

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

FACULTATEA DE CONSTRUCȚII

Ing. CĂTINAȘ SERGIU CIPRIAN

TEZĂ DE DOCTORAT

ANALIZA CONCEPTULUI DE DEFORMARE INIȚIALĂ ÎN ANALIZA STRUCTURALĂ NELINIARĂ

**Conducător științific,
Prof. dr. ing. CĂLIN MIRCEA**

Comisia de evaluare a tezei de doctorat:

PREȘEDINTE:

Prof. dr. ing. **Adrian Ioani**-Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca;

MEMBRI:

Prof. dr. ing. **Călin MIRCEA** -Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca;

Prof. dr. ing. **Zoltan KISS**-Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca;

Prof. dr. ing. **Dan Georgescu**-Universitatea Tehnica de Constructii
Bucuresti;

Prof. dr. ing. **Bratu Polidor**-Universitatea "Dunarea de Jos" Galați;

Dr.ing. **Henriette Szilagyi**- Cercetător științific gradul II-Director
Sucursală Institutul Național de Cercetare-
Dezvoltare în Construcții, Urbanism și
Dezvoltare Teritorială Durabilă „URBAN-
INCERC” Sucursala Cluj-Napoca

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Ing. CĂTINAȘ SERGIU CIPRIAN

TEZĂ DE DOCTORAT

**ANALIZA CONCEPTULUI DE DEFORMARE INIȚIALĂ
ÎN ANALIZA STRUCTURALĂ NELINIARĂ**

**Conducător științific,
Prof. dr. ing. CĂLIN MIRCEA**

Cluj-Napoca 2014

MULȚUMIRI

În primul rând aș dori să mulțumesc Bunului Dumnezeu pentru sănătatea și ajutorul atât în plan moral cât și în plan material de care m-am bucurat pe parcursul elaborării acestei teze de doctorat.

Doresc să aduc mulțumiri cu totul speciale domnului **Prof. Dr. Ing. Călin MIRCEA** care pe lângă ajutorul deosebit de substanțial din punct de vedere științific mi-a oferit suport din toate punctele de vedere în vederea realizării acestei teze. Menționez că ajutorul domniei sale a fost în mod indubitabil indispensabil în scrierea și realizarea acestei teze.

În mod deosebit mulțumesc colegilor de departament și colectivului din Facultatea de Construcții, în mod special cadrele didactice dar și studenții pentru ajutorul acordat în mod ireproșabil de câte ori l-am solicitat, dar și pentru mediul propice unei astfel de activități, creat prin discuțiile și sfaturile deosebit de utile.

Mulțumesc referenților științifici pentru sfaturile și corecțiile de care m-am bucurat într-un mod cu totul constructiv și într-o atmosferă de colaborare aproape de absolut. Menționez că m-am simțit privilegiat de ajutorul oferit din partea referenților științifici în acest timp.

Nu în ultimul rând doresc să aduc mulțumiri speciale familiei, în mod deosebit lui Edward, care m-a sprijinit, m-a înțeles și suportat pe tot parcursul acestei perioade privilegiate din viața mea în care am redactat, conceput și scris această teză de doctorat.

Aș dori să nu omit din mulțumirile mele școala doctorală care are un merit deosebit în realizarea acestei lucrări. Nu doar datorită suportului financiar oferit de care m-am bucurat, această instituție a fost alături de mine prin reprezentanți care atunci când a fost nevoie au fost dispuși să treacă în sprijinul meu dincolo de obligațiile subscrise în fișa postului lor și de fiecare dată au fost la un nivel maxim de profesionalism și colegialitate în același timp.

Cuprins

CAP.1. Introducere.	08
1.1. Prezentarea succintă a temei și încadrarea tezei de doctorat în domeniul științific	08
1.2 Motivația cercetării	09
1.3 Obiectivele tezei de doctorat	10
1.4 Conținutul tezei de doctorat	11
CAP.2. Conceptul de deformație inițială în calculul liniar elastic	14
2.1 Principii de bază	14
2.2 Implementarea deformațiilor inițiale în analiza elastică	17
2.3 Calculul liniar-elastic al barelor prin MCM și MEF	18
2.3.1 Ipoteze simplificatoare	18
2.3.2 Calculul elementului de bara cu un singur grad de libertate prin metoda directă – MCM	20
2.3.3 Calculul elementului de bara cu trei grade de libertate în metoda directă – MCM	22
2.3.4 Calculul elementului de bara cu șase grade de libertate în metoda directă și matricea de transformare	25
2.3.5 Asamblarea matricei de rigiditate a structurii cu 3 GDL	30
2.4 Implementarea calculului liniar	35
CAP.3. Retrospectivă critică a analizei numerice neliniare	74
3.1 Formulări incrementale	74
3.2 Relații constitutive	79
3.3 Diagrame caracteristice de referință (scurtă durată)	84
3.4 Procesarea diagramelor caracteristice de referință	108
CAP.4. Calculul neliniar al structurilor de beton armat și precomprimat prin implementarea conceptului de deformații inițiale	149
4.1 Construirea diagramei moment-curbură	111
4.2 Calculul neliniar prin integrarea calculului liniar-elastic cu diagrama moment-curbură	136

4.3 Modelarea participării betonului întins între fisuri	140
4.4 Deformațiile inițiale și reologia betonului armat și precomprimat	149
4.4.1 Implementarea deformațiilor inițiale parțial fără aderență între componente	149
4.4.2 Implementarea deformațiilor inițiale cu aderență perfectă între componente	151
4.4.3 Deformații din efecte termice	153
4.4.4 Deformații din contracția betonului	154
4.4.5 Deformații din curgerea lentă a betonului	160
4.4.6 Deformații din relaxarea armăturilor preîntinse în serviciu	165
CAP.5. Aplicații numerice	168
5.1 Aplicație de calcul	168
5.2 Comparații cu aplicații realizate în ABAQUS CAE	170
5.3 Comparații cu încercări realizate pe grinzi din beton precomprimat	174
5.3.1 Programul experimental	174
5.3.2 Modelarea numerică	178
CAP.6. Concluzii	182
6.1 Sumarul tezei	182
6.2 Câștigurile doctorandului din demersul științific parcurs	183
6.3 Contribuții originale și concluzii finale ale tezei de doctorat	184
6.4 Direcții viitoare de cercetare	185
Bibliografie	186
Anexa A-Publicații științifice	191

LISTA FIGURILOR

Figura. 2.1 Fundamentul implementării conceptului de deformație inițială în calculul secțional

15

<i>Figura 2.2 Forțele nodale datorate deformațiilor inițiale la bara cu secțiune Constantă</i>	18
<i>Figura 2.3 Tensiuni datorate deformațiilor inițiale la bara static determinată</i>	18
<i>Figura 2.4 Ipoteza lui Bernoulli - secțiune plană înainte și după deformare</i>	20
<i>Figura 2.5 Schemă pentru o bară cu un singur GDL (grad de libertate)</i>	20
<i>Figura 2.6 Bara cu un singur GDL (grad de libertate)-metoda directă, deplasare unitară</i>	21
<i>Figura 2.7 Bara cu 3 GDL (grade de libertate) - metoda directă</i>	22
<i>Figura 2.8 Eforturi nodale ale barei cu 6 GDL (grade de libertate)</i>	25
<i>Figura 2.9 Deplasări nodale ale barei cu 6 GDL (grad de libertate)</i>	26
<i>Figura 2.10 Unghiuri ale barei diferite de sistemul local de axe de coordonate</i>	28
<i>Figura 2.11 Vizualizarea legăturii efort-deformație pe element finit cu 3 GDL</i>	30
<i>Figura 2.12 Sistem de bară cu trei GDL și 3 elemente finite</i>	31
<i>Figura 2.13 Vizualizare gradede libertate pe element finit cu 3 GDL - caz general</i>	31
<i>Figura 2.14 Vizualizare gradedor de libertate pe primul element finit cu 3 GDL</i>	32
<i>Figura 2.15 Vizualizare gradedor de libertate pe al doilea element finit cu 3 GDL</i>	33
<i>Figura 2.16 Vizualizare procedeului de super-poziționare-caz general</i>	35
<i>Figura 2.17 Algoritm de lucru pentru calculul în domeniul linear</i>	36
<i>Figura 2.18 Algoritm secundar pentru rezolvarea ecuației matriciale liniare</i>	37
<i>Figura 2.19 Schemă de așezarea matricilor prin super-poziționare</i>	47
<i>Figura 2.20 Exemplificare de pivotare în cazul sistemelor slab condiționate</i>	64
<i>Figura 3.1 Ilustrarea grafică a analizei liniară/nelinier, precum și a soluției analizei liniare/nelinare a problemei statice</i>	75
<i>Figura 3.2 Vizualizare metoda directă de calcul nelinier</i>	76
<i>Figura 3.3-Vizualizare grafică a metodei de calcul nelinier Newton-Raphson</i>	77
<i>Figura 3.4 Vizualizare grafică a metodei de integrare numerică neliniară a metodei Newton-Raphson modificată</i>	78
<i>Figura 3.5 Vizualizare Metoda Newton Raphson într-o etapă</i>	79
<i>Figura 3.6 Starea de tensiune a punctului material</i>	81
<i>Figura 3.7 Diagrame efort-deformație comparative pentru beton și constituienți</i>	81
<i>Figura 3.8 Curba efort-deformație pentru betoanele solicitate uniaxial</i>	85
<i>Figura 3.9 Diagrame caracteristice curente pentru betonul comprimat</i>	86
<i>Figura 3.10 Energiile potențiale elementare de deformație</i>	87

<i>Figura 3.11</i>	<i>Diagrame caracteristice curente pentru betonul comprimat</i>	88
<i>Figura 3.12</i>	<i>Schema statică a grinzii considerate</i>	89
<i>Figura 3.13</i>	<i>Diagrama caracteristică a oțelului beton considerat</i>	89
<i>Figura 3.14</i>	<i>Secțiuni transversale considerate</i>	90
<i>Figura 3.15</i>	<i>Diagrame moment-curbură</i>	91
<i>Figura 3.16</i>	<i>Diagrame forță-săgeată</i>	92
<i>Figura 3.17</i>	<i>Energiile potențiale specifice (secționale) de deformație</i>	97
<i>Figura 3.18</i>	<i>Energiile potențiale de deformație</i>	97
<i>Figura 3.19</i>	<i>Schematizarea comportării betonului întins</i>	99
<i>Figura 3.20</i>	<i>Creșterea energiei specifice de fracturare considerând betonul dintre fisuri</i>	100
<i>Figura 3.21</i>	<i>Diagrame de separare a fețelor fisurii</i>	100
<i>Figura 3.22</i>	<i>Prevederi CEB-FIB MC 2010 [3]</i>	101
<i>Figura 3.23</i>	<i>Diagrame de separare considerate la cele 3 elemente</i>	102
<i>Figura 3.24</i>	<i>Modele constitutive rezultate pentru betonul întins</i>	102
<i>Figura 3.25</i>	<i>Diagrame moment-curbură cu și fără participarea betonului între fisuri</i>	103
<i>Figura 3.26</i>	<i>Diagrame forță-săgeată cu și fără participarea betonului între fisuri</i>	104
<i>Figura 3.27</i>	<i>Diagrame caracteristice curente pentru oțelul beton</i>	107
<i>Figura 3.28</i>	<i>Distorsionarea diagramei uniaxiale de referință a betonului pentru surprinderea efectului curgerii lente</i>	109
<i>Figura 3.29</i>	<i>Expandarea diagramei uniaxiale de referință a betonului confinat</i>	109
<i>Figura 4.1</i>	<i>Corelarea diagramei moment-curbură cu diagramele caracteristice</i>	112
<i>Figura. 4.2</i>	<i>Secțiune încovoiată cu deformații inițiale în etapa de solicitare r</i>	113
<i>Figura. 4.3</i>	<i>Schematizarea iterării pentru calculul momentului încovoietor considerând cunoscută deformația specifică a fibrei extreme întinse</i>	116
<i>Figura. 4.4</i>	<i>Schematizarea iterării pentru calculul momentului încovoietor considerând cunoscută deformația specifică a fibrei extreme comprimată</i>	117
<i>Figura. 4.5</i>	<i>Construirea diagramei moment curbura cu ajutorul curbelor de egală curbura – metoda Pfrang –Siess – Sozen [61]</i>	119
<i>Figura 4.6</i>	<i>Interfața aplicației de calcul prin metoda Mircea și colectivul [64]</i>	120
<i>Figura 4.7</i>	<i>Interfața aplicației ABAQUS CAE</i>	120
<i>Figura 4.8</i>	<i>Diagrame moment-curbură comparative</i>	121

<i>Figura 4.9 Diagrame moment-curbură idealizată</i>	122
<i>Figura 4.10 Adaptarea rigidității elementelor la eforturi</i>	137
<i>Figura 4.11 Modelul corzii tensionate aplicat la elementele încovoiate</i>	141
<i>Figura 4.12 Faze de fisurare</i>	141
<i>Figura 4.13 Calculul ariei efective la elemente încovoiate</i>	143
<i>Figura 4.14 Deformații inițiale și eforturi nodale pe elementul finit</i>	150
<i>Figura 4.15 Deformații inițiale ale matricei și componentelor aderente (pas 2)</i>	150
<i>Figura 4.16 Deformații inițiale totale (pas 2)</i>	151
<i>Figura 4.17 Eforturi nodale și deformații inițiale totale (pasul 2)</i>	152
<i>Figura 4.18 Translatarea diagramei moment-curbură pentru raportarea la momentul exterior</i>	152
<i>Figura 4.19 Deformații inițiale din variații de temperatură</i>	153
<i>Figura 4.20 Deformații inițiale din contracția betonului în pasul 1</i>	157
<i>Figura 4.21 Deformații inițiale din contracția betonului în pasul 2</i>	157
<i>Figura 5.1 Fereastra mamă – fereastra cadru a aplicației</i>	168
<i>Figura 5.2 Fereastra copil – secțiuni încovoiate</i>	169
<i>Figura 5.3 Fereastra copil – Grinzi</i>	169
<i>Figura 5.4 Modelarea betonului cu elemente solide</i>	170
<i>Figura 5.5 Modelarea armăturii cu elemente liniare</i>	171
<i>Figura 5.6 Modelarea participării betonului întins în ABAQUS</i>	171
<i>Figura 5.7 Modele constitutive efort tangențial – lunecare</i>	172
<i>Figura 5.8 Diagrame comparative încărcare-săgeată</i>	173
<i>Figura 5.9 Zone de armare și trasee ale armăturilor active</i>	175
<i>Figura 5.10 Schema de rezemare și încărcare</i>	175
<i>Figura 5.11 Secvențe încercări pe grinzi precomprimate – 1</i>	176
<i>Figura 5.12 Secvențe încercări pe grinzi precomprimate – 2</i>	177
<i>Figura 5.13 Secvențe încercări pe grinzi precomprimate – 2</i>	179
<i>Figura 5.14 Interfața de calcul pentru grinzi</i>	180
<i>Figura 5.15 Diagramele moment-curbură în cele 4 zone ale elementului</i>	180
<i>Figura 5.16 Diagrama forță-săgeată (deplasarea din C)</i>	181

LISTA TABELELOR

<i>Tabelul 3.1 Momente secționale caracteristice</i>	93
<i>Tabelul 3.2 Diferențe procentuale maxime între momentele încovoietoare</i>	93
<i>Tabelul 3.3 Curburi secționale caracteristice și factori de ductilitate</i>	94
<i>Tabelul 3.4 Diferențe procentuale maxime între curburile și factorii de ductilitate</i>	94
<i>Tabelul 3.5 Încărcări caracteristice</i>	95
<i>Tabelul 3.6 Diferențe procentuale maxime între încărcări</i>	95
<i>Tabelul 3.7 Săgeți caracteristice și factori de ductilitate</i>	96
<i>Tabelul 3.8 Diferențe procentuale maxime între săgeți și factorii de ductilitate</i>	96
<i>Tabelul 3.9 Influența betonului dintre fisuri asupra momentelor caracteristice</i>	105
<i>Tabelul 3.10 Influența betonului dintre fisuri asupra curburilor și ductilității</i>	105
<i>Tabelul 3.11 Influența betonului dintre fisuri asupra încărcărilor caracteristice</i>	105
<i>Tabelul 3.12 Influența betonului dintre fisuri asupra săgeților și ductilității</i>	106
<i>Tabelul 3.13 Influența procentuală participării betonului întinse între fisuri</i>	106
<i>Tabelul 3.14 Influența consolidării asupra energiei potenționale de deformare elementare la diverse tipuri de armături pasive</i>	106
<i>Tabelul 3.15 Influența consolidării oțelului asupra încărcărilor și curburilor la rupere</i>	108
<i>Tabelul 4.1 Deformații de control specifice punctelor cheie</i>	115
<i>Tabelul 4.2 Raportul eforturilor de aderență ξ</i>	144
<i>Tabelul 4.3 Valori de referință ale coeficientului de dilatare termică liniară</i>	153
<i>Tabelul 4.4 Valori k_h</i>	155
<i>Tabelul 4.5 Valori ale coeficienților raportați tipului de ciment</i>	155
<i>Tabelul 5.1 Parametrii de definire a modelelor constitutive de aderență</i>	172
<i>Tabelul 5.2 Informații sintetice cu privire la condițiile încercărilor</i>	174
<i>Tabelul 5.3 Rezistențele betonului</i>	174
<i>Tabelul 5.4 Eforturi și deformații inițiale până la transfer în armăturile active</i>	179
<i>Tabelul 5.5 Sarcini de fisurare</i>	181

1 INTRODUCERE

1.1. Prezentarea succintă a temei și încadrarea tezei de doctorat în domeniul științific

Datorită tendințelor de dezvoltare sustenabilă, cunoașterea profundă a fenomenelor ce se petrec în structurile de beton armat și precomprimat se constituie într-o prioritate a cercetării în domeniul ingineriei civile. Studiul elementelor de beton armat reprezintă o tendință viabilă de dezvoltare. În acest context general, în ultimele decade au avut loc o intensificare a cercetărilor privind implementarea conceptului de deplasări și/sau deformații inițiale în practica inginerescă, cu precădere în domeniul analizei neliniare de structuri de beton armat și precomprimat. Aceste cercetări au ca scop perfecționarea și creșterea rafinamentului programelor de calcul în domeniu, prin elaborarea de modele comportamentale mai apropiate de realitate și mai elaborate. Datorită unor mașini de calcul cu capacități sporite de calcul și analiză s-au putut dezvolta noi posibilități în analiza statică a structurilor de beton armat. Tot datorită puterii de calcul sporite aduse de noile tehnologii, dar și datorită nevoilor de estimări mai precise s-a dezvoltat calculul în domeniul neliniar în analiza structurală a structurilor de beton armat.

Structurile de beton armat și precomprimat sunt deseori preferate datorită durabilității, dar și datorită folosirii unor resurse locale. De aceea, aceste structuri se constituie într-o ramură de cercetare foarte importantă a ingineriei civile. Este de notorietate faptul că betonul este cel mai utilizat material de construcții încă din vremuri străvechi. Totuși, pe lângă proprietățile betoanelor de a rezista la

compresiuni foarte mari și costul relativ redus pentru betoane în raport cu alte materiale folosite în construcții se observă și unele dezavantaje, cum ar fi capacitatea redusă de rezistență la întindere (cca 10-20% din capacitatea la compresiune) precum și plasticitate și izotropie reduse. În aceste condiții apariția unor fisuri la nivel microscopic și macroscopic sunt aproape inerente, chiar de la începutul serviciului acestora.

Starea de tensiuni (eforturi) inițiale din interiorul unui solid se raportează direct stării de deplasări și deformații. În general, stările de deplasări și deformații redau modificările geometrice ale corpului solicitat și, indirect energia înmagazinată în acesta. Așa cum reiese din această succintă definiție, s-ar putea deduce că aplicarea conceptului de deplasări și deformații inițiale ale betonului armat, se referă strict la acele deplasări și deformații instantanee care se produc datorită reologiei betonului proaspăt și tehnologiilor de execuție (de exemplu contracția timpurie a betonului, pre/post întinderea armăturilor active, etc.). Așa cum reiese din lucrarea de față, ansamblul fenomenelor modelate prin aplicarea conceptului este mult mai larg.

1.2 Motivația cercetării

Capacitatea portantă a unei structuri de beton armat și/sau precomprimat este strâns legată de starea de tensiuni inițiale. Nu întâmplător acest subiect are un istoric încă din secolul 17, când Robert Hooke a reușit să dea o formulare matematică riguroasă legăturii dintre efort și deformație la un solid perfect elastic.

În prezent nu se poate concepe o practică curentă a ingineriei civile fără a putea evalua cât mai precis stările de eforturi și deformații. Deoarece betonul armat și/sau precomprimat este un material profund anizotrop și neomogen, cu caracteristici particulare deosebite, adesea este necesar ca inclusiv capacitatea portantă să fie estimată implementând conceptul de deformație inițială. Mai mult, alături de tehnicile de manipulare a modelelor constitutive de comportare a betonului și oțelului conceptul oferă posibilități viabile de implementare a modelelor reologice capacităților reziduale pentru elementele supuse la o paletă

foarte lergă de fenomene (oboseală, cicluri alternante, atac chimic, degradare fizică, coroziune, etc.).

Nevoia unor programe de calcul performante, care să permită o evaluare cât mai aproape de starea reală de solicitare și deformație a elementelor de beton armat este mai mult decât stringentă atât la nivel național cât și la nivel internațional. Aceste programe sunt destinate utilizării atât de către ingineri cât și de către cercetători, datorită abilităților de descriere virtuală cu mare acuratețe a fenomenelor reale.

Demersul științific prezentat în lucrare se motivează prin dorința autorului tezei de a aduce contribuții în demersul de a pune la dispoziția practicienilor astfel de instrumente informatice, ușor de înțeles și implementat. Abordarea urmărește reducerea timpului de calcul (și în consecință a reducerii erorilor numerice) prin optimizarea evaluării rigidității diverselor materiale utilizând o tehnică iterativă originală bazată pe rigiditatea secantă și raportarea ei inclusiv stărilor de deformații și eforturi inițiale. Procedurile de calcul propuse permit analiza unor elemente și structuri cu secțiuni geometrice variabile atât în termeni de rigiditate cât și ca geometrie inițială.

1.3 Obiectivele tezei de doctorat

Obiectivul general al cercetării este acela de a aduce contribuții semnificative în modelarea numerică neliniară a comportării structurilor de beton armat și/sau comprimat. Atingerea acestui obiectiv global este fundamentată în cadrul prezentei teze prin îndeplinirea următoarelor obiective specifice:

Obiectivul 1: Aprofundarea aparatului matematic implementat în metodele de calcul numeric (metoda matricială și metoda elementului finit) cu largă aplicabilitate la structurile de beton armat și/sau precomprimat.

Obiectivul 2: Înțelegerea aprofundată a modului de descriere matematică a unei game largi de fenomene fizice și chimice specifice comportării structurilor de beton armat și/sau precomprimat.

Obiectivul 3:Elaborarea de algoritmi de calcul originali și implementarea acestora într-o aplicație software care să rezolve modele comportamentale pentru grinzile de beton armat și/sau precomprimat implementând în mod creator conceptul de deformații inițiale.

Obiectivul 4:Validarea algoritmilor propuși și ai aplicației.

Obiectivul 5: Propunerea de noi direcții de cercetare și deschiderea de noi domenii potențiale în această direcție.

1.4 Conținutul tezei de doctorat

Teza de doctorat de față este structurată în șase capitole. Conținutul sumarizat al acestora este prezentat în continuare.

Capitolul 1 prezintă o descriere sintetică a temei de cercetare, a motivației și obiectivelor propuse și studiate în teza de doctorat și precizează obiectivele imediate ale prezentei teze.

Capitolul 2 tratează conceptul de deformație inițială dintr-o perspectivă elastic-liniară a problemei static nedeterminate. În prima parte se face o trecere în revistă a principiilor de ordin teoretic ce sunt aplicate în teoria de deformație inițială. Urmează o descriere amplă a modului în care s-a implementat în cadrul programului de tip soft creat cu ocazia prezentei teze, calculul liniar-elastic. Se trec în revistă ipotezele simplificatoare, se descriu principiile teoretice de calcul liniar pentru barele/elemente finite cu 1 și respectiv 3 GDL (grade de libertate). Pentru bara/elementul finit cu 6 GDL(grade de libertate) se explicitează și matricea de transformare care face trecerea de la un sistem de axe de coordonate coincident cu cel al barei la sistemul de axe de coordonate global. Ultima parte descrie algoritmi de calcul ce au fost implementați în aplicația soft din prezenta teză de doctorat, precum și principalele proceduri și funcții implementate prin platforma C++ Builder.

Capitolul 3 are ca obiectiv o analiză critică a conceptului de neliniaritate în analiza statică a structurilor de beton armat și precomprimat. Primul subcapitol

are ca obiectiv o retrospectivă analitică a metodelor numerice incrementale folosite până prezent în calculele statice. Tot în cadrul acestui subcapitol se are în vedere o perspectivă mai largă asupra conceptului de neliniaritate, precum și a rațiunii conform căreia s-a avut în vedere introducerea rigidității secante în calculul static neliniar al structurilor de beton armat. Următorul subcapitol are în vedere o perspectivă asupra relațiilor constitutive în analiza static neliniară, precum și nevoia acestor relații, datorită reologiei elementelor de beton armat. Ultimele subcapitole prezintă aspecte teoretice comparative legate de trecerea în calculul static neliniar de la materialul anizotrop la cel izotrop prin intermediul diagramelor caracteristice de referință . De asemenea, pentru o analiză mai rafinată, se tratează aspecte legate de fisurarea betonului sau energia de fisurare. Alte modalități de procesare a diagramelor caracteristice de referință astfel încât să se țină seama de fenomene ca și aderența dintre beton și armătură sau confinarea betonului sunt tratate în cadrul acestui capitol.

Capitolul 4 introduce efectiv conceptul de deformație inițială la elementele de beton armat și precomprimat în analiza static neliniară. De asemenea se explică metodologia de implementare la nivel secțional și de element finit al diagramelor de moment-curbură în analiza static neliniară. Ulterior se tratează în cadrul acestui capitol modalitatea de construire a diagramei moment curbură și se are în vedere o analiză critică comparativă a diagramei moment-curbură în funcție de factorii determinanți, cum ar fi tipul de secțiune și material sau curba caracteristică avută în vedere. Tot în cadrul acestui capitol se descrie modul în care se integrează calculul liniar-elastic cu diagrama de moment-curbură, pentru efectuarea analizei neliniare, precum și principalele funcții create în cadrul programului de calcul tip soft. Modelarea cu metode numerice a participării betonului întins dintre armături este abordată de asemenea în cadrul acestui capitol. Se explică necesitatea unei modelări numerice astfel încât să corespundă reologiei și stării de solicitare reală, precum și principalele funcții legate de problematic, din cadrul aplicației de tip soft. În finalul acestui capitol se prezintă aspecte legate de deformațiile inițiale și reologia betonului întins și precomprimat. Astfel că sunt tratate situațiile în care avem aderență perfectă

între beton și armătură, sau nu avem aderență deloc. De asemenea sunt explicitate considerente de ordin teoretic și modalități de implementare în programe de tip soft a deformațiilor inițiale din efecte termice sau datorită contracției autogene/la uscare a betonului sau curgerea lentă a betonului atât la betoanele de înaltă rezistență, cât și la betoanele uzuale pentru elementele de beton armat și precomprimat. Se prezintă și aspecte legate de deformațiile inițiale cauzate de relaxarea armăturii la elementele de beton armat și precomprimat.

Capitolul 5 este dedicat validării modelelor propuse. În acest sens, studiile teoretice de caz, prezentate pe larg în capitolul 3, sunt comparate cu analize neliniare efectuate cu aplicația ABAQUS CAE. Capitolul se finalizează cu comparații ale unor analize teoretice, realizate prin abordarea iterării directe, cu rezultate experimentale ale unor încercări experimentale efectuate pe grinzi de beton precomprimat, în cadrul unui vast program experimental necesar certificării de conformitate a elementelor prefabricate utilizate la podurile și viaductele autostrăzii Transilvania.

Capitolul 6 expune concluziile prezentei teze de doctorat și contribuția autorului la dezvoltarea tematicii propuse în acesta teză. Contribuția personală la îmbogățirea patrimoniului local și internațional științific precum și posibile direcții de cercetare în aprofundarea acestei tematici sunt prezentate, de asemenea, în cadrul acestui capitol.

2 CONCEPTUL DE DEFORMAȚII INIȚIALE ÎN CALCULUL LINIAR ELASTIC

2.1 Principii de bază

Conceptul de deformații inițiale datează încă din vremurile de pionierat ale fundamentării Metodei Elementului Finit. Zienkeviecz [01] a prezentat conceptul în vederea implementării efectelor termice în calculele structurale. O astfel de abordare este optimă la elementele de tip bară însă nu permite o modelare directă a unei game largi de problematici (de exemplu pretensionarea excetrică, implementarea proprietăților reologice etc.). Prin lucrarea de față se propune implementarea distinctă, pentru un întreg ansamblu secțional (de exemplu, în cazul betonului armat secțiunea alcătuită din matricea de beton și armături, fie active sau pasive) de deformații inițiale axiale, cu o gamă largă de aplicabilitate la elementele de tip bară sollicitate la eforturi axiale și/sau încovoiere (vezi Figura 2.1).

Într-un accept limitat, deformațiile inițiale ale unui element sunt acelea care apar fără ca acesta să fie supus unor acțiuni mecanice. La elementele de beton, astfel de deformații pot fi datorate contracției timpurii a betonului conform Borosnyoi [02]. Atât timp cât nu există constrângeri (externe și/sau interne) aplicate contracției libere, nu se generează stări de eforturi secundare în masa elementului. Acestea apar doar datorită împiedicării într-un procent mai mare sau mai mic a contracției timpurii.

În modelarea prin calcul, deformația specifică totală ϵ_t la nivelul unei fibre sau punct material, poate avea două componente de bază:

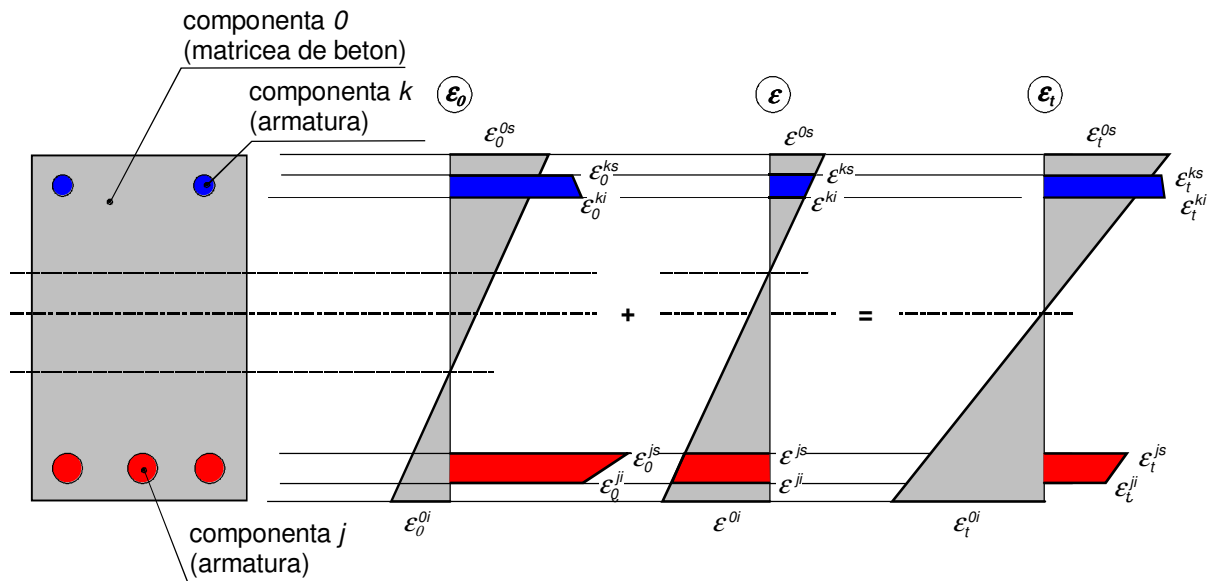


Figura. 2.1 Fundamentul implementării conceptului de deformație inițială în calculul secțional

$$\epsilon_t = \epsilon_0 + \epsilon \quad (2.1)$$

unde ϵ_0 este deformația inițială, iar ϵ este deformația instantanee datorată încărcărilor. Aplicând modele analitice pentru calculul deformației de contracție timpurie a betonului, acestea se pot implementa cu ușurință în calcule neliniare asociate unei vârste asumate a betonului.

Betonul precomprimat, este asociat cu noțiunea de eforturi inițiale. Acestea se datorează deformației inițiale a armăturilor active prin întindere. Odată ce armăturile active sunt blocate la extremități (fie prin ancoraje, fie prin aderență) tendința de revenire elastică a armăturilor este contracarată de beton. În consecință relația (2.1) se poate implementa cu ușurință în calcule dacă se aplică o deformație inițială diferită de zero doar armăturilor active.

În proiectarea bazată pe performanță, considerarea proprietăților reologice ale betonului și oțelului este inevitabilă. Astfel, prin cercetările efectuate până în prezent au fost elaborate numeroase modele analitice de calcul a deformației betonului (contracție și curgere lentă) și oțelului (relaxare) asociate nivelurilor de solicitare. Consumarea acestor deformații conduce la creșteri substanțiale de deplasări și redistribuiri

importante de eforturi interioare, astfel încât pentru o anumită vârstă a unei structuri apare ca fiind optimă implementarea relației (2.1).

Odată cu creșterea vârstei patrimoniului construit, crește și importanța lucrărilor de reabilitare a acestora. De regulă, consolidarea elementelor se realizează pe scheme deformatate, iar majoritatea programelor de calcul ingineresc nu au capabilități de considerare a deformațiilor asociate acestora. Implementarea relației (2.1), după estimarea inițială a unei stări de deformații asociată vârstei, conform Cătinaș [03] și nivelului de solicitare la care se efectuează consolidarea, permite cu ușurință surprinderea cu acuratețe a comportării structurale. O astfel de abordare este foarte utilă și în calculul structurilor prefabricate/îmbinate prin procedee umede. Acestea prezintă deformații în timpul întăririi betonului din suprabetonări, care, de asemenea pot fi considerate ca deformații inițiale.

În cadrul cercetării s-a considerat ca fiind deosebit de importantă implementarea conceptului la calculul elementelor de tip bară specifice elementelor de beton armat și/sau precomprimat solicitate la încovoiere. Drept urmare, s-au identificat ca metode cadru potențiale de calcul numeric Metoda Elementului Finit - MEF și Metoda de Calcul Matriceal – MCM. Deși sunt similare, s-a considerat MCM ca fiind mai adecvată obiectivelor propuse datorită fundamentării acesteia mai mult pe teoria structurilor și mai puțin pe lipsa de fundamentare fenomenologică a MEF, care are fundamente strict numerice.

Complementar, s-au considerat elementele de analiză secțională elaborate de Mircea și colectivul [04], de unde s-au preluat elemente care s-au completat cu algoritmi originali implementați în mediul de programare C++ Builder. Elementele preluate se referă la evaluarea secțională a rigidității asociată unei stări de eforturi și deformații. Acestea au fost adaptate conceptului de deformație inițială (vezi Figura 2.1) pentru toate componentele unei secțiuni transversale, ulterior modulul de calcul elastic MCM (elaborat cu ocazia cercetării) fiind integrat într-o aplicație numerică neliniară prin metoda incrementală directă.

2.2 Implementarea deformațiilor inițiale în analiza elastică

În calculul elastic deformațiile inițiale se reduc doar la eforturi nodale. La un calcul elasto-plastic, așa cum se va observa în continuare, deformațiile inițiale pot interveni și cu variații substanțiale de rigiditate ale secțiunilor transversale de control.

Pentru elementul de bară cu secțiune constantă și două puncte nodale cu câte 3 grade de libertate, forțele nodale generate de deformațiile inițiale sunt puse în evidență în Figura 2.2. Starea de tensiuni în secțiunea de control, datorată deformațiilor inițiale, conform Mircea [05], este pusă în evidență la un element static determinat în Figura 2.3. La un element static nedeterminat, eforturile nodale vor fi influențate de legăturile exterioare ale elementului, deoarece relația (2.1) se generalizează prin expresia:

$$\{F_e\} = \{K_e\}\{U_e\} + \{F_{0e}\} \quad (2.2)$$

unde $\{F_e\}$ este vectorul forțelor nodale totale, $\{K_e\}$ este matricea de rigiditate a elementului, $\{U_e\}$ este matricea deplasărilor nodale, iar $\{F_{0e}\}$ este vectorul forțelor nodale datorate deformațiilor inițiale,

$$\{F_{0e}\} = \begin{bmatrix} F_{0x}^1 \\ F_{0z}^1 \\ M_{0y}^1 \\ F_{0x}^2 \\ F_{0z}^2 \\ M_{0y}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_{0x} \\ 0 \\ M_{0y} \\ N_{0x} \\ 0 \\ -M_{0y} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Forțele nodale se obțin prin integrarea pe secțiune a caracteristicilor de rigiditate ale componentelor secțiunii multiplicare cu deformațiile inițiale, aplicând legea lui Hooke:

$$\begin{aligned} N_{0x}^{1(2)} &= \iint_D \sigma_x dA \\ M_{0y}^{1(2)} &= \iint_D (z-z_G) \sigma_x dA \end{aligned} \quad (2.4)$$

Așa cum arată Mircea și colectivul [04], aplicând formula lui Green integralele de suprafață se reduc la integrale pe conturul fiecărei componente a secțiunii transversale.

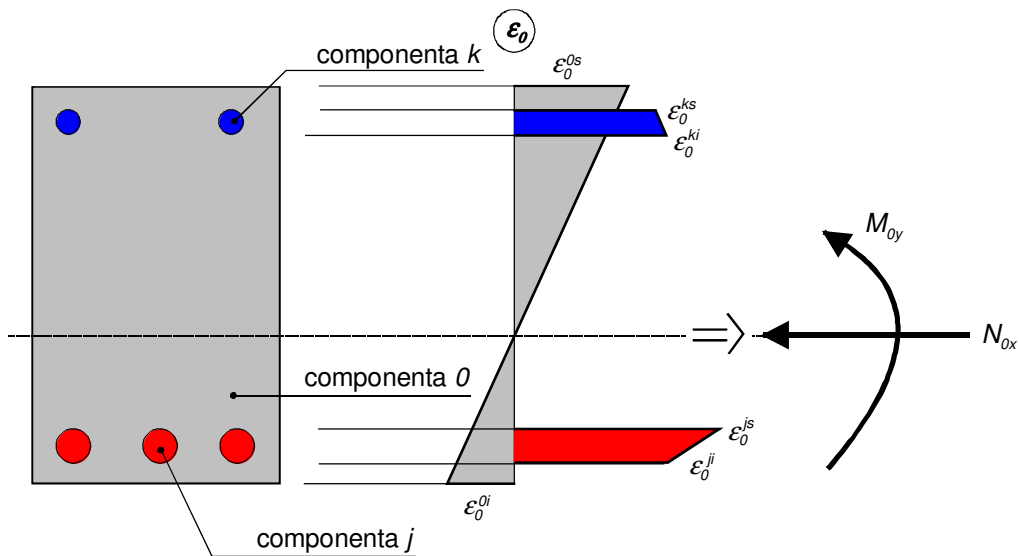


Figura 2.2 Forțele nodale datorate deformațiilor inițiale la bara cu secțiune constantă

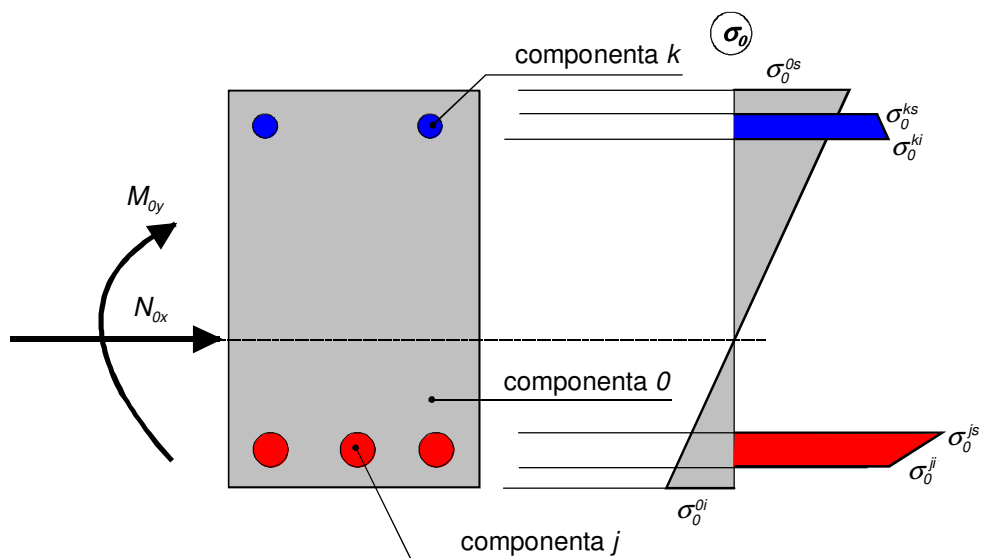


Figura 2.3 Tensiuni datorate deformațiilor inițiale la bara static determinată

2.3 Calculul liniar-elastic al barelor prin MCM și MEF

2.3.1 Ipoteze simplificatoare

În primul rând sunt acceptate ipoteze simplificatoare impuse de teoria elasticității. Pornind de la ipotezele simplificatoare datorate lui Hooke, ansamblul ipotezelor simplificatoare este prezentat în continuare, conform Mocanu [06].

Ipoteza izotropiei, ceea ce înseamnă că proprietățile pe orice direcție din

structura materialului conduc la aceleași valori constante elastice pentru constantele elastice (E, G,..).

Ipoteza elasticității perfecte este apropiată de realitate deoarece majoritatea materialelor sunt solicate sub limita lor de elasticitate, deci deformațiile suportate sunt complet reversibile.

Ipoteza deformațiilor mici față de dimensiunile corpului din care face parte. Se poate afirma că ecuațiile de echilibru pot fi scrise la fel atât pentru corpul deformat cât și pentru corpul nedeformat pentru că direcțiile forțelor și distanțele dintre ele nu se modifică după deformare. Mai mult, în expresiile matematice ce includ valori ale deformațiilor, termenii ce conțin puteri ale acestora pot fi neglijați, ca „ infinit mici de ordin superior”. Această neglijare a termenilor de ordin superior mai este cunoscută ca „ teoria de ordinul întâi”. În teoria de ordinul al doilea se iau în considerare și deformațiile în scrierea ecuațiilor de echilibru.

Principiul lui Saint-Venant ne spune că la distanță suficientă de locul de aplicare, efectele a două forțe au aceeași intensitate, adică sunt valoric aceleași , chiar dacă sunt aplicate în mod diferit (ca forță concentrată sau distribuită).

Ipoteza stării naturale ce spune că pentru un corp, o rezemare și un sistem de sarcini date, starea de tensiuni și deformații este unică , adică se neglijează unele tensiuni remanente din interiorul materialului.

Ipoteza lui Bernoulli arată că o secțiune transversală și plană la axa unei bare rămâne plană și normală și după deformare. Ipoteza se respectă în mod riguros la efort axial de întindere(sau tracțiune) dar aduce simplificări consistente la eforturile induse de momente, mai ales la cel de încovoiere. Pentru o mai bună exemplificare se poate observa Figura 2.4.

Ipoteza liniarității între efort și deformație face posibilă aplicarea principiului suprapunerii efectelor (sau numit al independenței efectelor) încărcărilor. Acest principiu permite o mare simplificare a calculelor și poate fi aplicat în toate cazurile în care există o relație liniară între două mărimi fizice (pentru materialele liniar-elastice asemenea relații

se stabilesc între forțe și deplasări, între momente și rotații și între tensiuni și deformații specifice).

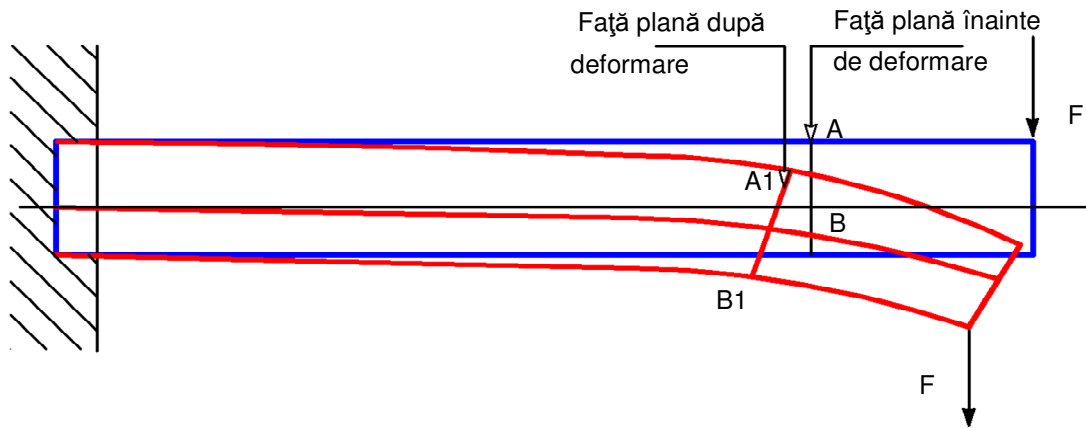


Figura 2.4 Ipoteza lui Bernoulli - secțiune plană înainte și după deformare

2.3.2 Calculul elementului de bară cu un singur grad de libertate prin metoda directă - MCM

În metoda directă, conform Faur [07], pentru calculul matricei de rigiditate la bară cu un singur grad de libertate se consideră o bară ca în Figura 2.5:

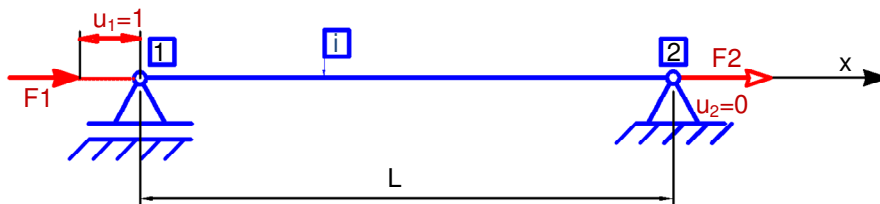


Figura 2.5 Schemă pentru o bară cu un singur GDL (grad de libertate)

Deplasările, vor fi ca în figură, adică în nodul 1 va fi $u_1=1$, iar în nodul 2 va fi $u_2=0$. Forțele axiale vor fi exprimate în (2.5) și (2.6):

$$F_1 = k_{11} = -k_{21} = \frac{ES}{L} \quad (2.5)$$

și respectiv:

$$F_2 = k_{21} = -\frac{ES}{L} \quad (2.6)$$

Se impune condiția de echilibru ca forțele să fie în echilibru static:

$$F_1 + F_2 = 0 \quad (2.7)$$

Dacă încercăm să exprimăm matricial ecuațiile (2.5) și (2.6), ele se pot scrie sub forma unor matrici dacă considerăm (2.7):

$$\{F\} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

În mod asemănător, dacă în nodul 2 se impune o deplasare $u_2=1$ și respectiv pentru nodul 1 se impune o deplasare $u_1=0$, ca în Figura 2.6 se obțin relații asemănătoare.

