27,023	0.07	30,439	2,001,583	37,065,811	65.8	1,217.7
	2.00	30		1.40	26,988	0.10	39,317	1,286,267	35,791,435	32.7	910.3
	1.71	35		1.40	26,966	0.12	47,561	883,118	35,087,116	18.6	737.7
75	3.75	20	1 an	1.37	27,127	0.08	38,049	3,777,101	26,575,947	99.3	698.5
	3.00	25		1.38	27,072	0.11	47,561	2,200,235	24,983,867	46.3	525.3
	2.50	30		1.39	27,031	0.14	60,878	1,415,068	23,935,166	23.2	393.2
	2.14	35		1.40	27,000	0.21	83,707	973,025	23,253,861	11.6	277.8
35	1.75	20	1 an	1.50	26,970	0.04	16,671	2,817,725	103,033,138	169.0	6,180.3
	1.40	25		1.51	26,939	0.06	20,994	1,570,695	99,690,530	74.8	4,748.6
50	2.50	20	1 an	1.49	27,031	0.05	22,228	3,183,902	53,854,123	143.2	2,422.8
	2.00	25		1.50	26,985	0.07	28,403	1,849,265	51,295,232	65.1	1,806.0
	1.67	30		1.51	26,925	0.10	37,047	1,228,008	50,351,267	33.1	1,359.1
60	3.00	20	3 ani	1.48	27,072	0.06	24,698	3,437,868	39,037,293	139.2	1,580.6
	2.40	25		1.49	27,023	0.07	29,638	2,001,583	37,065,811	67.5	1,250.6
	2.00	30		1.50	26,988	0.10	38,282	1,286,267	35,791,435	33.6	934.9
	1.71	35		1.50	26,966	0.12	46,309	883,118	35,087,116	19.1	757.7
75	3.75	20	3 ani	1.48	27,127	0.08	37,047	3,777,101	26,575,947	102.0	717.4
	3.00	25		1.48	27,072	0.10	46,309	2,200,235	24,983,867	47.5	539.5
	2.50	30		1.49	27,031	0.14	59,276	1,415,068	23,935,166	23.9	403.8
	2.14	35		1.50	27,000	0.20	81,504	973,025	23,253,861	11.9	285.3
35	1.75	20	100 ani	1.71	26,970	0.04	16,221	2,817,725	103,033,138	173.7	6,351.9
	1.40	25		1.71	26,939	0.06	20,426	1,570,695	99,690,530	76.9	4,880.5
50	2.50	20	100 ani	1.70	27,031	0.05	21,628	3,183,902	53,854,123	147.2	2,490.1
	2.00	25		1.71	26,985	0.07	27,635	1,849,265	51,295,232	66.9	1,856.1
	1.67	30		1.72	26,925	0.09	36,046	1,228,008	50,351,267	34.1	1,396.9
60	3.00	20	100 ani	1.70	27,072	0.05	24,031	3,437,868	39,037,293	143.1	1,624.5
	2.40	25		1.70	27,023	0.07	28,837	2,001,583	37,065,811	69.4	1,285.4
	2.00	30		1.71	26,988	0.09	37,248	1,286,267	35,791,435	34.5	960.9
	1.71	35		1.71	26,966	0.12	45,058	883,118	35,087,116	19.6	778.7
75	3.75	20	100 ani	1.69	27,127	0.07	36,046	3,777,101	26,575,947	104.8	737.3
	3.00	25		1.70	27,072	0.10	45,058	2,200,235	24,983,867	48.8	554.5
	2.50	30		1.70	27,031	0.14	57,674	1,415,068	23,935,166	24.5	415.0
	2.14	35		1.71	27,000	0.20	79,301	973,025	23,253,861	12.3	293.2

Tab. AV.1 Parametri și eforturi critice pentru flambajul general flexural inelastic, considerând rigiditatea tangentă inițială și tangentă pe termen lung (studii de caz 4.2)

L [m]	h [m]	L/h	t	$\varphi(t)$	$E_{cr}(t)$ [MPa]	ν_p	P [kN]	$P_{cr,y}$ [kN]	$P_{cr,z}$ [kN]	$P_{cr,y}/P$	$P_{cr,z}/P$
35	1.75	20	transfer	0.00	34,767	0.07	20,276	736,020	26,913,364	36.3	1,327.4
	1.40	25		0.00	34,767	0.09	25,687	410,755	26,070,229	16.0	1,014.9
50	2.50	20		0.00	34,767	0.08	27,198	829,799	14,035,644	30.5	516.1
	2.00	25		0.00	34,767	0.11	34,753	482,793	13,391,783	13.9	385.3
	1.67	30		0.00	34,767	0.15	45,330	321,316	13,174,738	7.1	290.6
60	3.00	20		0.00	34,767	0.08	30,220	894,642	10,158,738	29.6	336.2
	2.40	25		0.00	34,767	0.11	36,264	521,815	9,663,097	14.4	266.5
	2.00	30		0.00	34,767	0.15	46,841	335,768	9,343,027	7.2	199.5
	1.71	35		0.00	34,767	0.18	56,662	230,720	9,166,718	4.1	161.8
75	3.75	20		0.00	34,767	0.12	45,330	980,912	6,901,766	21.6	152.3
	3.00	25		0.00	34,767	0.16	56,662	572,571	6,501,593	10.1	114.7
	2.50	30		0.00	34,767	0.22	72,528	368,800	6,238,064	5.1	86.0
	2.14	35	0.00	34,767	0.31	99,725	253,884	6,067,445	2.5	60.8	
35	1.75	20	1 luna	0.68	20,672	0.05	19,149	2,159,744	78,973,340	112.8	4,124.0
	1.40	25		0.69	20,630	0.07	24,114	1,202,797	76,340,340	49.9	3,165.8
50	2.50	20		0.67	20,757	0.06	25,533	2,444,864	41,353,656	95.8	1,619.6
	2.00	25		0.68	20,692	0.08	32,625	1,418,040	39,333,826	43.5	1,205.6
	1.67	30		0.69	20,609	0.11	42,554	939,956	38,540,445	22.1	905.7
60	3.00	20		0.67	20,814	0.06	28,370	2,643,107	30,012,713	93.2	1,057.9
	2.40	25		0.68	20,746	0.08	34,044	1,536,610	28,455,322	45.1	835.9
	2.00	30		0.68	20,697	0.11	43,973	986,423	27,448,023	22.4	624.2
	1.71	35		0.68	20,666	0.14	53,193	676,802	26,889,984	12.7	505.5
75	3.75	20		0.66	20,891	0.09	42,554	2,908,763	20,466,256	68.4	480.9
	3.00	25		0.67	20,814	0.12	53,193	1,691,588	19,208,136	31.8	361.1
	2.50	30		0.67	20,757	0.16	68,087	1,086,606	18,379,403	16.0	269.9
	2.14	35	0.68	20,714	0.23	93,620	746,476	17,839,679	8.0	190.6	
35	1.75	20	6 luni	1.10	20,672	0.05	17,798	2,159,744	78,973,340	121.3	4,437.3
	1.40	25		1.10	20,630	0.06	22,412	1,202,797	76,340,340	53.7	3,406.2
50	2.50	20		1.09	20,757	0.06	23,730	2,444,864	41,353,656	103.0	1,742.6
	2.00	25		1.09	20,692	0.08	30,322	1,418,040	39,333,826	46.8	1,297.2
	1.67	30		1.10	20,609	0.10	39,551	939,956	38,540,445	23.8	974.5
60	3.00	20		1.08	20,814	0.06	26,367	2,643,107	30,012,713	100.2	1,138.3
	2.40	25		1.09	20,746	0.08	31,640	1,536,610	28,455,322	48.6	899.3
	2.00	30		1.09	20,697	0.10	40,869	986,423	27,448,023	24.1	671.6
	1.71	35		1.10	20,666	0.13	49,438	676,802	26,889,984	13.7	543.9
75	3.75	20		1.07	20,891	0.08	39,551	2,908,763	20,466,256	73.5	517.5
	3.00	25		1.08	20,814	0.11	49,438	1,691,588	19,208,136	34.2	388.5
	2.50	30		1.09	20,757	0.15	63,281	1,086,606	18,379,403	17.2	290.4
	2.14	35	1.09	20,714	0.22	87,011	746,476	17,839,679	8.6	205.0	
35	1.75	20	1 an	1.40	20,672	0.04	17,122	2,159,744	78,973,340	126.1	4,612.4
	1.40	25		1.41	20,630	0.06	21,561	1,202,797	76,340,340	55.8	3,540.7
50	2.50	20		1.39	20,757	0.05	22,829	2,444,864	41,353,656	107.1	1,811.4
	2.00	25		1.40	20,692	0.07	29,171	1,418,040	39,333,826	48.6	1,348.4
	1.67	30		1.41	20,609	0.10	38,049	939,956	38,540,445	24.7	1,012.9