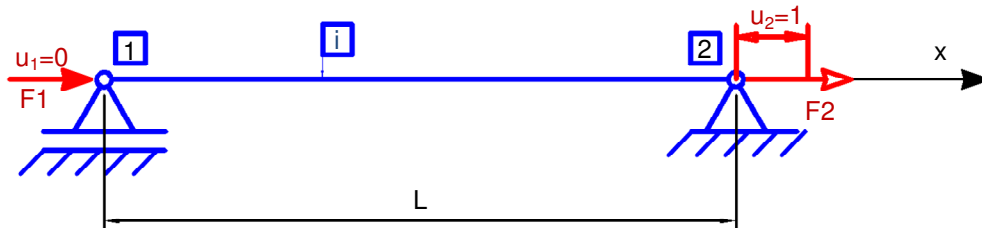


Figura 2.6 Bara cu un singur GDL (grad de libertate)-metoda directă, deplasare unitară

Forțele care acționează în noduri devin:

$$F_2 = K_{22} = K_{11} = \frac{ES}{L} \quad (2.9)$$

și

$$F_1 = K_{21} = K_{12} = -\frac{ES}{L} \quad (2.10)$$

Cunoscând astfel elementele matricei de rigiditate, ea poate fi scrisă sub o formă matricială cunoscută:

$$[K_i] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Relația (2.11) definește matricea de rigiditate a elementului liniar cu un grad de libertate. Astfel de elemente se pot utiliza cu succes în modelarea elementelor de tip bară solicitată pur axial, dacă se neglijează rigiditatea la compresiune sau elemente de tip tirant.

Se face mențiunea că un rezultat asemănător se obține și prin metoda indirectă de calcul - MEF. Metoda indirectă de calcul se bazează pe abordarea energetică.

2.3.3 Calculul elementului de bară cu trei grade de libertate în metoda directă - MCM

Deplasările, conform Faur [08], vor fi ca în Figura 2.7, adică în nodul 1 va fi $u_1=1$, iar în nodul 2 va fi $u_2=0$, restul de deplasări, adică $v_1, v_2, \varphi_1, \varphi_2$, fiind considerate nule. Forțele axiale vor fi exprimate conform (2.12):

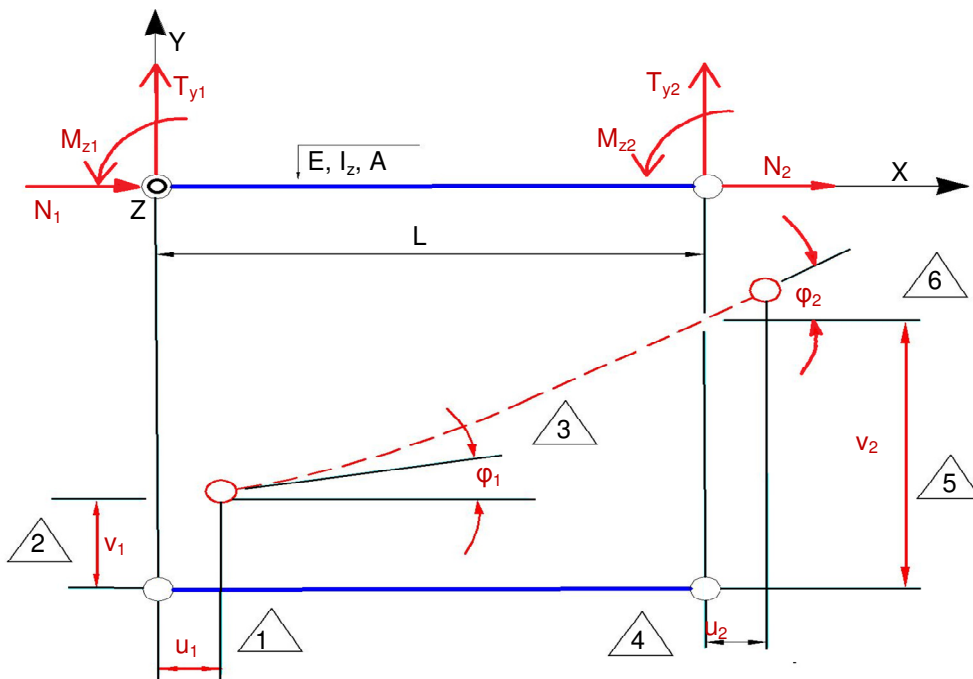


Figura 2.7 Bară cu 3 GDL (grade de libertate) - metoda directă

$$N_1 = k_{11} = \frac{ES}{L} \quad (2.12)$$

și respectiv, dacă se va trece la deplasarea unitară aferentă gradului de libertate în care

v_1 este nul:

$$\begin{aligned} k_{21} &= \frac{12EI_z}{L^3} \\ k_{32} &= \frac{6EI_z}{L^2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Analog, adică prin impunerea unei deplasări unitare pe direcția gradelor de libertate transversale și de rotire în primul capăt se pot deduce relații similare.

Se impune condiția de echilibru ca forțele să fie în echilibru static pe ambele direcții în relația:

$$\begin{aligned} N_1 + N_2 &= 0 \\ T_{y1} + T_{y2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dacă încercăm să exprimăm matricial, ecuațiile (2.12) și (2.13) se pot scrie sub forma unor matrici dacă considerăm (2.14):

$$\{F_1\} = \begin{bmatrix} N_1 \\ T_{y1} \\ M_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

În mod asemănător, dacă în nodul 2 se impune o deplasare $u_2=1$ și respectiv pentru nodul 1 se impune o deplasare $u_1=0$, ca în Figura 2.7 se obțin relații asemănătoare.

Forțele care acționează în noduri devin:

$$N_2 = k_{44} = k_{11} = \frac{ES}{L} \quad (2.16)$$

și

$$N_1 = k_{41} = k_{14} = -\frac{ES}{L} \quad (2.17)$$

Analog se procedează și cu restul forțelor rezultând:

$$\begin{aligned}
k_{22} &= \frac{12EI_z}{L^3} \\
k_{32} &= k_{23} = \frac{6EI_z}{L^2} \\
k_{33} &= \frac{4EI_z}{L}
\end{aligned}
\tag{2.18}$$

Cunoscând astfel elementele matricii de rigiditate, ea poate fi scrisă sub o formă cunoscută. Se face astfel remarca conform căreia se observă o reflecție a faptului că există o simetrie față de prima diagonală a matricii de rigiditate, conform Kim [09]. Prima diagonală a matricii de rigiditate pornește din colțul stânga-sus și merge până în colțul dreapta-jos. Această simetrie este naturală la un element finit și se traduce în termeni mecanici prin faptul că există o simetrie a eforturilor, adică dacă se acționează într-un capăt cu un efort se va naște o reacțiune în capătul neacționat egală și de semn contrar cu aceeași reacțiune ce se naște dacă acționăm în cel de-al doilea capăt cu aceeași forță. De asemenea se observă că nu există nici o legătură între efortul axial și celelalte două eforturi. Astfel că prezența elementelor nule reafirmă legătura matematică dintre efort și deformații care arată că nu se induce nici un fel de efort de moment sau forță tăietoare dacă acționează o forță axială. Această lipsă de legătură este datorată ipotezelor simplificatoare.

Expresia finală a matricii de rigiditate a elementului cu 3 grade de libertate este:

$$\{K_j\} = \begin{bmatrix} \frac{ES}{L} & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & \frac{ES}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}
\tag{2.19}$$

2.3.4 Calculul elementului de bara cu șase grade de libertate în metoda directă și matricea de transformare

Fie un element finit de tip bară, conform Faur [08] ce se află într-o stare triaxială de solicitare, deci la nivelul celor două noduri sunt prezente cele șase componente ale eforturilor: $N_x, T_y, T_z, M_x, M_y, M_z$, precum se poate vedea în Figura 2.8. La fiecare din cele șase componente ale forțelor generalizate aplicate la cele două capete ale elementului finit, îi corespunde câte o deplasare. Sensul pozitiv al deplasării coincide cu cel al axelor ale sistemului local de coordonate. Pentru elementul finit studiat se consideră cunoscute forma secțiunii transversale și de asemenea se cunosc caracteristicile geometrice ale secțiunii ($S [m^2]; I_z [m^4]; I_y [m^4]; I_t = I_x [m^4]$), considerate constante pe lungimea barei $L[m]$.

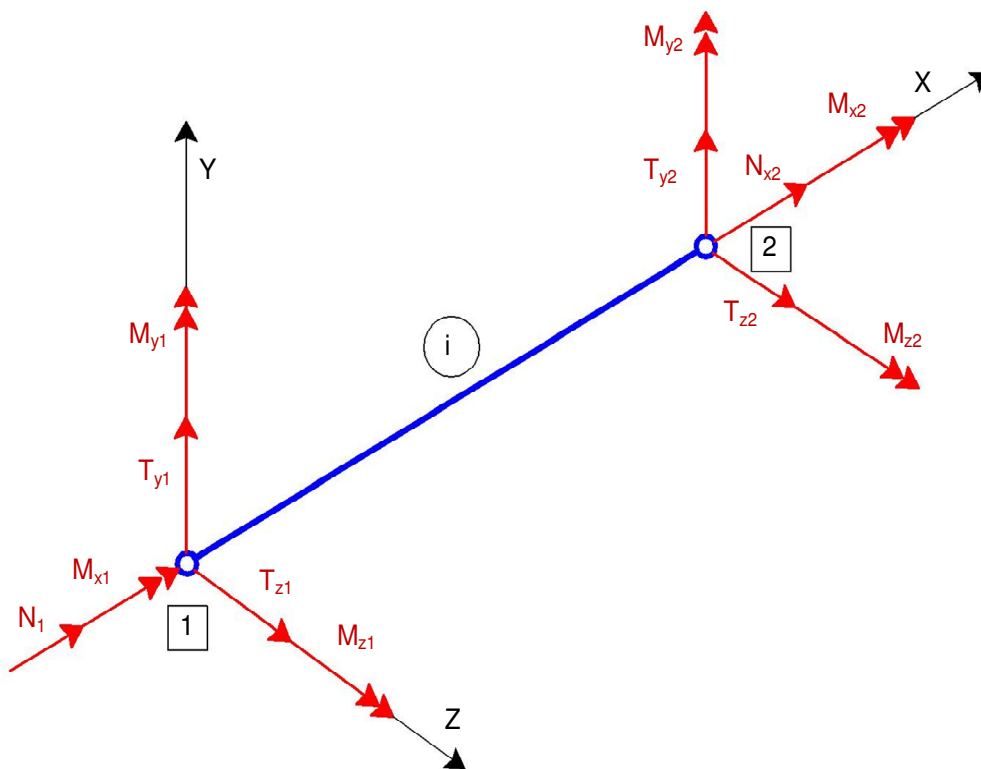


Figura 2.8 Eforturi nodale ale barei cu 6 GDL (grade de libertate)

Starea de deformație este descrisă de șase componente ale deplasărilor la fiecare din cele două noduri ale sale, trei deplasări liniare u , v , w și trei deplasări unghiulare φ_x , φ_y , φ_z , corespunzătoare celor trei direcții rectangulare x , y și z , ca și în Figura 2.9.

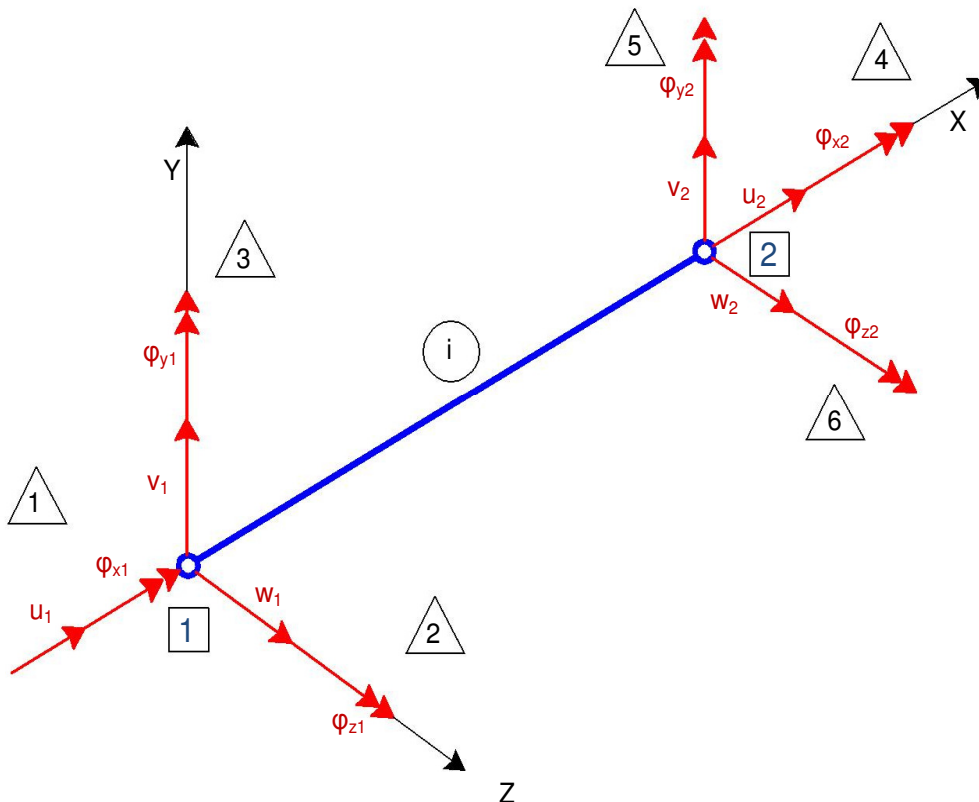


Figura 2.9 Deplasări nodale ale barei cu 6 GDL (grad de libertate)

În mod analog cu cazul cu un grad de libertate, se poate afirma că matricea de rigiditate a unui element are o dimensiune pătrată de 12×12 (vezi 2.22). Astfel că fiecărui grad de libertate îi corespunde în mod unic un element în matricea unui element de deplasări și un element unic în matricea de forțe exterioare. Vectorii deplasărilor și ai forțelor pentru un element sunt dați de relațiile ce urmează:

$$\{U_i\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \varphi_{x1} \\ \varphi_{y1} \\ \varphi_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \varphi_{x2} \\ \varphi_{y2} \\ \varphi_{z2} \end{bmatrix} \text{ și } \{F_i\} = \begin{bmatrix} N_1 \\ T_{y1} \\ T_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ N_2 \\ T_{y2} \\ T_{z2} \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ M_{z2} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Având în vedere relația dintre forțele nodale și deplasările nodale

$$\{F_i\} = \{K_i\}\{U_i\} \quad (2.21)$$

și aplicând aceleași metode ca la matricea de rigiditate cu un grad de libertate se poate în final deduce forma finală a matricei de rigiditate a unui element cu 6 grade de libertate, ce are forma din relația (2.22). Se face mențiunea că și de această dată matricea de rigiditate este simetrică după prima diagonală. La fel se observă că fiecare nod are practic o matrice de rigiditate individuală, în conformitate cu gradele de libertate. Simetria după cea de a doua diagonală se datorează faptului că matricea de rigiditate a elementului se consideră a avea aceleași proprietăți geometrice pe întreaga lungime a lui. Cea de a doua diagonală se consideră a fi de la colțul dreapta-sus la colțul stânga-jos. Problema care apare datorită schimbării proprietăților geometrice se rezolvă prin crearea unui element finit cu un nod acolo unde se produce schimbarea de proprietate geometrică, și apoi se implementează schimbarea de proprietate geometrică prin compunerea matricii totale de rigiditate. Se face mențiunea că în cazul schimbării de proprietate geometrică într-un nod se recomandă introducerea unui factor de corecție, ce se aplică doar nodului unde se produce schimbarea, dacă schimbarea de proprietate geometrică diferă cu mai mult de 20 %.

$$\{K_i\} = \begin{bmatrix} \frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_t}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_t}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

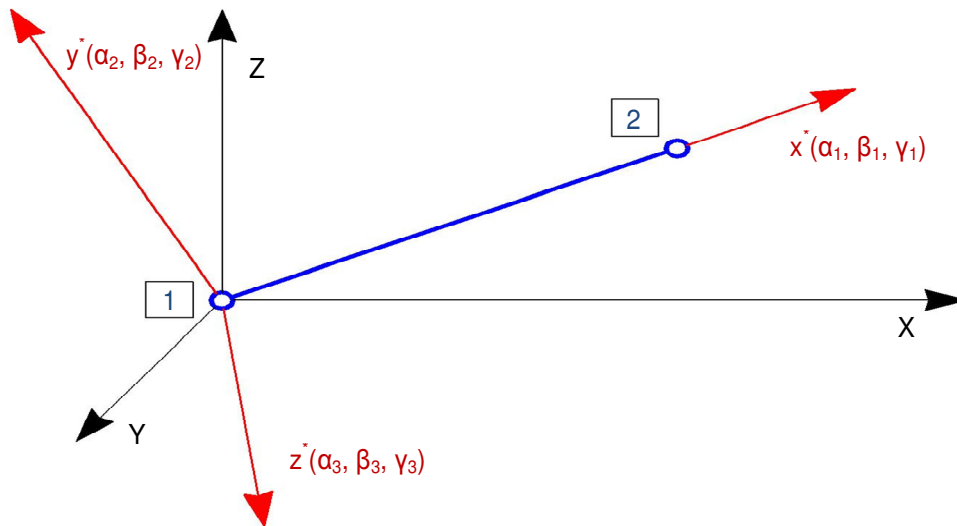


Figura 2.10 Unghiuri ale barei diferite de sistemul local de axe de coordonate

Această expresie se aplică în cazul unui sistem de axe coincident cu sistemul de axe local (vezi Figurile 2.8 și 2.9).

Dacă se consideră un sistem de axe diferit de cel local ca și mai sus, se definesc unghiurile dintre sistemele de axe local și cel considerat ca fiind: $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$, unde $i=1,2,3$ ca și în Figura 2.10.

Pentru a se trece de la matricea de rigiditate exprimată în coordonate globale la matricea de rigiditate exprimată în coordonate locale, conform Xernot [10], se va folosi o matrice de transformare $\{T\}$, ce se va înmulți cu matricea elementului finit. Matricea de transformare va fi și ea o matrice de 12×12 , sau mai bine spus, într-un caz general, va fi o matrice ce ține cont de numărul de grade de libertate. Matricea de transformare este o matrice diagonală cu următoarea formă:

$$\{T\} = \begin{bmatrix} \{T_i\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{T_i\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{T_i\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{T_i\} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

unde

$$\{T_i\} = \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

și

$$\{0\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

S-au utilizat următoarele notații:

$$a_i = \cos\alpha_i, \quad b_i = \cos\beta_i, \quad c_i = \cos\gamma_i \quad (2.26)$$

unde $i=1,2,3$ și:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\text{-unghiul dintre } (x, x^*), \quad \beta_1 \text{-unghiul dintre } (y, x^*), \quad \gamma_1 \text{-unghiul dintre } (z, x^*) \\ \alpha_2 &\text{-unghiul dintre } (x, y^*), \quad \beta_2 \text{-unghiul dintre } (y, y^*), \quad \gamma_2 \text{-unghiul dintre } (z, y^*) \\ \alpha_3 &\text{-unghiul dintre } (x, z^*), \quad \beta_3 \text{-unghiul dintre } (y, z^*), \quad \gamma_3 \text{-unghiul dintre } (z, z^*) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Este important de menționat faptul că această exprimare matricială a fost implementată în aplicația numerică elaborată în cadrul prezentei teze de doctorat.

2.3.5 Asamblarea matricei de rigiditate a structurii cu 3 GDL

Din motive de simplitate se va prezenta asamblarea matricei de rigiditate a structurii cu 3 grade de libertate, conform Marcelo [11]. Se face mențiunea că matricea de rigiditate implementată în aplicația din prezenta teză este cu 6 GDL, deci și asamblarea matricii de rigiditate a structurii s-a făcut în cadrul programului de tip soft tot pe 6 GDL.

Pentru un element cu 3 GDL ce permite acționarea de forțe exterioare N - axială, de-a lungul axei Ox , T - forță de forfecare de-a lungul axei Oy și respectiv M - moment de încovoiere de-a lungul axei Oy , cu deplasările lor aferente: u, v și respectiv rotația φ . Toate aceste deplasări și respectiv forțe sunt la capetele barei, în punctul 1 și respectiv 2. Trebuie să se facă o vizualizare a gradelor de libertate asociate unui nod. Pentru aceasta se va observa în Figura 2.11, pentru un element cu 3 GDL. Astfel pentru al doilea nod se observă deplasarea aferentă pentru primul grad de libertate atât pe matricea de rigiditate a elementului cât și pe matricea de deplasări.

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{x1} \\ T_{y1} \\ M_{y1} \\ N_{x2} \\ T_{y2} \\ M_{y2} \end{Bmatrix}$$

Fig 2.11 Vizualizarea legăturii efort-deformație pe element finit cu 3 GDL

Se observă pe matricea de rigiditate de mai sus că unei deplasări a celui de-al doilea nod, corespunzătoare celei de-a doua forțe nodale îi corepunde în mod unic o coloană de termeni din matricea de rigiditate. Se pot astfel deduce gradele de libertate a matricei de rigiditate după cum se văd în Figura 2.11.

Fie bara din Figura 2.12 unde sunt 3 GDL pe nod și 3 elemente finite. Gradele de libertate pe matricea locală de rigiditate sunt vizualizate în Figura 2.13. Se observă că

gradele de libertate sunt mai ușor de vizualizat și implicit de lucrat cu ele deoarece este vorba de o structură de bare cu elemente finite coliniare.

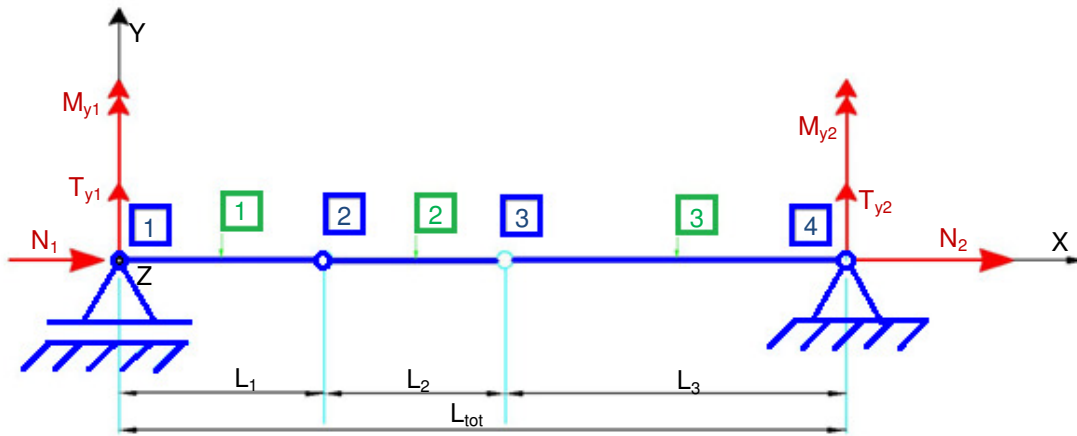


Fig 2.12 Sistem de bară cu trei GDL și 3 elemente finite

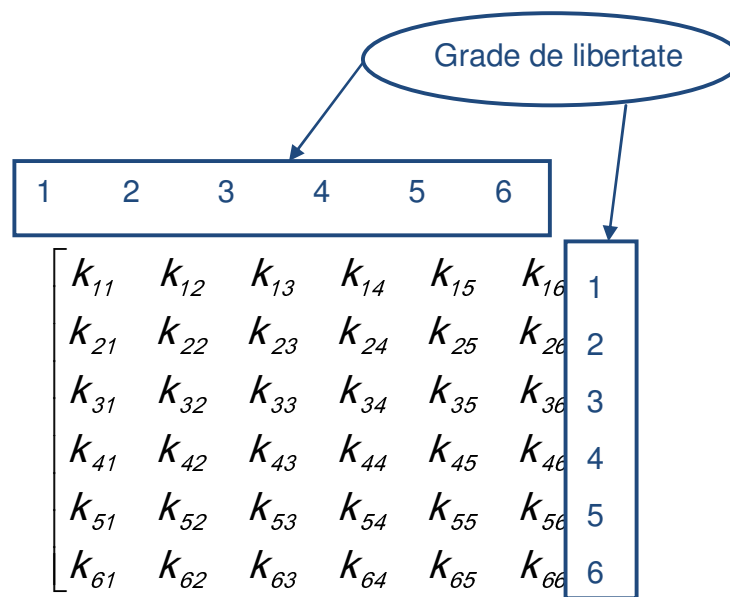


Figura 2.13 Vizualizare gradele libertate pe element finit cu 3 GDL - caz general

Pentru cazul în care avem o structură de bare ce nu sunt coliniare, procedeul este același, conform Brenner [12], cu mențiunea că se vor avea în considerare

nodurile comune a elementelor finite ce compun matricea totală, numită și matrice globală de rigiditate. Considerarea gradele de libertate trebuie făcută judicios, pentru o structură cu elemente finite necoliniare, pentru a ține cont de matricea de transformare și de gradele de libertate comune.

Dacă structura barei are un sistem de axe de coordonate ce nu coincide cu sistenu de axe de coordonate al elementului finit, atunci matricea de rigiditate va suferi o transformare, așa cum am arătat în subcapitolul precedent în care s-a descris alcătuirea matricei de rigiditate cu 6 GDL. Transformarea este în funcție de unghiurile dintre sistemul de axe de coordonate global și cel local, al elementului finit. În mod asemănător se va compune matricea de rigiditate pentru elementele plane, cu respectarea gradelor de libertate a fiecărui element constituent.

Se consideră matricea de rigiditate (vezi Figura 2.14) a primului element din Figura 2.12 și matricea celui de-al doilea element (vezi Figura 2.15).

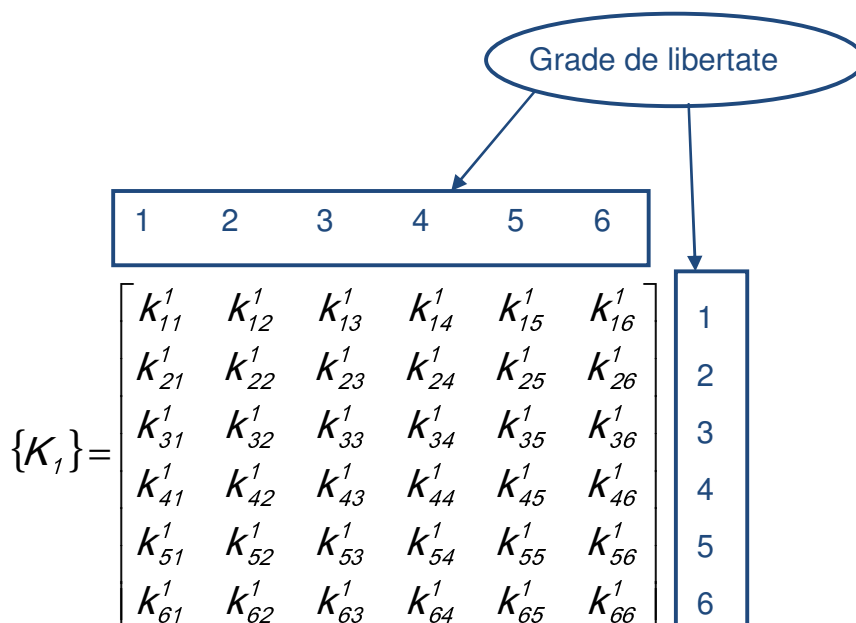


Figura 2.14 Vizualizare gradelor de libertate pe primul element finit cu 3 GDL

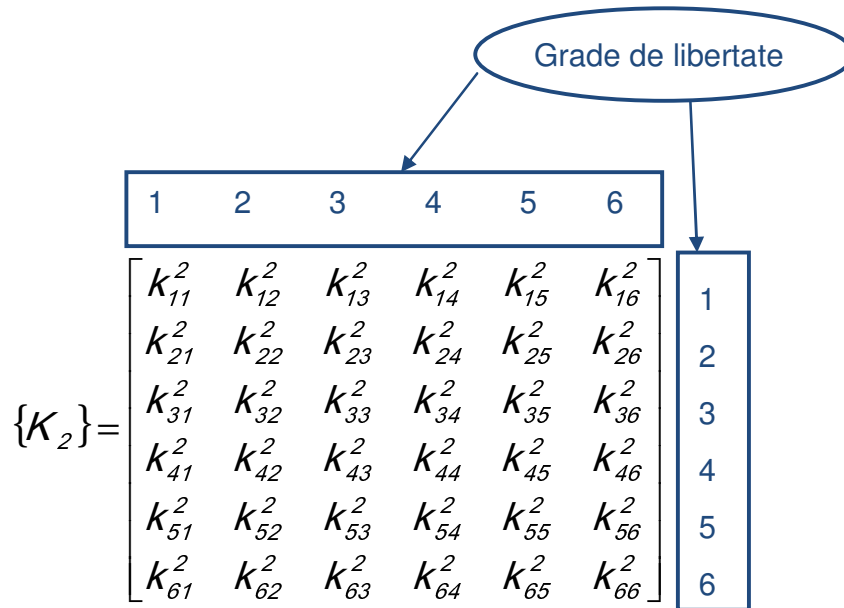


Figura 2.15 Vizualizare gradelor de libertate pe al doilea element finit cu 3 GDL

Deoarece fiecărui nod îi corespund trei grade de libertate atunci se poate trage concluzia că fiecărui nod îi vor corespunde 3 rânduri/coloane în matricea globală de rigiditate a structurii. Deci pentru cazul nostru, având 4 noduri se va considera că matricea totală de rigiditate a structurii va avea 12x12 elemente.

Pentru elementul finit de bară al doilea se va trece la matricea expandată de rigiditate:

$$\{K_{2 \text{ exp}}\} = \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 & k_{15}^2 & k_{16}^2 & [0] \\ [0] & k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 & k_{25}^2 & k_{26}^2 & [0] \\ [0] & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 & k_{35}^2 & k_{36}^2 & [0] \\ [0] & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 & k_{45}^2 & k_{46}^2 & [0] \\ [0] & k_{51}^2 & k_{52}^2 & k_{53}^2 & k_{54}^2 & k_{55}^2 & k_{56}^2 & [0] \\ [0] & k_{61}^2 & k_{62}^2 & k_{63}^2 & k_{64}^2 & k_{65}^2 & k_{66}^2 & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

După ce s-a efectuat calculul matricilor de rigiditate expandate al elementelor se poate trece la calculul matricei globale de rigiditate al structurii, în cazul de față, prin însumarea matricilor de rigiditate a fiecărui element expandat, conform McGuire [13].

$$\{K_{tot}\} = \{K_{1exp}\} + \{K_{2exp}\} + \{K_{3exp}\} \quad (2.29)$$

Pentru cazul specific de mai sus se poate trece la alcătuirea matricei totale de rigiditate a barei prin simpla adunare a termenilor corespondenți gradelor de libertate corespunzători ca și în figura de mai jos. Porcedeu se mai numește și procedeu de superpoziționare din Figura 2.16.

Se face mențiunea că acest tip de calcul a fost implementat în programul din prezenta teză de doctorat cu singura specificație că s-a folosit abordarea matricei de rigiditate cu 6 GDI, pentru a putea surprinde mai multe fenomene, dar și pentru o potențială dezvoltare a programului de tip soft din prezenta teză. Figura 2.16 este astfel explicată prin faptul că în cazul în care se folosesc 6 GDL, atunci se va considera dimensiunea unui dreptunghi mare ca o matrice de element finit de 12×12 , iar dimensiunea unui dreptunghi mic ca și o matrice de dimensiuni 6×6 , spre deosebire de cazul în care există 3 GDL, unde dimensiunea unui dreptunghi mare, respectiv mic reprezintă o matrice de 6×6 , respectiv 3×3 .

Astfel situația din analiza efectuată în cadrul programului de calcul este una particulară deoarece compunerea matricii de rigiditate globale implică o aranjare facilă, dat fiind faptul că fiecare element finit are doar două noduri dintre care primul nod este comun cu elementul finit precedent, și al doilea nod este comun cu elementul finit următor. Excepție de la această regulă prin care nodurile comune sunt orientate față de elemente finite o constituie primul și ultimul element finit de bară. Astfel că în cazul primului și respectiv ultimul element se trece la compunerea matricii de rigiditate globală fără a mai fi nevoie de super-poziționare.

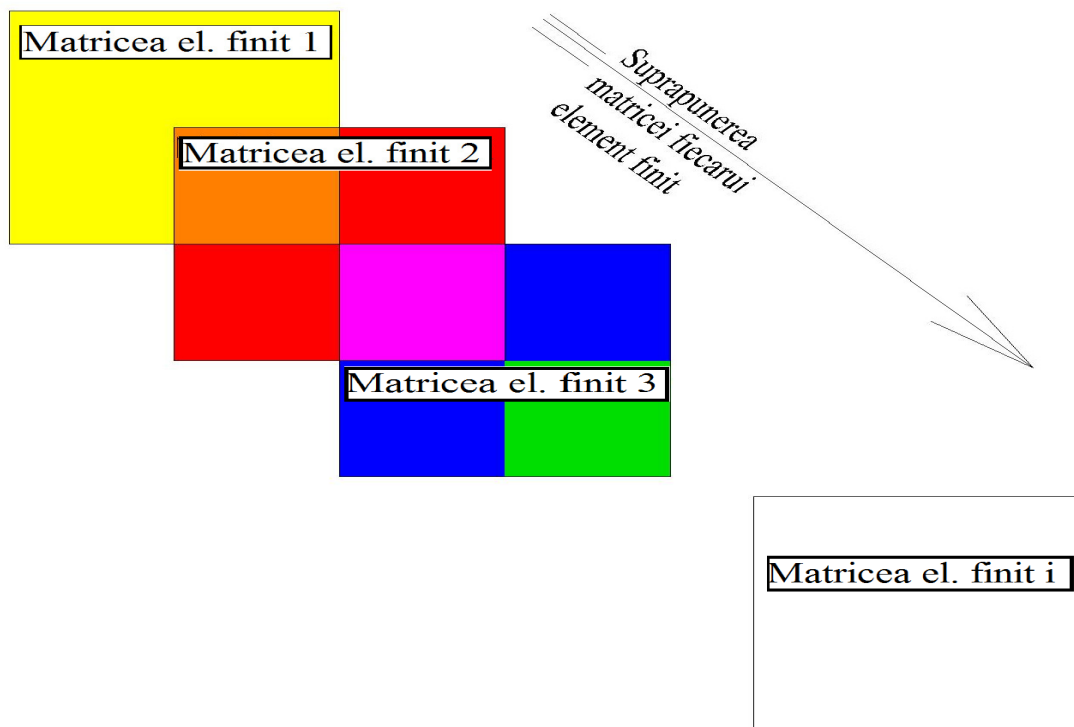


Figura 2.16 Vizualizare procedurii de super-poziționare-caz general

După ce s-a efectuat calculul matricilor de rigiditate expandate al elementelor se poate trece la calculul matricei globale de rigiditate al structurii, în cazul nostru bara, prin însumarea matricilor de rigiditate a fiecărui element.

2.4 Implementarea calculului liniar

Calculul neliniar al deformațiilor inițiale presupune o serie de iterații liniare și implicit un algoritm de căutare, conform Spacone [14]. De aceea, calculul liniar este un concept de bază în studierea fenomenului de calcul static neliniar al deformațiilor inițiale. În cadrul cercetării de față s-au elaborat mai multe proceduri ce au servit la efectuarea calcului static liniar.

Pentru calculul static liniar a fost dezvoltat un algoritm de lucru intermediar prezentat în Figura 2.17.

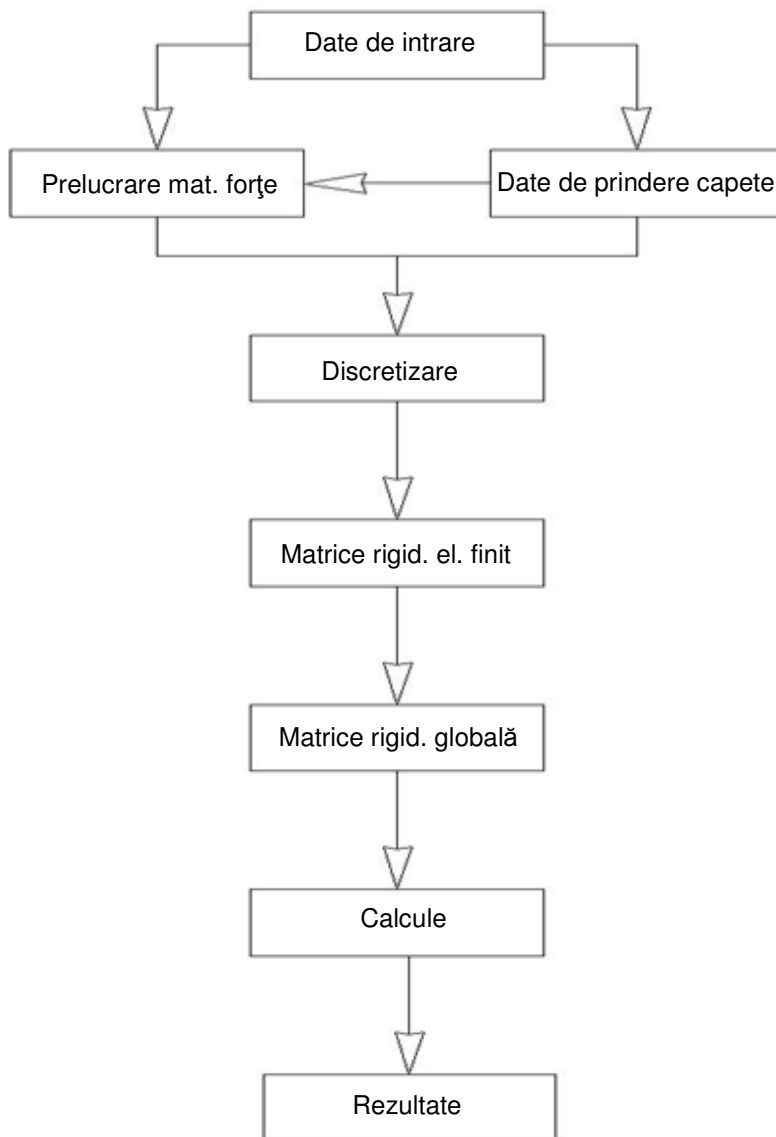


Figura 2.17 Algoritm de lucru pentru calculul în domeniul linear

Mențiunea ce se impune legat de algoritmul secundar de calcul liniar este aceea că acest algoritm suportă o analiză de bară cu secțiune variabilă, care are proprietăți secționale geometrice diferite (de exemplu zone cu armări diferite). Asamblarea barei însă se efectuează cu elemente finite de secțiune constantă.

Trebuie menționat că algoritmul prezentat mai suportă îmbunătățiri, în sensul că se poate modifica astfel încât să permită implementarea de puncte ale barei analizate cu proprietăți speciale, cum ar fi nodurile articulate, semi-încastrate sau elastice/semi-

elastice. De altfel, o metodă ingenioasă de rezolvare a problemei static liniare o reprezintă introducerea pe capetele barei a nodurilor elastice. O diviziune desprinsă din acest algoritm este aceea a algoritmului secundar care rezolvă ecuația matricială și este prezentă în Figura 2.18.

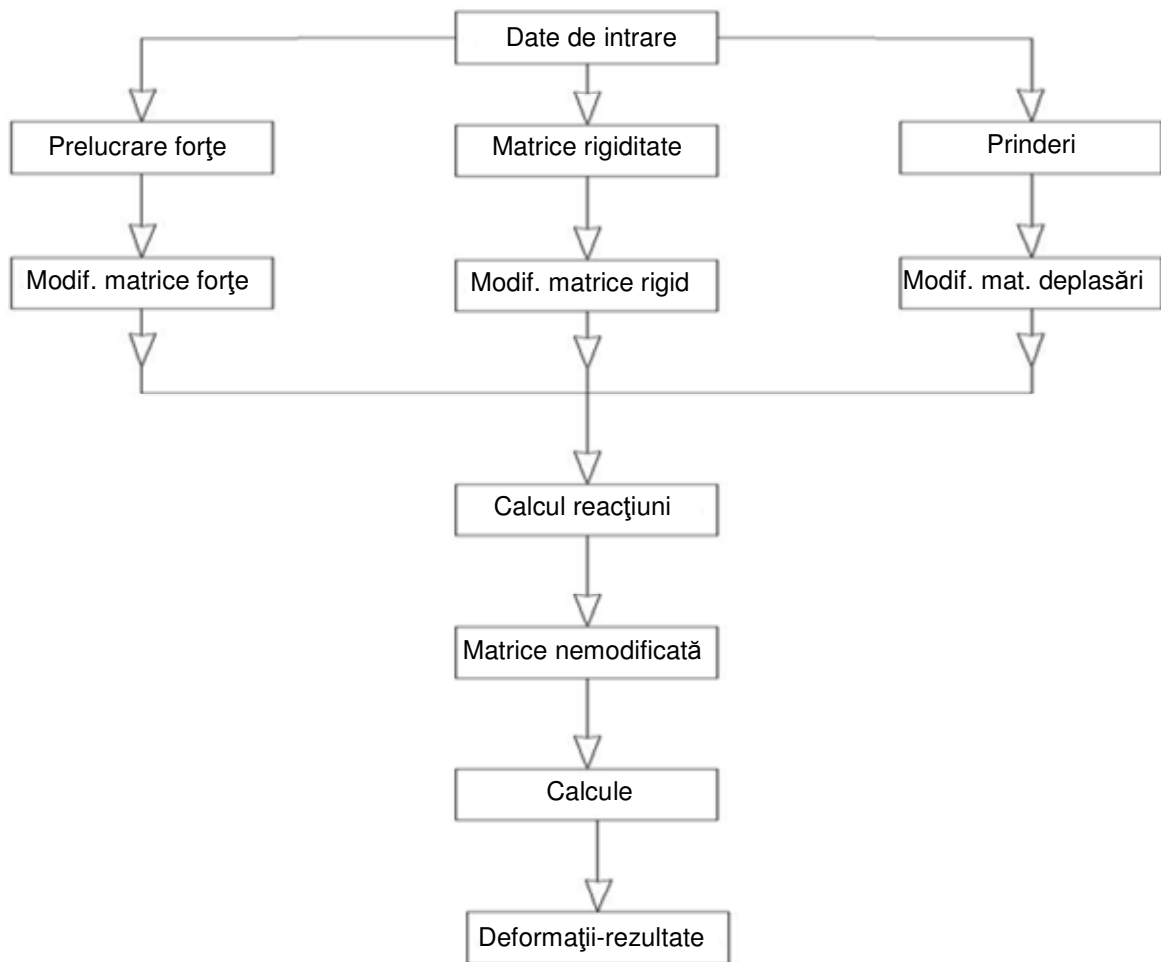


Figura 2.18 Algoritm secundar pentru rezolvarea ecuației matriciale liniare.

Observația care se impune la algoritmi prezentați este aceea că există și alți algoritmi de rezolvare utilizați în rezolvarea ecuației matriciale liniare substanțial diferiți și care s-au implementat cu succes în programe de calcul static liniar și neliniar cu condiția unei calibrări adecvate.

O procedură importantă reprezintă funcția de discretizare a barei. Discretizarea barei se face în cadrul aplicației de tip soft prin intermediul funcției „init_discret”. Trebuie menționat că această procedură este mult mai simplă decât o procedură similară care ar face discretizarea spațială. De altfel, în capitolul 3 se menționează importanța acestei proceduri, în ceea ce privește precizia calculului și o calibrare corespunzătoare, conform Sorohan [15]. În ceea ce privește precizia acestei operații de discretizare trebuie menționat de asemenea că programe consacrate, ca și ABAQUS CAE, au dificultăți majore în ceea ce privește discretizarea elementelor. Spre exemplu, ABAQUS CAE are implementat opțiuni avansate de discretizare pentru corpurile volumice ce dau posibilitatea utilizatorului să aleagă modul predominant sau exclusiv de discretizare ca fiind discretizare tetraedică sau paralelipipedică, sau chiar combinații între aceste moduri de discretizare. Mai mult, programul ABAQUS CAE, conform manualului de utilizare [16], oferă posibilitatea unei discretizări de sus în jos manuală sau chiar corectarea unei operații de discretizare, asta desigur, cu limitarea unei erori maxime admise.

Un număr optim de elemente finite pentru discretizarea unei bare, pentru a obține rezultate bune, variază între 10 și 90, conform calculului efectuate în cadrul cercetării și confirmate de Saitoh [17]. Trebuie menționat că acest lucru are o influență majoră asupra matricii de rigiditate. Astfel, matricea de rigiditate este egală, ca dimensiune, cu numărul de noduri $+1$ înmulțit cu numărul de grade de libertate considerate. Astfel că dacă folosim o discretizare de 100 de noduri se obține o matrice de rigiditate globală de 606×606 , în cazul folosit în prezenta aplicație, unde s-au folosit 6 GDL (grade de libertate) pe nod. Se face mențiunea că acest tip de matrice trebuie operat astfel încât să se obțină inversa ei după o mică modificare a dimensiunii, care reprezintă reducerea dimensiunii acestei matrici pătrate cu un număr egal cu numărul de prinderi rigide la capete.

Discretizarea presupune nu numai împărțirea barei în elemente finite, dar presupune și apariția de noi elemente acolo unde este convenabil. Deoarece s-a mers pe varianta în care forțele exterioare sunt introduse ca forțe nodale, acest lucru a presupus introducerea de noi noduri acolo unde apar forțe exterioare. Se face

menținerea că se poate face și o variantă prin care forțele exterioare sunt introduse fără a se ține cont de discretizare. Dacă se dorește varianta prin care forțele sunt introduse în cadrul elementului finit, conform Forde [18], atunci trebuie calculate reacțiunile la capetele elementului finit și aceste reacțiuni să fie introduse ca forțe nodale. Aceste reacțiuni se calculează ca la o bară încastrată la ambele capete pentru un element finit curent. Pentru elementul finit de capăt, reacțiunile se calculează ca fiind reacțiuni ca la o bară care este încastrată în dreptul nodului curent, iar în dreptul nodului de capăt se consideră ca blocaje de noduri, sau ca tip de prindere, prinderea originală dată barei.

Astfel că acolo unde apar forțe exterioare se reface discretizarea pentru ca să obținem o nouă discretizare cu proprietatea că forțele exterioare sunt aplicate exact în noduri. O situație aparte o reprezintă situația în care avem de a face cu o forță distribuită, deoarece nu se poate executa o discretizare astfel încât să se obțină forță concentrată în fiecare nod al discretizării. Pentru acest tip de situație s-a efectuat calculul reacțiunilor pe capetele elementului finit astfel încât să avem o discretizare finală cu forțe exterioare aplicate exact în noduri, conform Hesthaven [19].

O altă problemă ce apare în cadrul operației de discretizare este problema nodurilor de capete. Apare o situație aparte atunci când într-un nod de capăt apare o forță exterioară diferită de forța de reacțiune. Cel mai probabil caz este acela când avem o forță de tip uniformă și atunci procedura de calcul socotește ca forță exterioară de calcul reacțiunea de pe nodul de capăt, conform Hutchinson [20]. Dar în același timp pe nodul de capăt se obține o reacțiune globală, a întregii bare, care nu ține cont de reacțiunea de pe nodul de capăt obținută din calculul reacțiunii pe element finit. De aceea se implementează un vector de calcul, intitulat în acest caz „tine_minte” care va memora această reacțiune locală, adică acea reacțiune din cadrul elementului finit, și o va adăuga la reacțiunea globală, adică reacțiunea din cadrul elementului global de tip bară.

Un alt caz tratat în această procedură într-un mod aparte, ce ar trebui explicat, este cazul în care avem o forță uniform distribuită care nu este constantă. În acest caz reacțiunile se calculează tot ca reacțiuni pe o bară de mărimea elementului finit, cu

menținerea că se trece la folosirea unui increment ce ține cont de majorarea sau micșorarea forței distribuite.

Trebuie menționat de asemenea că în vederea realizării matrici de rigiditate avem nevoie de proprietățile geometrice ale secțiunii transversale pentru fiecare element finit, de aceea este imperativ să nu apară în cadrul aceluiași element finit mai multe tipuri de secțiuni transversale. S-a trecut de asemenea , în cadrul proceduri de discretizare la apariția de noi noduri, și automat elemente finite noi , acolo unde apare o schimbare de proprietăți de secțiune transversală.

Astfel , pentru a obține o rediscretizare a barei ce ține cont de locul de aplicație al forțelor exterioare, se introduc într-un vector de numere valorile discretizării inițiale, apoi se introduc în cadrul aceluiași vector de numere și pozițiile forțelor exterioare, dacă acestea sunt concentrate apoi se introduc nodurile aferente schimbărilor de proprietăți geometrice ale secțiunii așa cum le-a dat utilizatorul. Ulterior trebuie să se facă sortarea acestui vector de numere. Vectorul de numere este intitulat „ p_nodale” și este sortat în ordine crescătoare în cadrul acestei proceduri.

Rezultatul final al acestei proceduri este materializat în cadrul unui fișier temporar, unde se stochează informația obținută în urma discretizării . Fișierul se numește „baza_elemente.tmp” și conține date referitoare la tipul de secțiune folosit pentru fiecare element finit, lungimea fiecărui element finit , de unde începe și respectiv se termină (valoarea coordonatei pe axa OX) fiecare element finit.

Procedura „init_discret este prezentată în continuare.

```
#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#pragma package(smart_init)
//-----
void __fastcall TCalcul2::Init_discretExecute(TObject *Sender)
//procedura de discretizare a barei ce tine cont de forte,schimbare de proprietati geometrice si deschiderea barei
{nr_zone=1;
nr_discretizari=20;
```

```

puncte_nodale=nr_discretizari+1;
deschidere=StrToFloat(Zone->Cells[2][nr_zone]);
for (int i=0; i<11;i++)
{
tine_minte[i]=0.0f;
}
for (int i=0; i<100;i++)
{
p_nodale[i]=0.0f;
}
for (int i=0; i<puncte_nodale;i++)
{
p_nodale[i]=i*deschidere/nr_discretizari;
}
for (int i=1; i<nr_zone+1;i++)
{
puncte_nodale++;
p_nodale[puncte_nodale-1]=StrToFloat(Zone->Cells[1][i]);
}
int nr_P=0;
for (int i=0;i<Concentrate->RowCount;i++)
{
if (Concentrate->Cells[0][i]=="")
{
nr_P=i-1;goto next0;
}
}
next0:
for (int i=1; i<nr_P+1;i++)
{
puncte_nodale++;
p_nodale[puncte_nodale-1]=StrToFloat(Concentrate->Cells[1][i]);
}
nr_M=0;
for (int i=0;i<Momente->RowCount;i++)
{
if (Momente->Cells[0][i]=="")
{
nr_M=i-1;goto next1;
}
}
}

```

```

next1:
for (int i=1; i<nr_M+1;i++)
{
puncte_nodale++;
p_nodale[puncte_nodale-1]=StrToFloat(Momente->Cells[1][i]);
}
nr_q=0;
for (int i=0;i<Distribuite->RowCount;i++)
{
if (Distribuite->Cells[0][i]== "")
{
nr_q=i-1;goto next2;
}
}
next2:
for (int i=1; i<nr_q+1;i++)
{
puncte_nodale++;
p_nodale[puncte_nodale-1]=StrToFloat(Distribuite->Cells[2][i]);
puncte_nodale++;
p_nodale[puncte_nodale-1]=StrToFloat(Distribuite->Cells[3][i]);
}
bool bDone = false;
while (!bDone)
{
bDone = true;
for (int i = 0; i != puncte_nodale - 1; ++i)
{
if ( p_nodale[i] > p_nodale[i + 1] )
{
float tmp= p_nodale[i];
p_nodale[i] = p_nodale[i+1];
p_nodale[i+1] = tmp;
bDone = false;
}
}
}
martor_2=1;ma[0]=p_nodale[0];
for (int i=1; i<puncte_nodale;i++)
{
if (p_nodale[i]!= p_nodale[i-1]){ma[martor_2]=p_nodale[i];martor_2++;}
}

```

```

}
FILE *in;
in = fopen("temp\\noduri.tmp","w");
fprintf (in, "%i\n",martor_2);
for (int i=0;i<martor_2;i++)
{
fprintf (in, "%f\n",ma[i]);
}
fclose(in);
contor_z=1;
in = fopen("temp\\baza_elemente.tmp","w");
fprintf (in, "%i\n",martor_2-1);
for (int i=0;i<martor_2-1;i++)
{
if (ma[i+1]> StrToFloat(Zone->Cells[2][contor_z])){contor_z++;}
fprintf (in, "%i\t %f\t %f\t %f\n",contor_z-1,fabs(ma[i+1]-ma[i]),ma[i],ma[i+1]);
}
fclose(in);
}
//-----

```

O altă procedură importantă este procedura ce calculează matricea de rigiditate a barei, numită „Init_m_rigiExecute”.

Această procedură preia date referitoare la proprietățile elementului finit din două fișiere temporare, create anterior. Primul tip de informație referitoare la elementele finite este geometria elementului finit, și această informație este preluată din „baza_elemente.tmp”, ca apoi informația legată de geometria și proprietățile geometrice ale secțiunii transversale să fie preluate din fișierul creat și populat anterior numit „geom0”. Desigur că aceste fișiere au fost create în cadrul aceleași rulări a aplicației.

Pentru crearea matricei de rigiditate globală, adică a întregii bare de analizat s-a efectuat crearea unui tablou numeric iterativ tridimensional. Motivul pentru care a fost aleasă soluția de crearea iterativă a tabloului numeric tridimensional este acela că acesta ocupă multă memorie alocată de calculator aplicației. De aceea, crearea unui tablou care să fie de dimensiunea dorită (exact de dimensiunea folosită) a fost imperativă. Dimensiunea unui astfel de vector este de $12 \times 12 \times \text{numărul de elemente finite ale barei}$. Așa cum se poate vedea din matricea de rigiditate curentă a unui

element finit cu 6 GDL (grade de libertate) din relația (2.30) și respectiv (2.31) matricea de rigiditate a unui element curent are dimensiunea 12×12 .

$$\{F_{tot}\} = \{K_{tot}\}\{U_{tot}\} + \{F_{0tot}\} \quad (2.30)$$

Din aceste motive matricea de rigiditate tridimensională are dimensiuni considerabile comparate cu memoria instantă (RAM) a calculatorului. Pentru o exemplificare cât mai sugestivă aș arăta ca acest tablou numeric tridimensional poate fi asemănat cu un sertar/raft, în care se află, la fiecare element finit, o foaie ce conține o matrice de rigiditate a fiecărui element finit, care este de dimensiunea 12×12 . Vectorul tridimensional se numește $k_{el}[a][b][c]$, unde numerele a , b și c reprezintă dimensiunile sale. Pentru cazul acestei aplicații, dimensiunile sunt $a = \text{numărul de elemente finite}$, $b = c = 12$.

Se face specificația de ordin teoretic și practic conform căreia atunci când apare o schimbare de proprietăți geometrice la capătul unui element finit, acesta este tratat ca și fiind pe tot parcursul elementului cu proprietatea inițială. Urmează ca proprietățile noi, adică cele ce apar de la capăt să fie implementate în cadrul următorului element finit prin tratarea matricei de rigiditate a următorului element finit cu noile proprietăți geometrice ale secțiunii transversale. De asemenea se obișnuiește ca în situația în care schimbarea de proprietate geometrică diferă cu mai mult de 20% să se introducă un factor de corecție doar pentru nodul unde se produce schimbarea, pentru o mai bună calibrare a rezultatelor. Similar, atunci când se face schimbarea de lungime a unui element finit, această schimbare este reflectată în fiecare matrice de element finit a tabloului de numere tridimensional.

Într-o abordare schematizată, matricea de rigiditate elementară poate fi privită ca și o matrice de dimensiune 2×2 , unde primul și respectiv ultimul factor sunt egali. Referitor la ceilalți doi factori se poate spune că și aceștia sunt egali între ei cu mențiunea că toți cei patru factorii se echilibrează static. Echilibrarea din punct de vedere static se face prin impunerea de condiții de contur și aplicarea ipotezelor simplificatoare.

$$[K_{cl}] = \begin{pmatrix}
 \frac{E S_e}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{E S_e}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12E I_{ez}}{L_e^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6E I_{ez}}{L_e^2} & 0 & -\frac{12E I_{ez}}{L_e^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{E I_{ez}}{L_e^2} \\
 0 & 0 & \frac{12E I_{ey}}{L_e^3} & 0 & \frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12E I_{ey}}{L_e^3} & 0 & -\frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{G I_{et}}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{G I_{et}}{L_e} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 & \frac{4E I_{ey}}{L_e} & 0 & 0 & 0 & \frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 & \frac{2E I_{ey}}{L_e} & 0 \\
 0 & -\frac{6E I_{ez}}{L_e^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4E I_{ez}}{L_e} & 0 & -\frac{6E I_{ez}}{L_e^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2E I_{ez}}{L_e} \\
 -\frac{E S_e}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E S_e}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12E I_{ez}}{L_e^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6E I_{ez}}{L_e^2} & 0 & \frac{12E I_{ez}}{L_e^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6E I_{ez}}{L_e^2} \\
 0 & 0 & -\frac{12E I_{ey}}{L_e^3} & 0 & \frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12E I_{ey}}{L_e^3} & 0 & -\frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{G I_{et}}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G I_{et}}{L_e} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 & \frac{2E I_{ey}}{L_e} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6E I_{ey}}{L_e^2} & 0 & \frac{4E I_{ey}}{L_e} & 0 \\
 0 & \frac{6E I_{ez}}{L_e^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2E I_{ez}}{L_e} & 0 & \frac{6E I_{ez}}{L_e^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4E I_{ez}}{L_e}
 \end{pmatrix} \quad (2.31)..$$

O altă mențiune importantă este aceea că se face și o condiționare a matricei globale de rigiditate în vederea obținerii unei matrice globale de rigiditate inversabile. Deoarece se observă că atunci când există un blocaj pe un nod de capăt, se obține o deplasare nulă pe acel nod, în dreptul blocajului respectiv, deci termenul matricea de rigiditate globală ,din (2.31), ce urmează a fi înmulțit cu deplasarea din nodul blocat devine și el nul. Astfel , în funcție de blocajele date de utilizator se poate renunța la o

parte din termeni deoarece aceștia nu intervin deloc în (2.30), ei înmulțindu-se cu un număr nul și deci se poate renunța la acei termeni, conform Rubinstein [21].

Matricea de rigiditate globală trebuie să țină cont și de o calibrare a rezultatelor. Se observă că în (2.31) unii termeni sunt foarte mari și unii termeni sunt foarte mici, deci se obține o matrice de rigiditate de dimensiuni mari cu valori ale termenilor ce oscilează între 10^{-8} și 10^{+12} ceea ce aduce posibilitatea de erori de calculație. Acest lucru se datorează faptului că proprietățile geometrice (exprimate în aceeași unitate de măsură ca și lungimile de element finit) au valori foarte mari. În întâmpinarea acestei probleme s-a introdus un stabilizator care să reducă numărul maxim al matricei de rigiditate globale la 10^{-5} , ceea ce dă rezultate bune. Practic s-a făcut o reducere cu un factor numeric astfel ca cea mai mică proprietate geometrică întâlnită să fie de ordinul zecimalelor, ca apoi acel număr să corecteze și deplasările aferente prin împărțire cu acel factor de corectare. De asemenea se face observația conform căreia tabloul tridimensional de numere ce conține matricea de rigiditate a fiecărui element finit din cadrul barei a fost declarat în dublă precizie, precum și matricea de rigiditate globală. Dubla precizie (precizia „double” din limbajul C++), are în componență un număr de 32 de zecimale după virgulă, față de doar 16 zecimale date de precizia float (precizia „float” din limbajul C++) .

Așa cum s-a arătat și în subcapitolul anterior, după obținerea matricii de rigiditate a fiecărui element finit s-a trecut prin procedeul de super-poziționare la alcătuirea matricei de rigiditate globale. Procedeul numit de super-poziționare presupune că fiecare matrice a elementului finit din componența barei este poziționat în cadrul matricei de rigiditate globală, în concordanță cu nodul corespunzător, conform Faur [08] (vezi Figura 2.19).

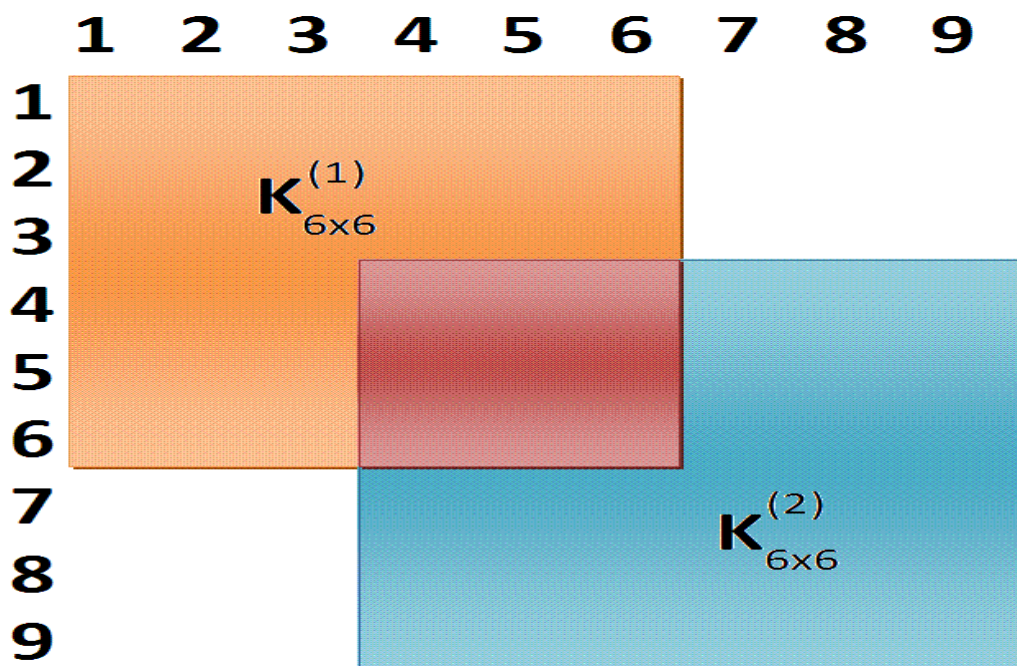


Figura 2.19 Schemă de așezarea matricilor prin super-poziționare.

Realizarea superpoziționării se face printr-un ciclu repetitiv în cadrul acestei proceduri ce se repetă pentru fiecare element finit aferent matricei de rigiditate globală.

O specificație majoră se impune legată de funcționalitatea și potențiala dezvoltare a acestei aplicații de tip soft. Matricea de rigiditate globală se compune deci din matrici de rigiditate locale pentru fiecare element finit component, dar matricea de rigiditate locală nu este una perfectă, ci reprezintă unele simplificări. Matricea de rigiditate locală poate fi astfel modificată ușor, în funcție de nevoile curente. Spre exemplu această matrice de rigiditate locală este diferită în cazul calculelor termotehnice, dar procedura de față suportă ușor implementarea oricărei matrici de rigiditate.

După ce s-a realizat matricea de rigiditate globală, aceasta se stochează în cadrul fișierului de lucru „rigiditate_structura.tmp” sub forma unei matrici pătrate. Fișierul se șterge automat după terminarea calculelor, dar este accesat ulterior, în cadrul rulării aplicației, în procedurile și funcțiile ulterioare.

Astfel procedura ce creează matricea de rigiditate a barei arată precum mai jos:

```

#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <string>
//-----
void __fastcall TCalcul2::Init_m_rigiExecute(TObject *Sender)
// procedura pentru calculul matricii de rigiditate globala
{
for (int i=0;i<10;i++)
{
for (int k=0;k<100;k++)
{
m[i][k]=0.0f;fi[i][k]=0.0f;
}
}
Capete->Cells[1][1]=1;Capete->Cells[2][1]=1;Capete->Cells[1][4]=1;Capete->Cells[2][4]=1;
if ((Capete->Cells[1][6]=="1")) {Capete->Cells[1][6]="0";}
for (int i=0;i<100;i++)
{
My[i]=0.0f;Fiy[i]=0.0f;EAx[i]=0.0f;EIy[i]=0.0f;EIz[i]=0.0f;GIyz[i]=0.0f;lu[i]=0.0f;x0[i]=0.0f;x1[i]=0.0f;Ax[i]=0.0f;
Iy[i]=0.0f;Iz[i]=0.0f;Iyz[i]=0.0f;
}
miu=0.2f;
FILE *on;
on = fopen("temp\\eforturi.tmp","r");
fscanf (on, "%i",&nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
fscanf (on, "%f %f %f %f %f %f",&sters,&sters,&sters,&sters,&My[i],&sters);
fscanf (on, "%f ",&My[i]);
}
fclose(on);
on = fopen("temp\\baza_elemente.tmp","r");
fscanf (on, "%i",&nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
fscanf (on, "%i %f %f %f %f",&sc_as[i], &lu[i], &x0[i],&x1[i]);
}
fclose(on);
TStringList* Lista = new TStringList();

```

```

for (int i=0;i<nr_zone;i++)
{
Lista->LoadFromFile("temp\\mji_"+IntToStr(i)+".tmp");
Lista->SaveToFile("temp\\lucru.tmp");
on =fopen("temp\\lucru.tmp","r");
fscanf (on, "%i",&nr_puncte);
for (int j=0;j<nr_puncte;j++)
{
fscanf (on, "%f %f",&m[i][j],&fi[i][j]);
}
fclose(on);
Lista->LoadFromFile("temp\\rig_initiala_"+IntToStr(i)+".tmp");
Lista->SaveToFile("temp\\lucru.tmp");
on = fopen("temp\\lucru.tmp","r");
fscanf (on, "%f %f %f",&Ax[i], &Iy[i],&Iz[i]);
fclose(on);
Iyz[i]=Iy[i]/2/(1+miu);
}
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
Fiy[i]=0.0f;
for (int j=0;j<nr_puncte-1;j++)
{
float m0, m1, fi0, fi1;
m0=m[sc_as[i]][j];m1=m[sc_as[i]][j+1];
fi0=fi[sc_as[i]][j];fi1=fi[sc_as[i]][j+1];
if (My[i]!=0.0f && My[i]>=m0 && My[i]<=m1)
{
Fiy[i]=fi0+(My[i]-m0)*(fi1-fi0)/(m1-m0);
Fiy[i]=fi[sc_as[i]][j]+(My[i]-m[sc_as[i]][j])*(fi[sc_as[i]][j+1]-fi[sc_as[i]][i])/(m[sc_as[i]][j+1]-m[sc_as[i]][j]);
goto continuare;
}
if (My[i]==0.0f && 0.001f>=m0 && 0.001f<=m1)
{
Fiy[i]=fi0+(0.001f-m0)*(fi1-fi0)/(m1-m0);
fi[sc_as[i]][i]/(m[sc_as[i]][j+1]-m[sc_as[i]][j]);
goto continuare;
}
}
continua:
if (Fiy[i]!=0.0f && My[i]!=0.0f){Eiy[i]=pow10(3)*My[i]/Fiy[i];}

```

```

if (Fiy[i]!=0.0f && My[i]==0.0f){EIy[i]=pow10(3)*0.001f/Fiy[i];}
if (Fiy[i]==0.0f && My[i]!=0.0f){EIy[i]=0.0f;}
EAx[i]=Ax[sc_as[i]]*EIy[i]/Iy[sc_as[i]];
EIz[i]=Iz[sc_as[i]]*EIy[i]/Iy[sc_as[i]];
GIyz[i]=Iyz[sc_as[i]]*EIy[i]/Iy[sc_as[i]];
}
on =fopen("temp\\geom0.tmp","w");
fprintf (on, "%i\n",nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
fprintf (on, "%f\t %f\t %f\t %f\t %f\n",lu[i],EAx[i]/10000,EIy[i]/10000,EIz[i]/10000,GIyz[i]/10000);
}
fclose(on);
delete on;
delete Lista;
lungime[100];
FILE *onnnn;
onnnn =fopen("temp\\geom0.tmp","r");
fscanf (onnnn, "%i",&nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
fscanf (onnnn, "%f %f %f %f %f",&lungime[i],&EAx[i],&EIy[i],&EIz[i],&GIyz[i]);
}
fclose(onnnn);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
k_el[i][0][0]=EAx[i]/lungime[i] ;k_el[i][0][1]=0.0f ;k_el[i][0][2]=0.0f ;k_el[i][0][3]= 0.0f ;k_el[i][0][4]=0.0f
;k_el[i][0][5]= 0.0f ;
k_el[i][0][6]= -EAx[i]/lungime[i] ;k_el[i][0][7]=0.0f ;k_el[i][0][8]=0.0f ;k_el[i][0][9]=0.0f ;k_el[i][0][10]=0.0f
;k_el[i][0][11]= 0.0f ;
k_el[i][1][0]=0.0f ; k_el[i][1][1]=12*EIz[i]/pow(lungime[i],3.0f);k_el[i][1][2]= 0.0f ;k_el[i][1][3]=0.0f
;k_el[i][1][4]=0.0f ;k_el[i][1][5]=-6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;
k_el[i][1][6]=0.0f ; k_el[i][1][7]= -12*EIz[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][1][8]= 0.0f ;k_el[i][1][9]=0.0f
;k_el[i][1][10]= 0.0f ;k_el[i][1][11]=-6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;
k_el[i][2][0]=0.0f ; k_el[i][2][1]= 0.0f ;k_el[i][2][2]=12*EIy[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][2][3]= 0.0f
;k_el[i][2][4]= 6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][2][5]= 0.0f ;
k_el[i][2][6]= 0.0f ; k_el[i][2][7]=0.0f ;k_el[i][2][8]=-12*EIy[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][2][9]=0.0f
;k_el[i][2][10]= 6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][2][11]=0.0f ;
k_el[i][3][0]=0.0f ; k_el[i][3][1]=0.0f ;k_el[i][3][2]=0.0f ;k_el[i][3][3]=GIyz[i]/lungime[i] ;k_el[i][3][4]=0.0f
;k_el[i][3][5]= 0.0f ;

```

```

k_el[i][3][6]= 0.0f ; k_el[i][3][7]=0.0f ;k_el[i][3][8]= 0.0f ;k_el[i][3][9]= -GIyz[i]/lungime[i] ;k_el[i][3][10]= 0.0f
;k_el[i][3][11]=0.0f ;
k_el[i][4][0]=0.0f ; k_el[i][4][1]=0.0f ;k_el[i][4][2]= 6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][4][3]=0.0f
;k_el[i][4][4]=4*EIy[i]/lungime[i] ; k_el[i][4][5]=0.0f ;
k_el[i][4][9]=0.0f ;k_el[i][4][10]=2*EIy[i]/lungime[i] ;k_el[i][4][11]=0.0f ;
k_el[i][5][0]=0.0f ; k_el[i][5][1]=6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][5][2]= 0.0f ;k_el[i][5][3]= 0.0f
;k_el[i][5][4]= 0.0f ;k_el[i][5][5]=4*EIz[i]/lungime[i] ;
k_el[i][5][6]= 0.0f ; k_el[i][5][7]= -6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][5][8]= 0.0f ;k_el[i][5][9]=0.0f
;k_el[i][5][10]=0.0f ;k_el[i][5][11]=2*EIz[i]/lungime[i] ;
k_el[i][6][0]=-EAX[i]/lungime[i] ; k_el[i][6][1]=0.0f ;k_el[i][6][2]=0.0f ;k_el[i][6][3]=0.0f ;k_el[i][6][4]=0.0f
;k_el[i][6][5]=0.0f ;
k_el[i][6][10]=0.0f ;k_el[i][6][11]=0.0f ;
k_el[i][7][0]=0.0f ; k_el[i][7][1]= -12*EIz[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][7][2]=0.0f ;k_el[i][7][3]= 0.0f
;k_el[i][7][4]=0.0f ;k_el[i][7][5]=-6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;
k_el[i][7][6]=0.0f ; k_el[i][7][7]=12*EIz[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][7][8]=0.0f ;k_el[i][7][9]=0.0f
;k_el[i][7][10]=0.0f ;k_el[i][7][11]=6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;
k_el[i][8][0]=0.0f ; k_el[i][8][1]=0.0f ;k_el[i][8][2]= -12*EIy[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][8][3]=0.0f
;k_el[i][8][4]=-6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][8][5]=0.0f ;
k_el[i][8][6]= 0.0f ; k_el[i][8][7]= 0.0f ;k_el[i][8][8]=12*EIy[i]/pow(lungime[i],3.0f) ;k_el[i][8][9]=0.0f
;k_el[i][8][10]=-6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][8][11]= 0.0f ;
k_el[i][9][0]=0.0f ; k_el[i][9][1]=0.0f ;k_el[i][9][2]=0.0f ;k_el[i][9][3]=-GIyz[i]/lungime[i] ;k_el[i][9][4]=0.0f
;k_el[i][9][5]=0.0f ;
k_el[i][9][6]= 0.0f ; k_el[i][9][7]=0.0f ;k_el[i][9][8]=0.0f ;k_el[i][9][9]= GIyz[i]/lungime[i] ;k_el[i][9][10]=0.0f
;k_el[i][9][11]=0.0f ;
k_el[i][10][0]=0.0f ; k_el[i][10][1]=0.0f ;k_el[i][10][2]= 6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][10][3]=0.0f
;k_el[i][10][4]=2*EIy[i]/lungime[i] ;k_el[i][10][5]=0.0f ;
k_el[i][10][6]= 0.0f ; k_el[i][10][7]=0.0f ;k_el[i][10][8]=-6*EIy[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][10][9]=0.0f
;k_el[i][10][10]=4*EIy[i]/lungime[i] ;k_el[i][10][11]=0.0f ;
k_el[i][11][0]= 0.0f ; k_el[i][11][1]= -6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][11][2]=0.0f ;k_el[i][11][3]=0.0f
;k_el[i][11][4]=0.0f ;k_el[i][11][5]=2*EIz[i]/lungime[i] ;
k_el[i][11][6]= 0.0f ; k_el[i][11][7]=6*EIz[i]/pow(lungime[i],2.0f) ;k_el[i][11][8]=0.0f ;k_el[i][11][9]=0.0f
;k_el[i][11][10]=0.0f ;k_el[i][11][11]= 4*EIz[i]/lungime[i] ;
}
for (int i=0;i<nr_el*6+6;i++)
{
for (int j=0;j<nr_el*6+6;j++)
{
KS[i][j]=0;
}
}
for (int i=0;i<nr_el;i++)

```

```

{
for (int j=0;j<12;j++)
{
for (int k=0;k<12;k++)
{
KS[j+i*6][k+i*6]=KS[j+i*6][k+i*6]+k_el[i][j][k];
}
}
};
r=(nr_el-1)*6;
if ((Capete->Cells[1][1]=="0")&(Capete->Cells[2][1]=="0")) //0-0
{
KS[r][r+6]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][1]=="0")&(Capete->Cells[2][1]=="1")) //0-1
{
KS[r][r+6]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][1]=="1")&(Capete->Cells[2][1]=="0")) //1-0
{
KS[6][0]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][2]=="0")&(Capete->Cells[2][2]=="0")) //0-0
{
KS[7][1]=0.f;
KS[7][5]=0.f;
KS[r+1][r+7]=0.f;
KS[r+1][r+11]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][2]=="0")&(Capete->Cells[2][2]=="1")) //0-1
{
KS[r+1][r+7]=0.f;
KS[r+1][r+11]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][2]=="1")&(Capete->Cells[2][2]=="0")) //1-0
{
KS[7][1]=0.f;
KS[7][5]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][2]=="1")&(Capete->Cells[2][2]=="1")) //1-1
{

```

```

};
if ((Capete->Cells[1][3]=="0")&(Capete->Cells[2][3]=="0")) //0-0
{
KS[8][2]=0.f;
KS[8][4]=0.f;
KS[r+2][r+8]=0.f;
KS[r+2][r+10]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][3]=="0")&(Capete->Cells[2][3]=="1")) //0-1
{
KS[r+2][r+8]=0.f;
KS[r+2][r+10]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][3]=="1")&(Capete->Cells[2][3]=="0")) //1-0
{
KS[8][2]=0.f;
KS[8][4]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][3]=="1")&(Capete->Cells[2][3]=="1")) //1-1
{
KS[8][2]=0.f;
KS[10][2]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][4]=="0")&(Capete->Cells[2][4]=="0")) //0-0
{
KS[r+3][r+9]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][4]=="0")&(Capete->Cells[2][4]=="1")) //0-1
{
KS[r+3][r+9]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][4]=="1")&(Capete->Cells[2][4]=="0")) //1-0
{
KS[9][3]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][5]=="0")&(Capete->Cells[2][5]=="1")) //0-1
{
KS[r+4][r+8]=0.f;
KS[r+4][r+10]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][5]=="1")&(Capete->Cells[2][5]=="0")) //1-0

```

```

{
KS[10][2]=0.f;
KS[10][4]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][6]=="0")&(Capete->Cells[2][6]=="0")) //0-0
{
KS[11][1]=0.f;
KS[11][5]=0.f;
KS[r+5][r+7]=0.f;
KS[r+5][r+11]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][6]=="0")&(Capete->Cells[2][6]=="1")) //0-1
{
KS[r+5][r+7]=0.f;
KS[r+5][r+11]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][6]=="1")&(Capete->Cells[2][6]=="0")) //1-0
{
KS[11][1]=0.f;
KS[11][5]=0.f;
};
if ((Capete->Cells[1][6]=="1")&(Capete->Cells[2][6]=="1")) //1-1
{
};
FILE *inmi;
inmi = fopen("temp\\rigiditate_structura.tmp","w");
fprintf (inmi, "%i\n",nr_el*6+6);
for (int i=0;i<nr_el*6+6;i++)
{
for (int j=0;j<nr_el*6+6;j++)
{
if (j<nr_el*6+5){fprintf (inmi, "%f\t",KS[i][j]);}
if (j==nr_el*6+5){fprintf (inmi, "%f\n",KS[i][j]);}
}
}
fclose(inmi);
}
//-----

```

Procedura ce creează vectorul numeric forțe ce urmează a fi introdus în calcul ce urmează prezintă mai multe dificultăți.

Una din dificultățile întâlnite constă în preluarea forțelor date de utilizator și introducerea lor în vectorul numeric $\{F_{tot}\}$, din (2.30), ce urmează a fi introdus în calculație.

Astfel, trebuie ca vectorul numeric al forțelor exterioare să fie raportat la poziția aferentă forței definite de utilizator. Concret, în cazul elementului finit cu 6 GDL (grade de libertate), fiecărui nod îi corespunde în mod unic o pereche de 6 forțe exterioare ce pot fi aplicate nodului respectiv. Deci, matricea de forțe exterioare conține un număr de $6 \times \text{numărul de noduri}$ din discretizare. Implicit numărul de *noduri* = numărul de *elemente finite* + 1. Așa cum am mai arătat în capitolul precedent cele 6 eforturi nodale sunt efortul axial, efort tăietor pe două direcții și 3 momente, câte un moment aferent fiecărei direcții Ox , Oy și Oz .

Se vor prelua din datele furnizate de utilizator fiecare tip de efort și se va introduce corespunzător nodului și tipului de efort, restul eforturilor urmând a fi considerate nule. O excepție apare atunci când vorbim despre noduri de capete. Cazul nodurilor de capete trebuie tratat special deoarece în calculul din (2.30) forțele ce se nasc ca și reacțiuni reprezintă și ele forțe exterioare ca orice altă forță exterioară aplicată sau dată de utilizator. Diferența majoră este că reacțiunea reprezintă o necunoscută ce urmează a fi calculată, spre deosebire de celelalte forțe exterioare ce sunt date de utilizator. De aceea în această etapă se consideră ca forțe necunoscute, și vor fi implementate ca nule acolo unde există blocaj pe nod, iar unde avem forță dată de utilizator o introducem așa cum e dată de utilizator. În rest vectorul forțe va conține elemente nule, conform Solin [22].

Așa cum am mai menționat, se pune problema introducerii de forțe nodale a forțelor date de utilizator pentru toate tipurile de forțe ce utilizatorul le poate da. Astfel că se pune problema transformării forțelor de tip distribuite în forțe nodale concentrate. Așa că în cadrul acestei proceduri se verifică pentru fiecare forță tipul ei, adică dacă este concentrată sau distribuită și se introduce ca forță concentrată în nodul aferent și în funcție de tipul forței. S-a trecut de la forță distribuită la forță concentrată pentru fiecare tip de forță distribuită prin aplicarea inversului reacțiunilor date de forța distribuită pentru

fiecare element finit pe care forța distribuită este aplicată. Calculul reacțiunilor pentru fiecare forță distribuită pe un element finit s-a făcut ca și cum elementul finit ar fi o bară independentă de lungimea elementului finit, fiind considerată încastrată la ambele capete, conform Hinton [23].

Tot în cadrul prezentei proceduri s-a efectuat o reducere a vectorului numeric ce reprezintă încărcările în vederea unei calculații ulterioare. Reducerea a constat în faptul că acolo unde avem un blocaj pe nodurile de capete s-a anulat forța, iar vectorul de forțe $\{F_{tot}\}$ a fost redus cu un element. Vectorul numeric de forțe devine astfel incomplet, dar el este introdus în calculație incomplet, datorită metodei de rezolvare aleasă, așa cum am prezentat anterior. Mai trebuie specificat că din punct de vedere teoretic vectorul de forțe reprezintă o matrice coloană, cu valori identice cu cele ale vectorului numeric din aplicație.

În final, matricea coloană a forțelor este memorată temporar în fișierul „vector_forțe.tmp”, de unde va fi apelată ulterior în cadrul procedurii de calcule. Procedura descrisă astfel, care creează vectorul numeric de forțe arată în felul următor:

```
#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
//-----
void __fastcall TCalcul2::Init_forțeExecute(TObject *Sender)
{
// procedura ce creeaza vectorul forte teoretic si apoi pe cel de calcul
contor_forțe_concentrate=0;
contor_forțe_momente=0;
contor_forțe_distribuite=0;
temp_q1=0 ; temp_q2=0 ; forța_din_distribuita_1=0 ; moment_din_distribuita_1=0;forța_din_distribuita_1=0 ;
l_distribuita_totala1=0 ;l_element_distribuit1=0;
FILE *deschide_fis_1;
deschide_fis_1 = fopen("temp\\noduri.tmp","r");
fprintf (deschide_fis_1, "%i",&martor_2);
for (int i=0;i<martor_2;i++)
{
fprintf (deschide_fis_1, "%f",&ma[i]);
```

```

}
fclose(deschide_fis_1);
for (int i=0;i<1000;i++)
{
vector_forte_ext[i]=0;
}
for (int i=1;i<=Concentrate->RowCount;i++)
{
if ( Concentrate->Cells[1][i]=="" )
{
contor_forte_concentrate=contor_forte_concentrate;
}
else
{
contor_forte_concentrate++;
temp_concentrate[i]=StrToFloat(Concentrate->Cells[0][i]);
}
}
for (int i=0;i<martor_2;i++)
{
for (int j=1;j<contor_forte_concentrate+1;j++)
{
if ( abs(StrToFloat(Concentrate->Cells[1][j])*100000-(ma[i])*100000)<0.001)
{
vector_forte_ext[i*6+2]=StrToFloat(Concentrate->Cells[0][j]);
}
}
}
// se introduc fortele de tip momente
for (int i=1;i<Momente->RowCount;i++)
{
if ( Momente->Cells[1][i]=="" )
{
contor_forte_momente=contor_forte_momente;
}
else
{
contor_forte_momente++;
temp_momente[i]=StrToFloat(Momente->Cells[0][i]);
}
}
}

```

```

for (int i=0;i<martor_2;i++)
{
for (int j=1;j<contor_forte_momente+1;j++)
{
if ( abs(StrToFloat(Momente->Cells[1][j])*100000-(ma[i])*100000)<0.001)
{
vector_forte_ext[i*6+4]=StrToFloat(Momente->Cells[0][j]);
}
}
}
float element_distribuit_increment=0;
for (int i=1;i<Distribuite->RowCount;i++)
{
if ( Distribuite->Cells[1][i]=="" )
{
contor_forte_distribuite=contor_forte_distribuite;
}
else
{
contor_forte_distribuite++;
temp_distribuite[i]=StrToFloat(Distribuite->Cells[0][i]);
}
}
for (int j=1;j<contor_forte_distribuite+1;j++)
{
element_distribuit_increment=0;
for (int i=0;i<martor_2-1;i++)
{
if (( StrToFloat(Distribuite->Cells[2][j])<=ma[i])&&( StrToFloat(Distribuite->Cells[3][j])>=ma[i+1]))
{
l_distribuita_totala1=StrToFloat(Distribuite->Cells[3][j])-StrToFloat(Distribuite->Cells[2][j]);
l_element_distribuit1=ma[i+1]-ma[i];
if (Distribuite->Cells[0][j]!=Distribuite->Cells[1][j])
{
temp_q1=StrToFloat(Distribuite->Cells[0][j]);
temp_q2=StrToFloat(Distribuite->Cells[1][j]);
element_distribuit_increment=element_distribuit_increment+(temp_q2-
temp_q1)*l_element_distribuit1/l_distribuita_totala1;
moment_din_distribuita_1=(temp_q1+element_distribuit_increment)*l_element_distribuit1*l_element_distribuit1/12;
forta_din_distribuita_1=(temp_q1+element_distribuit_increment)*l_element_distribuit1/2;
vector_forte_ext[i*6+2]=vector_forte_ext[i*6+2]+forta_din_distribuita_1;
}
}
}
}

```

```

vector_forte_ext[i*6+4]=vector_forte_ext[i*6+4]+moment_din_distribuita_1;
vector_forte_ext[i*6+8]=vector_forte_ext[i*6+8]+forta_din_distribuita_1;
vector_forte_ext[i*6+10]=vector_forte_ext[i*6+10]+moment_din_distribuita_1;
}
else
{
temp_q1=StrToFloat(Distribuite->Cells[0][j]);
moment_din_distribuita_1=temp_q1*_element_distribuit1*_element_distribuit1/12;
forta_din_distribuita_1=temp_q1*_element_distribuit1/2;
vector_forte_ext[i*6+2]=vector_forte_ext[i*6+2]+forta_din_distribuita_1;
vector_forte_ext[i*6+4]=vector_forte_ext[i*6+4]+moment_din_distribuita_1;
vector_forte_ext[i*6+8]=vector_forte_ext[i*6+8]+forta_din_distribuita_1;
vector_forte_ext[i*6+10]=vector_forte_ext[i*6+10]+moment_din_distribuita_1;
}
}
}
for (int jj1=0; jj1<6 ; jj1++)
{
if (vector_forte_ext[jj1]!=0)
{
tine_minte[jj1]=vector_forte_ext[jj1];
}
}
int contor_blocaj1=0;
for (int j=1;j<7;j++)
{
if (Capete->Cells[1][j]=="1") // blocaj la nodul 1
{
contor_blocaj1=contor_blocaj1++;
for (int i=1;i<martor_2*6;i++)
{
vector_forte_ext[i]=vector_forte_ext[i+1];
}
}
if (Capete->Cells[2][j]=="1
{
contor_blocaj1=contor_blocaj1++;
}
}
// se trece la afisare- prima coloana se trec nr. de ordine ,apoi nr. de nod , apoi efectiv vectorul forte

```

```

FILE *in1, *ina;
in1 = fopen("temp\\vector_forte.txt","w");
ina = fopen("temp\\vector_forte.tmp","w");
fprintf (ina, "%i\n",martor_2*6-contor_blocaj1);
for (int i=0;i<martor_2*6-contor_blocaj1;i++)
{
int yy=floor(i/6);
fprintf (in1 , "%i\t %i\t %f\n", i,yy, vector_forte_ext[i]);
fprintf (ina , "%f\n", vector_forte_ext[i]);
}
fclose(in1);
fclose(ina);
}
//-----

```

Procedura prin care se trece de la o matrice de rigiditate teoretică la una de calcul se numește „modif_m_rigi”. Procedura presupune ca de la matricea de rigiditate reală să se treacă la una de calcul. Motivele pentru care se face această operațiune sunt expuse anterior, precum și motivația practică prin care se urmărește obținerea unui sistem de ecuații matricial în care să avem toate necunoscutele într-o singură matrice. Până în acest moment matricea de rigiditate globală a barei este nemodificată. Doar matricea de forțe exterioare este modificată în procedura anterioară, în vederea obținerii unui sistem de ecuații ca și în (2.30), dar modificat ca și în (2.32)

$$\{F_m\} = \{K_m\}\{U_m\} + \{F_{0m}\} \quad (2.32)$$

Deoarece vectorul numeric de forțe este deja modificat în cadrul procedurii ce creează vectorul de forțe, rămâne de modificat doar matricea de rigiditate globală. Modificarea constă în faptul că acolo unde avem un blocaj pe un nod de capăt să se elimine linia și coloana aferentă blocajului respectiv, conform Baker [24]. Acest lucru a mai fost explicat în cadrul acestui capitol și aici se trece la implementarea metodei de rezolvare a sistemului de ecuații matriciale.

De exemplu dacă avem un blocaj pe primul nod care să blocheze rotirea de-a lungul axei de coordonate Oy înseamnă că în cadrul vectorului de forțe avem o reacțiune ca termen al 5-lea , deoarece rotirea de-a lungul axei Oy este reprezentată ca al 5-lea grad de libertate. Tot odată în cadrul vectorului deplasări, care este tot o matrice

coloană din punct de vedere practic, la poziția a 5-a avem valoare cunoscută ca fiind nulă. Astfel că în matricea de rigiditate se va elimina linia și coloana a 5-a. În acest mod dimensiunea vectorului coloană de forțe exterioare, care a fost modificat, devine egală cu dimensiunea matricei de rigiditate pătrată modificată. Mai mult prin această operație toate posibilele necunoscute din matricea forțelor exterioare, adică acolo unde sunt reacțiuni datorită blocajelor date, vor deveni elementele cunoscute, ceea ce face posibilă rezolvarea sistemului de ecuații matriciale.

Rezultatele acestei proceduri sunt stocate în fișierul „rigid_mod.tmp” și datele din acest fișier vor fi folosite procedura de inversare a matricii, procedură ce urmează a fi prezentată ulterior în cadrul prezentului subcapitol. Procedura este prezentată după cum urmează:

```
#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
//-----
void __fastcall TCalcul2::Modif_m_rigi(TObject *Sender)
{
// se trece la matricea de rigiditate de calcul (kk1)
FILE * deschide_fis_2;
deschide_fis_211 = fopen("temp\\rigiditate_structura.tmp","r");
fscanf (deschide_fis_2, "%i",&dime);
fclose(deschide_fis_2);
for (int i=0;i<dime;i++)
{
for (int k=0;k<dime;k++)
{
kk1[i][k]=KS[i][k];
}
};
// se face contorizarea legaturilor
contor_legaturi=0;
for (int j=1;j<7;j++)
{
if (Capete->Cells[1][j]=="1") //blocaj al j-lea pe primul nod
{
for (int i=j-1-contor_legaturi;i<dime;i++)
```

```

{
for (int k=0;k<dime;k++)
{
kk1[i][k]=kk1[i+1][k];
}
}
for (int i=0;i<dime;i++)
{
for (int k=j-1-contor_legaturi;k<dime;k++)
{
kk1[i][k]=kk1[i][k+1];
}
}
contor_legaturi=contor_legaturi+1;
}
}
// se vizeaza nodul 2 -matricea originala are dimensiunea dime.
for (int j=1;j<7;j++)
{
if (Capete->Cells[2][j]=="1") //blocaj al j-lea pe al doilea nod
{
for (int i=dime-6+j-1-contor_legaturi;i<dime;i++)
{
for (int k=0;k<dime;k++)
{
kk1[i][k]=kk1[i+1][k];
}
}
for (int i=0;i<dime;i++)
{
for (int k=dime-6+j-1-contor_legaturi;k<dime;k++)
{
kk1[i][k]=kk1[i][k+1];
}
}
contor_legaturi=contor_legaturi+1;
}
}
dime=dime-contor_legaturi;
FILE *on53;
on53 = fopen("temp\\rigid_mod.tmp","w");

```



```

fprintf (on53, "%i\n", dime);
for (int i=0;i<dime;i++)
{
for (int j=0;j<dime;j++)
{
fprintf (on53, "%f\t", kk1[i][j] );
kk2[i][j]=kk1[i][j];
}
fprintf(on53,"\n");
}
fclose(on53);

//-----

```

Se vor exemplifica și principalele proceduri prin care se face rezolvarea efectivă a problemei liniare. Una din procedurile exemplificate este aceea de calculare a inversei unei matrici și apoi procedura efectivă de rezolvare a sistemului matricial. Procedura prin care se trece la calcularea inversei unei matrici se numește „Inversa”.