Tab. AV.1 continuare

<i>L</i> [m]	<i>h</i> [m]	<i>L/h</i>	<i>t</i>	$\varphi(t)$	<i>Ecr(t)</i> [MPa]	ν_p	<i>P</i> [kN]	<i>Pcr,y</i> [kN]	<i>Pcr,z</i> [kN]	<i>Pcr,y/P</i>	<i>Pcr,z/P</i>
60	3.00	20	1 an	1.38	20,814	0.06	25,366	2,643,107	30,012,713	104.2	1,183.2
	2.40	25		1.39	20,746	0.07	30,439	1,536,610	28,455,322	50.5	934.8
	2.00	30		1.40	20,697	0.10	39,317	986,423	27,448,023	25.1	698.1
	1.71	35		1.40	20,666	0.12	47,561	676,802	26,889,984	14.2	565.4
75	3.75	20	1 an	1.37	20,891	0.08	38,049	2,908,763	20,466,256	76.4	537.9
	3.00	25		1.38	20,814	0.11	47,561	1,691,588	19,208,136	35.6	403.9
	2.50	30		1.39	20,757	0.14	60,878	1,086,606	18,379,403	17.8	301.9
	2.14	35		1.40	20,714	0.21	83,707	746,476	17,839,679	8.9	213.1
35	1.75	20	3 ani	1.50	15,661	0.04	16,671	1,636,198	59,829,325	98.1	3,588.8
	1.40	25		1.51	15,636	0.06	20,994	911,653	57,861,750	43.4	2,756.2
50	2.50	20		1.49	15,711	0.05	22,228	1,850,489	31,300,092	83.2	1,408.1
	2.00	25		1.50	15,673	0.07	28,403	1,074,059	29,792,418	37.8	1,048.9
	1.67	30		1.51	15,624	0.10	37,047	712,595	29,218,097	19.2	788.7
60	3.00	20		1.48	15,744	0.06	24,698	1,999,289	22,702,103	80.9	919.2
	2.40	25		1.49	15,704	0.07	29,638	1,163,185	21,540,147	39.2	726.8
	2.00	30		1.50	15,675	0.10	38,282	747,104	20,788,777	19.5	543.0
	1.71	35		1.50	15,657	0.12	46,309	512,774	20,372,994	11.1	439.9
75	3.75	20		1.48	15,789	0.08	37,047	2,198,354	15,467,774	59.3	417.5
	3.00	25		1.48	15,744	0.10	46,309	1,279,545	14,529,346	27.6	313.7
	2.50	30		1.49	15,711	0.14	59,276	822,439	13,911,152	13.9	234.7
	2.14	35	1.50	15,685	0.20	81,504	565,266	13,509,016	6.9	165.7	
35	1.75	20	100 ani	1.71	15,661	0.04	16,221	1,636,198	59,829,325	100.9	3,688.4
	1.40	25		1.71	15,636	0.06	20,426	911,653	57,861,750	44.6	2,832.7
50	2.50	20		1.70	15,711	0.05	21,628	1,850,489	31,300,092	85.6	1,447.2
	2.00	25		1.71	15,673	0.07	27,635	1,074,059	29,792,418	38.9	1,078.1
	1.67	30		1.72	15,624	0.09	36,046	712,595	29,218,097	19.8	810.6
60	3.00	20		1.70	15,744	0.05	24,031	1,999,289	22,702,103	83.2	944.7
	2.40	25		1.70	15,704	0.07	28,837	1,163,185	21,540,147	40.3	747.0
	2.00	30		1.71	15,675	0.09	37,248	747,104	20,788,777	20.1	558.1
	1.71	35		1.71	15,657	0.12	45,058	512,774	20,372,994	11.4	452.2
75	3.75	20		1.69	15,789	0.07	36,046	2,198,354	15,467,774	61.0	429.1
	3.00	25		1.70	15,744	0.10	45,058	1,279,545	14,529,346	28.4	322.5
	2.50	30		1.70	15,711	0.14	57,674	822,439	13,911,152	14.3	241.2
	2.14	35	1.71	15,685	0.20	79,301	565,266	13,509,016	7.1	170.4	

Listă Articole Publicate în Ordine Cronologică:

- Mihaiela Boca, Mircea Călin (2013). Study of the Influence of Concrete Creep upon the Elastic Lateral Buckling of PC Girders”, IASS 2013, Beyond the Limit of Man, September 23-27, Wroclaw, Poland.
- Căținaș S , Boca M., Salhah R. (2013). Seismic solution for building complex C60 International Conference Tradition and Innovation-60 Years of Construction in Transilvania, Seismic solution for RC building.
- Anamaria Boca, Salha Riyadh, Daniela Mihaiela Boca (2014). Romanesque churches as a part of Romanian architectural heritag, 14th International Scientific. Sofia-Bulgaria, Issn 1314071x, June, pp. 21-26.
- Anamaria Boca, Daniela Mihaiela Boca, Salha Riyadh (2014). The influence of romanesque structural elements over the development of architecture, 14th International Scientific. Sofia-Bulgaria, Issn 1314071x, June, pp. 26-32.
- Boca Daniela Mihaiela, Boca Anamaria, Faur Andrei (2016). Comparative study related to failure force and failure mechanism between real life test and 3D FEM model on a highway beam. Buletinul Institutului Politehnic Din IașiPublicat DeUniversitatea Tehnică ,Gheorghe Asachi, Din IașiTomul Lxi (Lxv), Fasc. 4, 2015 Secția Construcții. Arhitectură
- D.M. Boca' A. Faur , A. Boca (2016). Influence of End Constrains on the Global Behaviour of a Box Girder. Journal Of Applied Engineering Sciences Vol. 6(19), Issue 1/2016, Art.No. 197, Pp. 7-1, Issn: 2247-3769 / E-Issn: 2284-7197

Study of the Influence of Concrete Creep upon the Elastic Lateral Buckling of PC Girders

Mihaiela D. Boca¹, Călin G.R. Mircea²

¹Phd Student, Faculty of Civil Engineering, Tehnical University of Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, Romania, e-mail: daniela.boca@bmt.utcluj.ro

²Prof. Dr. Ing., Faculty of Civil Engineering, Tehnical University of Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, Romania, e-mail: calin.mircea@bmt.utcluj.ro

Summary: In this paper, theoretical and analytically studies are developed for the lateral stability analysis of prestressed concrete girders. Results emphasize the superior behaviour of the box cross-section in respect with the classical I and/or T cross-sections.

Keywords: prestressed concrete, box girders, lateral-torsional buckling

1. INTRODUCTION

The construction of long-span bridges has increased spectacular over the past few decades. Straight and curved bridges may be built of reinforced concrete, prestressed concrete, steel or composite (e.g., concrete deck on steel I or box girder). I and Box section girders are most commonly used for medium and long span bridges, being an efficient solution for both straight and curved bridges, due to their favorable geometrical characteristics. However, the complex loading effects cannot be determined only by the classical beam theory. The structural analysis and calculation of thin-walled sections are more complicated than other solid sections, due to the considerable effects of torsional warping, distortion and distortional warping, transverse stress, and shear lag in thin-walled members under torque loads.

Box girders have a lot of advantages compared to I-beams, but the most important is the very large torsional rigidity. Thus, the beam resists very well to different patterns of loadings and has excellent features for the load distribution. However, investigations have shown that the box girders subjected to torsion give rise to some phenomena that can not be predicted by the conventional theories of bending and torsion: distortion and warping of the cross-section. This can lead to new and unknown buckling modes, that need to be studied.

Lateral stability of the beams is a concern since the end of the XIX century, when Prandtl and Michell performed theoretical studies upon long beams with a narrow rectangular cross-section [1]. In his early scientific activity, Timoshenko derived the fundamental differential equations of torsion for I-beams and studied the lateral buckling of the transversely loaded I-beam [2]. Since then, many other investigators (e.g., Vlasov, Winter, Hill and Galambos) studied both elastic and inelastic lateral-torsional stability of beams with various shapes [3]. The elastic stability of the thin-walled beams subjected to a midspan concentrated load, equal end moments and uniform distributed load, was solved by Timoshenko and Gere [4].

In general, the structural stability of a prestressed concrete girder is a very complex problem. It is related to the distance between the lateral supports to the compression flange, boundary conditions, type and position of the loads, moment gradient along the unsupported length, type of the cross-section, non-prismatic nature of the member, material properties, magnitude and distribution of residual stresses, initial imperfections, eccentricity of loading, prestressing force, position of stiffening elements [5]. Also depends of some others phenomena like shear-lag; interaction of shear-bending-compression, creep and shrinkage of concrete, thermal effects etc. When dealing with concrete, long term stability becomes a primary issue to be surpassed in order to meet the goals of a performance based design.

Long-term behavior of long span prestressed concrete girders is a major concern for the nowadays research. Creep and shrinkage effects on prestressed concrete girders are usually analyzed assuming the shrinkage strain and creep coefficients that are uniform over the entire cross section of the box girder. The creep and shrinkage prediction models are determined statically by the regression method, that can not cover the entire range of situation. However, creep and shrinkage are important because a small difference in the time dependent strain among the individual parts of the cross section causes a coupling between the effects of bending moments and axial forces.

An axial force and bending moment applied at the centroid of the girder cross-section will produce besides the elastic axial displacement of the cross-section and rotation, also an increase in rotation with time and an increase of the axial displacement at the centroid. This moment-force coupling changes the internal lever of arm and the magnitude of the large prestressing force, which will, in turn, affect the curvature of the girder. The magnitude of these effects depends by the structural system, geometry, and last but not the least, the creep and shrinkage characteristics of concrete.

2. LATERAL TORSIONAL BUCKLING OF A SIMPLY SUPPORTED GIRDER SUBJECTED TO A UNIFORM DISTRIBUTED LOAD

The three equilibrium differential equations of an open cross-section buckled girder, that governs biaxial bending and twisting, are

$$EI_{\xi} \frac{d^2 v}{dz^2} = M_{\xi} \zeta \quad (1)$$

$$EI_{\eta} \frac{d^2 u}{dz^2} = M_{\eta} \eta \quad (2)$$

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3 \phi}{dz^3} = M_{\zeta} \zeta \quad (3)$$

where (see Figure 1) EI_{ξ} and EI_{η} are the flexural rigidities in respect with the principal local axes ξ and η , GJ is the torsional rigidity and EC_w is the warping rigidity, while ζ is the longitudinal axis of the deformed beam, M_{ξ} and M_{η} are the bending moments about the same principal local axes, and M_{ζ} is the twisting moment respectively.