Procedura de inversare presupune calculația din formula (2.32) și (2.33).

Deoarece, în urma modificărilor aduse matricii de forțe exterioare ave de a face cu o matrice cu valori exclusiv cunoscute, și deoarece matricea de rigiditate este considerată cunoscută atunci prin aflarea inversei matricii de rigiditate $\{K_{tot}\}$ putem să aflăm matricea de deplasări $\{U_m\}$, considerată din punct de vedere matematic ca și necunoscută.

$$\{K_m^{-1}\}\{F_m\} = \{K_m^{-1}\}\{K_m\}\{U_m\} + \{K_m^{-1}\}\{F_{0m}\} \quad (2.33)$$

Din motivele expuse mai sus este imperativ aflarea matricii inverse a matricii modificate $\{K_m^{-1}\}$. Operația de aflare a matricii inverse trebuie făcută cu mare precizie pentru rafinarea rezultatelor. Prima observație în acest sens este că aflarea inversei matricii de rigiditate globală nu se poate face folosind determinantul unei matrici și regula lui Sarus, așa cum este ea cunoscută deoarece gradul determinantului matricii de rigiditate este în fiecare caz mai mare decât gradul 5, limita de aplicabilitate a determinării inversei unei matrici cu ajutorul determinantului, conform Joseph [25].

Metoda presupune mai mulți pași, conform Althoen [26], care descrie procedeul Gauss Jordan:

- se alege un element diferit de 0 al matricii, ce poartă numele de pivot;
- se face prin folosirea de cicluri repetitive împărțirea cu pivotul a fiecărui element de pe linia respectivă;
- ulterior coloana pivotului se completează cu 0;
- tot în cadrul aceleași operații se calculează restul elementelor după regula dreptunghiului, astfel că se formează pentru fiecare element ce trebuie calculat un dreptunghi, în cadrul matricii de inversat, ce are ca vârfuri, pivotul și celălalt colț opus este reprezentat de elementul ce trebuie înlocuit; apoi din produsul elementelor de pe prima diagonală (prima diagonală are primul colț în stânga -sus, iar următorul colț este dreapta-jos) se scade produsul de pe diagonalela secundară (a doua diagonală are primul colț în dreapta-sus, iar al doilea colț este cel din stânga-jos);
- rezultatul obținut din pasul de mai sus, adică din scăderea produselor diagonalelor după regula dreptunghiului se împarte la pivot, care este ales nenul;
- ca metodă de optimizare se poate aplica principiulcă:dacă pe linia/coloana pivotului se află un element nul , atunci linia/coloana acelu pivot se copiază.
- trebuie reiterateți pașii mai sus menționați pentru fiecare element al matricii de inversat pentru a obține matricea inversă a matricii de rigiditate globală.

Mai jos se prezintă, sub forma unei schițe procedeul de inversare Gauss-Jordan:

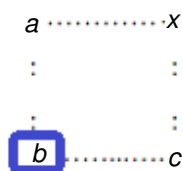


Figura 2.20 Exemplificare de pivotare în cazul sistemelor slab condiționate

$$x' = \frac{bx - ac}{b} \tag{2.34}$$

unde

b este pivotul;

x reprezintă elementul de înlocuit;

x' este noua valoare a elementului x .

Ulterior se poate face și o verificare a rezultatelor date de procedeul Gauss-Jordan prin înmulțirea matricei inverse cu matricea de inversat, iar rezultatul trebuie să fie matricea unitate, adică matricea cu valori de 1 pe diagonala principală (colțul stânga-sus și respectiv colțul dreapta-jos) și în rest elemente nule. Fac mențiunea că această verificare a fost făcută printr-o procedură de înmulțire a două matrici, dar ea nu are relevanță pentru calculația din aplicație, decât ca și verificare.

Se face mențiunea că în cadrul acestei proceduri relativ simple apare un număr mare de operațiuni ce trebuie efectuat și care poate influența rezultatul final. De altfel și aici au fost folosite variabile în dublă precizie („double” în limbajul de programare C++) pentru rezultate cât mai bune.

Rezultatele obținute prin această procedură au fost memorate temporar în cadrul fișierului „inv_rig.tmp”, iar procedura de inversare arată precum mai jos:

```
#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#pragma package(smart_init)
//-----
void __fastcall TCalcul2::InversaExecute(TObject *Sender)
{
// procedura ce creeaza o matrice inversa prin metoda Gauss Jordan
FILE * deschide_fis_3;
deschide_fis_3= fopen("temp\\rigid_mod.tmp","r");
fscanf (deschide_fis_3, "%i",&n);
fclose(deschide_fis_3);
for(int i=0;i<n;i++)
{
for(int j=0;j<n;j++)
{
```

```

if(i==j)
kk1_1[i][j]=1.0f;
else
kk1_1[i][j]=0.0f;
}
}
for(int i=0;i<n;i++)
{
double temp=kk1[i][i];
if(temp<0)
temp=-temp;
int p=i;
for(int j=i+1;j<n;j++)
{
if(kk1[j][i]<0)tem=-kk1[j][i];
else tem=kk1[j][i];
if(temp<0) temp=-temp;
if(tem>temp)
{
p=j;
temp=kk1[j][i];
}
}
for (int j=0;j<n;j++)
{
double temp1=kk1[i][j];
kk1[i][j]=kk1[p][j];
kk1[p][j]=temp1;
double temp2=kk1_1[i][j];
kk1_1[i][j]=kk1_1[p][j];
kk1_1[p][j]=temp2;
}
double temp4=kk1[i][i];
for (int j=0;j<n;j++)
{
double ppp=kk1[i][j];
double pppp=ppp/temp4;
kk1[i][j]=pppp;
ppp=kk1_1[i][j];
pppp=ppp/temp4;
kk1_1[i][j]=pppp;
}
}

```

```

}
for (int q=0;q<n;q++)
{
if(q!=i)
{
double temp5=kk1[q][i];
for(int j=0;j<n;j++)
{
kk1[q][j]=kk1[q][j]-(temp5*kk1[i][j]);
kk1_1[q][j]=kk1_1[q][j]-(temp5*kk1_1[i][j]);
}
}
}
}
FILE *industrial1;
industrial1 = fopen("temp\\inv_rig.tmp","w");
fprintf (industrial1, "%i\n",n);
for (int i=0;i<n;i++)
{
for (int j=0;j<n;j++)
{
if (j<n-1){fprintf (industrial1, "%f\t",kk1_1[i][j]);}
if (j==n-1){fprintf (industrial1, "%f\n",kk1_1[i][j]);}
}
}
fclose(industrial1);
}

//-----

```

Problematika de rezolvare a problemei liniare conține și procedura de calcul al reacțiunilor și de calcul al deplasărilor. Această procedură poartă numele de „Rezolvare” și este aplicată imediat după procedura de inversare a matricei de rigiditate globală.

Așa cum se vede în (2.35) se poate observa că după aflarea inversei unei matrici trebuie ca această inversă să o aplicăm în partea din stânga a egalității astfel încât să obținem matricea deplasărilor mdificată.

$$\{K_m^{-1}\}\{F_m\} = \{K_m^{-1}\}\{K_m\}\{U_m\} + \{K_m^{-1}\}\{F_{0m}\} = \{U_m\} + \{U_{0m}\} \quad (2.35)$$

Se trece deci la operația de înmulțire a două matrici în prima fază a procedurii de rezolvare. Deoarece rezultatele procedurilor de inversare și de creare a matricii de forțe exterioare au precedat acestui proces, avem deja stocate în fișiere toate informațiile necesare pentru acest calcul și înainte de orice alte operațiuni se trece la citirea acestor informații.

Rezultatul înmulțirii se memorează de calculator în cadrul unui vector numeric, intitulat „produs_vect”. Acest vector numeric conține deja date complete despre deplasările ce se produc în elementul de tip bară. El nu are o formă finală, așa cum este prezentat în cadrul părții teoretice deoarece este modificat, ca urmare a modificării celorlalți membrii din (2.35). De aceea el poartă denumirea de $\{U_m\}$ și este diferit și ca valori și ca dimensiuni de vectorul deplasărilor $\{U_{tot}\}$. Aici se reamintește că din vectorul deplasări au fost eliminați factorii unde există blocaje, deci factorii ce lipsesc din vectorul deplasări final, față de vectorul deplasări modificat sunt factorii nuli din dreptul blocajelor. De aceea se trece în următorul pas la completarea vectorului deplasări și apoi la completarea vectorului numeric ce reprezintă matricea de rigiditate globală, care și el a fost modificat.

Operația de trecere de la vectorul modificat la cel nemodificat este una destul de facilă, dar absolut necesară pentru rezolvarea sistemului de ecuații matriciale. Ca și rezultat intermediar s-a folosit încă un fișier în care se pot vedea anumite rezultate temporare.

După ce se face obținerea matricii de rigiditate globală, și matricea de deplasări nemodificată nu mai este nevoie să se facă încă o inversă, datorită formei convenabile a matricii de rigiditate globale. Dacă se studiază matricea de rigiditate globală a unei bare se observă că doar deplasările aferente la al doilea nod și penultimul nod au valoare în calcul de determinare al reacțiunilor de pe capete. Astfel că nu mai este nevoie să se treacă la calcularea unei matrici nemodificate inversă a matricii de rigiditate globale a barei, ci doar prima și ultima parte a ei, conform Lewin [27]. De aceea s-a trecut la calculul reacțiunilor pe capete în ultima fază din această procedură.

A nu se uita de calculul rezidurilor atunci când aceasta se impune. Calculul rezidurilor presupune adăugarea acelor reziduri de forțe ce a fost creat în procedura

ce creează vectorul numeric forțe. Aceste reziduri sunt nule dacă în nodurile de capete nu acționează forțe exterioare diferite de forțele de reacțiune ce trebuie calculate.

Desigur că și de această dată au fost memorate rezultatele acestei proceduri în două fișiere temporare, care sunt numite „reactiuni.tmp” și „deplasari.tmp”. Procedura de calculare a reacțiilor și deplasărilor problemei liniare este prezentată mai jos:

```
#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <string>
#pragma package(smart_init)
//-----
void __fastcall TCalcul2::RezolvareExecute(TObject *Sender)
{
//Procedura ce face calculul efectiv pentru aflarea necunoscutelor
for(int i=0;i<n;i++)
{
for(int j=0;j<n;j++)
{
float pp1=0.0f;
for (int k=0;k<n;k++)
{
float a11=kk2[i][k];
float b11=kk1_1[k][j];
pp1=pp1+a11*b11;
product[i][j]=pp1;
}
}
}
FILE *des_13
des_13= fopen("temp\\produs.tmp","w");
fprintf (des_13, "%i\n",n);
for (int i=0;i<n;i++)
{
for (int j=0;j<n;j++)
{
if (j<n-1 && fabs(product[i][j])>0.000099){fprintf (des_13, "%f\t",product[i][j]);}
if (j<n-1 && fabs(product[i][j])<0.000099){fprintf (des_13, "%f\t",0);}
if (j==n-1 && fabs(product[i][j])>0.000099){fprintf (des_13, "%f\n",product[i][j]);}
}
```

```

if (j==n-1 && fabs(product[i][j])<0.000099){fprintf (des_13, "%f\n",0);}
}
}
fclose(des_13);
for(int i=0;i<n;i++)
{
float pp1=0.0f;
for (int k=0;k<n;k++)
{
float a11=kk1_1[i][k];
float b11=vector_forte_ext[k];
pp1=pp1+a11*b11;
product[i][0]=pp1;
}
}
FILE * des_14;
des_14= fopen("temp\\produs_vect.tmp","w");
fprintf (des_14, "%i\t %i\n",n,1);
for (int i=0;i<n;i++)
{
fprintf (des_14, "%f\n",product[i][0]);
}
fclose(des_14);
contor_capat1=0;
FILE *sser11;
sser11 = fopen("temp\\rigiditate_structura.tmp","r");
fscanf (sser11, "%i",&n);
for (int i=0;i<n;i++)
{
for (int k=0;k<n;k++)
{
}
}
fclose(sser11);
FILE *catin11;
catin11 = fopen("temp\\produs_vect.tmp","r");
fscanf (catin11, "%i",&dime);
for (int i=0;i<dime+1;i++)
{
fscanf (catin11, "%f",&ma[i]);
}

```



```

fclose(catin1);
//calculul reactiunilor...
for (int i=0;i<7;i++)
{
if (Capete->Cells[1][i]=="1")
{
contor_capat1=contor_capat1+1;
}
};
for (int i=0;i<7;i++)
{
if (Capete->Cells[1][i]=="1")
{
float tt2=0;
for (int j=0;j<12;j++)
{
tt2=tt2+KS[i-1][j+contor_capat1]*ma[j+1];
}
prod[i-1]=tt2;
}
else{ prod[i-1]=0;}
}
// nodul 2...
contor_capat2=0;
for (int i=1;i<7;i++)
{
if (Capete->Cells[2][i]=="1")
{
contor_capat2=contor_capat2+1;
}
};
for (int i=0;i<13;i++)
{
prod_tmp1[i]=ma[dime-i];
}
for (int i=6;0<i;i--)
{
if(Capete->Cells[2][i]=="1")
{
for (int j=12;5-i<j;j--)
{

```

```

prod_tmp1[j+1]=prod_tmp1[j];
}
prod_tmp1[6-i]=0;
}
}
for (int i=6;0<i;i--)
{
if(Capete->Cells[2][i]=="1")
{
float tt=0;
for (int k=0;k<12;k++)
{
tt=tt+KS[n-7+i][n-k-1]*prod_tmp1[k];
}
prod[n-7+i]=tt;
}
else
{prod[n-7+i]=0;}
}
//Urmeaza eliminarea rezidurilor de forte de pe capete
if ((Capete->Cells[1][3]=="1")&(Capete->Cells[1][5]=="0"))
{
tine_minte[4]=0;
};
if ((Capete->Cells[2][2]=="1")&(Capete->Cells[2][6]=="0"))
{
tine_minte[5]=0;
};
FILE *serrr;
serrr = fopen("temp\\reactiuni.tmp","w");
fprintf (serrr, "%f\t %f\t %f\t %f\t %f\t %f\n",prod[0]-tine_minte[0],prod[1]-tine_minte[1],prod[2]-
tine_minte[2],prod[3]-tine_minte[3],prod[4]-tine_minte[4],prod[5]-tine_minte[5]);
fprintf (serrr, "%f\t %f\t %f\t %f\t %f\t %f\n",prod[n-6],prod[n-5],prod[n-4],prod[n-3],prod[n-2],prod[n-
1]);
fclose(serrr);
FILE *catinnnnn;
catinnnnn = fopen("temp\\deplasari.tmp","w");
for (int i=0;i<dime;i++)
{
fprintf (catinnnnn, "%f\n",ma[i]);
}

```

```
fclose(catinnnn);
```

```
}
```

```
//-----
```

Trebuie menționat că se pot întâmpina probleme mari în condiționarea matricilor în cadrul procesului de calculație al modelului liniar, adică în prima iterație. S-a constatat că există unele cazuri de slabă condiționare a matricii de rigiditate globală. Condiționarea slabă a unei ecuații matriciale reprezintă o slăbiciune a sistemului de rezolvat, dat de faptul că printr-o modificare mică a unui termen din sistemul matricial de rezolvat se ajunge la o modificare substanțială a soluției sistemului, conform Hurwitz [28]. Fie sistemele de ecuații drept exemplu:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 1.001y = 2 \end{cases} \quad \text{și sistemul} \quad \begin{cases} x = 2, y = 0 \\ x + 1.001y = 2.001 \end{cases}$$

cu soluția: $x = 2, y = 0$ cu soluția: $x = 1, y = 1$

Problema care se impune este a se pivota în jurul celei mai mari valori absolute din matricea de rezolvat pentru a evita soluții eronate. Pivotarea este una parțială și nu una ca și în procedeul Gauss Jordan. Pivotarea se face pe coloană, prin împărțire cu pivotul respectiv și astfel se obține o nouă matrice și implicit un nou sistem de ecuații care nu mai reprezintă o slabă condiționare, ci una mai stabilă. Acest concept, propus de Hurwitz [28], a fost implementat și în aplicația de față pentru a obține rezultate mai bune.

3 RETROSPECTIVĂ CRITICĂ A ANALIZEI NUMERICE NELINIARE

3.1 Formulări incrementale

Sistemele neliniare, sunt caracterizate, față de cele liniare, de faptul că nu pot fi rezolvate direct, ci numai prin procedee iterative de căutare. Toate aceste procedee de rezolvare a problemei neliniare au la bază, invariabil, iterații până se obține o convergență, conform Chiorean [29]. Se acordă, în rezolvarea neliniarității, o atenție deosebită interpretării fizice a rezultatelor, pentru a se identifica o soluție corectă, sau cât mai aproape de realitate.

Neliniaritatea analizei statice, deși are două dimensiuni (geometrică și fizică), este considerată doar din punctul de vedere fizic, adică al neliniarității comportării materialelor, în cadrul prezentei teze de doctorat. Neliniaritatea rezidă tehnic conform lui Dupont [30] și matematic din exprimarea rigidității elementului de bară în funcție de solicitarea unei secțiuni transversale de control. Așa cum se știe, atât betonul cât și alte materiale au o relație efort-deformație neliniară. Pentru simplitate și pentru a implementa ipotezele simplificatoare specifice calculului elastic prezentat în capitolul 2, o analiză neliniară se concepe ca și o succesiune de analize liniare. Procedeele sunt iterative, conform Bazant [31], până se obține o convergență spre soluția rezolvării sistemului de ecuații neliniare (vezi Figura 3.1).

Așa cum s-a menționat în paragraful precedent, analiza neliniară, în general, presupune o serie de calcule liniare, ce se aplică la 3 nivele: static, cinematic și la nivelul relațiilor constitutive. Nivelul static nu este considerat deoarece se consideră că

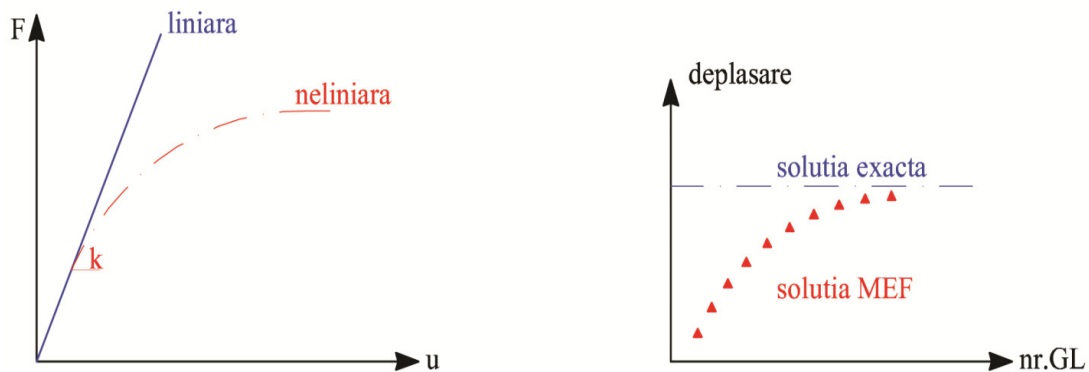


Figura 3.1 Ilustrarea grafică a analizei liniară/neliniiar, precum și a soluției analizei liniare/neliniiare a problemei statice

există deplasări mici și ecuațiile de echilibru sunt rezolvate pe forma inițială, adică cea nedeformată. Nivelul cinematic nu este considerat deoarece se presupune a fi deformații mici și deci relațiile de compatibilitate efort-deformație sunt liniare. La nivelul relațiilor constitutive, considerat în cadrul prezentei teze de doctorat, se implementează modele constitutive neliniare de tipul efort unitar - deformație specifică, tensiune tangențială – lunecare, etc.

Desigur, există mai multe metode de abordare a problemei incrementale static neliniare, existând procedeele de bază (originale, de exemplu metoda iterării directe și metoda tradițională Newton-Raphson) și procedeele hibride, conform Deuffhard [33], (obținute prin modificarea procedeelelor originale).

Matricea de rigiditate utilizată în rezolvarea problemei neliniare trebuie să țină cont de nivelul deplasărilor și al eforturilor. Spre deosebire de abordarea liniară, matricea de rigiditate variază în funcție de încărcări și proprietățile fizico-mecanice ale elementelor finite din discretizare. Astfel, matricea de rigiditate de lucru, conform Cătinaș [34], devine funcție de deplasări: $\{K_{ij}\}=\{K_{ij}(U_i)\}$.

În Metoda Iterării Directe sunt căutate soluții succesive în fiecare etapă de calcul. Fiecare etapă de calcul presupune o matrice de rigiditate curentă diferită $\{K_{ij}\}=\{K_{ij}(U_i)\}$, ce ține cont de valoarea deplasărilor precum în formularea din Figura 3.2, unde $r=1,2,3,\dots$ reprezintă iterațiile. Obținerea convergenței dorite se obține când $\{U_r\}-\{U_{r-1}\}$

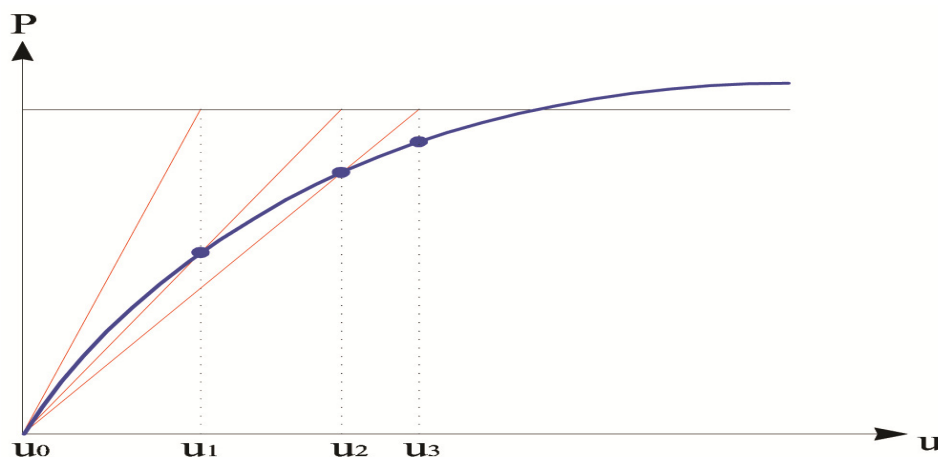


Figura 3.2 Vizualizare metoda directă de calcul neliniar

este în intervalul $(-Conv, +Conv)$, unde $Conv$ este un număr real nenul aproape de 0 .

Metoda de calcul neliniar propusă în această teză de doctorat se bazează pe metoda iterării directe, prin folosirea rigidității secante a elementelor în iterții multiple. Trebuie menționat că această metodă este una cu rezultate bune în cadrul rezolvării problemei static neliniare, conducând la o convergență rapidă, conform Hognestad [35]. Această metodă presupune într-o primă fază calculul unei deplasări utilizând rigiditatea tangențială inițială. Această deplasare inițială este apoi comparată ce deplasarea calculată în iterația următoare cu ajutorul rigidității secante. După o nouă ajustare a rigidității, se continuă iterațiile până la satisfacerea unui criteriu de convergență (formulat fie în deplasări, fie în rigidități).

Pentru a surprinde interacțiunile neliniare dintre elementele finite, neliniaritatea materialului se tratează prin considerarea elementelor finite având o secțiune constantă, identică cu secțiunea de control prin care se implementează legile de comportare neliniară ale materialelor. Betonul armat fiind un material compozit prin esență, este necesar ca modelele constitutive ale materialelor să fie implementate la nivelul punctului material.

O altă metodă clasică de iterare este Metoda Newton-Raphson [36]. Metoda este printre cele mai vechi metode și are aplicații multiple. Trebuie menționat că s-au făcut îmbunătățiri și adaptări de-a lungul timpului la metoda lui Newton-Raphson.

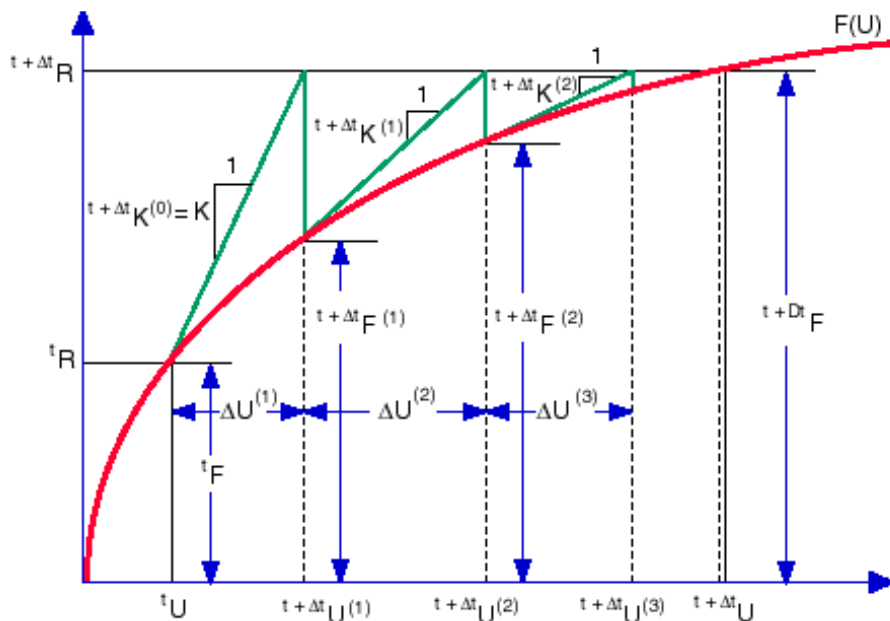


Figura 3.3-Vizualizare grafică a metodei de calcul neliniar Newton-Raphson

Metoda de bază este descrisă grafic în Figura 3.3. Se poate observa că este utilizată panta tangentă pentru fiecare iterație și deplasările sunt considerate ca necunoscute. Mai mult, se observă că există un sistem de forțe reziduale:

$$\{\Delta \bar{P}\} = \{P\} - \{K\}\{U\} \quad (3.1)$$

Aceste forțe reziduale reprezintă o măsură a depărtării sistemului de starea de echilibru, care este cunoscută și se face o mai bună aproximare a acestei stări de echilibru cu fiecare iterație, conform relației:

$$\{U_r\} = \{U_{r-1}\} + \{\Delta U_r\} \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2)$$

unde

$$\{\Delta U_r\} = \{K^t(U_{r-1})\}^{-1} \{\Delta P(U_{r-1})\} \quad (3.3)$$

Indicele superior al matricei de rigiditate indică faptul că matricea de rigiditate este asamblată cu rigiditatea tangențială. Această matrice de rigiditate este calculată pe baza valorilor tangențiale ale modului lui Young și a modului de rigiditate transversală derivate din legile constitutive. Evident, o dată cu creșterea numărului de

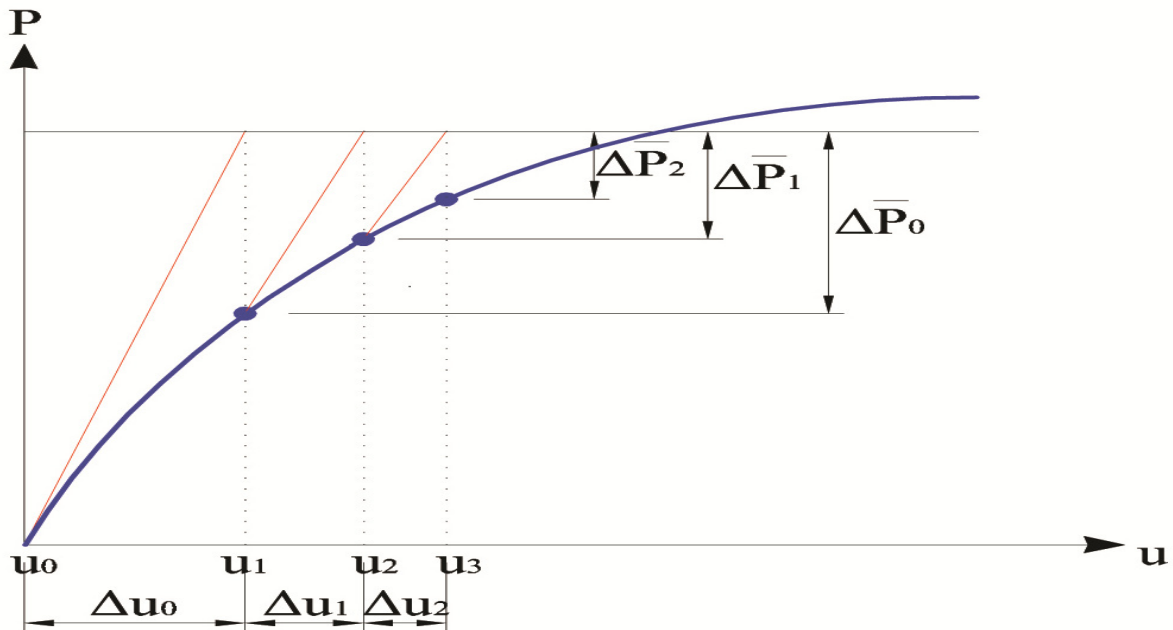


Figura 3.4 Vizualizare grafică a metodei de integrare numerică neliniară a metodei Newton-Raphson modificată

iterații r se obține o convergență mai bună, astfel încât ΔU tinde spre zero.

Trebuie făcută precizarea că nici una din metodele prezentate până acum nu conduc sigur la convergență conform Chiorean [37], și mai ales nu se poate preciza cât de repede se obține o convergență. O altă metodă, mai bună, o reprezintă o metoda hibridă, combinație a celor două soluții prezentate deja. Astfel, un algoritm optimizat se creează prin faptul că matricea $\{K\}$ este transformată în matricea $\{K\}^t$ în cadrul procesului de iterații ca în Figura 3.4, doar la adăugarea unei încărcări incrementale, la aplicarea încărcărilor reziduale ea rămânând nemodificată. Acest tip de abordare neliniară se numește Metoda Newton-Raphson modificată, iar iterațiile se fac după următorul model matematic:

$$\{K^t(U_{r-1})\} \cong \{K^t(U_0)\} \quad (3.4)$$

cu specificația că

$$\{\Delta U_r\} = \{K^t(U_0)\}^{-1} \{\Delta P(U_{r-1})\} \quad (3.5)$$

să fie satisfăcută pe întreg parcursul procesului de căutare.

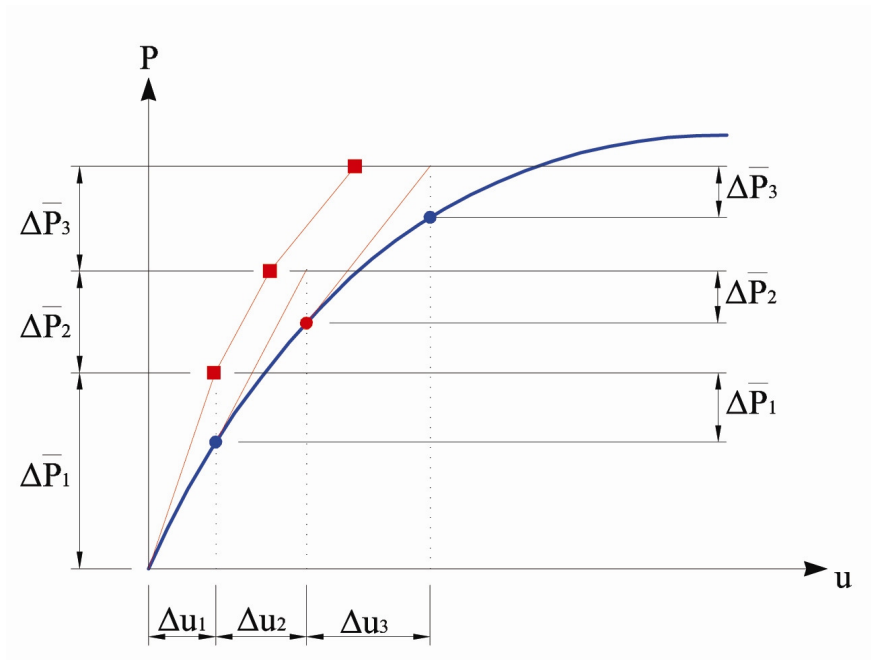


Figura 3.5 Vizualizare Metoda Newton Raphson într-o etapă

Prin acest algoritm se obține o convergență mai rapidă și astfel se economisește semnificativ timpul de găsimă a convergenței. Matricea de rigiditate se modifică o singură dată în momentul aplicării noului increment. Totuși, uneori rata de obținere a convergenței se poate să fie inferioară față de aceea obținută de algoritmul Newton-Raphson original.

O altă variantă de calcul incremental este dat de așa numitul algoritm Corecția Newton Raphson într-o etapă, conform Figurii 3.5:

$$\{\Delta U_r\} = \{K^t(U_0)\}^{-1} (\{\Delta P_r\} + \{\Delta \bar{P}_{r-1}\}) \quad (3.6)$$

unde ΔP_r reprezintă incrementul curent al încărcării, iar $\Delta \bar{P}_{r-1}$ reprezintă forțele neechilibrate din pasul anterior, adică cele reziduale.

3.2 Relații constitutive

Analiza unei structuri prin metode numerice presupune un set de ecuații de echilibru și un set de deplasări cinematice admisibile ce sunt interdependente între ele.

Legătura dintre ele reprezintă de fapt legea constitutivă a materialului.

Legea lui Hooke [38] generalizată de către Cauchy [39] statutează că cele 6 componente ale vectorului de tensiuni se raportează liniar vectorului de deformații specifice. Relațiile dintre tensiuni și deformațiile specifice, astfel definite, sunt cunoscute ca relații constitutive. Pentru un material anizotrop oarecare, cu proprietăți raportate direcției, relația constitutivă sub formă matriceală este:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

unde vectorul tensiunilor cuprinde tensiunile normale și tensiunile tangențiale după un sistem de referință cartezian $Oxyz$ (vezi Figura 3.6), iar vectorul deformațiilor specifice cuprinde deformațiile specifice liniare și unghiulare în raport cu același sistem de coordonate. Trebuie remarcat că matricea de rigiditate de mai sus, care face legătura între tensiuni și deformații are 36 de coeficienți C_{ij} , unde $i, j=1 \div 6$. Datorită simetriei eforturilor, deformațiilor și energiei de deformație matricea de rigiditate devine simetrică și doar 21 de coeficienți ai săi sunt independenți.

Desigur că în cazul în care sistemul de axe de coordonate nu este coincident cu cel al elementului finit analizat, adică nu are axele orientate pe aceleași direcții, atunci această matrice de rigiditate va suferi o transformare prin înmulțirea cu matricea de transformare unghiulară, cum a fost specificat în capitolul anterior.

Mai mult, situația în care se face armare dispersă orientată pe o direcție permite o simplificare a numărului de coeficienți din (3.7), care este esențială în abordarea elementelor cu o reologie complexă, precum a betonului armat.

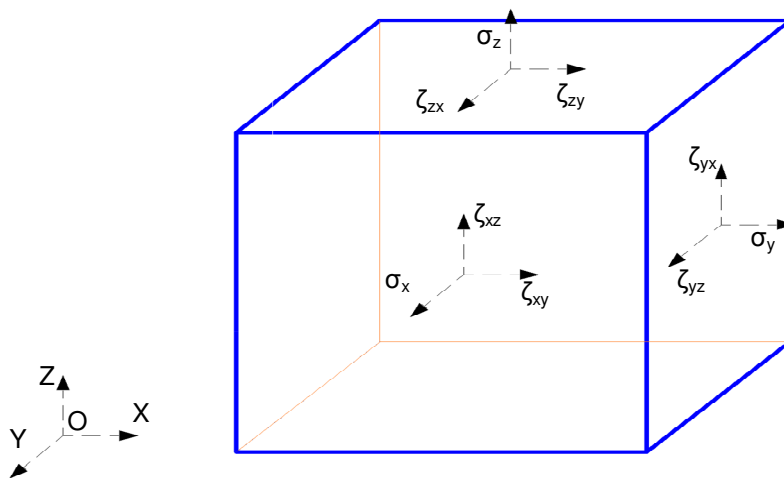


Figura 3.6 Starea de tensiune a punctului material

Betonul este un material compozit puternic coeziv și cu frecări interne mari. Comportarea sa complexă și neliniară este guvernată atât de macro-proprietățile celor doi constituenți principali, agregatele și pasta de ciment întărită (vezi Figura 3.7), cât și proprietățile contactului intim dintre acestea, caracterizat de o mulțime de microfisuri neregulate, conform Iwanami [40].

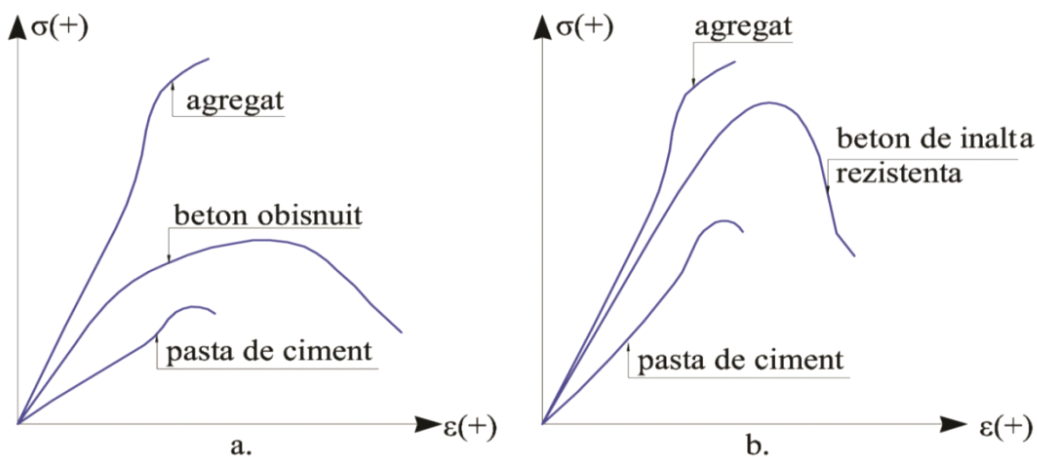


Figura 3.7 Diagrame efort-deformație comparative pentru beton și constituenți

Atât timp cât direcția eforturilor unitare principale în beton coincide cu direcția deformațiilor specifice principale, betonul poate fi considerat ca un material ortotrop, având 3 planuri de simetrie. Astfel, după direcțiile principale relația constitutivă (3.7)

devine:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} & \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & \frac{\nu_{32} + \nu_{31}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} & \frac{\nu_{32} + \nu_{13}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} & \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.7-a)$$

unde

E_1, E_2, E_3 – moduli de elasticitate longitudinali (Young) după direcțiile principale;

$G_{12}=G_{21}, G_{23}=G_{32}, G_{13}=G_{31}$ - moduli de elasticitate transversali;

$\nu_{12} \neq \nu_{21}, \nu_{23} \neq \nu_{32}, \nu_{13} \neq \nu_{31}$ – coeficienții lui Poisson

și Δ este dat de relația

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31}}{E_1 E_2 E_3} \quad (3.8)$$

Datorită simetriei considerate, următoarele relații se pot scrie:

$$\begin{aligned} E_1 \nu_{21} &= E_2 \nu_{12} \\ E_2 \nu_{32} &= E_3 \nu_{23} \\ E_3 \nu_{13} &= E_1 \nu_{31} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Valorile modurilor de elasticitate transversali se raportează celor longitudinali prin:

$$\begin{aligned}
G_{12} &= \frac{1}{2} \left[\frac{E_1}{2(1+\nu_{12})} + \frac{E_2}{2(1+\nu_{21})} \right] \\
G_{23} &= \frac{1}{2} \left[\frac{E_2}{2(1+\nu_{23})} + \frac{E_3}{2(1+\nu_{32})} \right] \\
G_{31} &= \frac{1}{2} \left[\frac{E_3}{2(1+\nu_{31})} + \frac{E_1}{2(1+\nu_{13})} \right]
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Relațiile constitutive de mai sus pot fi utilizate cu succes în modelarea stărilor de eforturi triaxiale din masa unui beton și se pot implementa în analize numerice de tip MEF cu elemente spațiale și/sau plane.

Implementarea lor la elementele finite de tip bară este greu de închipuit, astfel încât în modelarea comportării barelor de beton armat și/sau precomprimat este mai convenabil să considerăm betonul ca fiind un material izotrop, conform Reedy [42], caracterizat de:

$$\begin{aligned}
E_1 = E_2 = E_3 = E \\
\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = \nu_{21} = \nu_{31} = \nu_{32} = \nu
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Expresia modulului de elasticitate transversal devine:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.12}$$

Aceste simplificări trebuie compensate, conform Courrant [41], în analiza numerică neliniară a barelor de beton armat și precomprimat prin o serie de modelări bazate pe raționamente specifice, așa cum se va vedea în continuare. În analizele incrementale liniar-elastice, etape ale analizei neliniare propusă în prezenta lucrare de doctorat, valorile modulului lui Young se raportează modelului constitutiv al betonului sollicitat uniaxial (diagramei caracteristice) considerat cu valori cilindrice medii ale rezistențelor. Oțelul în sine este un material izotrop și este normal în aceste condiții să se procedeze similar. Armăturile compozite pot fi de asemenea idealizate printr-un astfel de material.

Calcululele numerice neliniare se efectuează întotdeauna cu raportare la tipul de

solicitare preponderent. Astfel, de exemplu, o bară încovoiată sau solicitată la compresiune excentrică se va raporta în primul rând modelelor constitutive pentru solicitări uniaxiale (modul Young variabil, tangent sau secant), considerând valori constante pentru coeficientul lui Poisson (0.10-0.20 pentru beton și 0.27-0.30 conform Gere și colectivul [43]. Valorile standard recomandate de EN 1992-1 [44] și EN 1993-1 [45] sunt 0.20 și respectiv 0.30.

Raportarea, de exemplu, la forța tăietoare sau torsiune este considerată deocamdată imposibilă, atât datorită incertitudinii legate de modelele constitutive obținute cât și a faptului că de exemplu, la barele lungi predomină acțiunea de încovoiere și compresiune excentrică.

3.3 Diagrame caracteristice de referință (scurtă durată)

Betonul este caracterizat de o comportare anizotropă și neliniară unică. Neliniaritatea este prezentă chiar și în vecinătatea originii curbei, dar este mai prezentă în vecinătatea efortului ultim. Neliniaritatea reflectă procesul de fisurare și fracturare a betonului, adică a schimbărilor structurale în masa unui material casant aflat sub un efort crescător, conform Felippa [46]. Un mecanism adecvat de fisurare sub influența unor solicitări statice instantanee reprezintă baza unei analize a căror date se pot implementa matematic în metode numerice competitive.

Metodele numerice competitive presupun teste de laborator care să permită determinarea cu o precizie suficientă a curbei de efort-deformație, astfel încât să se obțină rezultate viabile, deoarece metodele numerice au ca bază de pornire a analizei diagrame caracteristice de referință.

Testele de laborator, conform Mircea [47], arată o comportare extrem de neliniară în compresiune uniaxială a betonului. Această relație variază liniar-elastic până la circa 30-40 % din rezistența uniaxială la compresiune. Până la limita palierului ascendent se abate gradual cu aproximativ 70 %. Această comportare este pusă în evidență în Figura 3.8.

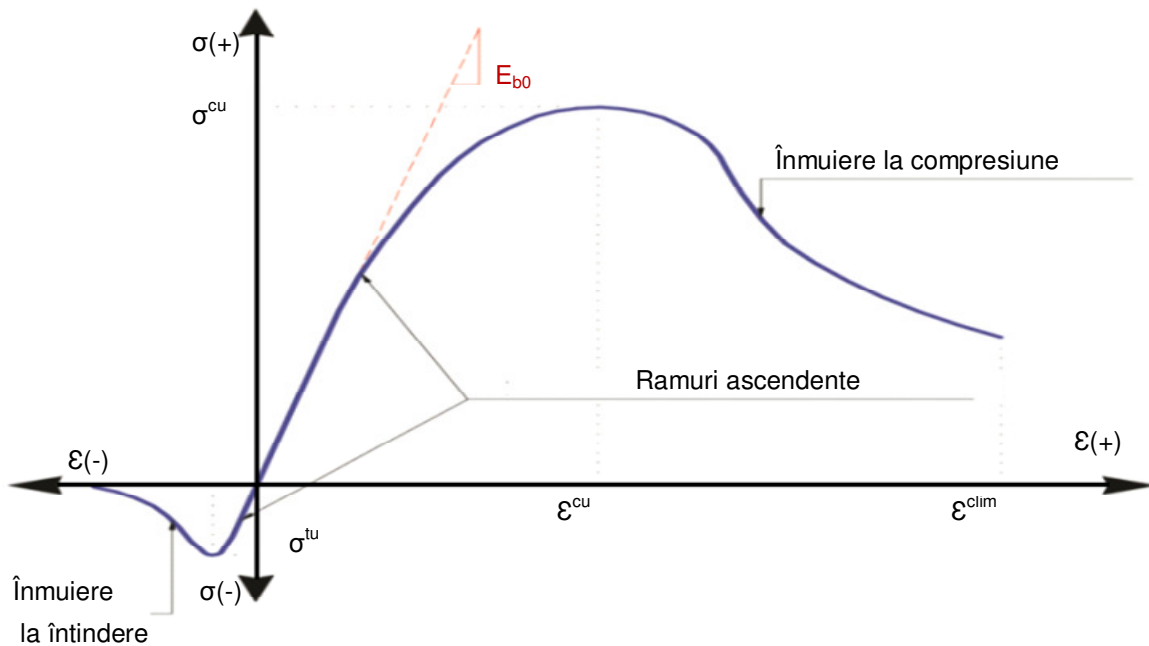


Figura 3.8 Curba efort-deformație pentru betoanele solicitate uniaxial

Așa cum s-a mai arătat, în practica curentă este foarte dificil și costisitor să se efectueze analize neliniare implementând modele de comportare anizotropică. Abordarea izotropică de asemenea pleacă de la modelele constitutive definite pentru comportarea uniaxială. În acest sens, în numeroase referințe din literatura de specialitate există multiple propuneri.

Pentru betonul comprimat, propunerea CEB-FIB Model Code 2010 [48] din Figura 3.10a este dată de expresia

$$\sigma = f_c \frac{k(\varepsilon/\varepsilon_c) - (\varepsilon/\varepsilon_c)^2}{1 + (k - 2)(\varepsilon/\varepsilon_c)} \quad (3.13)$$

unde $k = E_{cm}/E_c$ și expresia descrie atât palierul ascendent cât și descendent. O variantă similară a fost preluată și de EN 1992-1 [44], unde modulul secant standard E_{cm} se multiplică cu un factor egal cu 1.1. Modelul se aplică și la betoanele de înaltă rezistență.

Desayi și Krishnan [49] propun de asemenea o expresie generală:

$$\sigma = \frac{E_0 \varepsilon}{1 + (\varepsilon/\varepsilon_c)^2} \quad (3.14)$$

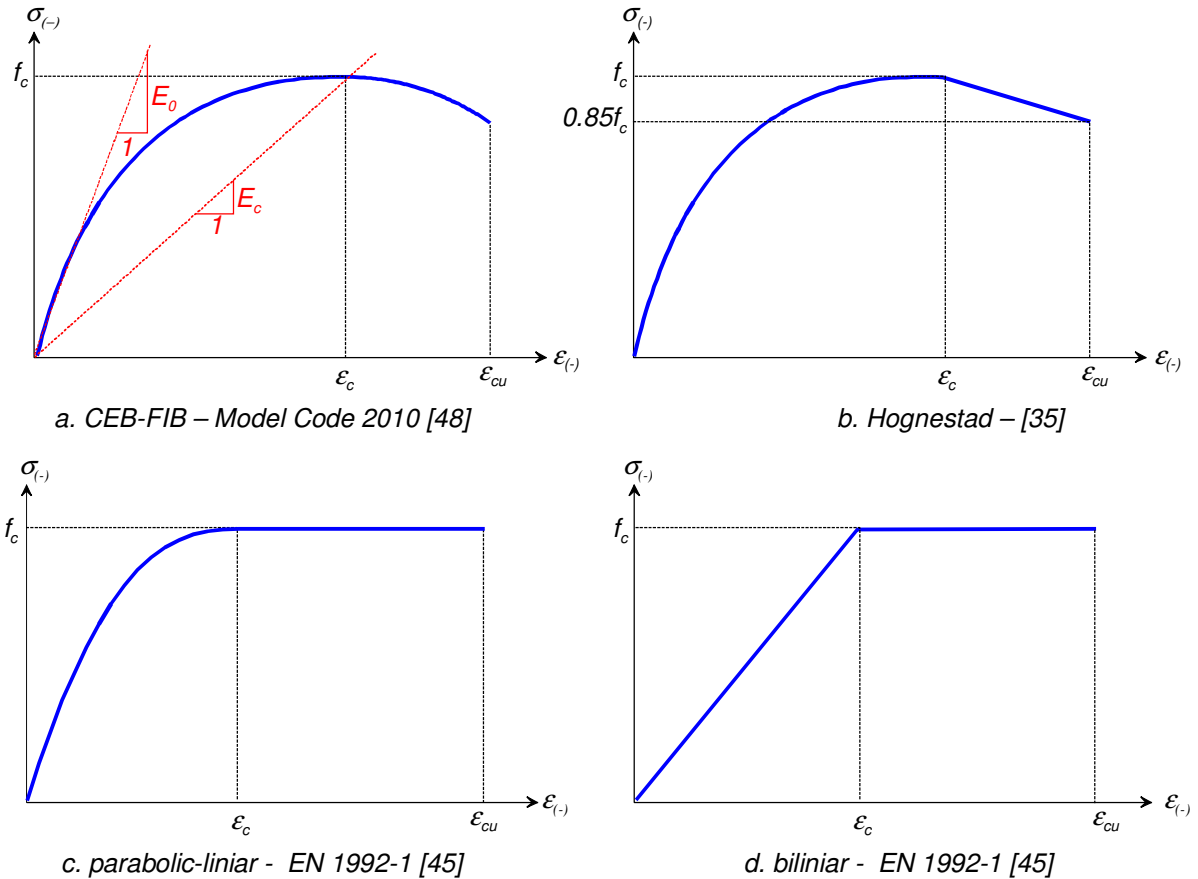


Figura 3.9 Diagrame caracteristice curente pentru betonul comprimat

Un alt model larg utilizat pentru betonul obișnuit este modelul Hognestad [35]:

- o parabolă de gradul doi pentru ramura ascendentă

$$\sigma = f_c \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_c} \left(1 - \frac{\varepsilon}{2\varepsilon_c} \right) \quad (3.15a)$$

- o variație liniară pentru ramura descendentă

$$\sigma = f_c \left(1 - 0.15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} \right) \quad (3.15b)$$

Modelul simplificat parabolic liniar dat de EN 1992-1 [45] prevede următoarea parabolă pentru palierul ascendent

$$\sigma = f_c \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^n \right] \quad (3.16)$$

unde $n=2.0$ pentru clase de beton de până la C50/60, după care scade gradual până la clasa C 90/105.

De regulă, modelele mai rafinate (Figurile 3.9a și 3.9b) se implementează în calculele neliniare structurale globale și/sau de detaliu, iar cele mai simple (Figurile 3.9c și 3.9d) sunt recomandate pentru analiza secțională. Adesea însă modelele simple sunt mai ușor de implementat în analizele neliniare complexe (de exemplu analize de tip push-over), astfel încât în continuare se va efectua o analiză a acestor modele constitutive. Utilizând aplicația realizată și prezentată capitolul 4 al prezentei teze de doctorat, s-au efectuat analize pe 3 clase de beton: C 16/20, C 50-60 și C 70/80. S-au considerat rezistențele medii f_{cm} , iar pentru betonul întins o comportare elastică până la f_{ctm} . Figura 3.11 prezintă comparativ energiile potențiale elementare de deformație pentru cele 5 modele constitutive considerate și cele 3 clase de betoane, iar Figura 3.12 diagramele caracteristice.

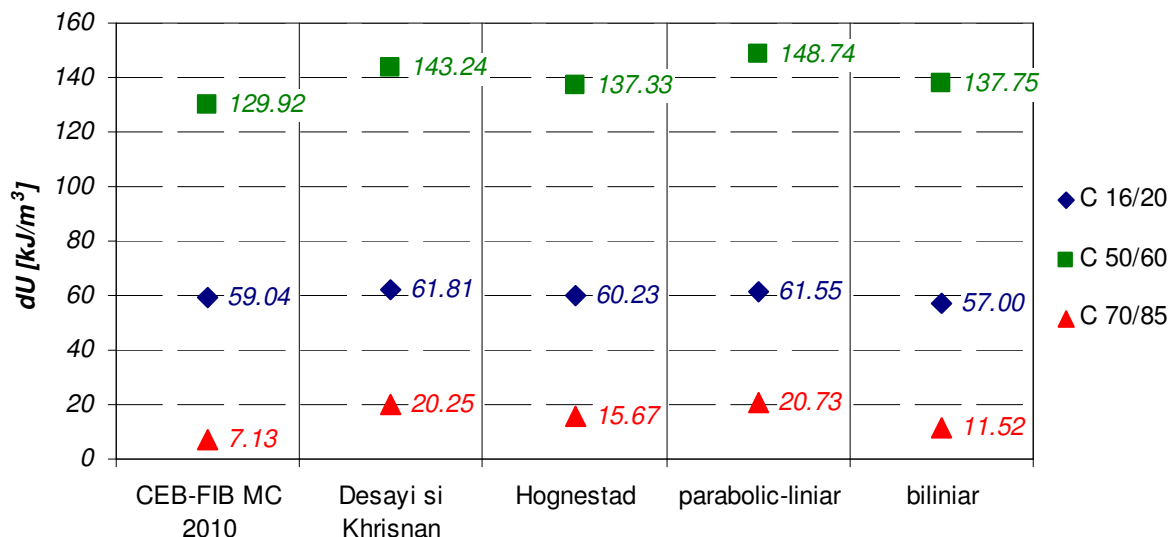
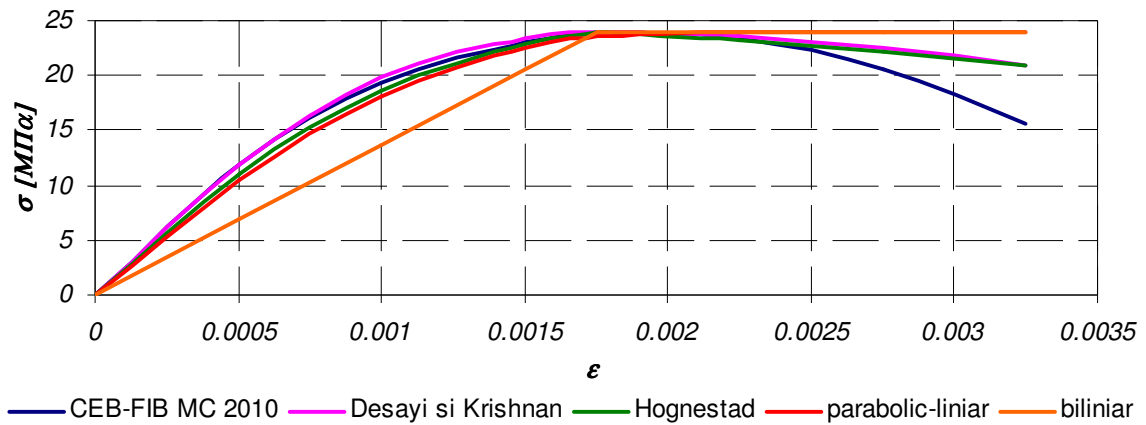
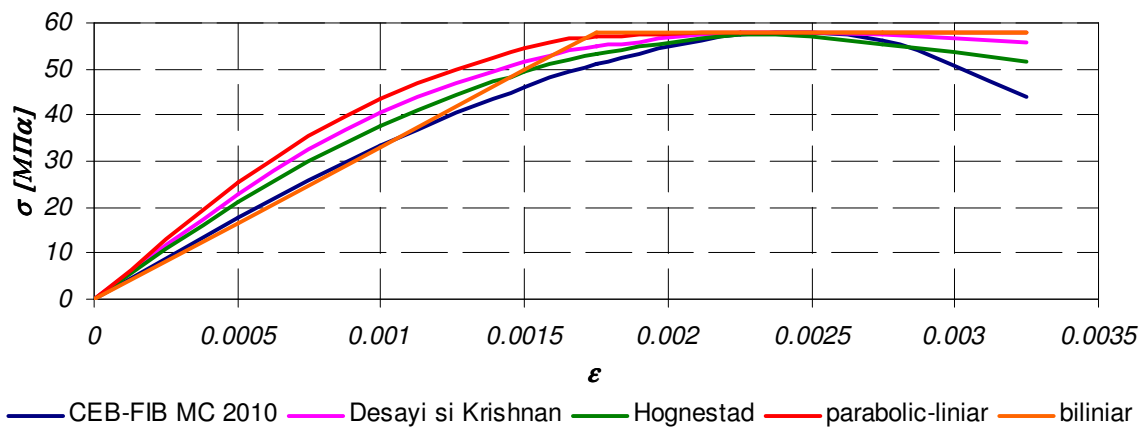


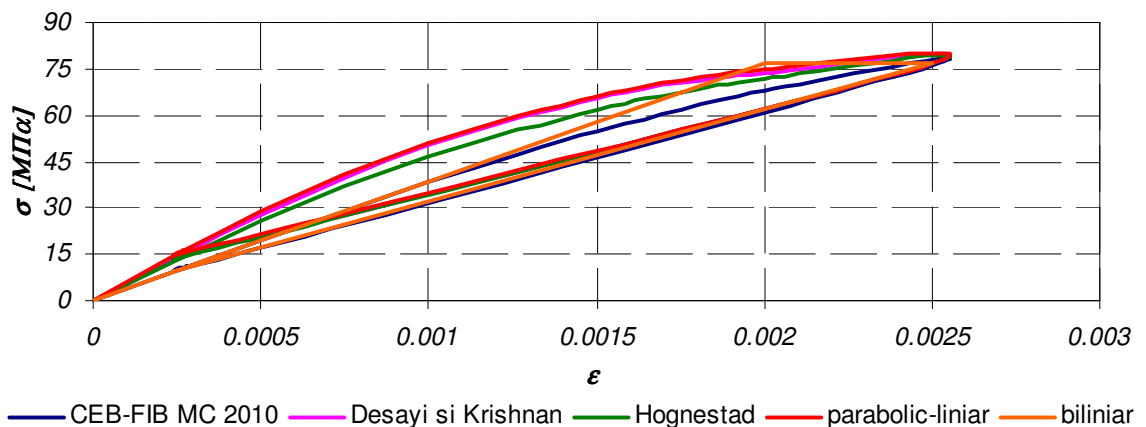
Figura 3.10 Energiile potențiale elementare de deformație



a. C 16/20, $f_{cm}=24$ MPa



a. C 50/60, $f_{cm}=58$ MPa



a. C 90/105, $f_{cm}=98$ MPa

Figura 3.11 Diagrame caracteristice curente pentru betonul comprimat

Se observă că până înspre domeniul betonului de înaltă rezistență modelele prezintă o energie specifică de deformație crescătoare, după care aceasta scade spectaculos. În acești termeni, modelele CEB-FIB MC 2010 și biliniar sunt cele mai conservatoare, observându-se că diferența în favoarea modelului CEB-FIB se accentuează spectaculos la betoanele de înaltă rezistență.

În continuare, se consideră o grindă simplu rezemată cu deschiderea de 5.0 m acționată la mijlocul deschiderii de o sarcină concentrată crescătoare (Figura 3.12), armată cu un oțel beton de referință cu diagrama caracteristică biliniară cu consolidare prezentată în Figura 3.13. Secțiunile transversale corespunzătoare celor 3 tipuri de betoane prezentate mai sus sunt detaliate în Figura 3.14 (acoperirea cu beton este de 20 mm).

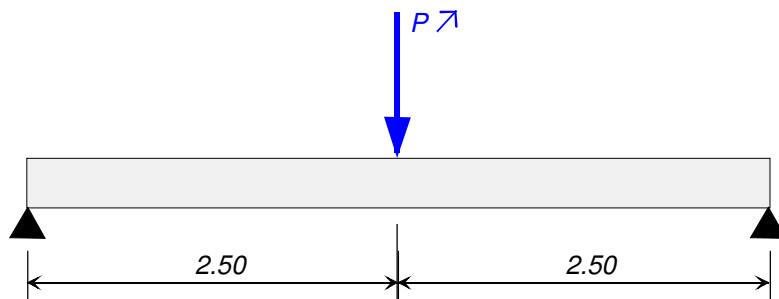


Figura 3.12 Schema statică a grinzii considerate

Model constitutiv oțel

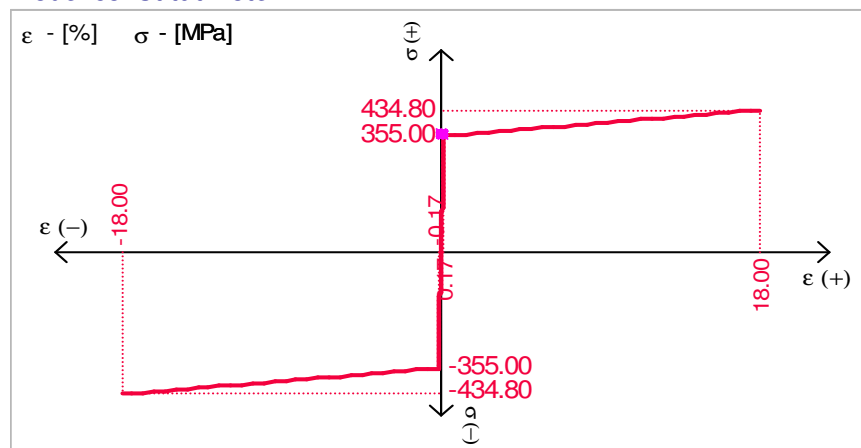
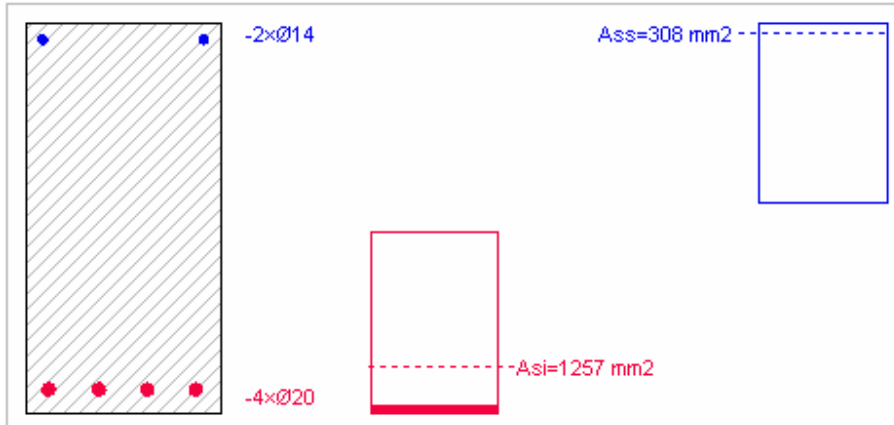


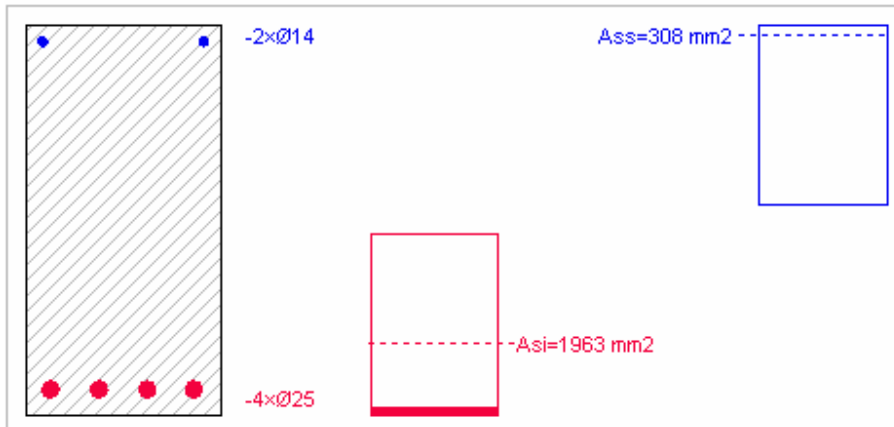
Figura 3.13 Diagrama caracteristică a oțelului beton considerat

Sectiunea transversala de beton armat



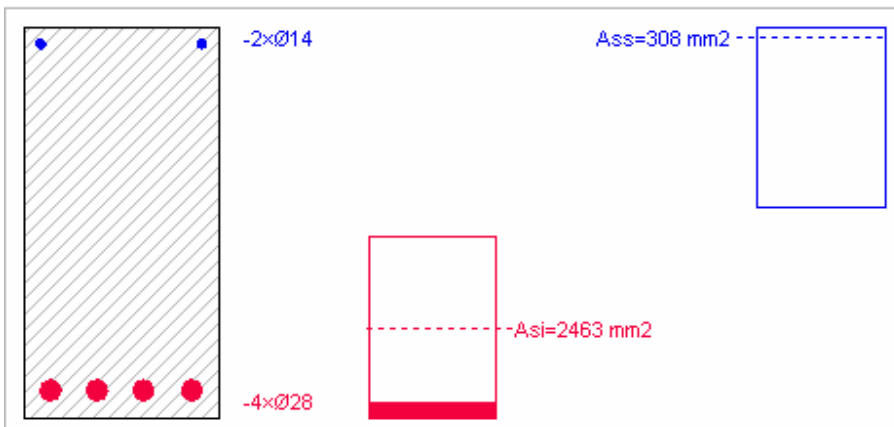
a. secțiunea pentru beton C 16/20

Sectiunea transversala de beton armat



b. secțiunea pentru beton C 50/60

Sectiunea transversala de beton armat



c. secțiunea pentru beton C 70/85

Figura 3.14 Secțiuni transversale considerate

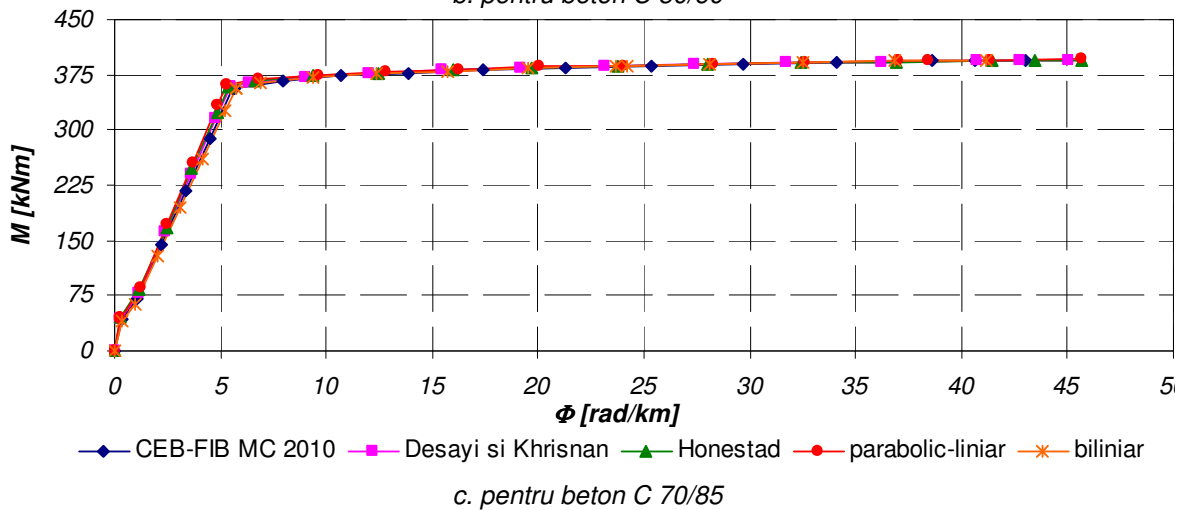
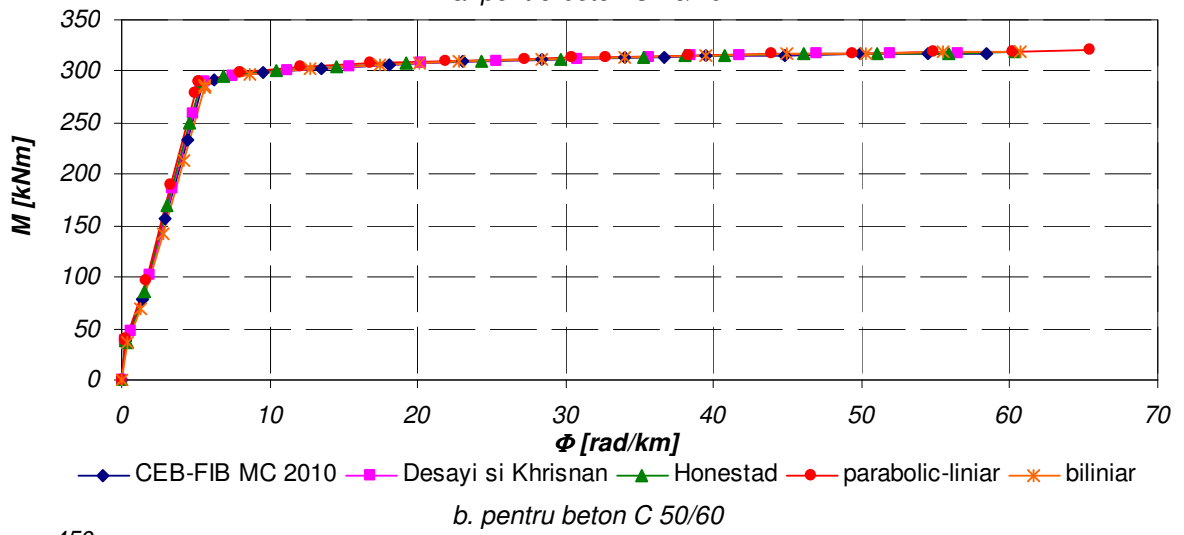
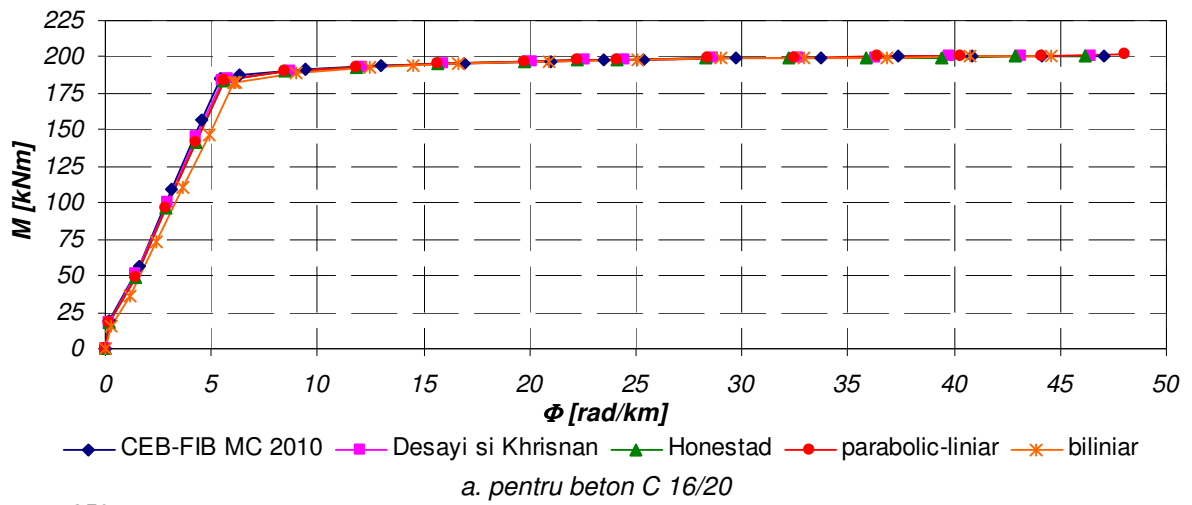
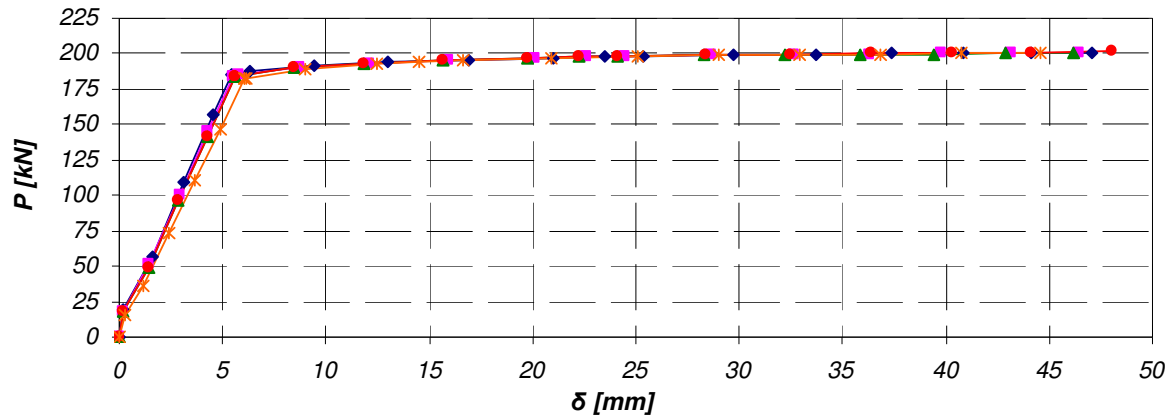
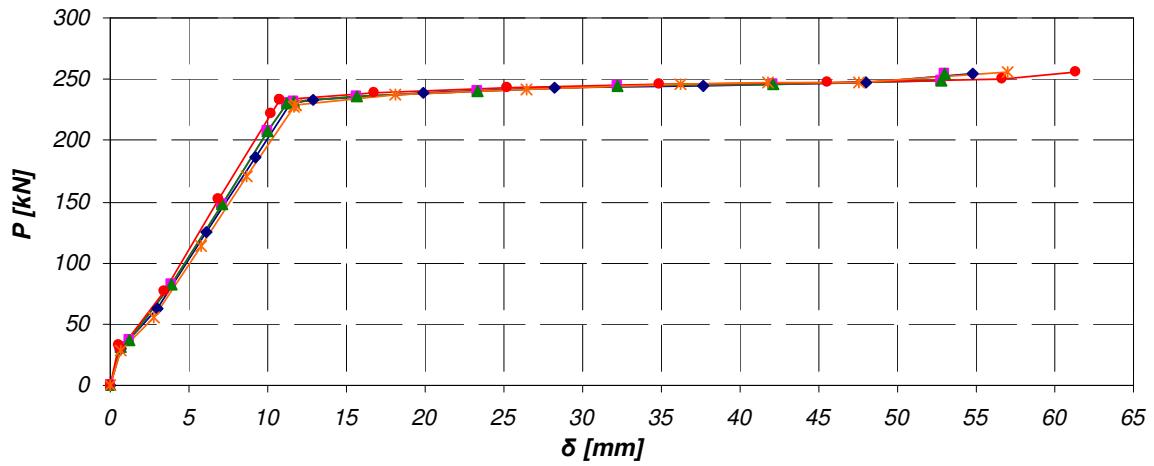


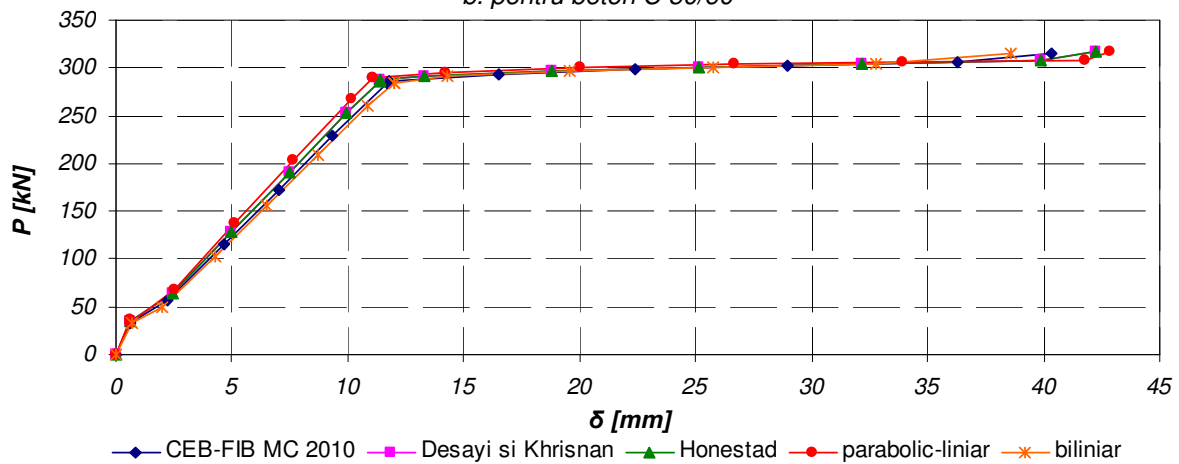
Figura 3.15 Diagrame moment-curbură



a. pentru beton C 16/20



b. pentru beton C 50/60



c. pentru beton C 70/85

Figura 3.16 Diagrame forță-săgeată

Tabelul 3.1 Momente secționale caracteristice

Clasa beton	M [kNm]			Modelul constitutiv
	fisurare	curgere	rupere	
C 16/20	17.411	184.952	200.271	CEB-FIB MC 2010
	16.743	184.406	200.349	Desayi și Khrisnan
	16.520	184.224	200.375	Hognestad
	16.520	184.224	201.298	parabolic liniar
	15.216	182.572	200.833	biliniar
C 50-60	34.929	287.377	317.766	CEB-FIB MC 2010
	35.780	288.167	318.272	Desayi și Khrisnan
	36.064	288.43	318.440	Hognestad
	37.486	290.667	320.317	parabolic liniar
	33.488	286.529	319.389	biliniar
C 70-85	39.576	356.738	394.610	CEB-FIB MC 2010
	41.642	358.723	395.286	Desayi și Khrisnan
	42.331	359.384	395.511	Hognestad
	42.128	361.118	396.028	parabolic liniar
	40.312	355.976	394.673	biliniar

Tabelul 3.2 Diferențe procentuale maxime între momentele încovoietoare

Clasa beton	Moment încovoietor		
	fisurare	curgere	rupere
C 16/20	12.6%	1.3%	0.5%
C 50/60	10.7%	1.4%	0.8%
C 70/85	6.5%	1.4%	0.4%

Tabelul 3.3 Curburi secționale caracteristice și factori de ductilitate

Clasa beton	Φ [rad/km]			Factorul de ductilitate Φ_r/Φ_y	Modelul constitutiv
	fisurare	curgere	rupere		
C 16/20	0.214	5.411	47.066	8.70	CEB-FIB MC 2010
	0.225	5.543	46.429	8.38	Desayi și Khrisnan
	0.229	5.587	46.217	8.27	Hognestad
	0.229	5.587	48.015	8.59	parabolic liniar
	0.273	6.071	44.598	7.35	biliniar
C 50-60	0.335	5.483	58.479	10.67	CEB-FIB MC 2010
	0.326	5.400	59.879	11.09	Desayi și Khrisnan
	0.323	5.372	60.345	11.23	Hognestad
	0.307	5.193	65.389	12.59	parabolic liniar
	0.354	5.627	60.765	10.80	biliniar
C 70-85	0.339	5.640	43.042	7.63	CEB-FIB MC 2010
	0.324	5.477	45.045	8.22	Desayi și Khrisnan
	0.319	5.423	45.712	8.43	Hognestad
	0.308	5.312	45.705	8.60	parabolic liniar
	0.357	5.743	41.176	7.17	biliniar

Tabelul 3.4 Diferențe procentuale maxime între curburi și factorii de ductilitate

Clasa beton	Curburi			Factori de ductilitate
	fisurare	curgere	rupere	
C 16/20	21.6%	10.9%	7.1%	15.5%
C 50/60	13.3%	7.7%	10.6%	15.3%
C 70/85	13.7%	7.5%	9.9%	16.6%

Tabelul 3.5 Încărcări caracteristice

Clasa beton	P [kN]			Modelul constitutiv
	fisurare	curgere	rupere	
C 16/20	13.929	147.962	160.217	CEB-FIB MC 2010
	13.394	147.525	160.279	Desayi și Khrisnan
	13.216	147.379	160.300	Hognestad
	13.216	147.379	161.038	parabolic liniar
	12.173	146.058	160.666	biliniar
C 50-60	27.943	229.902	254.213	CEB-FIB MC 2010
	28.624	230.534	254.618	Desayi și Khrisnan
	28.851	230.744	254.752	Hognestad
	29.989	232.534	256.254	parabolic liniar
	26.790	229.223	255.511	biliniar
C 70-85	31.661	285.390	315.688	CEB-FIB MC 2010
	33.314	286.978	316.229	Desayi și Khrisnan
	33.865	287.507	316.409	Hognestad
	33.702	288.894	316.822	parabolic liniar
	32.250	284.781	315.738	biliniar

Tabelul 3.6 Diferențe procentuale maxime între încărcări

Clasa beton	Moment încovoietor		
	fisurare	curgere	rupere
C 16/20	12.6%	1.3%	0.5%
C 50/60	10.7%	1.4%	0.8%
C 70/85	6.5%	1.4%	0.4%

Tabelul 3.7 Săgeți caracteristice și factori de ductilitate

Clasa beton	δ [mm]			Factorul de ductilitate δ_r/δ_y	Modelul constitutiv
	fisurare	curgere	rupere		
C 16/20	0.386	11.272	44.124	3.915	CEB-FIB MC 2010
	0.407	11.548	43.528	3.769	Desayi și Khrisnan
	0.413	11.640	43.329	3.722	Hognestad
	0.413	11.640	45.014	3.867	parabolic liniar
	0.505	12.648	41.810	3.306	biliniar
C 50-60	0.598	11.423	54.824	4.799	CEB-FIB MC 2010
	0.583	11.249	52.958	4.708	Desayi și Khrisnan
	0.578	11.191	52.336	4.677	Hognestad
	0.548	10.818	61.302	5.667	parabolic liniar
	0.633	11.724	56.968	4.859	biliniar
C 70-85	0.610	11.750	40.352	3.434	CEB-FIB MC 2010
	0.588	11.411	42.230	3.701	Desayi și Khrisnan
	0.580	11.298	42.855	3.793	Hognestad
	0.548	11.067	42.849	3.872	parabolic liniar
	0.663	11.965	38.602	3.226	biliniar

Tabelul 3.8 Diferențe procentuale maxime între săgeți și factorii de ductilitate

Clasa beton	Curburi			Factori de ductilitate
	fisurare	curgere	rupere	
C 16/20	23.6%	10.9%	7.1%	15.6%
C 50/60	13.4%	7.7%	14.6%	17.5%
C 70/85	17.3%	7.5%	9.9%	16.7%

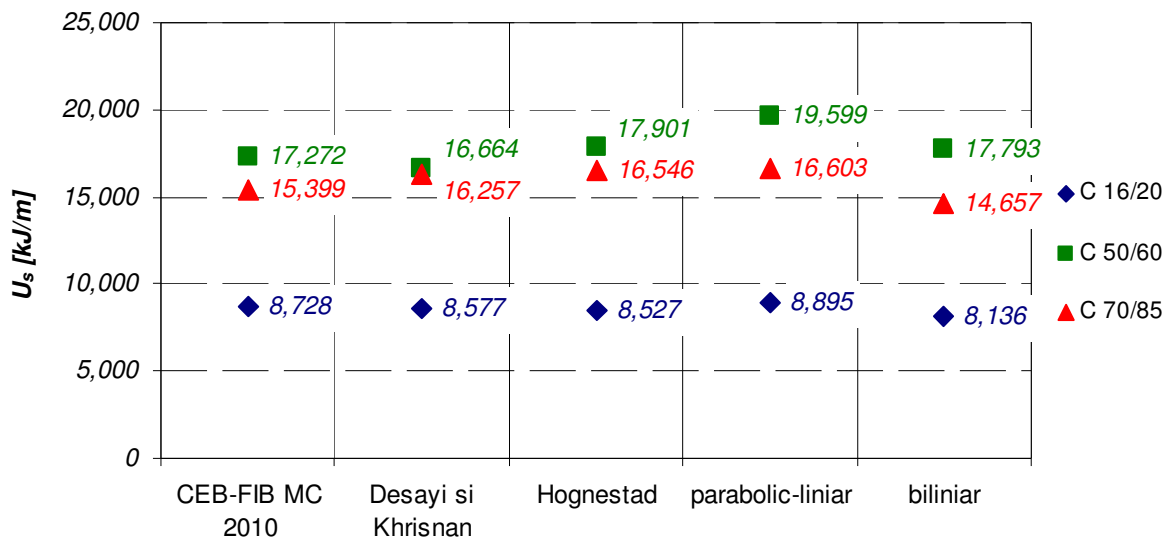


Figura 3.17 Energiile potențiale secționale de deformație

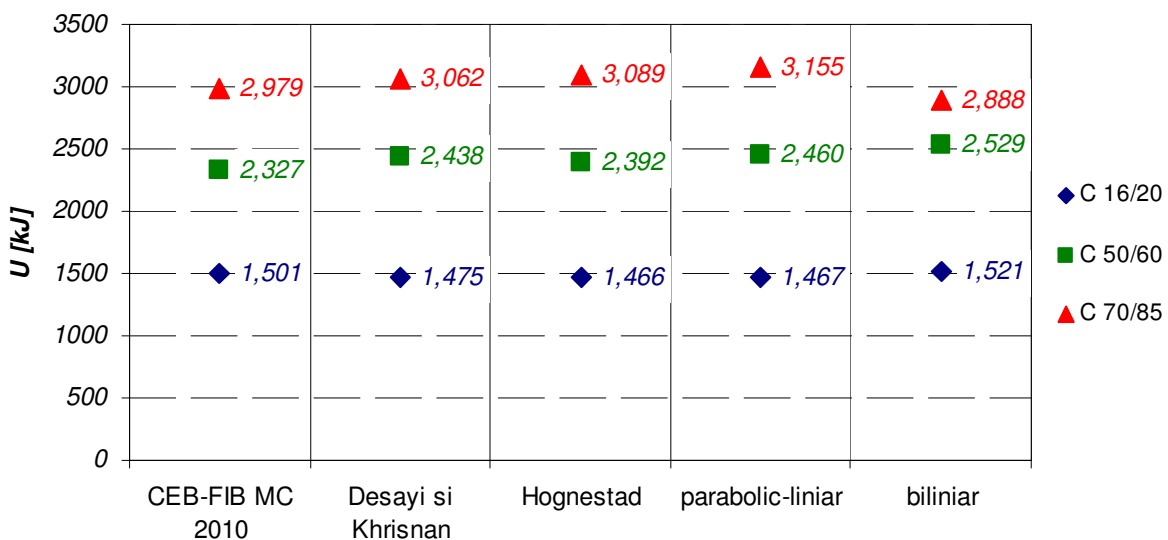


Figura 3.18 Energiile potențiale de deformație

Rezultatele analizelor sunt prezentate în Figura 3.15 în termenii diagramelor moment-curbură și în Figura 3.16 în termenii diagramelor forță- săgeată. Tabelele 3.1 și 3.2 prezintă momentele încovoietoare secționale caracteristice și diferențele procentuale maxime înregistrate, iar Tabelele 3.3 și 3.4 curburile secționale corespunzătoare și factorii de ductilitate asociați, respectiv diferențele procentuale maxime înregistrate în termeni de curbură și factori ai ductilității de curbură. Tabelele 3.5

și 3.6 prezintă forțele caracteristice de încărcare și diferențele procentuale maxime înregistrate, iar Tabelele 3.7 și 3.8 săgețile corespunzătoare și factorii de ductilitate asociați, respectiv diferențele procentuale maxime înregistrate în termeni de săgeți și factori ai ductilității de deplasare. Figura 3.17 prezintă rezultatele în termenii energiei potențiale specifice (secționale) de deformație, iar Figura 3.18 prezintă energia potențială de deformație consumată în întregul element.

Concluziile sunt:

- cea mai mică energie elementară de deformație o prezintă modelele CEB-FIB MC 2010 și modelul biliniar, aspect care se regăsește și la nivelul energiei specifice (secționale) la betonul obișnuit, la betonul de înaltă rezistență doar modelul biliniar confirmând tendința;
- la nivel secțional (și în consecință și la nivel de element), potențialul de înmagazinare al energiei este influențat în primul de armături, astfel încât diferențele sunt mai puțin semnificative ca urmare a modelului constitutiv al betonului implementat;
- în ce privește momentele încovoietoare, influența semnificativă a modelului constitutiv al betonului se înregistrează doar la fisurare (până la 12.6 %), diferențele scăzând odată cu creșterea calității betonului; la curgere diferența maximă este de 1.4 %, iar la rupere 0.8 %;
- în ce privește curburile, diferențele sunt mai semnificative, la fisurare fiind de până la 21.6 %, la curgere până la 10.9 %, respectiv la rupere până la 10.6 %;
- factorii ductilității de curbura cei mai reduși aparțin tot modelelor CEB-FIB MC 2010 și modelul biliniar, diferențele maxime înregistrate fiind de circa 15-16 %;
- evident, încărcările concentrate caracteristice urmează același traseu ca momentele încovoietoare, influența semnificativă a modelului constitutiv al betonului se înregistrează doar la fisurare (până la 12.6 %), diferențele scăzând odată cu creșterea calității betonului; la curgere diferența maximă este de 1.4 %, iar la rupere 0.8 %;
- în ce privește săgețile, diferențele sunt mai semnificative, la fisurare fiind de până la

23.6 %, la curgere până la 10.9 %, respectiv la rupere până la 9.9 %;

- factorii ductilității de deplasare sunt diverși și nu există o tendință vizibilă privind dependența de modelul constitutiv adoptat, diferențele maxime înregistrate fiind de circa 15-17 %.

Apare ca evidentă semnificația mai redusă a modelului constitutiv adoptat, cât etalonarea mărimilor care îl definesc, deformațiile specifice ε_c și ε_{cu} . Totuși, se poate recomanda pe criterii de ductilitate, deformații și stări de fisurare utilizarea modelului CEB-FIB MC 2010 și a modelului bilinear. Acesta din urmă este mult mai simplu și prezintă avantajele unor erori numerice mai reduse, precum și durate de calcul mult mai mici.

Pentru betonul supus la întindere pură, diagrama tensiune-deformație specifică este aproape liniară, de aceea și în calculele ce implică întinderea pură la beton se pot considera liniare. Totuși, betonul fisurat poate transfera eforturi de forfecare datorită interacțiunii agregatelor de la cele două fețe ale fisurii. Acest transfer are loc mai semnificativ pentru clasele de beton de până la C30/37, așa cum arată Mircea [47]. Pentru clasele superioare, Hu și colectivul [50] au pus în evidență un transfer al forfecării printre-un mecanism de frecare. Astfel, Bazant și Pfeiffer [51] au introdus noțiunea de deschidere ultimă a fisurilor în baza conceptului energiei specifice de fracturare G_f , explicat în Figura 3.20.

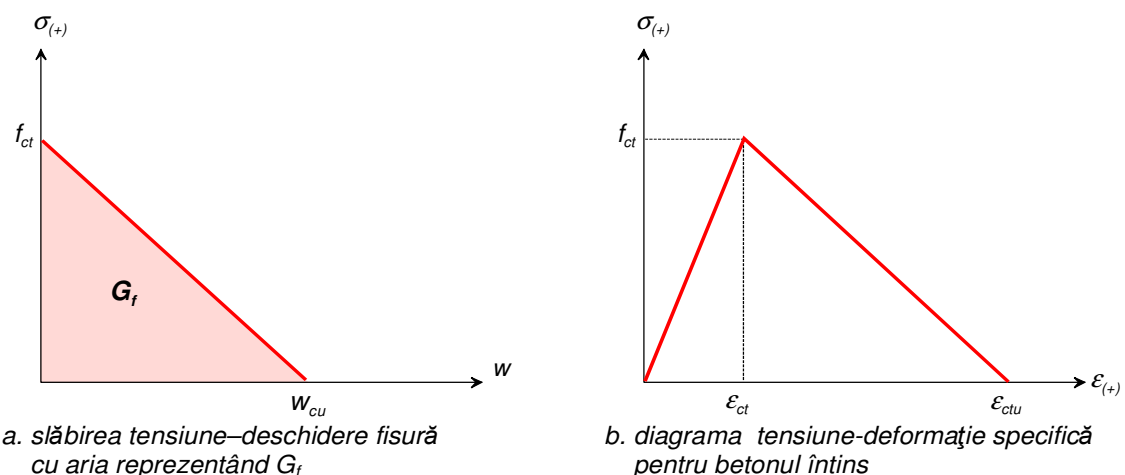


Figura 3.19 Schematizarea comportării betonului întins

Acuratețea unei analize neliniare la niveluri superioare de încărcare crește odată cu considerarea participării betonului întins între fisuri la preluarea sarcinilor. Acest aspect impune considerarea energiei de fracturare G_F , așa cum a fost introdusă de Hillerborg [52] considerând o curbă de separare completă (nu doar slăbirea inițială a modelului de fisură coezivă din Figura 3.19a). Printr-o abordare statistică, Bazant și Giraudon [53] recomandă ca $G_F \approx 2.5G_f$.