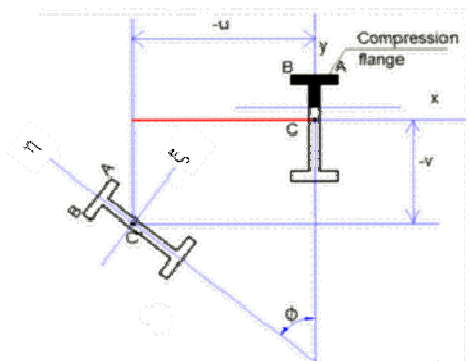


Fig. 1. Lateral torsional buckling of an I beam

The critical elastic values of the loads are determined by resolving the above equations in respect with the boundary conditions and the loading type. For the case of a uniformly distributed load q acting on a girder of span L , the critical value of the load results:

$$q_{cr} = \gamma_4 \frac{\sqrt{EI\eta GJ}}{L^3} \quad (4)$$

where γ_4 depends by the ratio LGJ/EC_w and the location of the load application (i.e., top flange, centroid and bottom flange).

As stated by Timoshenko and Gere [4], the inelastic lateral buckling depends beyond the elastic limit by the ratio between the flexural tangent stiffness and the flexural elastic stiffness. Thus, considering the degradation of the lateral rigidity with this ratio, equation (4) becomes:

$$q_{cr} = \gamma_4 \frac{\sqrt{E_t I \eta (G E_t / E) J}}{L^3} \quad (5)$$

Considering the Poisson ratio coefficient ν as constant, and that

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (6)$$

relation (5) can be written as:

$$q_{cr} = \gamma_4 E_t \frac{\sqrt{I \eta J / 2(1+\nu)}}{L^3} \quad (7)$$

The above relation gives the inelastic critical uniformly distributed load of an I cross-section girder. However, the relation does not take into account the non-linearity cause by the time dependent behavior of prestressed concrete.

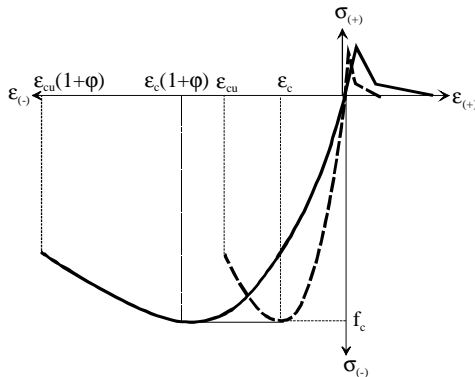


Fig. 2. Scaling concrete stress-strain long term curve

There is no doubt that creep coefficient influences just the tangent stiffness of a girder. However, in a simplified approach, we can use to determine the tangent stiffness the tangent Young modulus of the stress-strain curve of concrete (see Figure 2), and the elastic initial Young modulus of concrete at the age of loading. Thus, relation can be written as

$$q_{cr} = \gamma_4 \frac{\sqrt{E_t I \eta (G_0 E_t / E_0) J}}{L^3} \quad (5)$$

where E_0 and G_0 are the initial tangent Young modulus and the shear modulus at the time of loading, and E_t and G_t are the same properties considering the translated stress-strain curve corresponding for a given age of concrete.

Warping or lateral flange bending stresses are much reduced in box girders, so the warping rigidity may be considered null. Because cross-sectional distortion is limited by the use of interior cross frames or diaphragms, torsion is mainly resisted by St. Venant torsional shear flow. In a single box section, the total shear in one web is greater than the total shear in the other web because the St. Venant torsional shears are of opposite sign in the two webs. Although shear and longitudinal stresses in the section due to warping are not zero, these effects are quite

small and can be ignored in the design of the webs [6]. So, considering the same assumption from below, the elastic critical load:

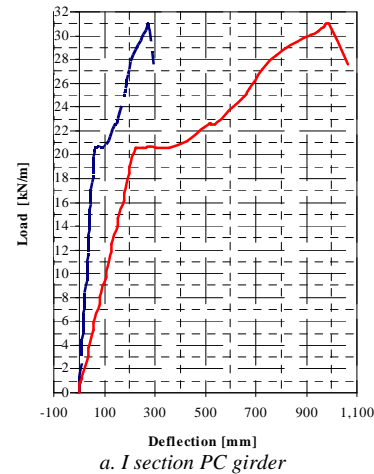
$$q_{cr} = 28.3 \frac{\sqrt{EI\eta GJ}}{L^3} \quad (5)$$

3. CASE STUDY

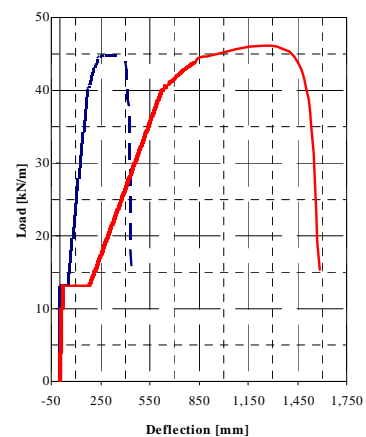
Next, two prestressed concrete girders will be considered. The first one, is I cross-section PC girder of 21.0 m in span (see Figure 4). Prestressing was introduced through 36 strands T 15.2 mm. Design concrete classes were C 35/45. The second one is a 37.1 m span PC box girder, assembled by a U prefabricated unit (see Figure 5) and a top slab of 25 cm thickness made of cast in situ concrete. Prestressing was introduced through 84 strands T 15.2 mm positioned on the tensioned area of the girder, and 4 strands T 6.35 mm placed in the compressed area. Design concrete classes were C 35/45 for the precast U unit and C 25/30 for the top cast in situ slab.

Passive longitudinal and shear reinforcement was made of high ductility steel, with the yielding strength $f_y=255.0$ MPa, yielding strain $\epsilon_s=1.21$ ‰, tensile strength of 318.8 MPa and its associated elongation of 20 ‰. Prestressed strands were made of high strength prestressing steel of low relaxation class, with $f_{py}=1636.0$ MPa, tensile strength $f_{pu}=1860.0$ MPa and its associated strain 2 ‰. The control prestressing stress was 1440.0 MPa in both situations.

Figure 3 presents the short term load-deflection curves, which were also certified by experimental tests, and the long term load-deflection behaviour calculated using the translated stress-strain curves for concrete considering its age of 100 years.