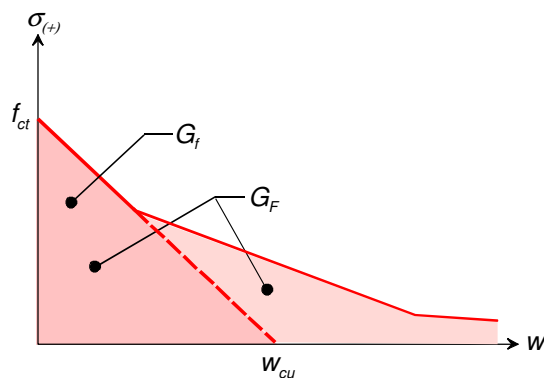


Figura 3.20 Creșterea energiei specifice de fracturare considerând betonul dintre fisuri

Potrivit lui Bangash [54], energia specifică de fracturare necesară a separa două fisuri este de $50-200 J/m^2$. CEB-FIB Model Code 2010 [48] propune următoarea expresie pentru energia specifică de fracturare:

$$G_F = 73f_{cm}^{0.18} \quad (3.17)$$

unde f_{cm} se exprimă în MPa , iar energia de fracturare în J/m^2 sau N/m . Pentru clasele curente de C12/15 până la C 50/60, $G_F=125-152 J/m^2$, la betonul de înaltă performanță de clasă C 90/105 ajungând la $G_F=167 J/m^2$. Evident, adaosul de fibre în masa betonului este de natură a mări spectaculos reziliența materialului, deci implicit energia de fracturare specifică. Există numeroase propuneri de modele constitutive pentru betonul întins fisurat. Figura 3.22 prezintă câteva din acestea, implementate prin procedeele fisurii discrete cât și distribuite. Prin divizarea deschiderii fisurii cu o distanță

de control (care se consideră de obicei $2/3$ din înălțimea elementului), se obține modelul constitutiv tensiune-deformație unitară.

CEB-FIB Model Code 2010 [48] propune o lege de variație biliniară atât pentru diagramă caracteristică a betonului întins (Figura 3.22b), cât și a diagramei de separare a fețelor fisurii (Figura 3.22a).

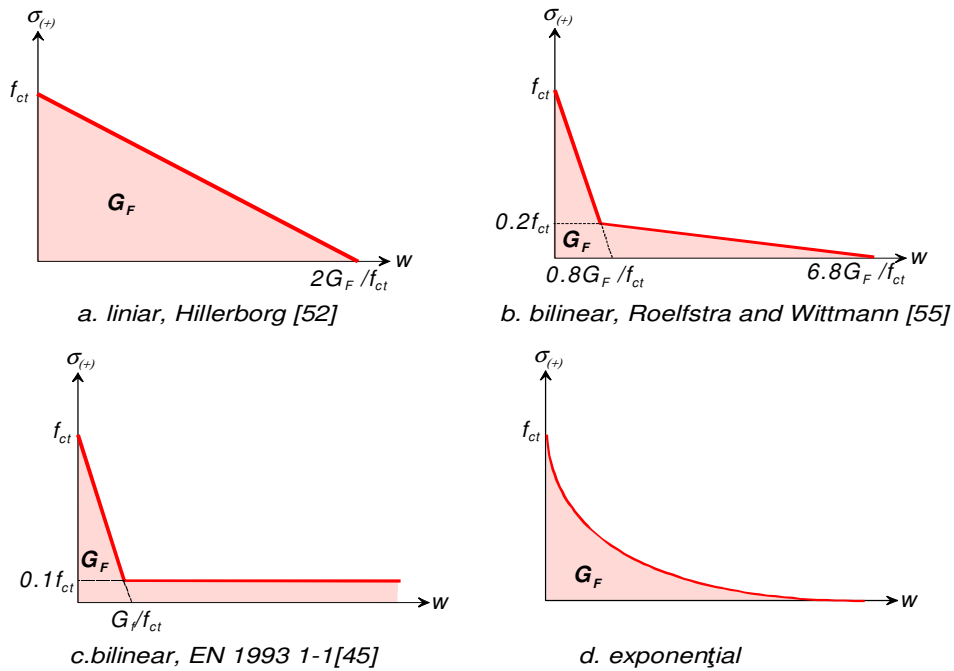


Figura 3.21 Diagrame de separare a fețelor fisurii

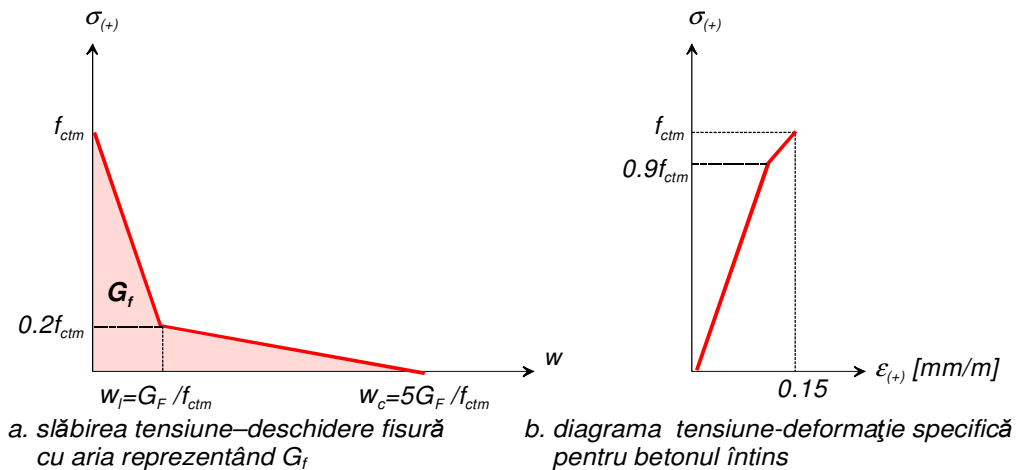


Figura 3.22 Prevederi CEB-FIB MC 2010 [48]

Considerând cele 3 elemente prezentate și distanța medie între fisuri egală cu distanța de control de $2/3$ din înălțimea elementului, adoptând propunerea CEB-FIB Model Code 2010 [48], diagramele de separație ale fisurilor sunt prezentate în Figura 3.23, iar modelele constitutive ale betonului întins rezultate în Figura 3.24.

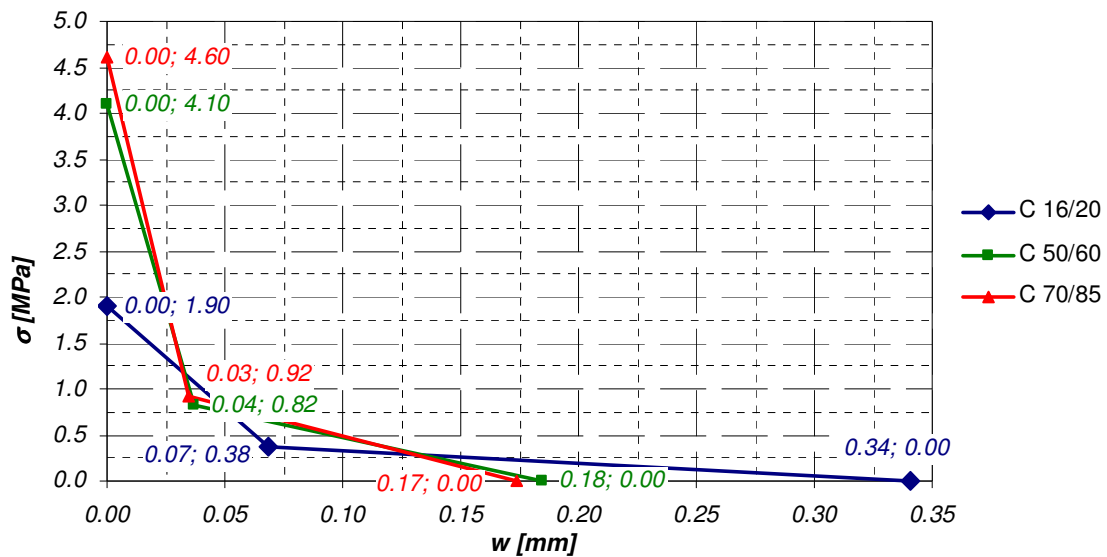


Figura 3.23 Diagrame de separare considerate la cele 3 elemente

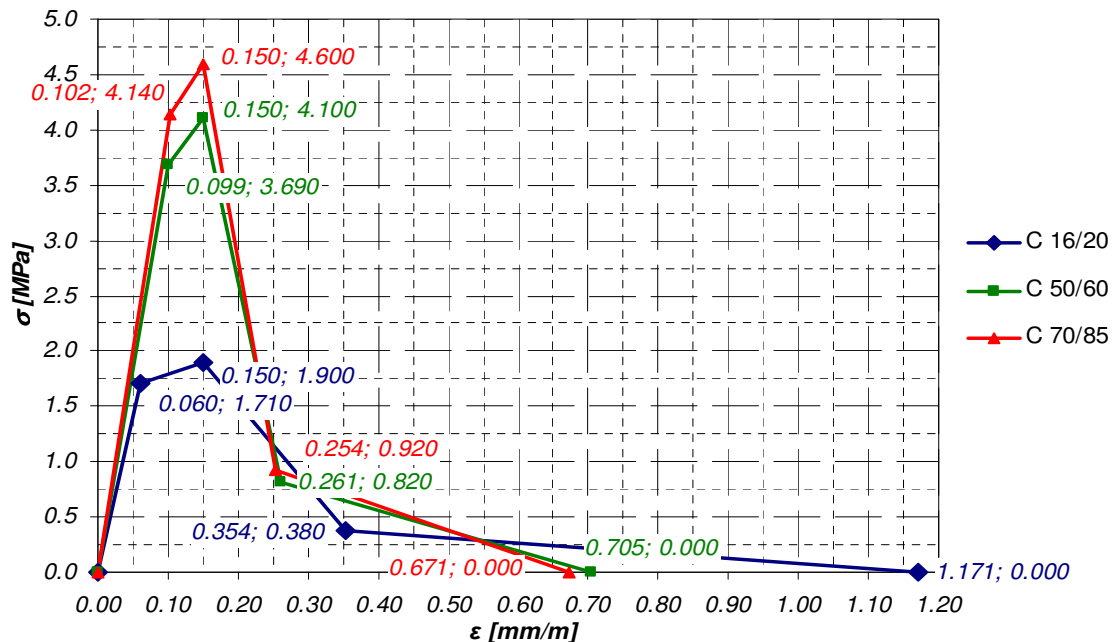
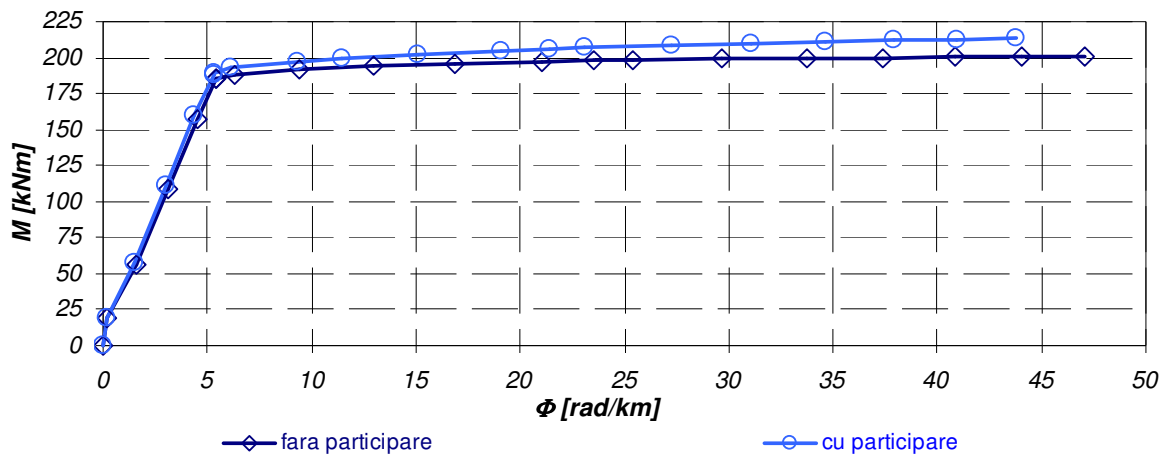
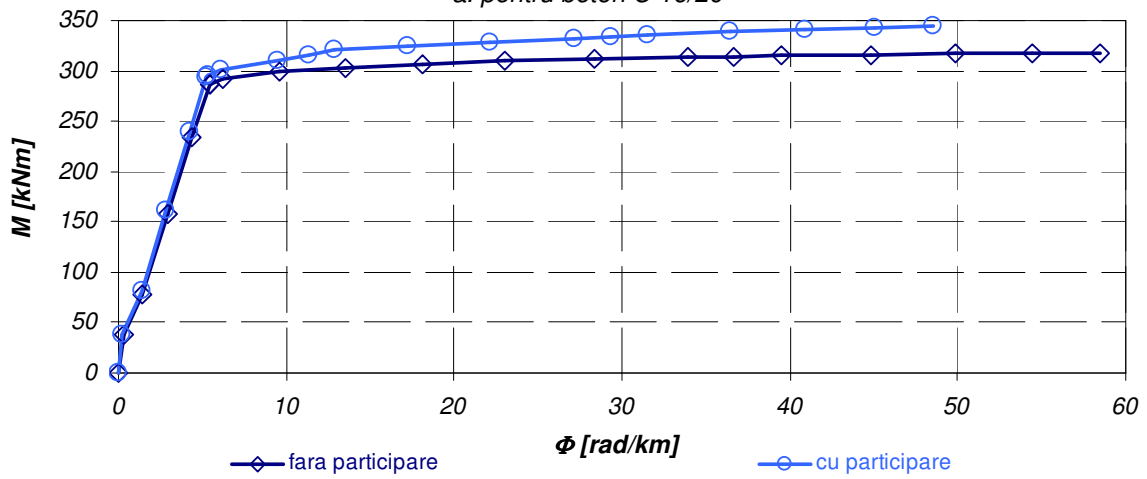


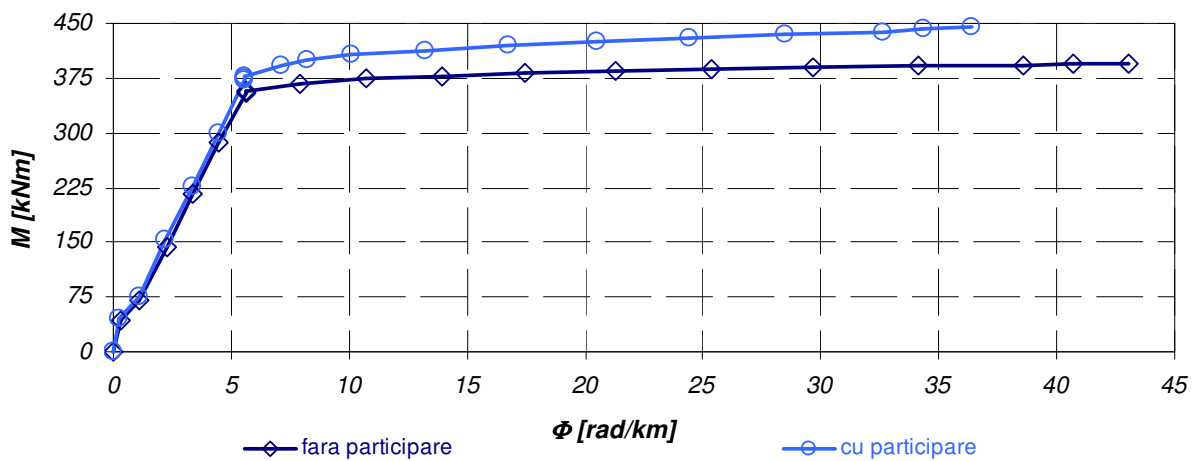
Figura 3.24 Modele constitutive rezultate pentru betonul întins



a. pentru beton C 16/20

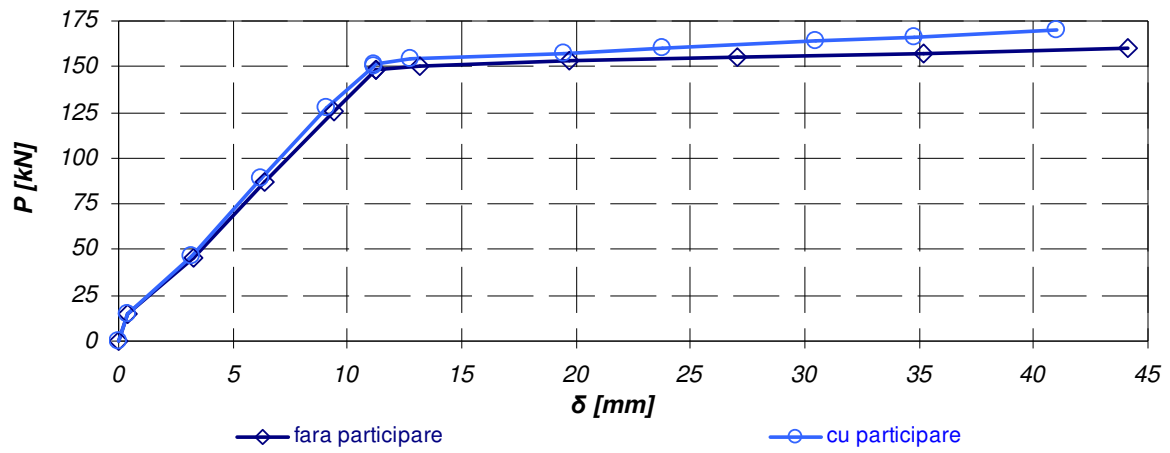


b. pentru beton C 50/600

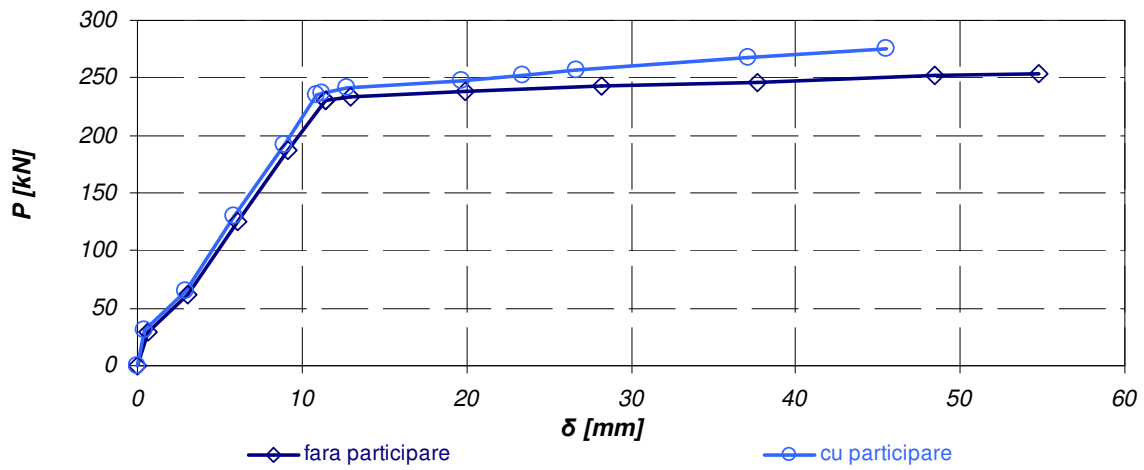


c. pentru beton C 70/85

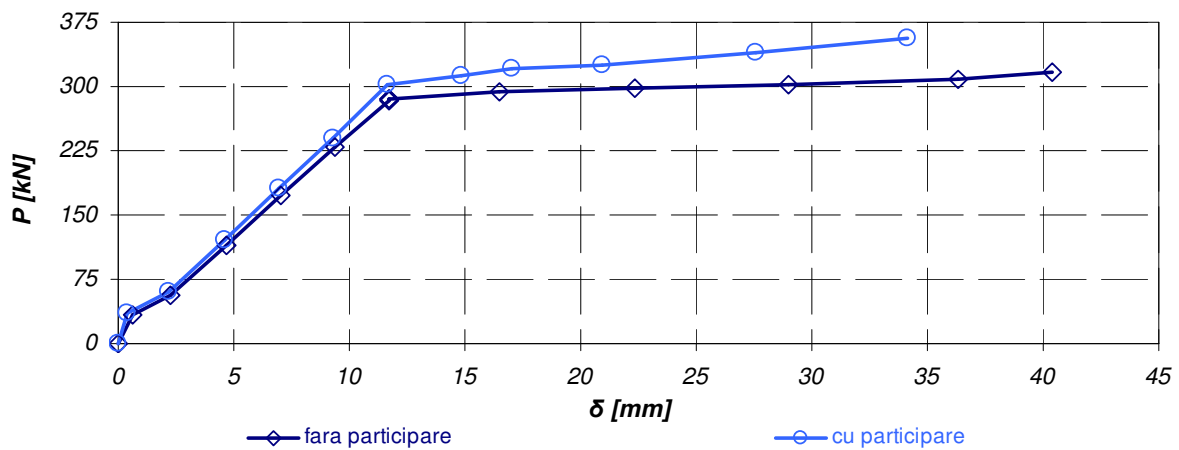
Figura 3.25 Diagrame moment-curbură cu și fără participarea betonului între fisuri



a. pentru beton C 16/20



b. pentru beton C 50/60



c. pentru beton C 70/85

Figura 3.26 Diagrame forță-săgeată cu și fără participarea betonului între fisuri

Tabelul 3.9 Influența betonului dintre fisuri asupra momentelor caracteristice

Clasa beton	M [kNm]			Ipoteza
	fisurare	curgere	rupere	
C 16/20	17.411	184.952		fără participarea betonului între fisuri
	17.413	189.002		cu participarea betonului între fisuri
C 50-60	34.929	287.377		fără participarea betonului între fisuri
	34.930	294.377		cu participarea betonului între fisuri
C 70-85	39.576	356.738		fără participarea betonului între fisuri
	39.577	378.018		cu participarea betonului între fisuri

Tabelul 3.10 Influența betonului dintre fisuri asupra curburilor și ductilității

Clasa beton	Φ [rad/km]			Factorul de ductilitate Φ_r/Φ_y	Ipoteza
	fisurare	curgere	rupere		
C 16/20	0.214	5.411	47.066	8.70	fără participarea betonului între fisuri
	0.212	5.357	43.741	8.17	cu participarea betonului între fisuri
C 50-60	0.335	5.483	58.479	10.67	fără participarea betonului între fisuri
	0.335	5.373	48.504	9.03	cu participarea betonului între fisuri
C 70-85	0.339	5.640	43.042	7.63	fără participarea betonului între fisuri
	0.340	5.595	36.392	6.50	cu participarea betonului între fisuri

Tabelul 3.11 Influența betonului dintre fisuri asupra încărcărilor caracteristice

Clasa beton	P [kN]			Ipoteza
	fisurare	curgere	rupere	
C 16/20	13.929	147.962	160.217	fără participarea betonului între fisuri
	13.947	151.201	170.476	cu participarea betonului între fisuri
C 50-60	27.943	229.902	254.213	fără participarea betonului între fisuri
	28.021	235.502	275.492	cu participarea betonului între fisuri
C 70-85	31.661	285.390	315.688	fără participarea betonului între fisuri
	31.983	302.414	356.120	cu participarea betonului între fisuri

Tabelul 3.12 Influența betonului dintre fisuri asupra săgeților și ductilității

Clasa beton	δ [mm]			Factorul de ductilitate δ_r/δ_y	Ipoteza
	fisurare	curgere	rupere		
C 16/20	0.386	11.272	44.124	3.915	fără participarea betonului între fisuri
	0.363	11.160	41.007	3.674	cu participarea betonului între fisuri
C 50-60	0.598	11.423	54.824	4.799	fără participarea betonului între fisuri
	0.569	10.852	45.473	4.190	cu participarea betonului între fisuri
C 70-85	0.61	11.750	40.352	3.434	fără participarea betonului între fisuri
	0.645	11.656	34.117	2.927	cu participarea betonului între fisuri

Tabelul 3.13 Influența procentuală participării betonului întinse între fisuri

Clasa beton	$\Delta M (\Delta P)$	$\Delta(\Phi_r/\Phi_y)$	$\Delta(\delta_r/\delta_y)$
C 16/20	+6.4%	-6.1%	-6.2%
C 50/60	+8.5%	-15.4%	-12.7%
C 70/85	+12.8%	-14.8%	-14.8%

Rezultatele analizelor sunt prezentate comparativ în Figura 3.25 în termenii diagramelor moment-curbură și în Figura 3.26 în termenii diagramelor forță- săgeată. Tabelele 3.9-3.12 prezintă comparativ momentele încovoietoare secționale caracteristice, curburile secționale corespunzătoare și factorii de ductilitate asociați, forțele caracteristice de încărcare și săgețile corespunzătoare.

Concluziile sunt:

- influența participării betonului întinse dintre fisuri se transmite cu precădere în domeniul post-elastic de comportare atât la nivel secțional, cât și de element;
- așa cum se pune în evidență în Tabelul 3.13, creșterii capacității portante a elementului i se asociază o scădere a ductilității

Cât despre diagramele referitoare la armătură aceste pot fi biliniare cu sau fără palier ascendent, triliniare etc. (Figura 3.27) Caracteristicile deformaționale și de rezistență ale barelor sau cablurilor sunt descrise adecvat de proprietățile lor uniaxiale.

Curba pentru oțeluri de înaltă rezistență armăturile active, cât și a oțelului moale (utilizat în armături pasive), are primele două ramuri definite de efortul de curgere f_{sy} și rezistența de rupere, de regulă cu 5-30 % mai mare. Trebuie subliniat că o diagramă biliniară fără consolidare este mai potrivită în cazul oțelului moale, pentru a surprinde curgerea timpurie a oțelului prin metodele numerice de analiză structurală, distingând astfel mai clar o comportare ductilă de o comportare casantă.

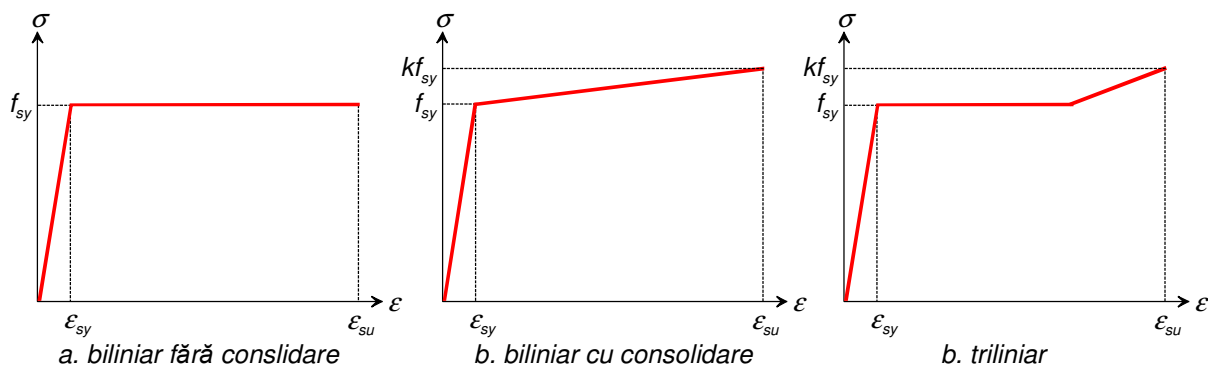


Figura 3.27 Diagrame caracteristice curente pentru oțelul beton

Tabelul 3.14 Influența consolidării asupra energiei potenționale de deformație elementare la diverse tipuri de armături pasive

Tip oțel	k	ϵ_{su}	Energie potențială elementară de deformație dU [kJ/m^3]		Raport energii elementare de deformație
			fără consolidare	cu consolidare	
S 220 A	1.05	0.025	49450	48290	1.024
S 220 B	1.08	0.050	101269	97790	1.036
S 220 C	1.15	0.075	157134	147990	1.062
S 400 A	1.05	0.025	87828	86000	1.021
S 400 B	1.08	0.050	182164	176000	1.035
S 400 C	1.15	0.075	283633	266000	1.066
S 500 A	1.05	0.025	109583	106250	1.031
S 500 B	1.08	0.050	226355	218750	1.035
S 500 C	1.15	0.075	353103	331250	1.066

Așa cum se sublinează în Tabelul 3.14, în termenii energiei potențiale de deformație elementare, așa cum a introdus-o Roelfstra [55], influența consolidării este

redușă. Așa cum rezultă din Tabelul 3.15, creșterea momentului de rupere este de 1.9-2.6 %, iar scăderea curburii ultime este 2.0-3.0 %.

Tabelul 3.15 Influența consolidării oțelului asupra încărcărilor și curburilor la rupere

Clasa beton	La rupere		Ipoteza
	M [kNm]	Φ [rad/km]	
C 16/20	195.891	48.328	cu palier constant
	199.749	47.040	cu consolidare
C 50-60	309.133	60.303	cu palier constant
	317.312	58.486	cu consolidare
C 70-85	386.904	43.732	cu palier constant
	394.073	42.852	cu consolidare

3.4 Procesarea diagramelor caracteristice de referință

Prin schimbările de rigiditate ce au loc în timp, eforturile secționale nu rămân constante pe parcursul vieții unui structuri de beton armat și/sau precomprimat. Modelarea comportării de lungă durată se efectuează prin scalarea diagramei caracteristice uniaxiale cu un factor $1+\varphi$ (vezi Figura 3.28), unde φ reprezintă coeficientul curgerii lente, cum subliniază și Beer [56].

Abordarea este cu rezultate satisfăcătoare, chiar dacă are loc o ușoară supraestimare a valorii eforturilor. Se poate considera că la nivele superioare de încărcare, de exemplu peste 40% din valoarea limită ultimă, neliniaritatea curgerii lente face imposibilă surprinderea cu acuratețe a comportării în această abordare. În astfel de situații este necesar a se implementa conceptul de deformație inițială.

Efectul contracției betonului de asemenea poate fi surprins prin implementarea conceptului de deformație inițială.

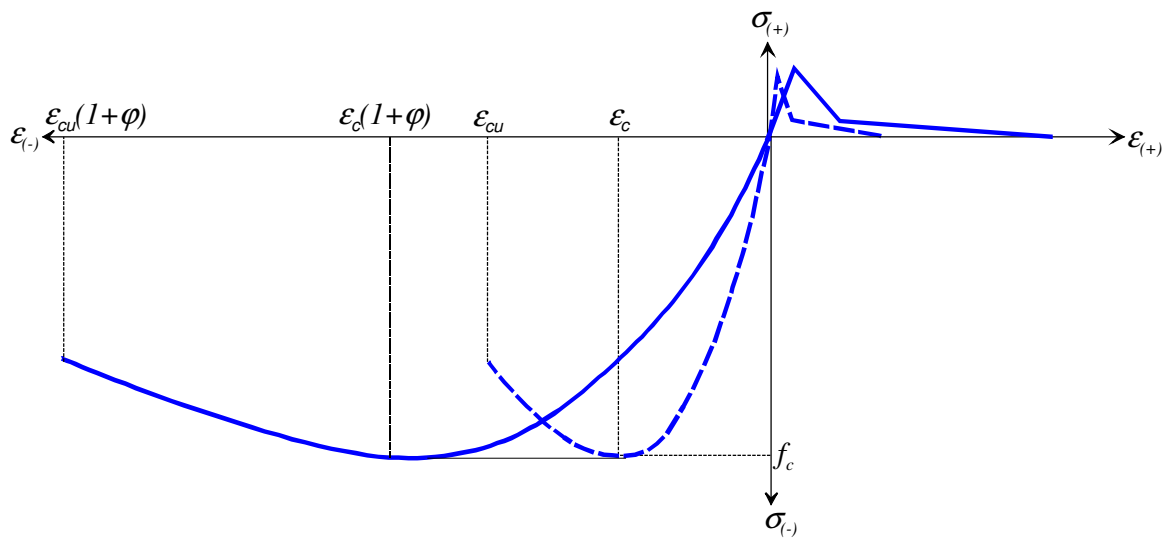


Figura 3.28 Distorsionarea diagramei uniaxiale de referință a betonului pentru surprinderea efectului curgerii lente

După anii 2000, majoritatea normativelor au introdus modele constitutive ce țin cont de fenomenul de confinare al betonului, în special la stâlpzii de beton. Figura 3.29 sublinează cum se efectuează expandarea diagramei caracteristice de referință considerând confinarea betonului.

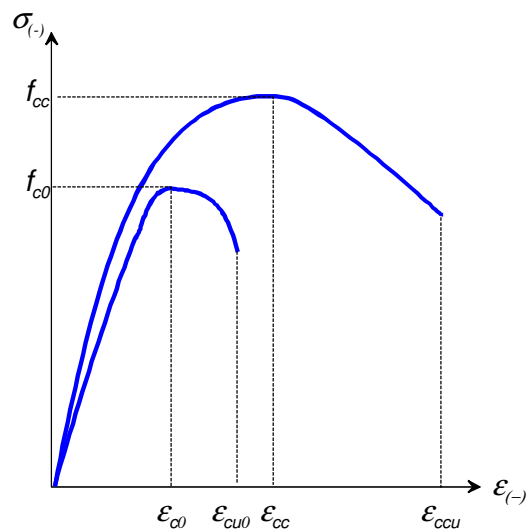


Figura 3.29 Expandarea diagramei uniaxiale de referință a betonului confinat

Proceduri simiare se regăsesc în literatura de specialitate și pentru introducerea fenomenului de oboseală, degradarea betonului sub atac chimic sau la temperaturi înalte, prin introducerea unor anvelope comportamentale etalonate în termenii rezistențelor și deformațiilor de referință.

4 CALCULUL NELINIAR AL STRUCTURILOR DE BETON ARMAT ȘI PRECOMPRESAT PRIN IMPLEMENTAREA CONCEPTULUI DE DEFORMAȚII INIȚIALE

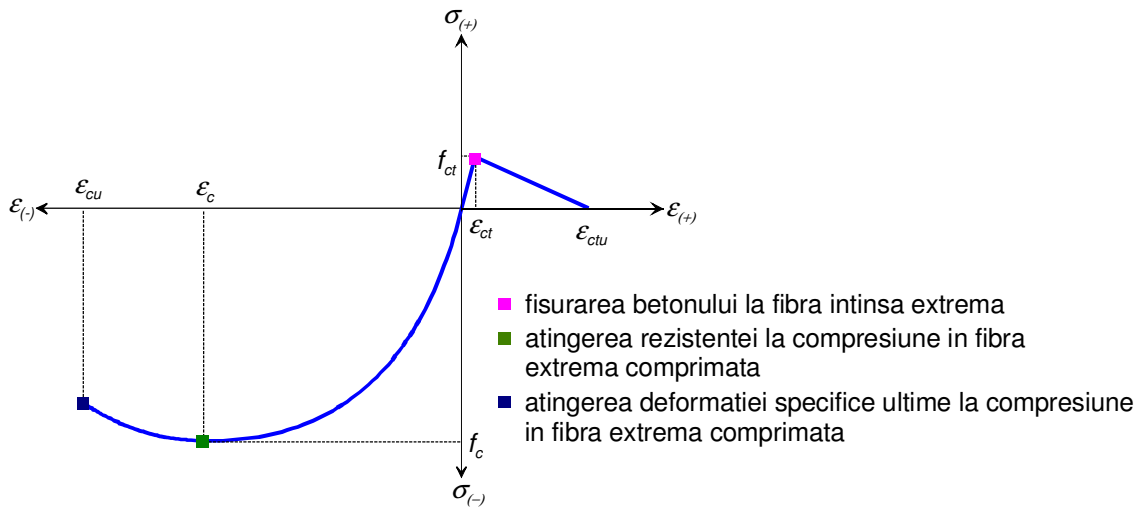
4.1 Construirea diagramei moment-curbură

După o analiză profundă a tehnicilor de calcul incremental, cercetarea efectuată în cadrul prezentei teze de doctorat s-a orientat spre abordarea neliniară a structurilor prin metoda directă, considerată de autor a asigura un cadru mai convenabil privind posibilitățile de îmbunătățire și evoluție.

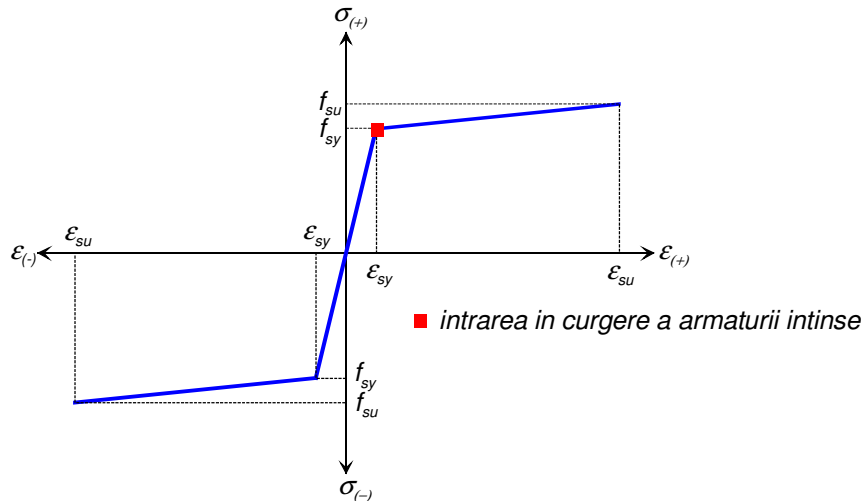
O astfel de abordare presupune evaluarea unei rigidități inițiale a elementului structural (în cazul de față se propune rigiditatea tangentă inițială), după care reevaluarea în pașii următori ai rigidității secante în raport cu nivelul de încărcare.

În secțiunile transversale de control, la o bară încovoiată rigiditatea este guvernată de relația dintre momentul încovoiător și curbură, conform Wen [57]. Pentru o secțiunea dată, aceasta poate fi construită prin discretizarea în segmente drepte definite de perechile de puncte în planul $M-O-\Phi$. Identificarea punctelor de coordonate (M, Φ) trebuie să înceapă în principal cu identificarea punctelor cheie, care definesc comportarea unui element, conform Mircea și colectivul [04]. Acestea sunt (vezi Figura 4.1):

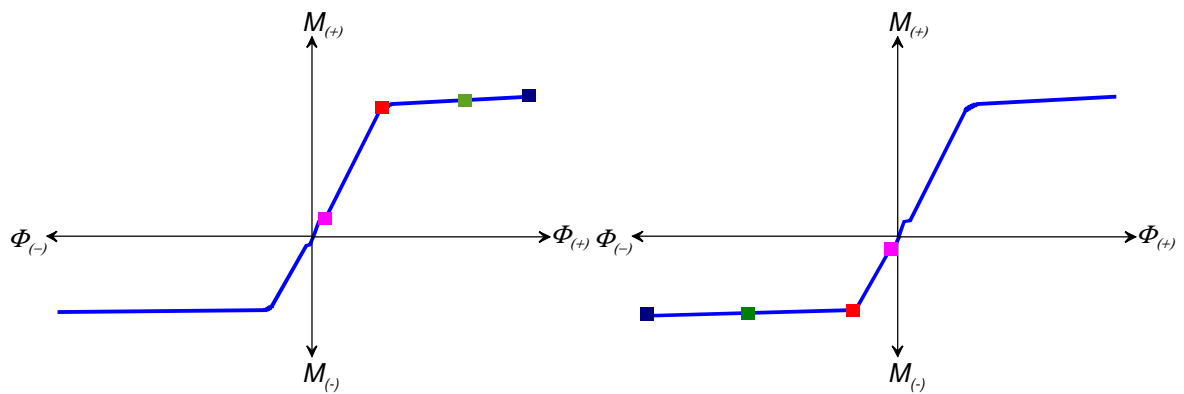
- fisurarea betonului în fibra extremă întinsă;
- curgerea armăturii întinse;
- atingerea rezistenței la compresiune în fibra extremă comprimată;
- atingerea deformației specifice ultime în fibra extremă comprimată.



a. diagrama caracteristică a betonului

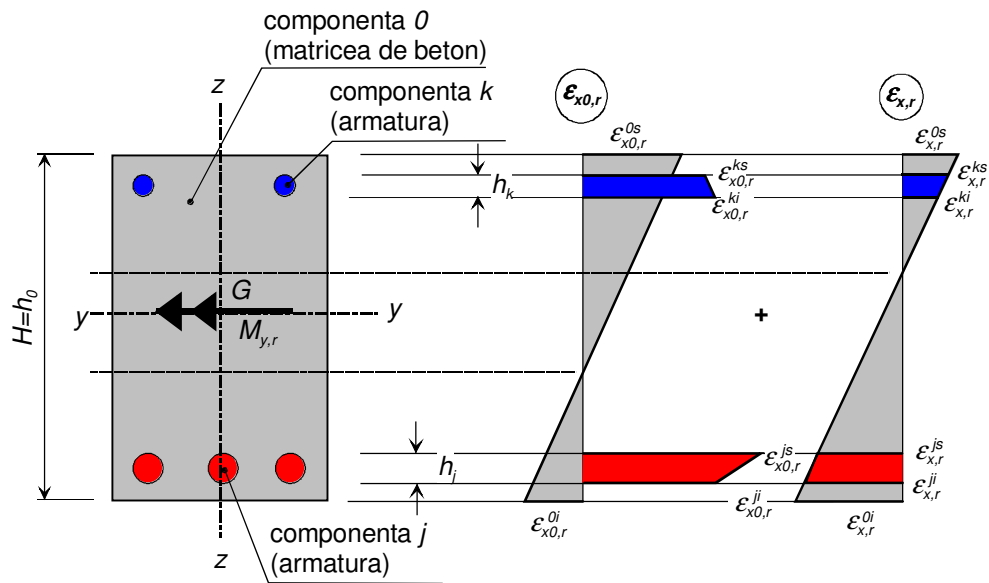


b. diagrama carateristică a oțelului

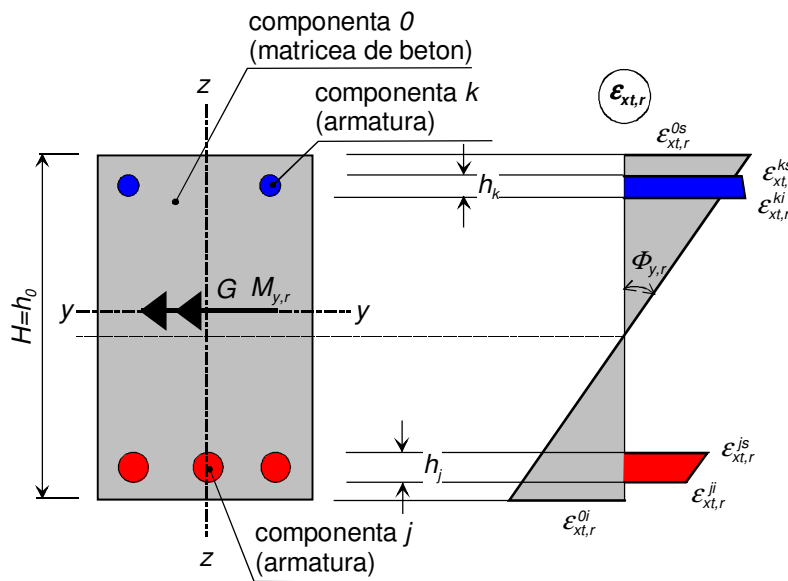


c. diagrame moment-curbură și puncte cheie

Figura 4.1 Corelarea diagramei moment-curbură cu diagramele caracteristice



a. deformații specifice defalcate, inițiale și datorate solicitărilor



b. deformații specifice defalcate

Figura. 4.2 Secțiune încovoiată cu deformații inițiale în etapa de solicitare r

Calculul acestor puncte acestor puncte se efectuează prin o serie de analize secționale preliminare calculului de ansamblu, efectuat prin metoda iterării directe. Deoarece metoda iterării directe în sine poate fi implementată în analize biografice succesive, efectuate cu modele constitutive reactualizate (în funcție de timp și eforturi, etc.), actualizarea diagramelor constitutive și în consecință a diagramelor de referință

moment-curbură trebuie efectuată la începutul fiecărei etape de încărcare r , conform Kim [58].

În continuare considerăm un element având o matrice ca și componenta 0 și n componente înglobate. Preliminar explicării în continuare a demersului realizat, trebuie menționat că în situația implementării unor eforturi inițiale, pe secțiuni se pot identifica mai multe curburi, teoretic fiecare componentă secțională putând avea propria curbură. Având în vedere practica betonului precomprimat (vezi Figura 4.2b), în continuare se va considera ca și curbură secțională curbura materialului principal, care asigură matricea de înglobare a celorlalte componente (în cazul betonului armat și precomprimat, a betonului), conform Bonora [59].

Se introduc următoarele notații:

- vectorul deformațiilor inițiale la fibra inferioară a fiecărei componente

$$\{\epsilon_{x0,r}^i\} = \begin{bmatrix} \epsilon_{x0,r}^{0i} \\ \epsilon_{x0,r}^{1i} \\ \epsilon_{x0,r}^{2i} \\ \vdots \\ \epsilon_{x0,r}^{ni} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

- vectorul deformațiilor inițiale la fibra superioară a fiecărei componente

$$\{\epsilon_{x0,r}^s\} = \begin{bmatrix} \epsilon_{x0,r}^{0s} \\ \epsilon_{x0,r}^{1s} \\ \epsilon_{x0,r}^{2s} \\ \vdots \\ \epsilon_{x0,r}^{ns} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

- vectorul înălțimilor pe direcția axei $z-z$ a tuturor celor $n+1$ componente secționale:

$$\{h\} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

- vectorul cotelor minime pe direcția axei z-z a tuturor celor $n+1$ componente secționale:

$$\{z_{min}\} = \begin{bmatrix} z_{min}^0 \\ z_{min}^1 \\ z_{min}^2 \\ \vdots \\ z_{min}^n \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Aplicând metodologia de implementare a modelelor constitutive elaborată de Mircea și colectivul [04], momentul interior dat pentru o stare de deformabilitate (cumulată, inițială și corespunzătoare solicitării exterioare) se calculează cu:

$$M_{y,r} = \iint_D \sigma_{x,r}(\epsilon_{x,r}) z dA = \iint_D \sigma_{x,r}(\epsilon_{x,r}) z dy dz = \sum_k \iint_{D_k} \sigma_{x,r}^k(\epsilon_{x,r}^k) z dy dz \quad (4.5)$$

unde

$$\epsilon_{x,r}^k(z) = \epsilon_{x,r}^{0i} + z \frac{\epsilon_{x,r}^{0s} - \epsilon_{x,r}^{0i}}{H} + \epsilon_{x0,r}^{ki} + (z - z_{min}^k) \frac{\epsilon_{x0,r}^{ks} - \epsilon_{x0,r}^{ki}}{h_k} \quad (4.6)$$

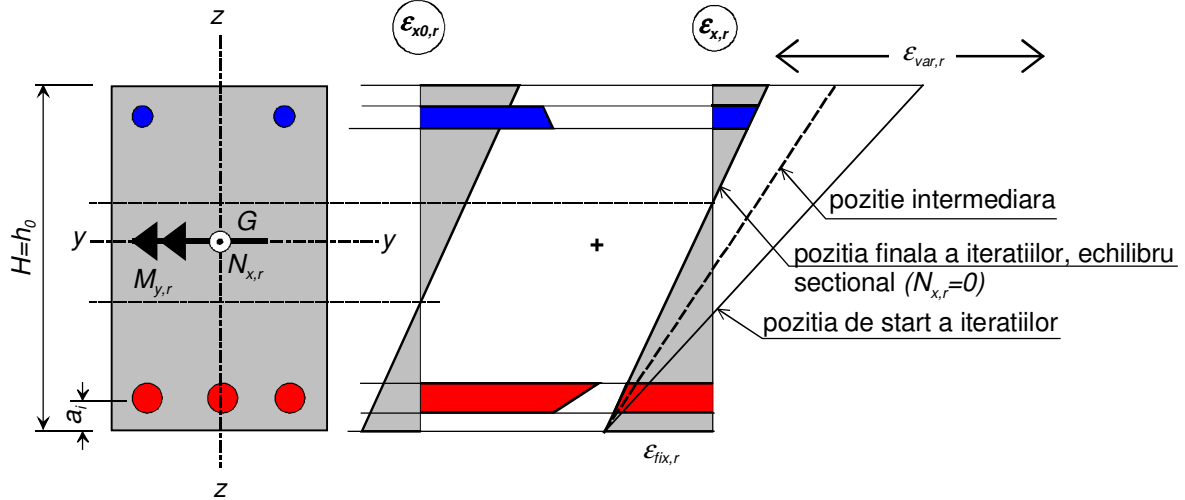
Așa cum s-a menționat, aflarea punctelor cheie care definesc diagramele moment-curbură la pasul de încărcare r constă în o serie de procedee iterative, fixând o deformare specifică la una din fibrele extreme (întinsă sau comprimată, în funcție de natura punctului cheie). Figurile 4.3 și 4.4 schematizează modul de iterare pe secțiune, convergența având loc dinspre ambele părți ale soluției, iar Tabelul 4.1 prezintă deformările specifice extreme de control a punctelor cheie.

Tabelul 4.1 Deformații de control specifice punctelor cheie

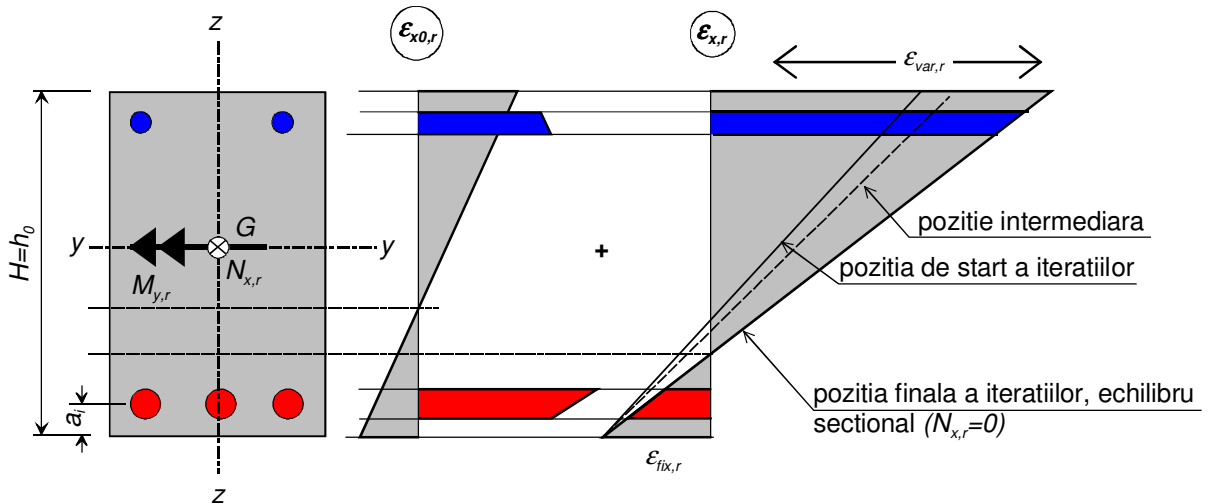
Puncte cheie	Deformația impusă fixă $\epsilon_{fix,r}$		Deformația de start $\epsilon_{var,r}$	
	fibra (+)	fibra (-)	fibra (+)	fibra (-)
fisurarea betonului în fibra extremă întinsă	ϵ_{ct}	-	-	$\epsilon_{cu}/2$
curgerea armăturii întinse	ϵ_{sv}	-	-	-
atingerea rezistenței la compresiune	-	ϵ_c	$\epsilon_{su}/2$	-
atingerea deformației specifice ultime la compresiune	-	ϵ_{cu}	$\epsilon_{su}/2$	-

* deformația specifică $\epsilon_{fix,r}$ se consideră în dreptul centrului de greutate al armăturii

întinse s-au al grupurilor (straturilor) de armături



a. convergență spre stânga



b. convergență spre dreapta

Figura. 4.3 Schematizarea iterării pentru calculul momentului încovoietor considerând cunoscută deformația specifică a fibrei extreme întinse

Convergența se obține când se obține echilibrul pe orizontală, adică în cazul de față $N_{x,r}=0$, unde efortul axial la fiecare iterație se calculează cu relația

$$N_{x,r} = \iint_D \sigma_{x,r}(\epsilon_{x,r}) dA = \iint_D \sigma_{x,r}(\epsilon_{x,r}) dydz = \sum_k \iint_{D_k} \sigma_{x,r}^k(\epsilon_{x,r}^k) dydz \quad (4.7)$$

Le elementele solicitate la compresiune excentrică, convergența se obține când

efortul axial interior este egal cu efortul de compresiune aplicat.

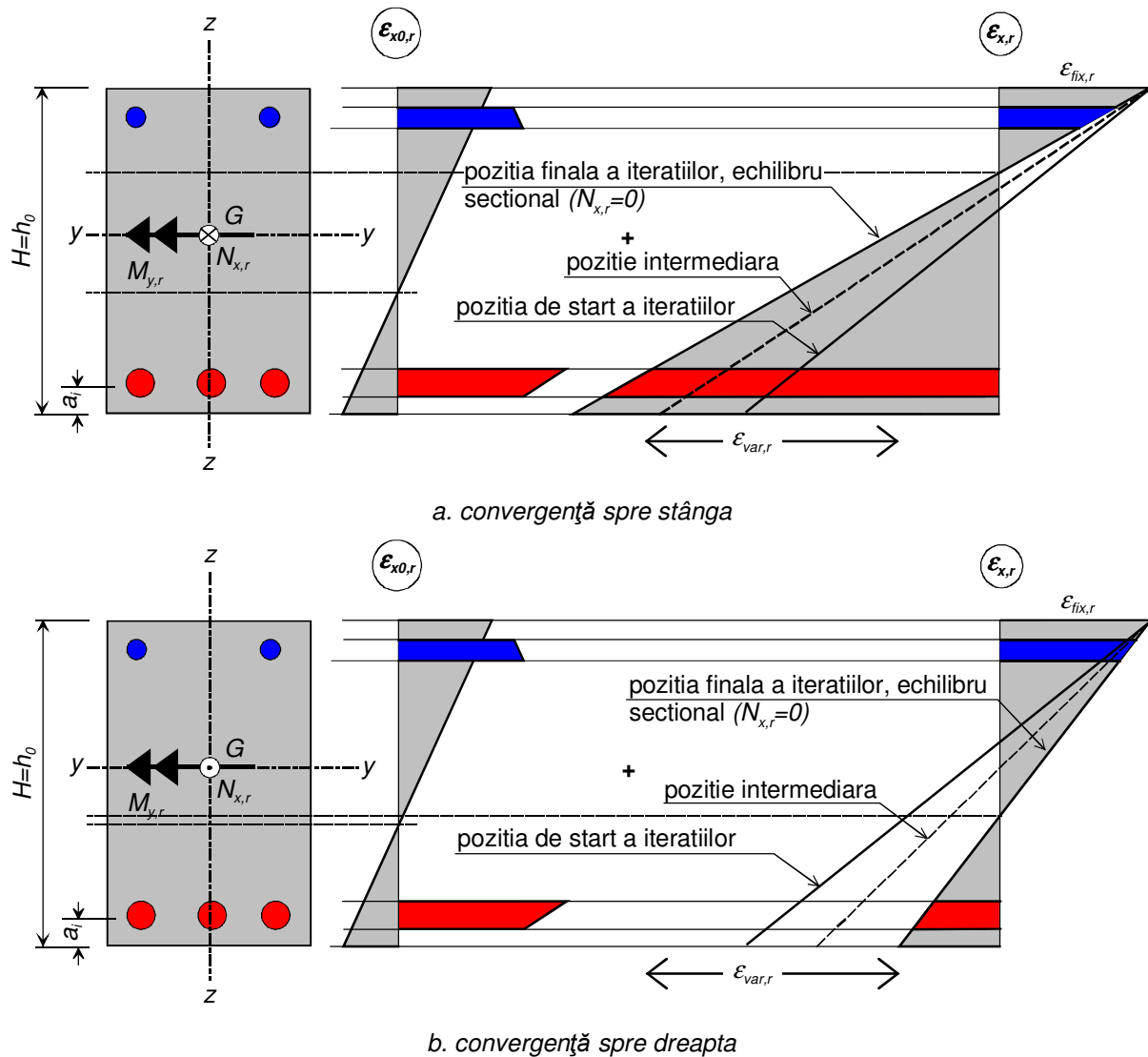


Figura. 4.4 Schematizarea iterării pentru calculul momentului încovoietor considerând cunoscută deformația specifică a fibrei extreme comprimate

Pe lângă punctele de control, se pot identifica și alte perechi (M, Φ) prin asumarea altor deformații impuse fixe, cu precădere în zona comprimată.

Metoda propusă presupune în general parcurgerea următorilor pași:

- se asumă modelele constitutive ale materialelor componente ale secțiunii (de exemplu beton, oțel moale, oțel de înaltă rezistență, etc.);

- se asumă deformațiile specifice de control ale punctelor cheie $\epsilon_{fix,r}$ și deformațiile $\epsilon_{var,r}$ de pornire a procedurii iterative;
- se calculează efortul axial cu relația (4.7) și se compară cu efortul exterior (la secțiunile încovoiate acesta este nul);
- dacă nu se realizează convergența, se recalculează $\epsilon_{var,r}$ și se reface pasul anterior, până la obținerea convergenței;
- după ce se obține convergența, se calculează momentul încovoiator cu relația (4.5) și curbură asociată cu relația (vezi Figura 4.2b)

$$\Phi_{x,r} \cong \tan(\Phi_{x,r}) = \frac{\epsilon_{xt,r}^{0i} - \epsilon_{xt,r}^{0s}}{H} \quad (4.8)$$

- după ce se obțin punctele de control, pentru mărirea rafinamentului diagramei se asumă alte valori fixe pentru deformațiile specifice de control $\epsilon_{fix,r}$ în zona comprimată cu $\epsilon_{var,r} = \epsilon_{su}/2$ și se calculează și alte puncte ale diagramei moment-curbură;
- printr-un algoritm comparativ se inserează punctele de control în șirul de puncte (M , Φ) și se obține forma finală a relației moment-curbură prin puncte discrete; orice alt punct de pe diagramă se poate obține cu suficientă acuratețe interpolând liniar între cele mai apropiate puncte din diagramă.

Există posibilitatea ca să nu se obțină convergență în cazul curgerii barelor întinse de oțel, situație în care acest punct de control lipsește din diagramă. Această situație se întâlnește rar și este specifică secțiunilor supraarmate, conform Liu [60].

Construirea diagramei moment-curbură reprezintă o preocupare de circa o jumătate de secol. În 1964 Pfrang și colectivul [61] propuneau o abordare analitică bazată pe interpolarea unor curbe de egală curbură înglobate în diagrama de interacțiune efort axial – moment, de-a lungul liniei corespunzătoare unui efort axial constant. Acestea se obțineau în prelabil prin calculul analitic al efortului axial și al momentului încovoiator asumând o curbură constantă și diverse valori pentru deformațiile specifice extreme, așa cum se explică în Figura 4.5. Metoda este foarte ingenioasă și a necesitat un volum uriaș de calcul în vederea implementării sale în

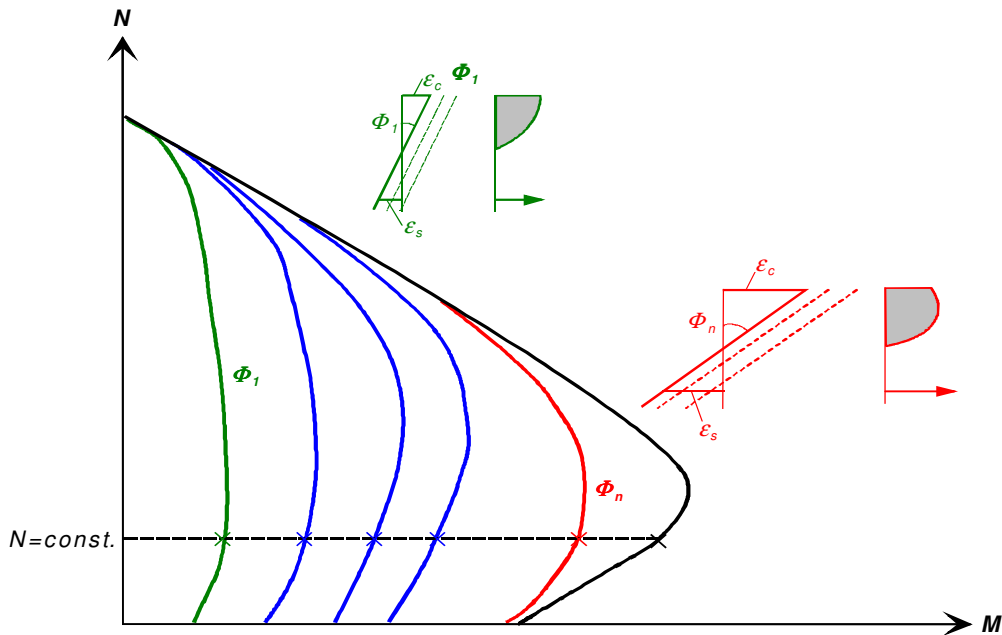


Figura. 4.5 Construirea diagramei moment curbură cu ajutorul curbelor de egală curbură – metoda Pfrang –Siess – Sozen [100]

practica curentă prin o serie de grafice raportate calității betonului, oțelului și secțiunii. Implementarea metodei în aplicații numerice este ușoară și poate avea un grad mare de aplicabilitate, dar se pot întâmpina dificultăți în evaluarea exactă a punctelor cheie.

Numeroase alte procedee analitice, iterative și/sau incrementale au fost elaborate. Metoda propusă în prezenta lucrare aduce ca grad de noutate integrarea pe conturul componentelor ce alcătuiesc o secțiune transversală și stabilirea iterativă a punctelor necesare construirii diagramei. Mircea și colectivul [04] propunea același mod de integrare, ca și în metoda Newton-Raphson, dar obținerea diagramelor prin metoda incrementală propusă se face utilizând rigiditatea sectională secantă. Și această abordare are însă aceeași dificultate în evaluarea exactă a punctelor de control. Numeroase alte aplicații construiesc diagrama utilizând procedeul numeric de integrare al fibrelor.

Pentru cele 3 situații analizate în capitolul 3, s-au construit diagramele moment-curbură și prin procedeul incremental al lui Mircea și colectivul [04] (vezi Figura 4.6), precum și prin metoda fibrelor cu procedeul Newton-Raphson cu aplicația Abaqus (vezi

Figura 4.7).

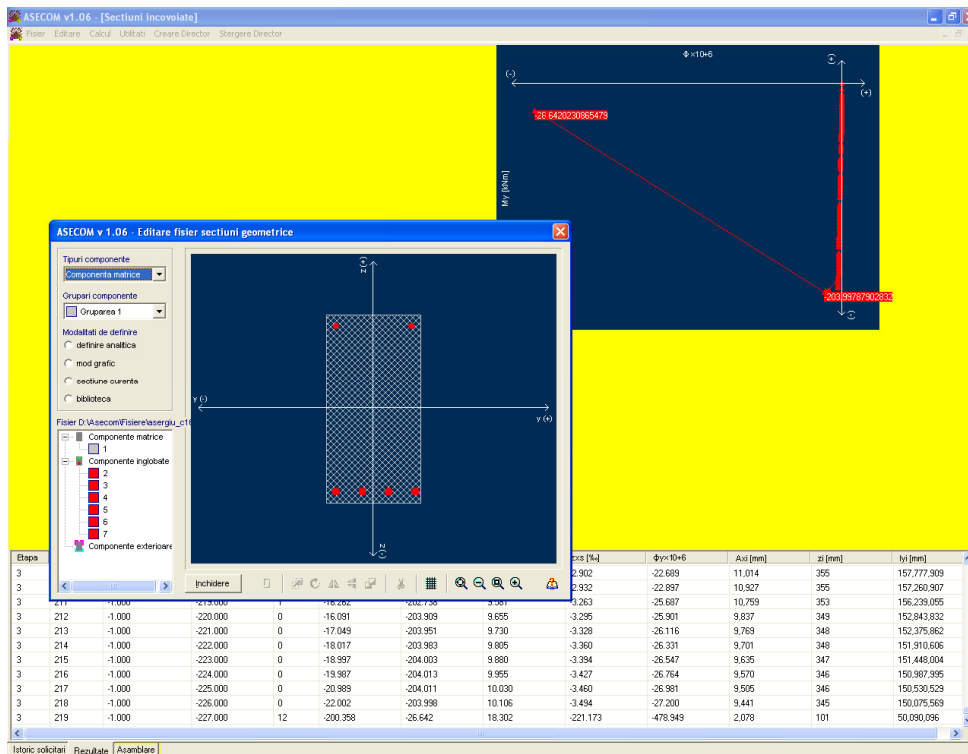


Figura 4.6 Interfața aplicației de calcul prin metoda Mircea și colectivul [04]

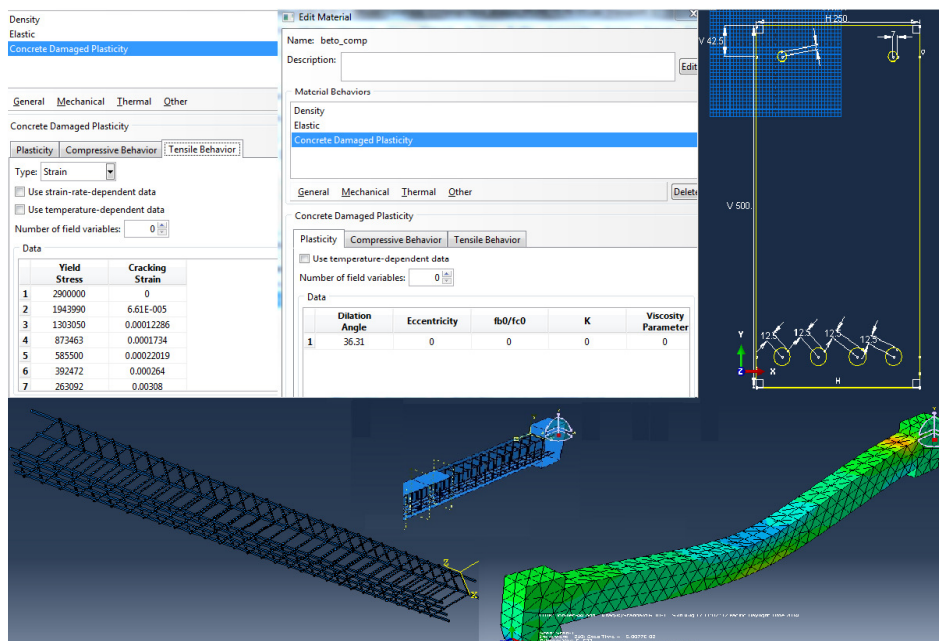
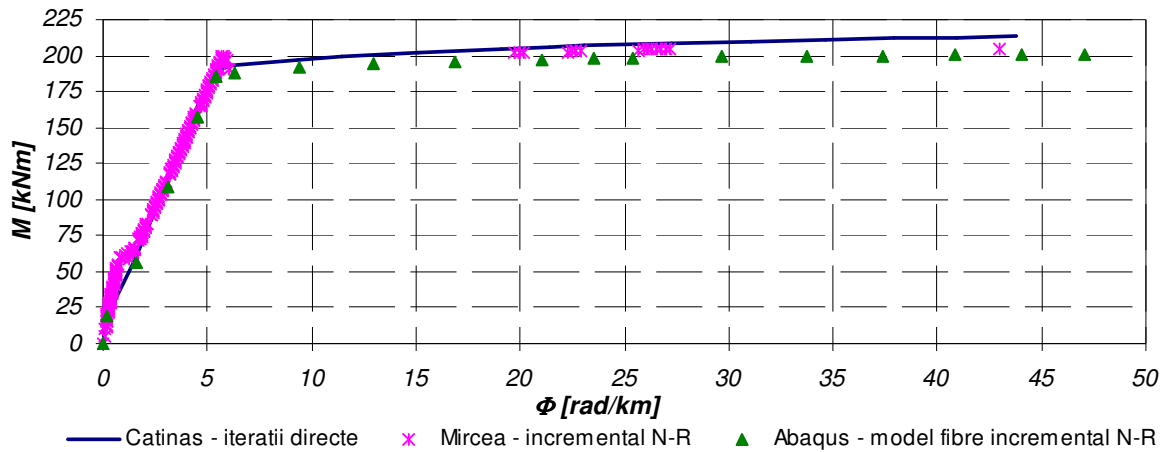
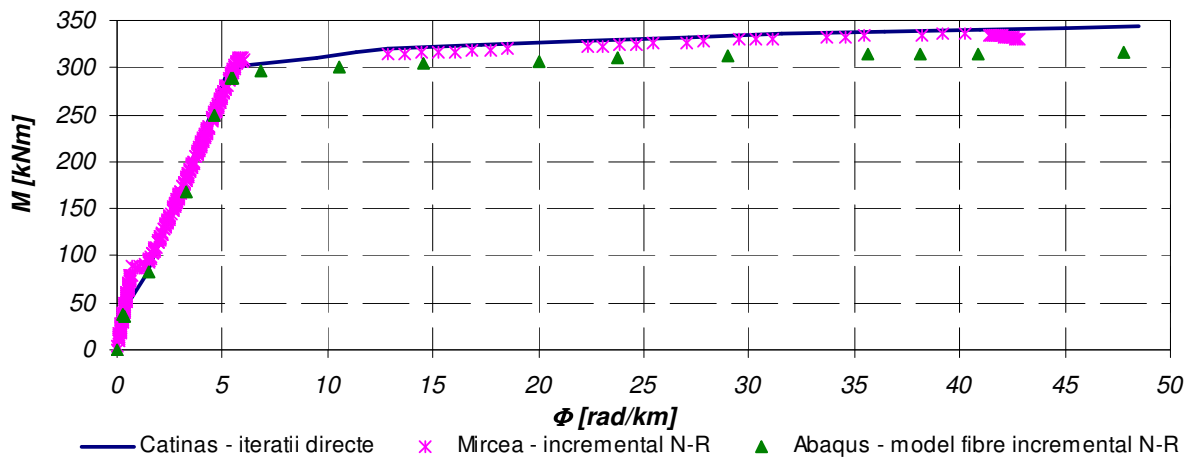


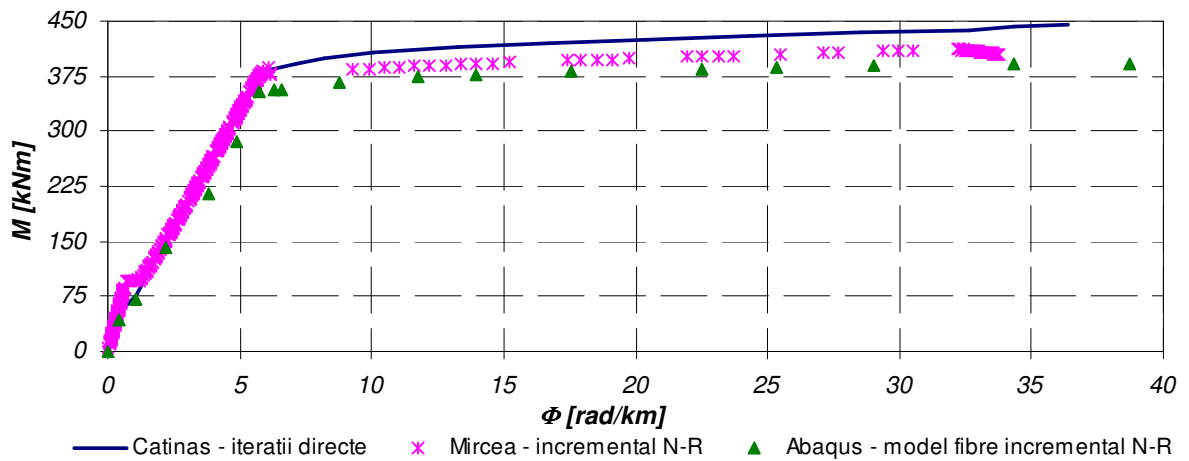
Figura 4.7 Interfața aplicației ABAQUS CAE



a. pentru beton C 16/20



b. pentru beton C 50/60



c. pentru beton C 70/85

Figura 4.8 Diagrame moment-curbură comparative

Figura 4.8 prezintă comparativ diagramele moment-curbură ale elementelor introduse în capitolul 3 (inclusiv cu participarea betonului dintre fisuri). Se observă o bună corelare a rezultatelor, iar procedeul elaborat în cadrul prezentei de doctorat se poate aprecia ca fiind mai exact, fiind surprinse cu exactitate toate punctele cheie ce descriu comportarea moment-curbură.

În fapt, pentru a caracteriza un element finit de beton armat și/sau precomprimat aceste puncte cheie sunt suficiente. De fapt, așa cum se sublinează în Figura 4.9, ele delimitează stadiile de lucru ale betonului armat și sunt suficiente pentru a fi implementate în calcule, potrivit lui Kwak și Kim [62].

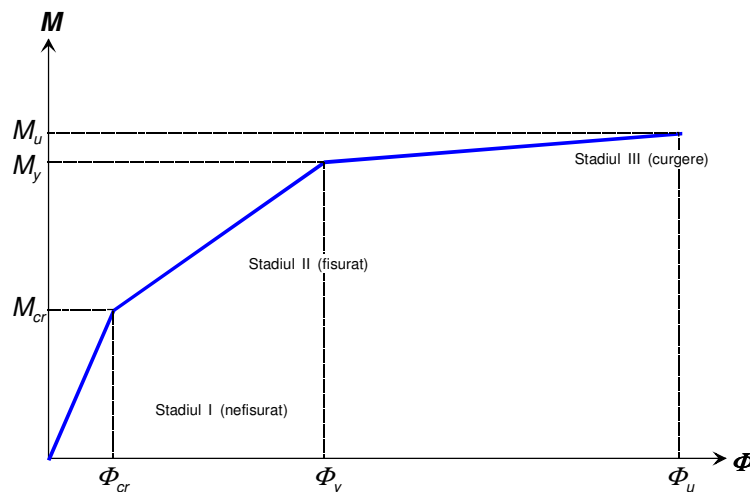


Figura 4.9 Diagrame moment-curbură idealizată

În continuare sunt prezentate funcțiile de calcul principale elaborate în cadrul prezentei teze de doctorat. Ele apelază funcții din librăriile <math.h> (internă a compilatorului Borland C++), lib_mat.cpp și lib_util.cpp elaborate de Mircea și colectivul [04].

```
#include <math.h>
#include "lib_mat.cpp"
#include "lib_util.cpp"
//-----
float N_x(int sect,int *nr_ram4,float *e_cr[100],float *AAA[100],float *BBB[100],float *CCC[100],
float epsup,float epinf,int *nr,int *ms,float *es0,float *ei0,float *hh,float *zmin,float *noduri[100][2])
{
```

```

//functie pentru calculul efortului interior axial
float R=0;
for (int k = 0; k < sect; k++)
{
for (int i=0;i<nr[k]-1;i++)
{
float y0,y1,z0,z1, A, B, C, D;
z0=noduri[i][0][k];
y1=noduri[i+1][0][k];
z0=noduri[i][1][k];
z1=noduri[i+1][1][k];
float model[3];
float strain;
strain=0.5f*(z0+z1)*(epsup-epinf)/hh[0]+epinf;
strain=strain+(0.5f*(z0+z1)-zmin[k])*(es0[k]-ei0[k])/hh[k]+ei0[k];
model[3]=Model_constitutiv(ms[k],nr_ram4,e_cr,AAA,BBB,CCC,strain,model);
A=(y1-z0)/(z1-z0);
B=y0-z0*A;
C=(epsup-epinf)/hh[0]+(es0[k]-ei0[k])/hh[k];
D=epinf+ei0[k]-zmin[k]*(es0[k]-ei0[k])/hh[k];
R=R+model[0]*(A*pow(C,2)*(pow(z1,4)-(z0,4))/4.f+(2*A*C*D+B*pow(C,2))*(pow(z1,3)-
pow(z0,3))/3.f+(A*pow(D,2)+2*B*C*D)*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f+B*pow(D,2)*(z1-z0));
R=R+model[1]*(A*C*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+(A*D+B*C)*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f+B*D*(z1-z0));
R=R+model[2]*(A*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f+B*(z1-z0));
if (k>0)
{
float model0[3];
model0[3] = Model_constitutiv(ms[0],nr_ram4,e_cr,AAA,BBB,CCC,strain,model0);
R=R-model[0]*(A*pow(C,2)*(pow(z1,4)-(z0,4))/4.f+(2*A*C*D+B*pow(C,2))*(pow(z1,3)-
pow(z0,3))/3.f+(A*pow(D,2)+2*B*C*D)*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f+B*pow(D,2)*(z1-z0));
R=R-model[1]*(A*C*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+(A*D+B*C)*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f+B*D*(z1-z0));
R=R-model[2]*(A*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f+B*(z1-z0));
}
}
}
return (R);
}
//-----
float M_y(int sect,int *nr_ram4,float *e_cr[100],float *AAA[100],float *BBB[100],float *CCC[100],
float epsup,float epinf, int *nr,int *ms,float *es0, float *ei0, float *hh, float *zmin, float *noduri[100][2])
{

```

```

float M=0;
for (int k = 0; k < sect; k++)
{
for (int i=0;i<nr[k]-1;i++)
{
float y0,y1,z0,z1, A, B, C, D;
z0=noduri[i][0][k];
y1=noduri[i+1][0][k];
z0=noduri[i][1][k];
z1=noduri[i+1][1][k];
float model[3];
float strain;
strain=0.5f*(z0+z1)*(epsup-epinf)/hh[0]+epinf;
strain=strain+(0.5f*(z0+z1)-zmin[k])*(es0[k]-ei0[k])/hh[k]+ei0[k];
model[3]=Model_constitutiv(ms[k],nr_ram4,e_cr,AAA,BBB,CCC,strain,model);
A=(y1-z0)/(z1-z0);
B=y0-z0*A;
C=(epsup-epinf)/hh[0]+(es0[k]-ei0[k])/hh[k];
D=epinf+ei0[k]-zmin[k]*(es0[k]-ei0[k])/hh[k];
M=M+model[0]*(A*pow(C,2)*(pow(z1,5)-(z0,5))/5.f+(2*A*C*D+B*pow(C,2))*(pow(z1,4)-
pow(z0,4))/4.f+(A*pow(D,2)+2*B*C*D)*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+B*pow(D,2)*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f);
M=M+model[1]*(A*C*(pow(z1,4)-pow(z0,4))/4.f+(A*D+B*C)*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+B*D*(pow(z1,2)-
pow(z0,2))/2.f);
M=M+model[2]*(A*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+B*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f);
if (k>0)
{
float model0[3];
model0[3] = Model_constitutiv(ms[0],nr_ram4,e_cr,AAA,BBB,CCC,strain,model0);
M=M-model[0]*(A*pow(C,2)*(pow(z1,5)-(z0,5))/5.f+(2*A*C*D+B*pow(C,2))*(pow(z1,4)-
pow(z0,4))/4.f+(A*pow(D,2)+2*B*C*D)*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+B*pow(D,2)*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f);
M=M-model[1]*(A*C*(pow(z1,4)-pow(z0,4))/4.f+(A*D+B*C)*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+B*D*(pow(z1,2)-
pow(z0,2))/2.f);
M=M-model[2]*(A*(pow(z1,3)-pow(z0,3))/3.f+B*(pow(z1,2)-pow(z0,2))/2.f);
}
}
}
return (M);
}
//-----
float h_crit(int nr_comp,int *nr_ram,int *ms,int *nnn,float *puncte[100][2],float *e_cr[100],float e_sup,float
e_inf,

```

```

//functie pentru calculul tuturor nodurilor pentru numarul de paliere corespunzatoare
float *es0, float *ei0, float *hh, float *zmin,float *hz_crt[100])
{
for (int i=0;i<nr_comp;i++)
{
for (int j=0;j<nr_ram[ms[i]]+1;j++)
{
if (e_sup!=e_inf) {hz_crt[j][i] =(e_cr[j][ms[i]] -e_inf-ei0[i] +zmin[i]* (es0[i]-ei0[i]) /pow(hh[i],2))/((e_sup-
e_inf)/hh[0]+(es0[i]-ei0[i])/hh[i]);
if (e_sup==e_inf){hz_crt[j][i]=-100.0f;}
}
}
return (hz_crt[100][174]);
}
//-----
float M_it(int semn,float e_cu, float Nx, float *e0s, float *e0i, float *h, float *zm, float rez[4])
{
float *h_cr[100];int *NB_nou[100];float *sect_cur[100][2];
float eps_sup, eps_inf,eps_si, exs, exi, xx;
int ind1=0, ind2=0;
float Rez=0.0f;
float Mom;
if (semn>0)
{
exs=eps[4][1];
exi=eps[3][1]; exi=0.0f;
eps_inf=e_cu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
starta:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto end;}
if (ind1==100){goto conta;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind1++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;

```

```

xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto starta;
conta:
eps_si=eps[4][1];
exs=e_cu;
exi=0.0f;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
start1a:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez =Rezultanta(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f || ind2==100){goto end;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_inf;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_inf;}
ind2++;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto start1a;
end:
}
if (semn<0)
{
exs=eps[4][1];
exi=eps[3][1]; exi=0.0f;
eps_sup=e_cu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
startaa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = Rezultanta(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto enda;}
if (ind1==100){goto conta;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}

```



```

if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind1++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto startaa;
contaa:
exs=eps[3][1];
exi=0.0f;
eps_sup=e_cu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
start1aa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = Rezultanta(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f || ind2==100){goto enda;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind2++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto start1aa;
enda:
}
Mom =M_y(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur);
rez[0]=-Mom/pow(10.f,6.f);
rez[1]=xx;
rez[2]=eps_inf*pow(10.f,3.f);
rez[3]=eps_sup*pow(10.f,3.f);
return(rez[4]);
}
//-----
float M_ultim(float Nx,float *e0s, float *e0i, float *h, float *zm,float rez[8],int semn)
{
float *h_cr[100];int *NB_nou[100];float *sect_cur[100][2];
float eps_sup, eps_inf,eps_si, exs, exi, xx;
int ind1=0, ind2=0;

```

```

float Rez=0.0f;
float Mom;
if (semn>0)
{
exs=eps[4][1];
exi=0.0f;
eps_inf=ecu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
starta:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto end;}
if (ind1==100){goto conta;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind1++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto starta;
conta:
exs=eps[3][1];
exi=eps[0][1];
eps_inf=ecu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
start1a:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f || ind2==100){goto end;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_inf;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_inf;}
ind2++;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;

```

```

xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto start1a;
end:
}
if (semn<0)
{
exs=eps[4][1];
exi=eps[3][1]; //exi=0.0f;
eps_sup=ecu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
startaa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez =N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,#0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto enda;}
if (ind1==100){goto conta;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind1++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto startaa;
conta:
exs=eps[3][1];
exi=0.0f;
eps_sup=ecu;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
start1aa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez=N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,#0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f || ind2==100){goto enda;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_sup;}

```

```

if (Rez <0.0f){exi=eps_sup;}
ind2++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto start1aa;
enda:
}
Mom=M_y(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur);
rez[0]=ind2;
rez[1]=Rez/pow(10.f,3.f);
rez[2]=-Mom/pow(10.f,6.f);
rez[3]=xx;
rez[4]=eps_inf*pow(10.f,3.f);
rez[5]=eps_sup*pow(10.f,3.f);
rez[6]=eps_si*pow(10.f,2.f);
rez[7]=pow10(6)*(-eps_sup+eps_inf)/hh;
return(rez[8]);
}
//-----
float M_fc(float Nx,float *e0s, float *e0i, float *h, float *zm,float rez[8],int semn)
{
float *h_cr[100];int *NB_nou[100];float *sect_cur[100][2];
float eps_sup, eps_inf,eps_si, exs, exi, xx;
int ind1=0, ind2=0;
float Rez=0.0f;
float Mom;
if (semn>0)
{
exs=eps[4][1];
exi=eps[3][1]; exi=0.0f;
eps_inf=ec1;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
starta:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez =N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#.#0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto end;}
}

```

```

if (ind1==100){goto conta;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind1++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto starta;
conta:
eps_si=eps[4][1];
exs=ec1;
exi=0.0f;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
start1a:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f || ind2==100){goto end;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_inf;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_inf;}
ind2++;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto start1a;
end:
}

if (semn<0)
{
exs=eps[4][1];
exi=eps[3][1]; exi=0.0f;
eps_sup=ec1;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
startaa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);

```

```

NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto enda;}
if (ind1==100){goto contaa;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_si;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_si;}
ind1++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto startaa;
contaa:
exs=eps[3][1];
exi=0.0f;
eps_sup=ec1;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
start1aa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f || ind2==100){goto enda;}
if (Rez>0.0f){exs=eps_sup;}
if (Rez <0.0f){exi=eps_sup;}
ind2++;
eps_si=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto start1aa;
enda:
}
Mom =M_y(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur);
rez[0]=ind2;
rez[1]=Rez/pow(10.f,3.f);
rez[2]=-Mom/pow(10.f,6.f);
rez[3]=xx;
rez[4]=eps_inf*pow(10.f,3.f);
rez[5]=eps_sup*pow(10.f,3.f);

```

```

rez[6]=eps_si*pow(10.f,2.f);
rez[7]=pow10(6)*(-eps_sup+eps_inf)/hh;
return(rez[8]);
}
//-----
float M_y(float Nx,float *e0s, float *e0i, float *h, float *zm,float D[8],int semn)
{
float *h_cr[100];int *NB_nou[100];float *sect_cur[100][2];
float eps_sup, eps_inf,eps_si, exs, exi, xx;
int ind1=0;
float Rez=0.0f;
float Mom;
if (semn>0)
{
exs=ecu;
exi=0.0f;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;;
eps_si=eps[3][1];
xx=-eps_inf*(hh-ds)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
starta:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez =N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto end;}
if (ind1==100){goto end;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_inf;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_inf;}
ind1++;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ds)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto starta;
end:
}
if (semn<0)
{
exs=ecu;
exi=0.0f;
eps_sup=(exi+exs)/2.0f;

```

```

eps_si=eps[3][1];
xx=-eps_sup*(hh-di)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
startaa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = N_x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto enda;}
if (ind1==100){goto enda;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_sup;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_sup;}
ind1++;
eps_sup=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-di)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto startaa;
enda:
}
Mom =M_y(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur);
D[0]=ind1;
D[1]=Rez/pow(10.f,3.f);
D[2]=-Mom/pow(10.f,6.f);
D[3]=xx;
D[4]=eps_inf*pow(10.f,3.f);
D[5]=eps_sup*pow(10.f,3.f);
D[6]=eps_si*pow(10.f,2.f);
D[7]=pow10(6)*(-eps_sup+eps_inf)/hh;
return(D[8]);
}
//-----
float M_cra(float Nx,float *e0s, float *e0i, float *h, float *zm, float D[8],int semn)
{
float *h_cr[100];int *NB_nou[100];float *sect_cur[100][2];
float eps_sup, eps_inf,eps_si, exs, exi, xx;
int ind1=0;
float Rez=0.0f;
float Mom;
if (semn>0)
{
exs=ecu;

```



```

exi=0.0f;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;;
eps_si=etu;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
starta:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez =N-x(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto end;}
if (ind1==100){goto end;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_inf;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_inf;}
ind1++;
eps_inf=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_inf*(hh-ais)/(eps_si-eps_inf);
eps_sup=-eps_inf*(hh-xx)/xx;
goto starta;
end:
}
if (semn<0)
{
exs=ecu;
exi=0.0f;
eps_sup=(exi+exs)/2.0f;
eps_si=etu;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);
eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
startaa:
h_cr[100][174]=h_crit(hh,nr_comp,nr_ramuri,mat_asoc,NB,sect,eps,eps_sup,eps_inf,e0s,e0i,h,zm,h_cr);
NB_nou[174]=full_number(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,NB_nou);
sect_cur[112][2][174]=full_section(nr_comp,NB,nr_ramuri,sect,h_cr,sect_cur);
Rez = Rezultanta(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,sect_cur)-Nx;
if (FormatFloat("#,##0.000",fabs(Rez)/pow(10.f,3.f))<0.001f){goto enda;}
if (ind1==100){goto enda;}
if (Rez>0.0f){exi=eps_sup;}
if (Rez <0.0f){exs=eps_sup;}
ind1++;
eps_sup=(exi+exs)/2.0f;
xx=-eps_sup*(hh-aii)/(eps_si-eps_sup);

```

```

eps_inf=-eps_sup*(hh-xx)/xx;
goto startaa;
enda:
}
Mom=M_y(hh,nr_comp,nr_ramuri,eps,Aa,Bb,Cc,eps_sup,eps_inf,NB_nou,mat_asoc,e0s,e0i,h,zm,sect_cur);
D[0]=ind1;
D[1]=Rez/pow(10.f,3.f);
D[2]=-Mom/pow(10.f,6.f);
D[3]=xx;
D[4]=eps_inf*pow(10.f,3.f);
D[5]=eps_sup*pow(10.f,3.f);
D[6]=eps_si*pow(10.f,2.f);
D[7]=pow10(6)*(-eps_sup+eps_inf)/hh;
return(D[8]);
}
//-----

```

4.2 Calculul neliniar prin integrarea calculului liniar-elastic cu diagrama moment-curbură

Figura 4.10 prezintă principiul de adaptare a rigidității elementului la o etapă iterativă. Secțiunile de control se raportează mărimii momentului încovoietor și a diagramei moment-curbură aferentă. După stabilirea rigidității la încovoiere în pasul r pentru elementul i cu expresia

$$(EI_y^i)_{sec}^r = \frac{M_{y,r}^{ci}}{\Phi_{y,r}^{ci}} \quad (4.9)$$

se raportează acesteia rigiditatea axială, rigiditatea la încovoiere după axa $z-z$ și rigiditatea torsională, conform teoriei studiate în cadrul prezentei teze de doctorat și conform Melosh [63].

$$(EA_x^i)_{sec}^r = A_x^i \frac{(EI_y^i)_{sec}^r}{I_y^i} \quad (4.10)$$

$$(EI_z^i)_{sec}^r = I_z^i \frac{(EI_y^i)_{sec}^r}{I_y^i} \quad (4.11)$$

$$(GI_{yz}^i)_{sec}^r = \frac{I_{yz}^i}{2(1+\nu)} \frac{(EI_y^i)_{sec}^r}{I_y^i} \quad (4.12)$$

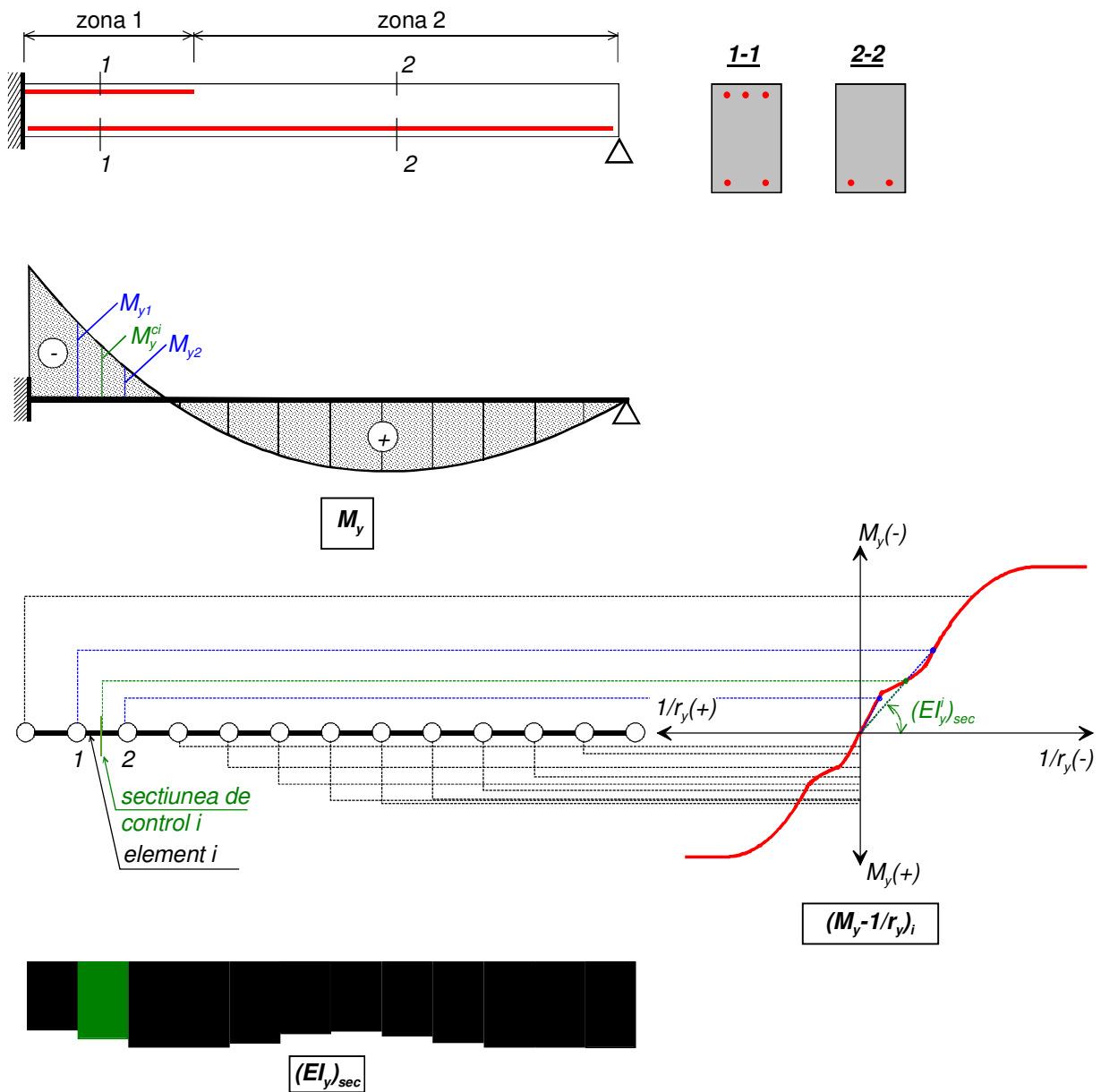


Figura 4.10 Adaptarea rigidității elementelor la eforturi

unde A_x^i, I_y^i, I_z^i și I_{yz}^i sunt caracteristicile secțiunii ideale calculată în raport cu modulul tangent inițial al diagramei tensiune – deformație specifică a betonului, conform Mircea și colectivul [04]:

$$A_x^i = \iint_D \frac{E(y,z)}{E_{c0}} dydz = \sum_k \iint_{D_k} \frac{E_k(y,z)}{E_{c0}} dydz \quad (4.13)$$

$$I_y^i = \iint_D z^2 \frac{E(y,z)}{E_{c0}} dydz = \sum_k \iint_{D_k} z^2 \frac{E_k(y,z)}{E_{c0}} dydz \quad (4.14)$$

$$I_z^i = \iint_D y^2 \frac{E(y,z)}{E_{c0}} dydz = \sum_k \iint_{D_k} y^2 \frac{E_k(y,z)}{E_{c0}} dydz \quad (4.15)$$

$$I_{yz}^i = \iint_D yz \frac{E(y,z)}{E_{c0}} dydz = \sum_k \iint_{D_k} yz \frac{E_k(y,z)}{E_{c0}} dydz \quad (4.16)$$