a. I section PC girder



b. box section PC girder

Fig. 3. Short and long term load-deflection curves

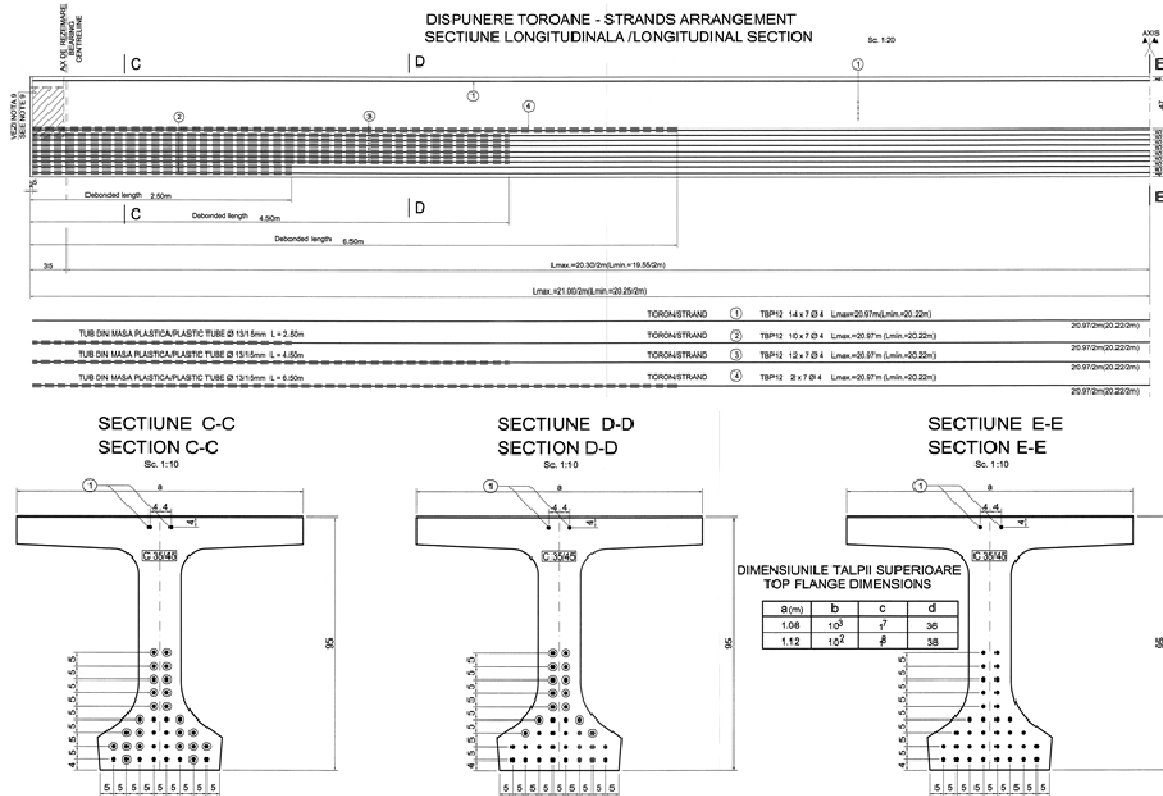


Fig. 2. Precast I-beam

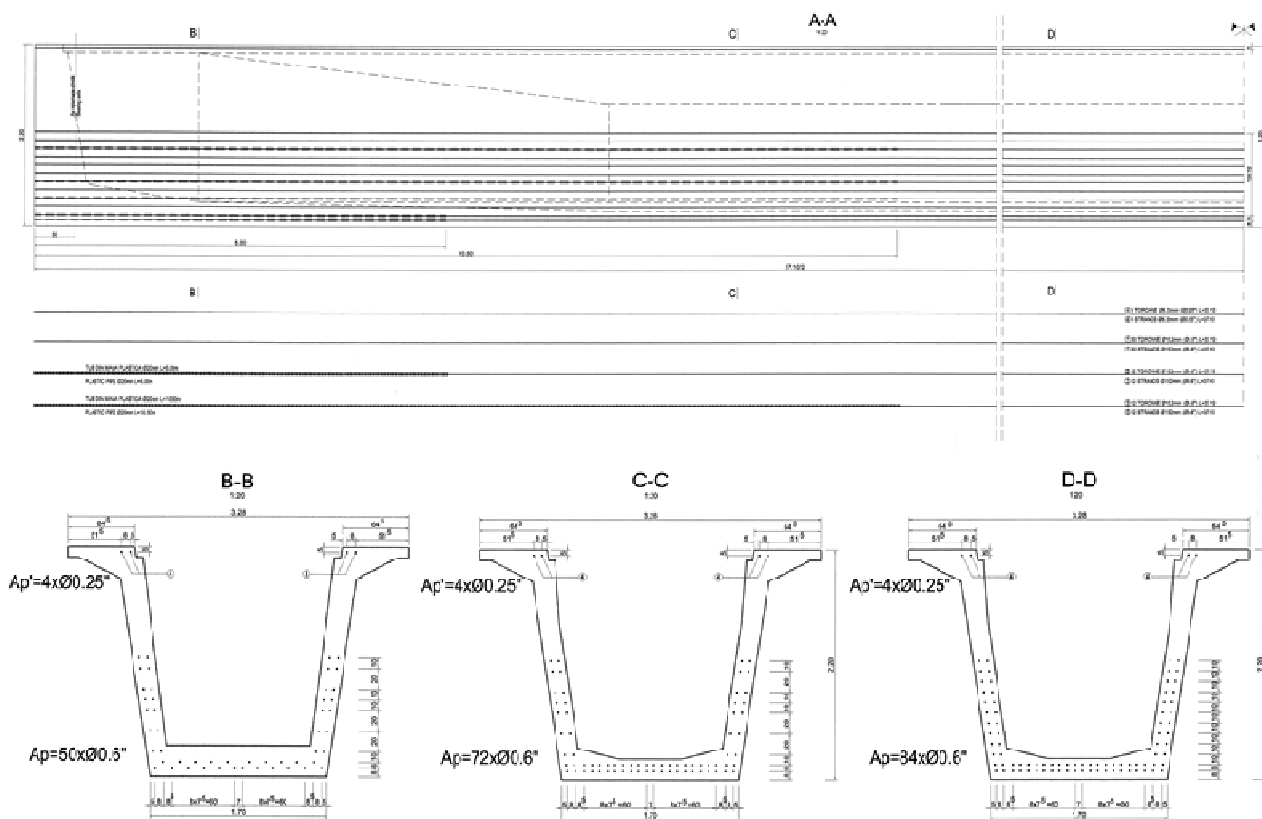


Fig. 3. Precast U-beam of the monolithic-precast box girder assemble

The variation in time of the critical load is given in Table 1.

Table 1. Critical loads

Age of concrete [days]	Critical uniform distributed load	
	I cross section girder	Box girder
28	347.4	3,870
56	231.6	2,910
365	187.8	2,010
1330	115.8	1,960
18250	93.9	1,500

As the data reveals, practically box girders have no sensitivity to the elasto-plastic lateral buckling, while for the I cross-section an eventual post-elastic lateral buckling seems very possible.

4. REFERENCES

- [1] F. Bleich, *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill (1952), 509 p.
- [2] Timoshenko S., *Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie*, Z. Math. Phys. 58, pp. 337-385.
- [3] Khaled G., Qing Y., *Experimental and analytical behavior of haunched thin-walled RC girders and box girders*, Thin-Walled Structures 47 (2009), pp. 202–218.
- [4] Timoshenko S., Gere M., *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill Co. (1961), pp. 212-272..
- [5] Satish Kumar S.R, Madras IIT., *Design Of Members Subjected To Bending*, IS 800:2007 Section 8:
- [6] Óscar Ramón R., Frank Schanack B., Guillermo Ortega C., Marcos J.Panteleon, *Unusual structural effects in a variable-depth box girder bridge: The Pujayo Viaduct*, Engineering Structures 33 (2011) 615–620.

INFLUENCE OF END CONSTRAINTS ON THE GLOBAL BEHAVIOUR OF A BOX GIRDER

D.M. Boca ^{a,*}, A. Faur ^a, A. Boca

^a Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, 15 C. Daicoviciu Str., 400020, Cluj-Napoca, Romania

Received: 16.02.2016 / Accepted: 03.03.2016 / Revised: 30.04.2016 / Available online: 31.05.2016

DOI: 10.1515/jaes-2016-0001

KEY WORDS: precast/prestressed concrete, box girders, end constraints, numerical analysis

ABSTRACT:

This study aims to present the importance of end constraints, boundary conditions and position of the applied forces regarding the design of precast/prestressed concrete box girders. The study is based on a destructive test which was performed on a 37.1 m span single-cell prestressed concrete box girder. The scope of the test was to certify the usage of such girders for the new Transylvania motorway bridges. The test is numerically reproduced through a full 3D FEM model implemented in SAP2000. The influence of the end diaphragms is considered by analysing the beam's behaviour to six loading conditions: one of which is replicating the loadings during the test, while the others are conceived as real vertical and horizontally loading scenarios. The results obtained for the girders with and without end constraints are compared. The performances of both design solutions in the presence of prestressing are highlighted where applicable. It is considered that the results of this study may provide very important data if considering that Romania has an urgent need to realize a modern and an adequate transport infrastructure.

1. INTRODUCTION

In recent years, precast, prestressed concrete beams have been produced for highway bridges with significantly higher spans than in the past (Stratford, 1999). For example, in UK, the bridge standards established a maximum span length of 40 m, while spans of up to 55 m are commonly accepted in Canada. If spans get longer or the beams are becoming more slender, complex mechanical phenomenon can appear, such as: stability problems, short and long term deflections, deformations depending on the position of the loading, the prestressing force affecting the behaviour of the beams, etc. These phenomenon can affect in a certain degree all types of beams, regardless of their cross-section shape: T, I, Box, Y, Super Y(SY). Choosing the most efficient cross-section depends on the factors that affect the general and the local behaviour of the girder. All these aspects are given in specific standards for each country. A box girder normally can be made of prestressed concrete, structural steel or steel reinforced concrete.

The closed cross-section shape called "box" offers a higher torsional stiffness resistance in comparison with an open cross-section. However, box girders still contain complex structural problems which may be neglected by the common design regulations. One consistent summary of the more representative research performed on Box Girder Bridges is offered by Sennah and Kennedy (Sennah, 2002). The concerning on the behaviour of straight and curved box-girders starts with the development

of the curved beam theory by Saint-Venant in 1843 and the development of thin-walled beam theory by Vlasov in 1965. These two basic theories mark the birth of all research efforts published to date on the analysis and design of straight and curved box-girder bridges (Chirag, 2014). Starting with this, technical papers, reports, and books were published in the literature, concerning a right development of the box-girders. Attempts for modifying the two theories, but also experimental and analytical studies were made. The main scope of the developed research was focused on several areas of interest: how to make box girder bridges more stable; how to increase strength and rigidity; how to achieve slender sections to reduce material costs; how to modify the shape of the hollow box cross-section for a better loading path, etc. (Maisel, 1970; Maisel, 1973; Bridge Design Manual, 2001; Lark, 2004; Robertson, 2005).

The study of Kaneko and Mihashi (Kaneko, 1996) determined that the cracking transition is induced by changes of the boundary conditions. Ishac and Smith (Ishac, 1985) confirmed the efficiency and fairness prediction of SAP2000 regarding the deflected shape of a box girders viaduct. The short-term deflections and the bending strains measured during a load test on the viaduct were successfully predicted using a three-dimensional numerical model and adequate boundary conditions. Zhi-Qi He and Liu (Zhi-Qi He, 2010) proposed an optimal three-dimensional strut-and-tie model for the anchorage

* Corresponding author, e-mail: Daniela.BOCA@bmt.utcluj.ro

diaphragm and developed direct equations to facilitate the design.

As regarding the present study, the Pujayo viaduct numerical model (Ramos, 2010) was used as a starting point for the development of the 3D SAP2000 analysis.

2. SCOPE OF WORK

The purpose of this study is to show the end diaphragm influence upon prestressed box girders when subjected to different loading scenarios. The structural behaviour is examined by comparing the deformed shapes and stress distribution of two numerical models which were analysed using SAP2000 (Computers & Structures Inc, 2015) computer program. The results highlight the differences in behaviour between the two design solutions (i.e. with and without end diaphragms), and helps defining supplementary recommendations for improving the analysis procedure.

3. SPECIMEN DESCRIPTION AND LOADING CONDITIONS

3.1 Test PC box girder design specifications

The study is based on the largest destructive test ever performed in Romania (Păstrav, 2011). The specimen consisted in a full scale PC (i.e. prestressed concrete) prefabricated bridge box girder (2.45×3.28×37.10 m), manufactured by Bechtel International Inc. Reno-Nevada, Cluj-Napoca (see Figure 1). The box girder was designed in accordance with the technical specifications offered by Iptana SA Bucharest (** Referat, 2008).

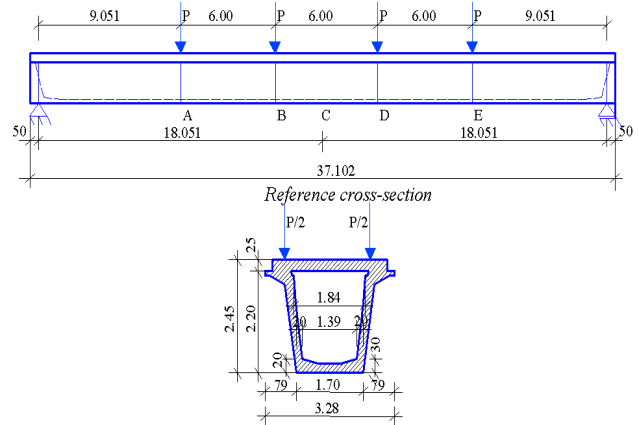


Figure 1. Static Scheme (Mircea, 2009)

The model used in this study was tested between 15-18 of September and 2008 and it was subjected to 6 loading-unloading cycles. The PC box girder is composed by a U shape prefabricated unit and a top slab of 25 cm thickness made of cast in situ concrete. The results following the testing procedure are used for the proposed numerical model of the box girder. The static scheme and the loading conditions are given in Figure 1. The total height of the transversal sections is 2.45 m, the precast U girder and the top concrete slab having 2.20 m in height and 0.25 m in thickness, respectively. As it can be seen below, the bottom flange thickness varies along the beam's span.

The design concrete classes were C35/45 for the precast U unit and C25/30 for the top cast in situ slab. The effective cube strength of concrete at 28 days considered in the test was

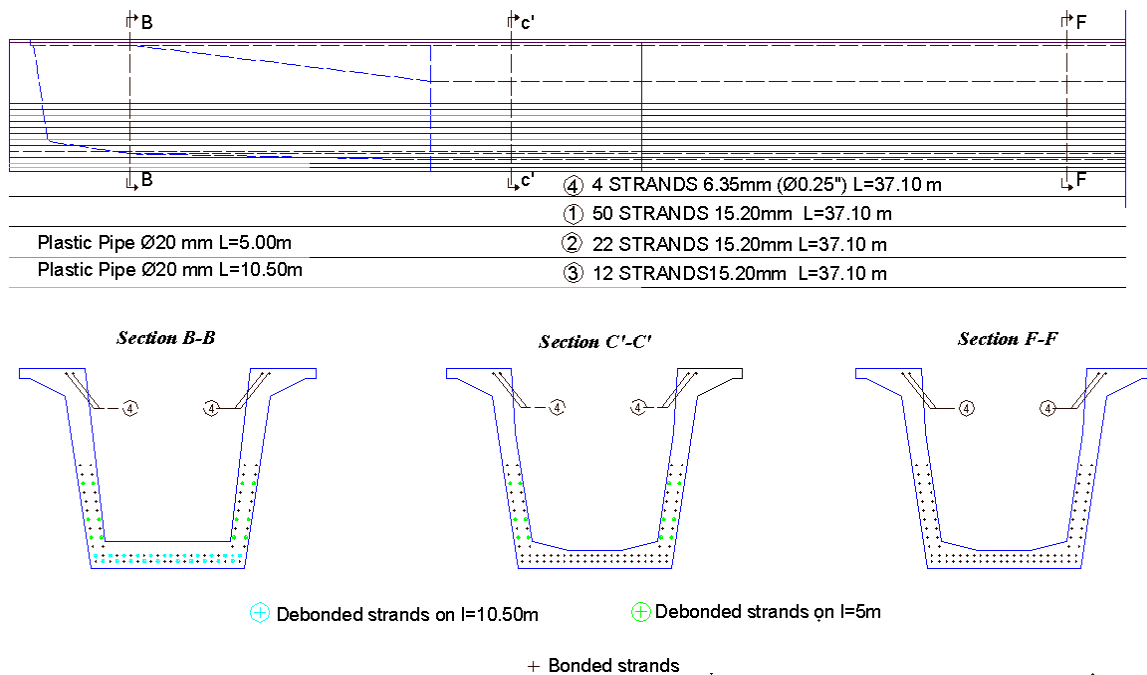


Figure 2. Prestressing strands location

$f_{c,cube}=50.0$ MPa (i.e. corresponds to a cylinder strength $f_{c,cil}=38.5$ MPa) for the prefab U unit, and $f_{c,cube}=41.0$ MPa (i.e. $f_{c,cil}=32.3$ MPa) in the top slab.

The control prestressing stress was 1440.0 MPa. Prestressing was introduced through 84 strands T 15.2 mm positioned on the tensioned area of the girder, and 4 strands T 6.35 mm placed in the compressed area, as seen in Figure 2. Passive longitudinal and shear reinforcement was made of high ductility steel, with the yielding strength $f_y=255.0$ MPa, yielding strain $\epsilon_y=1.21$ ‰, tensile strength of 318.8 MPa and its associated elongation of 20 ‰. Thereby, the prestressed strands were made of high strength prestressing steel of low relaxation class, having the yield stress $f_{py}=1636.0$ MPa and the tensile strength $f_{pu}=1860.0$ MPa with its associated strain 2 ‰. The transfer of the prestressing forces to the concrete was designed for a minimum concrete strength $f_{ci,cube}=41.5$ MPa. The reinforcement and the tendons are positioned in the modeling in the same manner as in the real life experiment.

3.2 End constraints and boundary conditions

The box girder described above is used for the first numerical model. Both ends are stiffened with end diaphragms having approximately 50 cm thickness. The girder is simply supported at both ends (i.e. the rotational degrees of freedom are released), but the supporting devices are located at the bottom of the cross-section and not at the centroid.

As for the second numerical model, the same box girder is used, but having the end diaphragms removed. Therefore, the girder's ends are completely unstiffened. However, the supporting conditions are identical for the two models, the second being relevant for bridges designed as through boxes (i.e. car, train or pedestrian traffic is ensured through the interior of the box girders).

3.3 Loading scenarios

The first loading condition reproduces the position and the characteristics of the test loads. Four concentrated loads are applied on both models. The forces are positioned on the top of the girder, as represented in Figure 1. The behaviour at cyclic loading is not referred in this study, although the test was performed for multiple loading-unloading sequences (Mircea, 2009). In the present case, the external forces are considered to vary only monotonically, starting from zero until the maximum force is reached.

The serviceability load $P_{serv}=256.4$ kN, the cracking load $P_{crack}=482.80$ kN (i.e. related to the Serviceability Limit States which corresponds to a limit crack width of 0.1 mm) and the failure load $P_{failure}=1490.76$ kN were obtained during the test (Mircea, 2009; Referat, 2008). All three load levels are compared with the forces resulted following the computer analysis.

Five additional loading cases were considered in order to study the influence of the loading type and position referred to the cross-section. The loads are applied as in the study performed by Ishac and Smith (Ishac, 1985), but the values are scaled in order to reach the total cracking load which was measured during the test (i.e. total cracking load equals $4 \times P_{crack} \cong 1931$

kN). The position of the applied forces and their scaled values are presented in Figure 3 and Table 1.

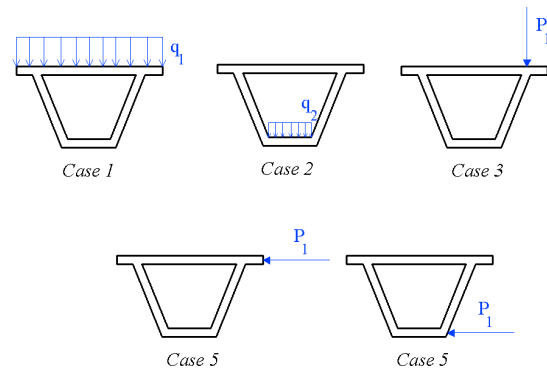


Figure 3. Loading cases

For Case 1 and Case 2, a uniform distributed load (q_1 and q_2 , respectively) is applied on the upper and lower flange, respectively, both representing a symmetric component of live load. The load on the lower flange represents the live load on a through box, according to (Păstrav, 2011). Regarding the third case (i.e. Case 3), P_1 is a vertical concentrated load and represents an antisymmetric component of the live load. In Case 4 and Case 5 the load P_1 is a horizontal force/ which is applied at the upper and lower flanges, as shown in Figure 3.

Case 1 and Case 2 represents the symmetric vertical loading where the beam is free of twist, and Cases 3-5 corresponds to asymmetric vertical loading and to horizontal where the governing behaviour of beam involves twisting and distortion. The values of the loadings for each case are given in the Table 1.

Case of loading	Loading value
Case 1	$q_1 = 15.80$ kN/m ²
Case 2	$q_2 = 34.70$ kN/m ²
Case 3	$q_3 = 50.50$ kN/m ²
Case 4	$q_4 = 50.50$ kN/m ²
Case 5	$q_5 = 50.50$ kN/m ²

Table 1. Loading cases

4. 3D MODELING OF THE BOX GIRDER

4.1 Finite element models

Both 3D FEM models were constructed in SAP2000 computer program using layered shell and tendon elements (Computers & Structures Inc, 2015). Figure 4 and Figure 5 detail the analysis model.

The layered shell elements were adopted in order to capture the nonlinear behaviour of the RC (i.e. reinforced concrete) walls from which the girder is made of. Five layers representing the concrete and the reinforcement are used for all the shell elements. The concrete cover and the concrete core are modelled through one single layer, while the top and bottom reinforcement are modelled with four layers oriented in two orthogonal directions. The material nonlinearity is introduced by using the unconfined Mander constitutive model (Mander, 1988) for the concrete and a simple bilinear model with

hardening for the reinforcement. The same material properties were used as those obtained during the test. The maximum shell element dimensions after discretization are restricted to 0.25 m. The discretised box girder can be seen in Figure 4.

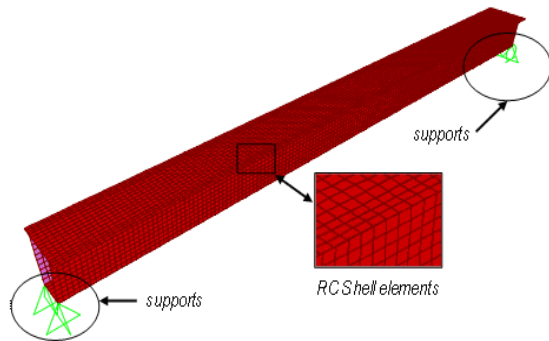


Figure 4. RC shell elements used for the 3D FEM model

The prestressing is introduced through tendon elements. All 88 strands (i.e. 84 strands T 15.2 mm and 4 strands T 6.35 mm) are placed in groups of 2, 3 and 4 tendons, for an easier implementation. The material nonlinearity is captured by using a simple bilinear constitutive model for the prestressing steel. All the prestressing losses during the test were assumed to be somewhere between 15% and 20%, and a prestressing loss of 20% is therefore introduced for the tendon elements as a conservative measurement. The debonding is modelled by controlling the discretization. The debonded region of the strand is modelled as a single tendon element, while the bonded region is discretized into multiple elements having the same length as the surrounding shell elements. The tendon elements placement is presented in Figure 5.

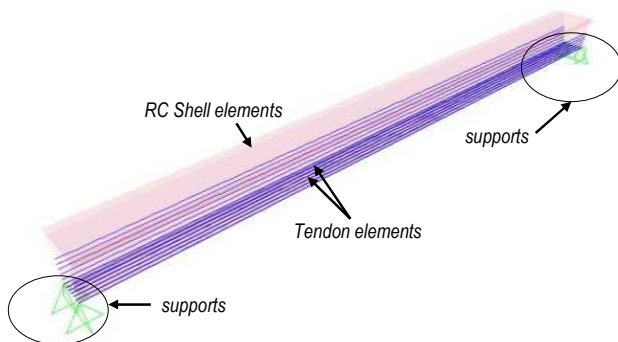


Figure 5. Tendon elements used for the 3D FEM model

The supports are placed at the bottom flange (see Figure 1, Figure 4 and Figure 5) as in the experiment. The end diaphragms are modelled with diaphragm constraints which causes all of its joints to move together as a planar diaphragm that is rigid against membrane deformation (Computers & Structures Inc, 2015). No end constraints are used for the second model where the end diaphragms are eliminated.

4.2 Load cases for the analysis

All the six analysis cases (i.e. the test loading case and the five additional loading cases that are numerically analysed) are static

nonlinear cases. The first analysis case is displacement controlled, while the other five are force controlled. The initial conditions for all the six analysis cases represent the stress-strain state after transferring the prestressing force to the concrete. Therefore, this initial state is captured through an analysis case which includes the self-weight load and the prestressing induced by the tendons.

5. ANALYSIS RESULTS

5.1 Comparison with the full-scale experiment

The model having end diaphragms must be compared in terms of force-displacement values with the test results in order to verify the numerical analysis. Therefore, the force-displacement curve was obtained following the nonlinear analysis. Because it is a displacement controlled procedure, the maximum imposed displacement at the centre of the girder was 80 mm. Due to the long runtime and given that $L/500$ equals 74.2 mm, the analysis has been deliberately stopped at approximately 65.5 mm. The total force which corresponds to this displacement is 4233.765 kN, being with 29% lower than the total failure load reached during the test (i.e. total failure load equals $4 \times P_{failure} \cong 5963$ kN). The reached total load is 4.13 times higher than the total serviceability load and 2.19 times higher than the total cracking load. All these values are represented in Figure 6.

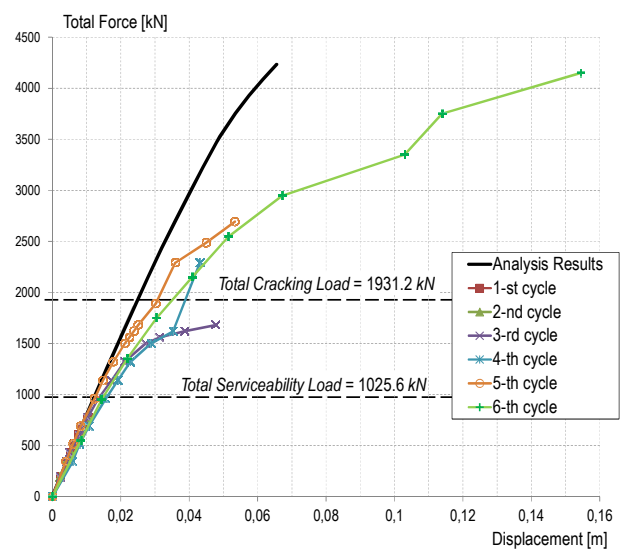


Figure 6. Force-displacement curves comparison

The force-displacement curve obtained following the analysis is compared with the test curves. These are presented in Figure 6. Only the loading branches of the loading-unloading cycles were compared with the resulted curve. The unloading branches obtained during the test were ignored.

As it can be seen from Figure 6, the analysis results are very close to the test results if the imposed load is lower than the serviceability load. Above this value and until the cracking load is reached, the differences are getting more pronounced, but without exceeding differences larger than 100%. One interesting fact is that the 3-rd cycle loading branch has the largest displacement, while the 5-th cycle loading branch has the lowest displacement. The difference between the

displacement obtained from the analysis and the loading branch of the last cycle at cracking load is approximately 10 mm, while at maximum load, the difference is more than twice (i.e. the displacement measured during the test is 2.36 times larger than the maximum displacement reached through the numerical analysis).

The more pronounced nonlinear behaviour observed at the experiment can be explained through the softening effect which occurs in materials when cyclic loadings are applied. Therefore, the above comparison is more relevant below the cracking limit.

5.2 The influence of end diaphragms at test loads

The influence of the end diaphragm upon the behaviour of the box girder can be identified if the results of the two models (i.e. the models with and without end diaphragms) are compared. The resulted force-displacement curves are identical and their graphical representation is presented in Figure 7. Therefore, the stress distribution associated with the initial and the final deformed states have to be compared. The stresses in the concrete core are presented starting from Figure 8 to Figure 11.

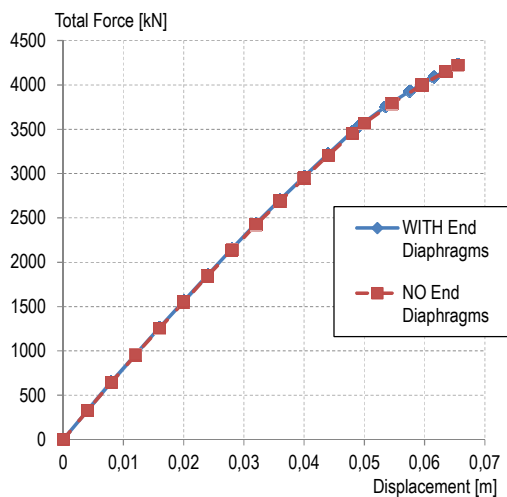


Figure 7. The force-displacement curve of the two models

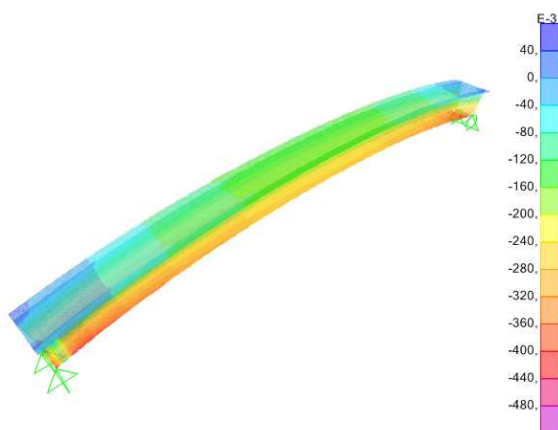


Figure 8. Stress distribution of the concrete core for the initial state with end diaphragms

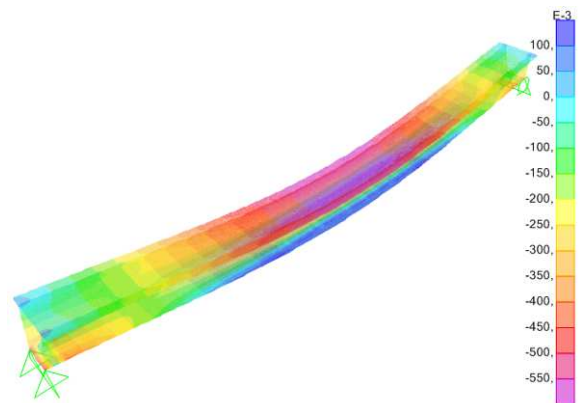


Figure 9. Stress distribution of the concrete core for the final state with end diaphragms

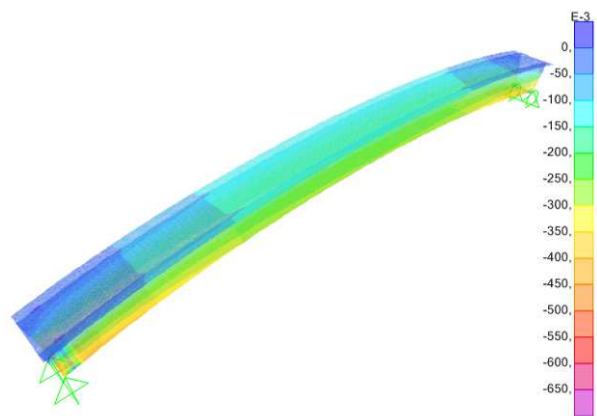


Figure 10. Stress distribution of the concrete core for the initial state without end diaphragms

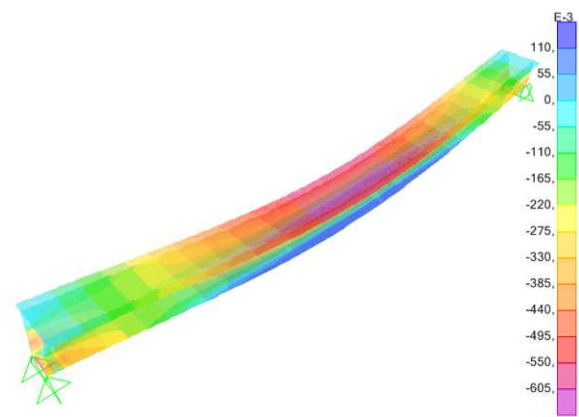


Figure 11. Stress distribution of the concrete core for the final state without end diaphragms

Very small stress differences appear in the concrete core between the two models. The values from Figure 8 to Figure 11 are normalized by material strength. It can be seen that in the final stress state, the tension in the concrete core reaches $0.1 \times f_{c,el}$ for the model with end diaphragms and $0.11 \times f_{c,el}$ for the model without end diaphragms. Cracks due to tension in the bottom flange are very likely to occur at these levels of stress.

No cracks due to crushing of the concrete core can be identified, because the maximum compression stress does not exceeds $0.65 \times f_{c,cil}$. There should be mentioned that almost no tension appears in the initial states. Almost the same stress distribution can be identified for both models, which explains the similarity between the two force-displacement curves (see Figure 7).

5.3 The influence of end diaphragms at different loading scenarios

Both models have been analysed to the five loading scenarios mentioned by Ishac and Smith (Ishac, 1985) and adapted for the current situation. All the performed analysis are static nonlinear. The loading forces from Table 1 were reached in all cases and the displacement curves along the three orthogonal axes were obtained. The displacements were measured at the bottom flange, in the same cross-section locations as the concentrated forces that were applied during the test (see Figure 1).

The results are presented in the following figures:

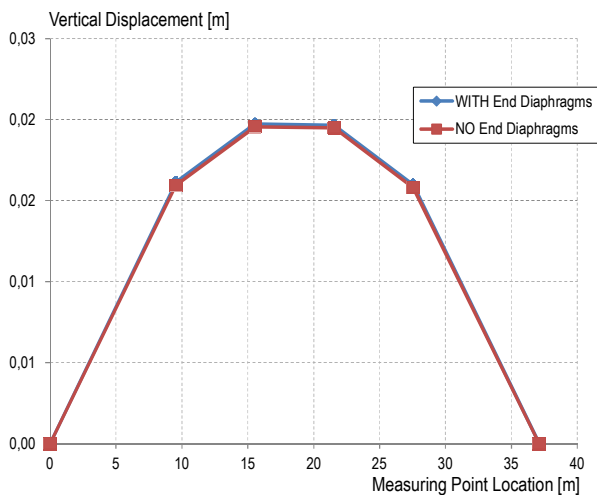


Figure 12. Case 1 and Case 2 vertical displacements

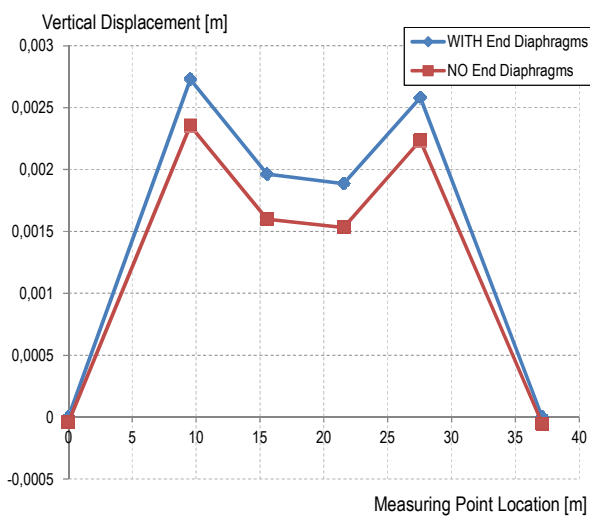


Figure 13. Case 3 vertical displacements

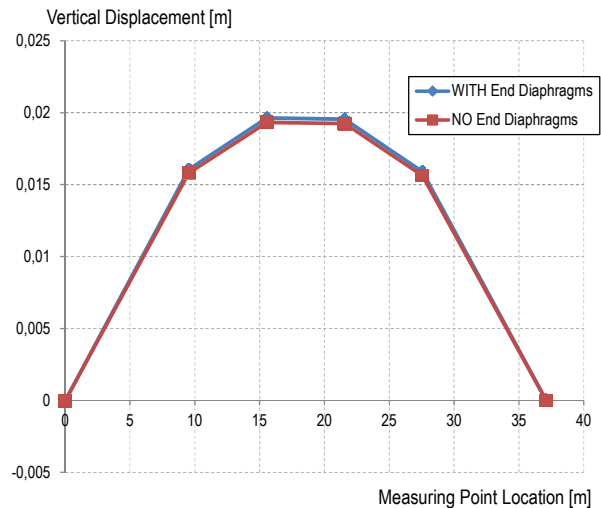


Figure 14. Case 4 and Case 5 vertical displacements

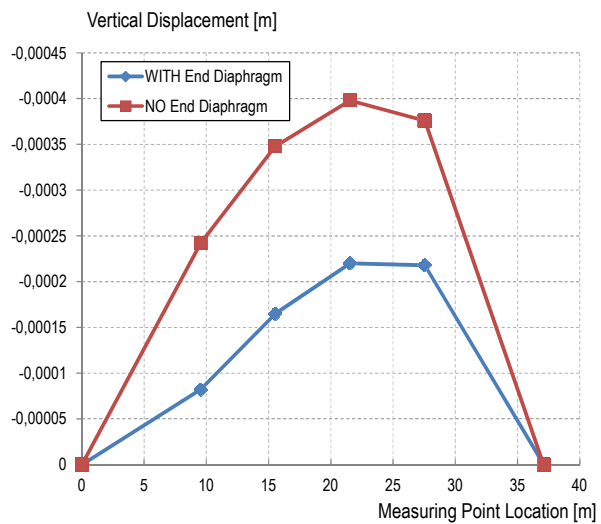


Figure 15. Case 1 and Case 2 lateral displacements

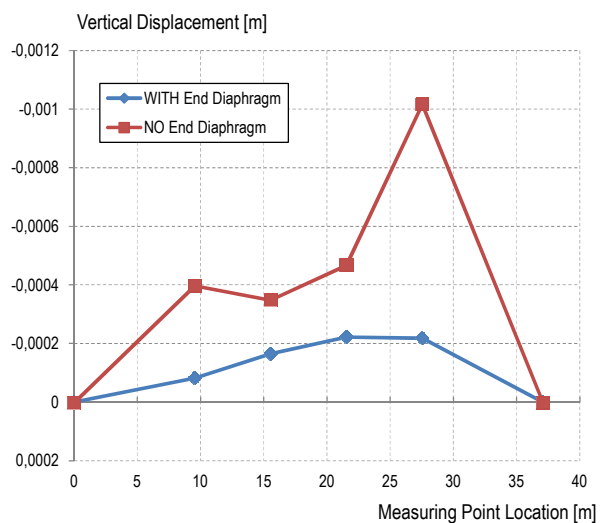


Figure 16. Case 3 lateral displacements

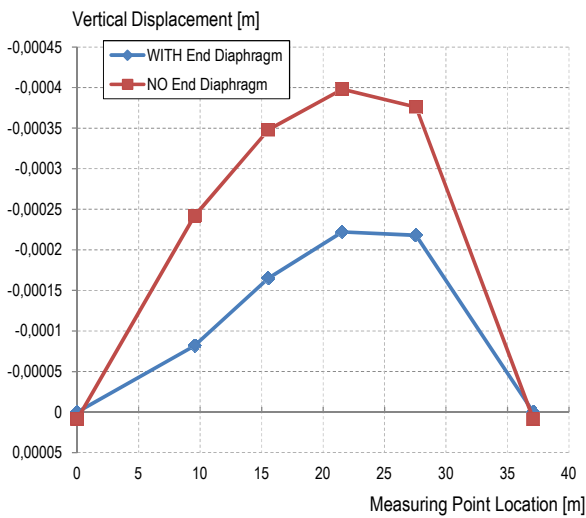


Figure 17. Case 4 and Case 5 lateral displacements

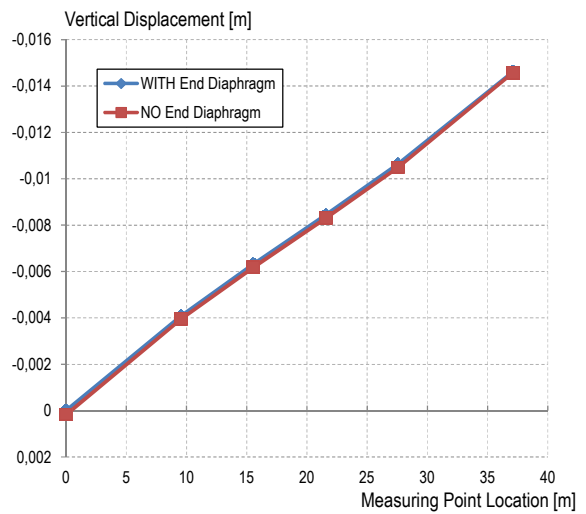


Figure 20. Case 4 and Case 5 longitudinal displacements

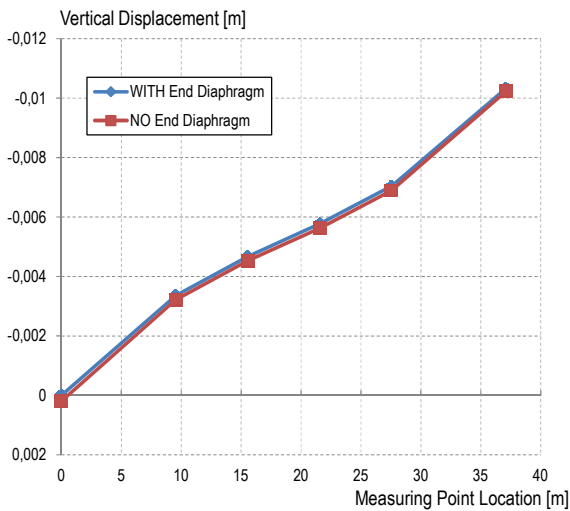


Figure 18. Case 1 and Case 2 longitudinal displacements

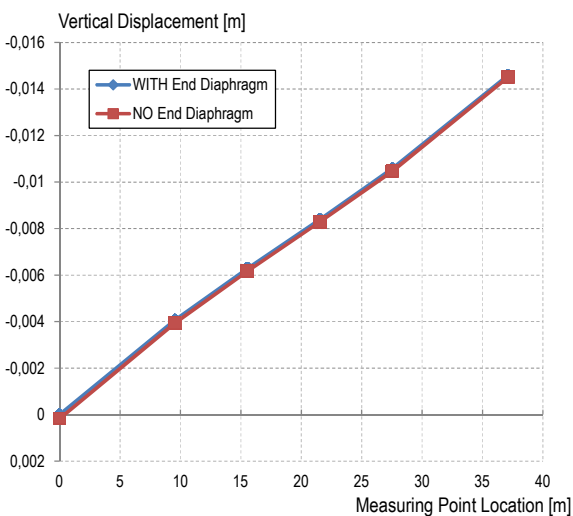


Figure 19. Case 3 longitudinal displacements

The vertical and longitudinal displacement curves almost coincide for both numerical models, except for the vertical displacement curved obtained from loading Case 3. Moreover, identical curves were obtained for loading Cases 1 and 2 on one hand, and for loading Cases 4 and 5 on the other hand. This states that the position of the external forces (i.e. at the top or at the bottom flange) doesn't influence the behaviour of the box girder, regardless of whether the beam is provided with or without end diaphragms. These statements apply for external forces which are lower than the cracking load.

Significant differences are observed when comparing the lateral displacements instead. Even if the position of the external forces does not influence the overall behaviour (i.e. the same curves were obtained for the loading Cases 1 and 2, and for the loading Cases 4 and 5), the lateral displacements obtained for the model with no end constraints are almost twice as higher as the displacements obtained in the presence of end diaphragms. However these displacements are very small compared with the beam's length and can be neglected (see Figure 15 and Figure 17). The displacements generated by analysing the third loading case clearly highlight the presence of twisting and distortion effects. The later ones are more pronounced if no end diaphragms are provided. Therefore, even if the lateral displacements values are small, a more detailed comparison is needed for a better investigation of the cracking state.

5.4 Concrete core stress state for loading Case 3

The maximum principal stresses in the concrete core for the third loading case are presented in Figure 21 and Figure 22.

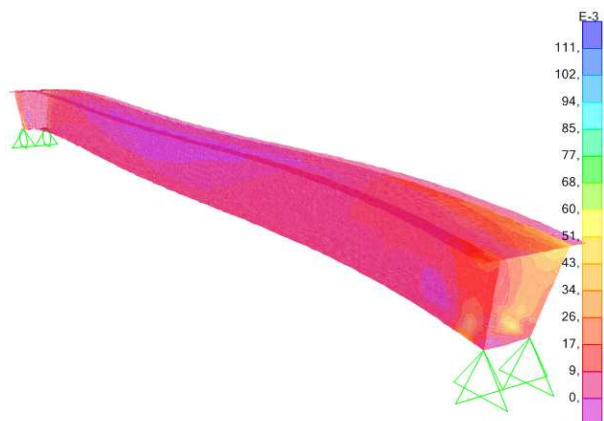


Figure 21. Principal stress distribution of the concrete core for the numerical model with end diaphragms

By analysing the results, it can be seen that cracking due to tension may occur in both cases. The maximum stress for the model having end diaphragms is $0.111 \times f_{c,cil}$, while the maximum stress for the model with no end diaphragms is $0.18 \times f_{c,cil}$. This implies that the asymmetric vertical load causes high stress values, leading to possible residual damages if large cracks are developing into the concrete core.

The stresses obtained for the third case are comparable with the stresses encountered for a maximum total vertical force which is two times higher (see Figure 6).

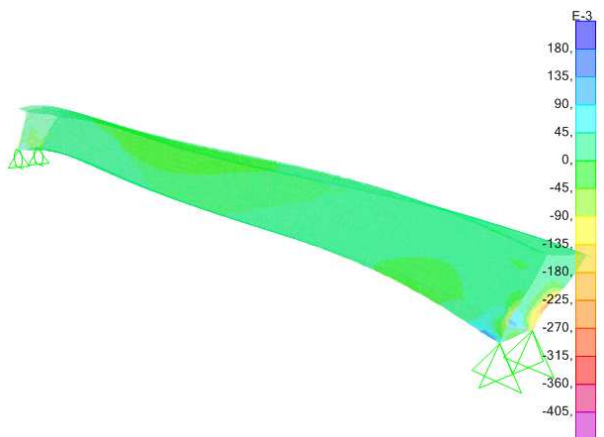


Figure 22. Principal stress distribution of the concrete core for the numerical model without end diaphragms

6. CONCLUSIONS

During the presented study, two numerical models were constructed through the use of SAP2000 computer program. The influence of end diaphragms upon the behaviour of a PC box girder was captured by performing computer analysis for six loading cases: one reproducing a full-scale experiment, and 5 cases under which the type and the loading positioning have been varied.

The results showed that if symmetrical loads are applied, then the influence of the end diaphragms can be neglected. Moreover, the end diaphragm influence can be neglected even for lateral loads, regardless the external load positioning.

On the other side, if the applied loads are asymmetrical, then special care should be taken in design, because excessive cracking may occur. The stresses can become very large even for box girders that are provided with end diaphragms. Therefore, if twisting and distortion effects are likely to appear, than the design should be performed on 3D FEM models, regardless of whether the box girder is provided or not with end diaphragms.

7. REFERENCES

- Bridge Design Manual*, (2001), Texas Department of Transportation (August 2001).
- Chirag Garg, M., Siva Kumar, M. V., N., 2014. Prestressed Tendons System In A Box Girder Bridge, *International Journal Of Civil Engineering (Ijce)* 3(3), pp. 1-8.
- Computers & Structures Inc., 2015. CSI Analysis Reference Manual For SAP2000®, ETABS®, and SAFE. Web page address: <https://www.csiamerica.com/products/sap2000>.
- Ishac, I., Smith, T., (1985). *Approximations for Moments in Box Girders*, Journal of Structural Engineering, Volume 111, Issue 11 (November 1985), Elsevier Engineering Structures 27 (2005), 1820–1827.
- Kaneko, Y., Mihashi, H. (1996). *Analytical study on the crack transition of concrete shear key*. Mater Struct 1999;32(3):196–202.
- Lark, R. J., Howells, R.W., Barr BIG, 2004. Behaviour of post-tensioned concrete box girders. *Proc ICE Bridge Eng* 2004; 157(BE2):71–81.
- Maisel, B. I., 1970. Review of literature related to the analysis and design of thin-walled beams. Tech. Rep. No. 42440, Cement and Concrete Association, London.
- Maisel, B. I., Rowe, R. E., Swann, R. A. 1973. Concrete box girder bridges, *The Structural Engineer*, 51(10), 363–376.
- Mander, J., Priestley, M. J. N., Park, R., 1998. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 114(8), pp. 1804-1826.
- Mircea, C. G. R., Ioani, A., Kiss, Z., (2009). *Full scale test on a bridge PC box girder*, ISEC-5 The Fifth International Structural Engineering and Construction Conference, September 21-27, 2009, Las Vegas, NV, USA.
- Păstrav, M., (2011). *Testing on a Prestressed Beam U 37m*. Urbanism. Architecture. Construction. Vol. 1, nr. 2, <http://uac.incd.ro/Art/v2n1a04.pdf>. (*Stand Pentru Încercarea Grinzilor Precomprimate U 37m*, Urbanism. Arhitectură. Construcții Vol. 1, nr. 2, <http://uac.incd.ro/Art/v2n1a04.pdf>.)

Ramos, O. R., Schanack, F., Ortega, G., Pantaleón, M. J., (2010). Unusual structural effects in a variable-depth box girder bridge: The Pujayo viaduct, Elsevier, Engineering Structures 33 (2011) 615–620.

* * *Report about Beam Girder Bridge nr. 96/41*, Contract 1167/2008: Tests on Prestressed Girder Nr. 96-41, Cluj-Napoca INCERC (*Referat cu privire la încercarea Grinzii de pod nr. 96/41*, Contract 1167/2008: Încercarea Grinzii Precomprimate Nr. 96-41, INCERC Cluj-Napoca).

Robertson I. N., 2005. Prediction of vertical deflections for a long-span prestressed concrete bridge structure, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Hawaii, Honolulu, HI 96822, USA, 1 July 2005.

Stratford, T. J., Burgoyne, C. J., and Taylor, H.P.J., 1999. The stability design of long, precast concrete beams. *Proc. CE*, 119, Part 2, pp. 159–168.

Sennah, K. M., Kennedy, J. B., 2002. Literature review in analysis of box-girder bridges. *Journal of Bridge Engineering*, ASCE 2002; 7:134.

Zhi-Qi He, Liu Z., (2010). *Optimal three-dimensional strut-and-tie models for anchorage diaphragms in externally prestressed bridges*, Elsevier, Engineering Structures 32 (2010) 2057_2064.