În continuare este prezentată funcția de calcul adaptare a rigidității secante a elementelor finite la momentul încovoiator.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <vcl.h>
//-----
void rigiditate_it(int nr_el,int nr_zone,int nr_puncte,int *sc_as, float *x0,float *x1,float *Ax,float *Iy,float *Iz,
float *Iyz, float *lu, float *m[100],float *fi[100])
{
float m0, m1, fi0, fi1;
float *EAx,*EIy, *EIz, *GIyz;
float My[100],Fiy[100];
for (int i=0;i<100;i++)
{
for (int k=0;k<100;k++)
{
m[i][k]=0.0f;fi[i][k]=0.0f;
}
}
for (int i=0;i<100;i++)
{
My[i]=0.0f;Fiy[i]=0.0f;EAx[i]=0.0f;EIy[i]=0.0f;EIz[i]=0.0f;GIyz[i]=0.0f;lu[i]=0.0f;x0[i]=0.0f;x1[i]=0.0f;Ax[i]=0.0f;
Iy[i]=0.0f;Iz[i]=0.0f;Iyz[i]=0.0f;
};
float miu=0.2f;
FILE *on;
```

```

on = fopen("temp\\eforturi.tmp","r");
fscanf (on, "%i",&nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
fscanf (on, "%f ",&My[i]);
}
fscanf(on);
on = fopen("temp\\baza_elemente.tmp","r");
fscanf (on, "%i",&nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
fscanf (on, "%i %f %f %f ",&sc_as[i], &lu[i], &x0[i],&x1[i]);
}
fscanf(on);
TStringList* Lista = new TStringList();
for (int i=0;i<nr_zone;i++)
{
Lista->LoadFromFile("temp\\mji_"+IntToStr(i)+".tmp");
Lista->SaveToFile("temp\\lucru.tmp");
on = fopen("temp\\lucru.tmp","r");
fscanf (on, "%i",&nr_puncte);
for (int j=0;j<nr_puncte;j++)
{
fscanf (on, "%f %f",&m[i][j],&fi[i][j]);
}
fscanf(on);
Lista->LoadFromFile("temp\\rig_initiala_"+IntToStr(i)+".tmp");
Lista->SaveToFile("temp\\lucru.tmp");
on = fopen("temp\\lucru.tmp","r");
fscanf (on, "%f %f %f",&Ax[i], &Iy[i],&Iz[i],&Iyz[i]);
fscanf(on);
Iyz[i]=Iyz[i]/2/(1+miu);
}
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
Fiy[i]=0.0f;
for (int j=0;j<nr_puncte-1;j++)
{
m0=m[sc_as[i]][j];m1=m[sc_as[i]][j+1];
fi0=fi[sc_as[i]][j];fi1=fi[sc_as[i]][j+1];
if (My[j]!=0.0f && My[i]>=m0 && My[i]<=m1)

```

```

{
Fiy[i]=fi0+(My[i]-m0)*(fi1-fi0)/(m1-m0);
goto continuare;
}
if (My[i]==0.0f && 0.001f>=m0 && 0.001f<=m1)
{
Fiy[i]=fi0+(0.001f-m0)*(fi1-fi0)/(m1-m0);
goto continuare;
}
}
continutare:
if (Fiy[i]!=0.0f && My[i]!=0.0f){EIy[i]=pow10(3)*My[i]/Fiy[i];}
if (Fiy[i]!=0.0f && My[i]==0.0f){EIy[i]=pow10(3)*0.001f/Fiy[i];}
if (Fiy[i]==0.0f && My[i]!=0.0f){EIy[i]=0.0f;}
EAx[i]=Ax[sc_as[i]]*EIy[i]/Iy[sc_as[i]];
EIz[i]=Iz[sc_as[i]]*EIy[i]/Iy[sc_as[i]];
GIyz[i]=Iyz[sc_as[i]]*EIy[i]/Iy[sc_as[i]];
}
on = fopen("temp\\geom0.tmp","w");
fprintf (on, "%i\n",nr_el);
for (int i=0;i<nr_el;i++)
{
printf (on, "%f\t %f\t %f\t %f\t %f\n",lu[i],EAx[i],EIy[i],EIz[i],GIyz[i]);
}
fscanf(on);
delete on;
delete Lista;
return;
}
//-----

```

4.3 Modelarea participării betonului întins între fisuri

Așa cum s-a prezentat în capitolul 3, pentru surprinderea participării betonului întins dintre fisuri la preluarea încărcărilor este necesară prelucrarea în prealabil a diagramei caracteristice a betonului întins. În continuare se propune introducerea distanței de control ca fiind egală cu distanța medie între fisuri, după stabilizarea stării de fisurare, conform Mircea și colectivul [64].

La elementele solicitate la întindere și/sau încovoiere, fenomenul de fisurare

poate fi eșalonat în două etape: etapa de formare a fisurilor și respectiv etapa de stabilizare a fisurilor.

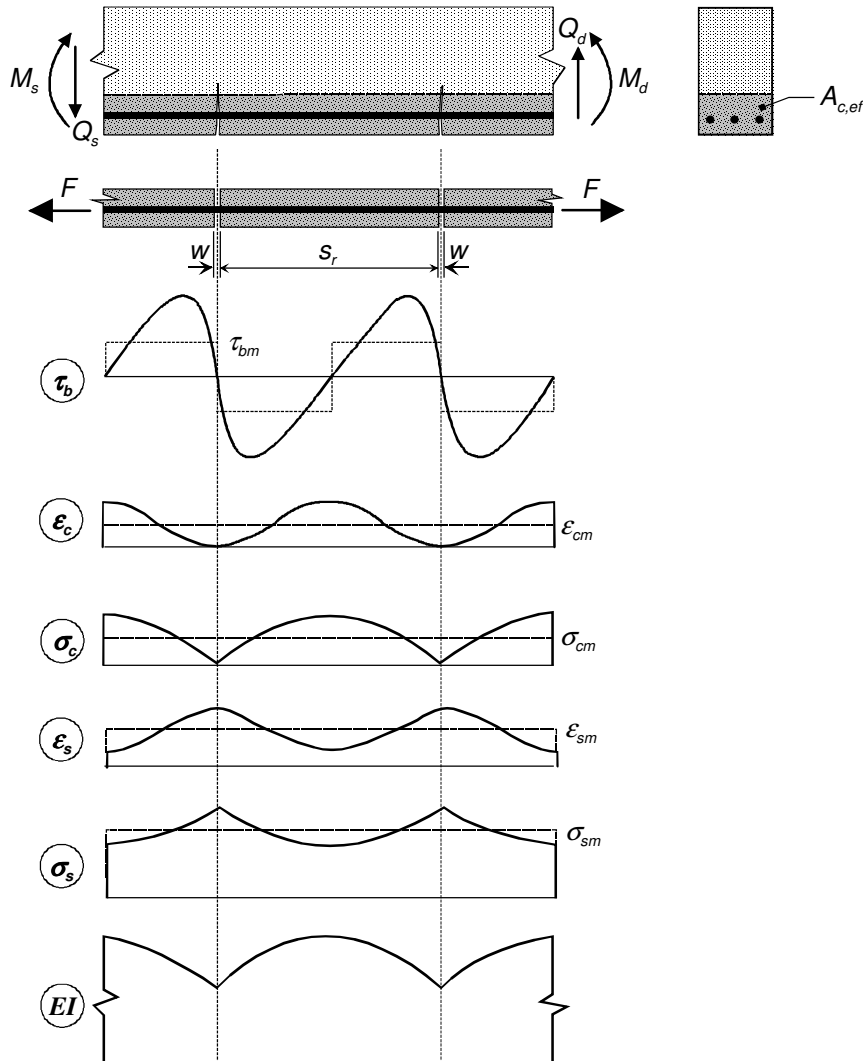
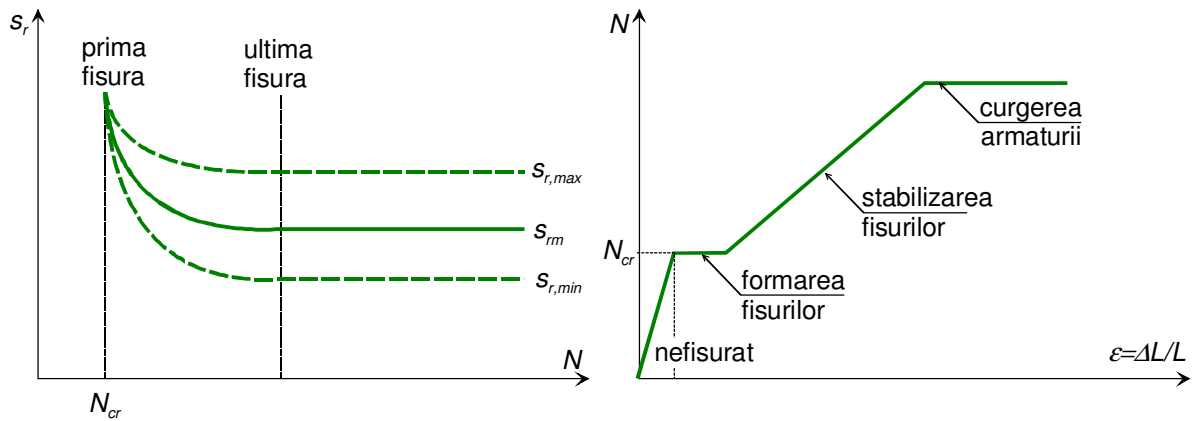


Figura 4.11 Modelul corzii tensionate aplicat la elementele încovoiate

Pe durata primei etape, fisurile apar în poziții aleatorii urmărind principiul secțiunilor slăbite. După formarea unei fisuri, în secțiunea sa eforturile de întindere sunt preluate doar de armătură, așa cum se pune în evidență în Figura 4.11. În coarda întinsă nu mai există compatibilitate între deformațiile specifice ale betonului și armăturii pe măsură ce efortul unitar în beton scade spre zero în dreptul fisurii. Dacă ne îndepărtăm de fisură, efortul de întindere în beton crește pe măsură ce forța este

transmisă prin aderență. La o anumită distanță, compatibilitatea deformațiilor specifice dintre beton și armătură se reface. Pe măsură ce încărcarea crește se inițiază noi fisuri și distanța medie dintre fisuri s_{rm} scade, așa cum se evidențiază în Figura 4.12a.



a. formarea fisurilor și evoluția distanței între fisuri

b. relația efort axial – deformație specifică la coarda tensionată

Figura 4.12 Faze de fisurare

Etapa de stabilizare a fisurilor se atinge când nu mai apar noi fisuri. Acum numărul de fisuri rămâne constant, ca și rigiditatea corzii întinse (Figura 4.12b). Distanța medie între fisuri s_{rm} rămâne constantă. Creșterea încărcării conduce doar la creșterea deschiderii fisurilor. Considerând conform Boronsnyoi și Balazs [02] un raport de 2/3 între distanța medie între fisuri s_{rm} și distanța maximă între fisuri $s_{r,max}$, potrivit EN 1992-1 [45] distanța medie între fisuri se calculează cu expresia

$$s_{rm} = 2.27c + \frac{0.283k_1k_2\varnothing_{eq}}{\rho_{p,eff}} \quad (4.17)$$

unde

c – grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturii;

\varnothing_{eq} – diametrul barelor sau diametrul echivalent dacă avem mai multe diametre

$$\varnothing_{eq} = \frac{\sum_i n_i \varnothing_i^2}{\sum_i n_i \varnothing_i} \quad (4.18)$$

cu n_i numărul de bare de diametru \varnothing_i .

k_1 – coeficient care introduce în calcul proprietățile de aderență ale armăturii, egal cu 0.8 la bare cu aderență înaltă, respectiv 1.6 la bare netede (de exemplu toroane de pretensionare);

k_2 – coeficient care introduce în calcul distribuția deformațiilor specifice, egal cu 0.5 pentru încovoiere, respectiv 1.0 la întindere pură, iar la întindere cu mică excentrică

$$k_2 = \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_s}{2 \max\{\varepsilon_i, \varepsilon_s\}} \quad (4.19)$$

cu ε_i și ε_s deformațiile specifice în fibrele extreme;

$\rho_{p,eff}$ – coeficientul de armare global, dat de expresia

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}} \quad (4.20)$$

cu A_s aria armăturii pasive, A_p aria armăturii active din interiorul ariei efective întinse $A_{c,eff}$ (aria corzii întinse, vezi Figurile 4.11 și 4.13) și ξ_1 factorul ajustat de aderență.

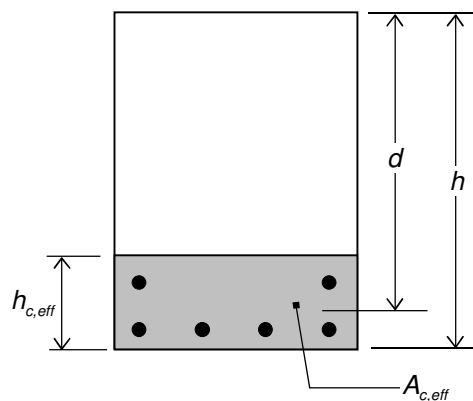


Figura 4.13 Calculul ariei efective la elemente încovoiate

Aria corzii întinse se calculează cu înălțimea efectivă, egală cu

$$h_{c,eff} = \min\{2.5(h-d); (h-x)/3; h/2\} \quad (4.21)$$

Factorul ajustat de aderență se determină cu:

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\varnothing_s}{\varnothing_p}} \quad (4.22)$$

unde \varnothing_s este diametrul maxim al armăturii pasive, iar \varnothing_p este diametrul sau diametrul echivalent al armăturii active, egal cu: $1.6\sqrt{A_p}$ la pachete și fascicule de bare, $1.75\varnothing_{wire}$ la toroane cu 7 sârme și $1.20\varnothing_{wire}$ la toroane cu 3 sârme. Raportul de aderență ξ dintre armăturile active și pasive are valorile date în Tabelul 4.2.

Tabelul 4.2 Raportul eforturilor de aderență ξ

Tip armătură activă	ξ			
	fără aderență	preîntinsă	aderență, postîntinsă	
			$\leq C 50/60$	$\geq C 55/67$
bare netede și sârme	0	-	0.3	0.15
toroane	0	0.6	0.5	0.25
sârme indentate	0	0.7	0.6	0.30
bare amprentate	0	0.8	0.7	0.35

Dacă distanța interax dintre barele aderente din zona corzii tensionate depășește $5(c+\varnothing/2)$, relația (4.17) se simplifică

$$s_{rm} = 0.87(h - x) \quad (4.23)$$

Potrivit EN 1992-1 [45] în relațiile (4.21) și (4.23) înălțimea zonei comprimate x se calculează sub combinații de încărcări cvasi-permanente. Având în vedere însă stabilizarea numărului de fisuri (vezi Figura (4.12), în continuare se va considera distanța medie între fisuri corespunzătoare momentului de curgere a primului strat de armătură (funcția sr_m se va da ulterior).

Odată calculată distanța medie dintre fisuri cu funcția $dist_fisuri$, se aplică prevederile CEB-FIB Model Code 2010 [48] din Figurile 3.9a și 3.22 precum și relația (3.17). Cu aceeași relație (3.17) fiind calculată valoarea energiei de fracturare, pentru celelalte modele constitutive (Figurile 3.9b-d) s-a implementat modelul Hillerborg [52] din Figura 3.22a. Funcția $tension_stiff$ introduce în modelul constitutiv total al betonului (întindere și compresiune) aportul betonului dintre fisuri.

```

#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include "lib_util.cpp"
//-----
float sr_m(float cc, float k1, , char tip1, float k2,, char tip2, float einf, float esup, int nos, int *ns, float *fis,
int nop, int *np, float *Ap, float csi, float as, float bb, float hh)
// functie care returneaza valoarea distantei maxime intre fisuri
{
float srm;
float xx=-einf*hh/(esup-einf);
float Ac_ef=min(3,2.5f*(hh-as),(hh-xx)/3.f,hh/2f)*bb;
switch (tip1)
{
case bond:k1=0.8f;break;
case smooth:k1=1.6f;break;
}
switch (tip2)
{
case bend:k1=0.5f;break;
case tens_c:k1=1.0f;break;
case tens_ex;k2=(einf+esup)/2.f/max(2,einf,esup);
}
float As=0, fiseq;
float nfis2=0.f,nfis1=0.f;
for (int i=0;i<nos;i++)
{
nfis1=ns[i]*fis[i];
nfis2=ns[i]*pow(fis[i],2.f);
As=As+ns[i]*M_PI*pow(fis[i]/2.f,2.f);
}
fiseq=nfis2/nfis1;
float App=0;
for (int i=0;i<nop;i++)
{
Ap=Ap+np[i]*Ap[i];
}
float ro_p_eff;
if (nop!=0)
{
ro_p_eff=As+sqrt(csi*sqrt(maxi(nos,M_PI*pow(fis[]/2.f,2.f))/mini(nop,Ap[])));
}
}

```

```

}
srm=2.27f*cc+0.283f*k1*k2*fiseq/ro_p_eff;
return(srm);
}
//-----
void tension_stiff(short tipa,float srm;float fcm, float fctm, float e_cu, float e_c1)
{
float Gf,wl,wc, e_tu;
s_cu=fcm;
s_tu=fctm;
float sig[100];
float k=1.1f*1000.0f*22.0f*pow(-s_cu/10.0f,0.3f)*e_c1/s_cu;
if (e_c1==e_cu)des=0;else des=des;
nr_ram[nr_mat-1]=des+cresc+1;
switch (tipa)
{
case CEB_FIB:
Gf=73*pow(fcm,0.18f)/pow10(3);// in N/mm modelul CEB-FIB
wl=Gf/s_tu;wc=5*Gf/s_tu; //CEB-FIB
if (e_c1==e_cu){goto salta;}
for (int i=0;i<des;i++)
{
epsi[i][nr_mat-1]=e_cu-i*(e_cu-e_c1)/des;
sig[i]=s_cu*(k*epsi[i][nr_mat-1]/e_c1-pow(epsi[i][nr_mat-1]/e_c1,2.0f))/(1+(k-2.0f)*epsi[i][nr_mat-1]/e_c1);
}
salta:
for (int i=des;i<cresc+des;i++)
{
epsi[i][nr_mat-1]=e_c1-(i-des)*e_c1/cresc;
sig[i]=s_cu*(k*epsi[i][nr_mat-1]/e_c1-pow(epsi[i][nr_mat-1]/e_c1,2.0f))/(1+(k-2.0f)*epsi[i][nr_mat-1]/e_c1);
}
epsi[cresc+des][nr_mat-1]=0.0f;sig[cresc+des]=0.0f;
epsi[cresc+des+1][nr_mat-1]=0.9f*s_tu/(sig[cresc+des-1]/epsi[cresc+des-1][nr_mat-1]);sig[cresc+des+1]=0.9f*s_tu;
epsi[cresc+des+2][nr_mat-1]=0.15f/pow10(3);sig[cresc+des+2]=s_tu;
epsi[cresc+des+3][nr_mat-1]=wl/srm;sig[cresc+des+3]=0.2f*s_tu;
epsi[cresc+des+4][nr_mat-1]=wc/srm;sig[cresc+des+3]=0.0f;
nr_ram[nr_mat-1]=des+cresc+1+3;
for (int i=0;i<cresc+des+1+3;i++)
{
AA[i][nr_mat-1]=0.0f;BB[i][nr_mat-1]=(sig[i+1]-sig[i])/(epsi[i+1][nr_mat-1]-epsi[i][nr_mat-1]);
}
}

```

```

CC[i][nr_mat-1]=sig[i]-epsi[i][nr_mat-1]*(sig[i+1]-sig[i])/(epsi[i+1][nr_mat-1]-epsi[i][nr_mat-1]);
}
E0=BB[cresc+des-1][nr_mat-1];
break;
case Hognestad:
Gf=73*pow(fabs(fcm),0.18f)/pow10(3); // in N/mm modelul CEB-FIB
wc=2*Gf/s_tu; //model Hillerborg
if (e_c1!=e_cu)
{
e_tu=s_tu/(2.0f*s_cu/e_c1);
nr_ram[nr_mat-1]=4;
epsi[0][nr_mat-1]=e_cu;epsi[1][nr_mat-1]=e_c1;epsi[2][nr_mat-1]=0.0f;epsi[3][nr_mat-1]=e_tu;epsi[4][nr_mat-1]=wc/srm;
AA[0][nr_mat-1]=0.0f;BB[0][nr_mat-1]=-0.15f*s_cu/(e_cu-e_c1);CC[0][nr_mat-1]=s_cu*(1.0f+0.15f*e_c1/(e_cu-e_c1));
AA[1][nr_mat-1]=-s_cu/pow(e_c1,2.0f);BB[1][nr_mat-1]=2.0f*s_cu/e_c1;CC[1][nr_mat-1]=0.0f;
AA[2][nr_mat-1]=0.0f;BB[2][nr_mat-1]=s_tu/e_tu;CC[2][nr_mat-1]=0.0f;
AA[3][nr_mat-1]=0.0f;BB[3][nr_mat-1]=-s_tu/(wc/srm-e_tu);CC[3][nr_mat-1]=s_tu*wc/srm/(wc/srm-e_tu);
E0=BB[1][nr_mat-1];
}
else
{
e_tu=s_tu/(2.0f*s_cu/e_c1);
nr_ram[nr_mat-1]=3;
epsi[0][nr_mat-1]=e_c1;epsi[1][nr_mat-1]=0.0f;epsi[2][nr_mat-1]=e_tu;epsi[3][nr_mat-1]=wc/srm;
AA[0][nr_mat-1]=-s_cu/pow(e_c1,2.0f);BB[0][nr_mat-1]=2.0f*s_cu/e_c1;CC[0][nr_mat-1]=0.0f;
AA[1][nr_mat-1]=0.0f;BB[1][nr_mat-1]=s_tu/e_tu;CC[1][nr_mat-1]=0.0f;
AA[2][nr_mat-1]=0.0f;BB[2][nr_mat-1]=-s_tu/(wc/srm-e_tu);CC[2][nr_mat-1]=s_tu*wc/srm/(wc/srm-e_tu);
E0=BB[0][nr_mat-1];
}
break;
case Par_lin:
Gf=73*pow(fabs(fcm),0.18f)/pow10(3); // in N/mm modelul CEB-FIB
wc=2*Gf/s_tu; //model Hillerborg
if (e_c1!=e_cu)
{
e_tu=s_tu/(2.0f*s_cu/e_c1);
nr_ram[nr_mat-1]=4;
epsi[0][nr_mat-1]=e_cu;epsi[1][nr_mat-1]=e_c1;epsi[2][nr_mat-1]=0.0f;epsi[3][nr_mat-1]=e_tu;epsi[4][nr_mat-1]=wc/srm;
AA[0][nr_mat-1]=0.0f;BB[0][nr_mat-1]=0.0f;CC[0][nr_mat-1]=s_cu;

```

```

AA[1][nr_mat-1]=-s_cu/pow(e_c1,2.0f);BB[1][nr_mat-1]=2.0f*s_cu/e_c1;CC[1][nr_mat-1]=0.0f;
AA[2][nr_mat-1]=0.0f;BB[2][nr_mat-1]=s_tu/e_tu;CC[2][nr_mat-1]=0.0f;
AA[3][nr_mat-1]=0.0f;BB[3][nr_mat-1]=-s_tu/(wc/srm-e_tu);CC[3][nr_mat-1]=s_tu*wc/srm/(wc/srm-e_tu);
E0=BB[1][nr_mat-1];
}
else
{
e_tu=s_tu/(2.0f*s_cu/e_c1);
nr_ram[nr_mat-1]=3;
epsi[0][nr_mat-1]=e_c1;epsi[1][nr_mat-1]=0.0f;epsi[2][nr_mat-1]=e_tu;epsi[3][nr_mat-1]=wc/srm;
AA[0][nr_mat-1]=-s_cu/pow(e_c1,2.0f);BB[0][nr_mat-1]=2.0f*s_cu/e_c1;CC[0][nr_mat-1]=0.0f;
AA[1][nr_mat-1]=0.0f;BB[1][nr_mat-1]=s_tu/e_tu;CC[1][nr_mat-1]=0.0f;
AA[2][nr_mat-1]=0.0f;BB[2][nr_mat-1]=-s_tu/(wc/srm-e_tu);CC[2][nr_mat-1]=s_tu*wc/srm/(wc/srm-e_tu);
E0=BB[0][nr_mat-1];}
case Bi_lin:
Gf=73*pow(fabs(fcm),0.18f)/pow10(3);// in N/mm modelul CEB-FIB
wc=2*Gf/s_tu; //model Hillerborg
if (e_c1!=e_cu)
{
e_tu=s_tu/(s_cu/e_c1);
nr_ram[nr_mat-1]=4;
epsi[0][nr_mat-1]=e_cu;epsi[1][nr_mat-1]=e_c1;epsi[2][nr_mat-1]=0.0f;epsi[3][nr_mat-1]=e_tu;
AA[0][nr_mat-1]=0.0f;BB[0][nr_mat-1]=0.0f;CC[0][nr_mat-1]=s_cu;
AA[1][nr_mat-1]=0.0f;BB[1][nr_mat-1]=s_cu/e_c1;CC[1][nr_mat-1]=0.0f;
AA[2][nr_mat-1]=0.0f;BB[2][nr_mat-1]=s_tu/e_tu;CC[2][nr_mat-1]=0.0f;
AA[3][nr_mat-1]=0.0f;BB[3][nr_mat-1]=-s_tu/(wc/srm-e_tu);CC[3][nr_mat-1]=s_tu*wc/srm/(wc/srm-e_tu);
E0=BB[1][nr_mat-1];
}
else
{
e_tu=s_tu/(s_cu/e_c1);
nr_ram[nr_mat-1]=3;
epsi[0][nr_mat-1]=e_c1;epsi[1][nr_mat-1]=0.0f;epsi[2][nr_mat-1]=e_tu;
AA[0][nr_mat-1]=0.0f;BB[0][nr_mat-1]=s_cu/e_c1;CC[0][nr_mat-1]=0.0f;
AA[1][nr_mat-1]=0.0f;BB[1][nr_mat-1]=s_tu/e_tu;CC[1][nr_mat-1]=0.0f;
AA[2][nr_mat-1]=0.0f;BB[2][nr_mat-1]=-s_tu/(wc/srm-e_tu);CC[2][nr_mat-1]=s_tu*wc/srm/(wc/srm-e_tu);
E0=BB[0][nr_mat-1];}
}
TStringList* MyList = new TStringList();
for (int i=0;i<nr_mat;i++)
{

```

```

MyList->Add(nr_ram[i]);
for (int j=0;j<nr_ram[i]+1;j++)
{
MyList->Add(eps[j][i]);}
for (int j=0;j<nr_ram[i];j++){
MyList->Add(FloatToStr(AA[j][i])+"\t"+ FloatToStr(BB[j][i])+"\t"+FloatToStr(CC[j][i]));
}}
MyList->Add(E0);
MyList->SaveToFile("temp\\bet.tmp");
delete MyList;
return;
}
//-----

```

4.4 Deformațiile inițiale și reologia betonului armat și precomprimat

4.4.1 Implementarea deformațiilor inițiale parțial fără aderență între componente

La nivel secțional, neglijând aderența, are loc o variație a deformațiilor specifice și a forțelor nodale asociate ca cea din Figura 4.14. Vectorii deformațiilor inițiale dați de relațiile (4.1) și (4.2) se assemblează direct, iar calculul eforturilor secționale și al forțelor nodale asociate rezultă prin aplicarea relațiilor (4.5)-(4.7).

La o secțiune de beton armat și/sau precomprimat, lipsa de aderență poate exista doar parțial, nu între toate componentele secționale (de exemplu între armăturile preîntinse și beton înainte de realizarea transferului). Evident, deformațiile inițiale vor fi diferite de zero doar în acele componente care sunt fundamentate de o rațiune inginerească. De exemplu, dacă se dorește modelarea unui element încovoiat de beton precomprimat cu armătură preîntinsă, eforturile inițiale în beton și armăturile pasive vor fi stabilite din încărcările corespunzătoare fazei de transfer (de regulă greutatea proprie a elementului), considerând aderența dintre aceste elemente și neglijând armăturile active, conform Mircea [64]. Analiză neliniară trebuie să se efectueze în doi pași.

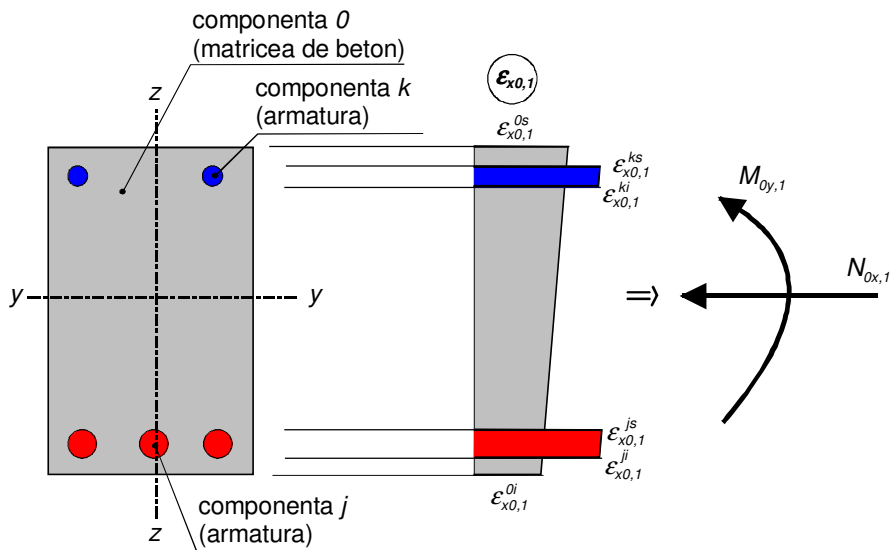


Figura 4.14 Deformații inițiale și eforturi nodale pe elementul finit

Primul pas constă într-o analiză iterativă sub nivelul de încărcare corespunzător și deformațiile inițiale, considerând active doar componentele între care există aderență (de exemplu, armăturile pasive și beton). În rezolvarea sistemului (2.2), vectorul forțelor inițiale dat de relația (2.3) se datorează doar acestor componente. Rezultă o stare de deformație a materialului elementului (de exemplu betonul) și a componentelor aderente acesteia, care poate fi considerată parte a deformațiilor inițiale aplicate în pasul al doilea, așa cum se subliniază în Figura 4.15.

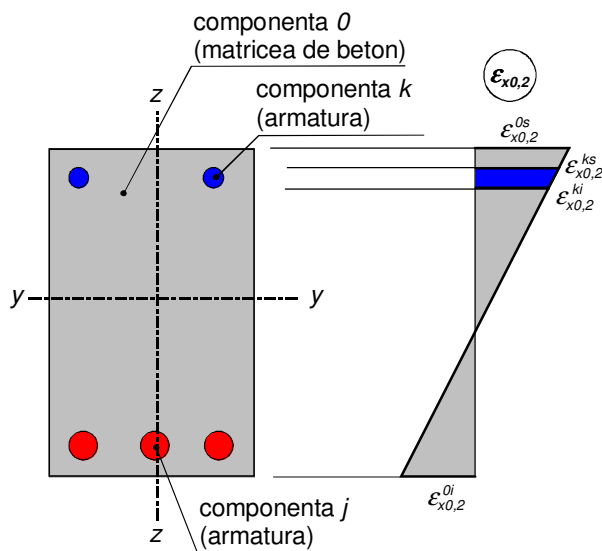


Figura 4.15 Deformații inițiale ale matricei și componentelor aderente (pas 2)

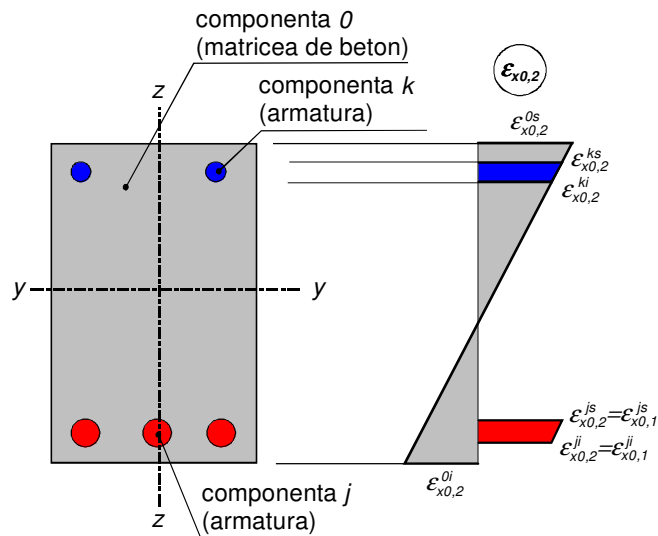


Figura 4.16 Deformații inițiale totale (pas 2)

În pasul al doilea se aplică deformațiile inițiale totale (Figura 4.16), se calculează eforturile interioare, forțele nodale asociate acestora și se introduc sarcinile exterioare, sistemul de ecuații (2.2) asamblându-se și rezolvându-se pentru fiecare iterație. Trebuie remarcat că diagramele moment curbură trebuie refăcute la fiecare iterație doar la acele elemente care sunt solicitate axial și la care datorită nedeterminării statice efortul axial variază de la o iterație la alta.

În funcție de complexitatea problemei de analizat, se poate admite ca simplificare efectuarea calculului într-un singur pas, de exemplu când deformațiile inițiale se aplică la un nivel foarte jos de solicitare și au o valoare redusă. O astfel de situație s-ar putea întâlni la elementele compozite cu profile și/sau platbenzi care se pretensionează doar pentru a intra în lucru.

4.4.2 Implementarea deformațiilor inițiale cu aderență perfectă între componente

Dacă considerăm o aderență perfectă între componentele elementului, deformațiile specifice trebuie să prezinte continuitate în timpul deformării, chiar dacă aceasta are loc sub fenomene modelate ca și deformații inițiale, ca în Figura 4.14 (de exemplu curgerea lentă a betonului, variațiile de temperatură etc.). Într-un prim pas, aplicând relația (2.2) considerând sarcinile exterioare relevante etapei, forțele nodale inițiale și deformațiile inițiale pentru pasul 2 rezultă de fapt ca cele din Figura 4.17.

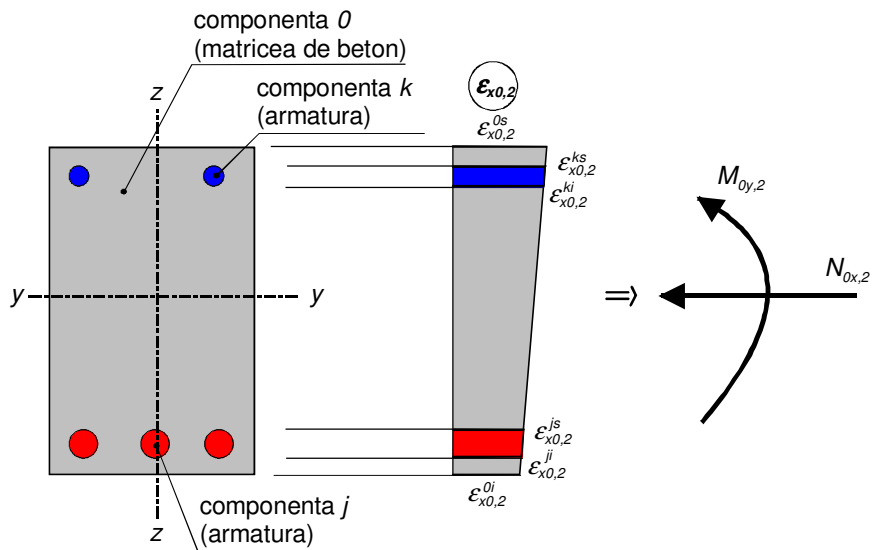


Figura 4.17 Eforturi nodale și deformații inițiale totale (pasul 2)

Calculul riguros se efectuează în trei pași. În primul pas, se efectuează o analiză considerând nivelul de încărcare la care se consideră apariția variației de temperatură. Rezultă o stare de eforturi și deformații ca în Figura 4.16.

Aceeași simplificare, de efectuare a calculului într-o singură etapă, se poate admite ca și în cazul precedent.

Trebuie menționat de asemenea că diagrama de referință moment-curbură este una internă, intrinsec raportată caracteristicilor secționale. Aplicând deformații inițiale, pentru fiecare secțiune și element trebuie considerate și diagramele translate moment exterior – curbură, așa cum se pune în evidență în Figura 4.18.

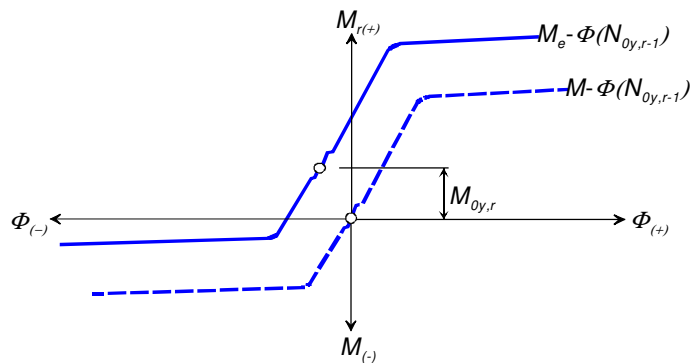


Figura 4.18 Translatarea diagramei moment-curbură pentru raportarea la momentul exterior

4.4.3 Deformații din efecte termice

Expresia deformației specifice libere din o variație de temperatură ΔT este:

$$\varepsilon_T = \alpha_T \Delta T \quad (4.24)$$

unde α_T este coeficientul termic liniar. Acest coeficient este o proprietate intrinsecă a fiecărui material. În cazul betonului acesta se raportează în primul rând vârstei, temperaturii de măsurare și naturii agregatelor. O valoare acceptată ca medie pentru betonul greu este de $10 \times 10^{-6} \text{ m/mK}$. Tabelul 4.3 prezintă valori de referință ale acestui coeficient pentru alte câteva materiale structurale, conform EN 1992-1-1 [45].

Tabelul 4.3 Valori de referință ale coeficientului de dilatare termică liniară

Material	α_T [10^{-6} m/mK]
oțel	12.0
beton ușor	10.8
lemn	5.4
aluminiu	23.4
sticlă	5.9
zidărie	9.0

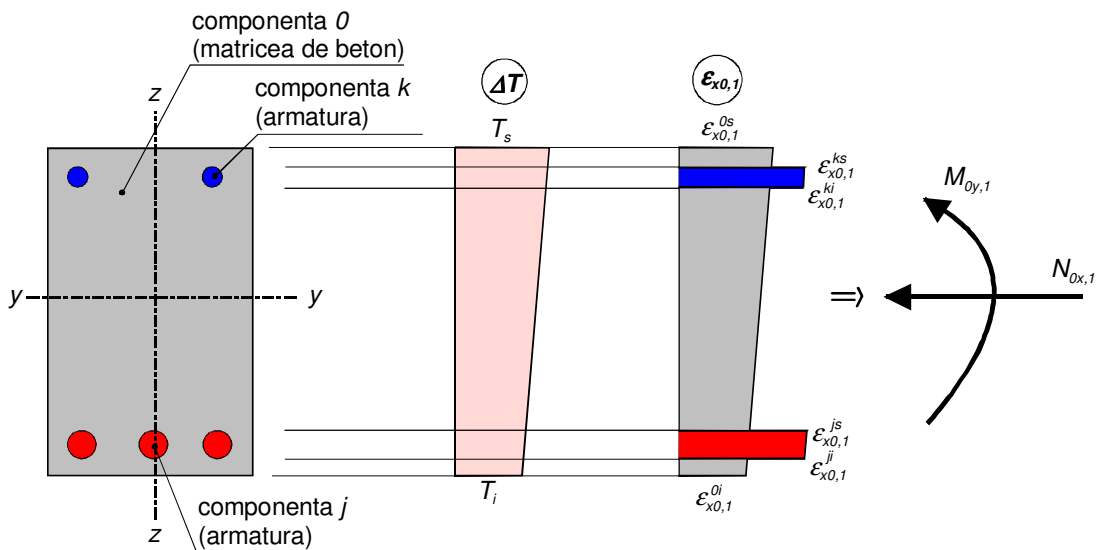


Figura 4.19 Deformații inițiale din variații de temperatură

La nivel secțional, o aplicare directă a acestei relații, neglijând aderența, conduce la o variație a deformațiilor specifice și a forțelor nodale asociate ca cea din Figura 4.19.

La acest tip de deformații se aplică procedura prezentată la punctul 4.4.2, considerându-se mobilizată o aderență perfectă.

Funcția de mai jos returnează vectorii deformațiilor specifice inițiale datorate unui gradient termic, pentru pasul 1 de calcul.

```
#include <math.h>
//-----
float temp_gradient (int nr_comp, float Ti, float Ts, float alfaT, float *ei0, float *es0, float *hk, float *zkmin)
{
for (int i=0; i<nr_comp; i++)
{
ei0[i]=alfaT*(Ti+(Ts-Ti)*zkmin[i]/hk[0]);
es0[i]=alfaT*(Ti+(Ts-Ti)*(zkmin[i]+hk[i])/hk[0]);
}
return (ei0, es0);
}
//-----
```

4.4.4 Deformații din contracția betonului

Pentru betonul obișnuit (de clasă până la C 50/60) EN 1992-1-1 [45], propune estimarea pentru estimarea deformației datorate contracției autogene următoarea relație:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (4.25)$$

unde $\beta_{as}(t)$ este o funcție ce descrie evoluția în timp (t – vârsta betonului în zile)

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \quad (4.26)$$

Deformația finală de contracție autogenă se raportează la rezistența cilindrică caracteristică a betonului cu expresia

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5 (f_{ck} - 10 \text{ MPa}) 10^{-6} \quad (4.27)$$

Expresia pentru deformația specifică datorată contracției la uscare dată de aceeași referință, este:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \varepsilon_{cd,0} \quad (4.28)$$

Coeficientului de corecție k_h are valorile date în Tabelul 4.4. Valorile lui k_h sunt în funcție de dimensiunea nominală a secțiunii transversale $h_0=2A_c/u$, unde A_c este aria secțiunii transversale de beton, iar u este perimetrul părții expusă uscării.

Tabelul 4.4 Valori k_h

h_0 [mm]	k_h
100	1.00
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

În funcție de vârsta betonului la finalizarea tratamentului t_s , variația în timp este dată de funcția $\beta_{ds}(t, t_s)$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{h_0^3}} \quad (4.29)$$

Valoarea de referință a deformației specifice din contracția la uscare este:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{10 \text{ MPa}}\right) \right] 10^{-6} \beta_{RH} \quad (4.30)$$

unde valorile coeficienților raportați tipului de ciment sunt date în Tabelul 4.5. Influența umidității relative RH este introdusă prin coeficientul

$$\beta_{RH} = 1.55 \left[1 - (RH/100)^3 \right] \quad (4.31)$$

Tabelul 4.5 Valori ale coeficienților raportați tipului de ciment

Tip ciment	α_{ds1}	α_{ds2}	s
S - cu întărire întârziată	3	0.13	0.38
N cu întărire normală	4	0.12	0.25
R cu întărire rapidă	6	0.11	0.20

Pentru betonul de înaltă rezistență, când umiditatea $RH \leq 80 \%$, conform EN 1992-2 [45], deformația specifică datorată contracției autogene se calculează astfel:

- pentru $t < 28$ zile

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ca}(t) &= 0 && \text{pentru } \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} < 0.1 \\ \varepsilon_{ca}(t) &= (f_{ck} - 20 \text{ MPa}) \left[2.2 \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} - 0.2 \right] 10^{-6} && \text{pentru } \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} \geq 0.1 \end{aligned} \quad (4.32)$$

- când $t \geq 28$ zile

$$\varepsilon_{ca}(t) = (f_{ck} - 20 \text{ MPa}) \left[2.8 - 1.1 \exp\left(-\frac{t}{96}\right) \right] 10^{-6} \quad (4.33)$$

Pentru umidități $RH \leq 80 \%$, deformația specifică datorată contracției la uscare este :

$$\varepsilon_{cd}(t) = \frac{K(f_{ck}) [72 \exp(-0.046f_{ck}) + 75 - RH] (t - t_s) 10^{-6}}{(t - t_s) + \beta_{cd} h_0^2} \quad (4.34)$$

cu

$$K(f_{ck}) = 30 - 0.21 f_{ck} \quad (4.35)$$

și

$$\beta_{cd} = \begin{cases} 0.007 & \text{pentru beton cu conținut de silice ultrafină minim 5 \%} \\ 0.021 & \text{pentru beton fără silice ultrafină} \end{cases} \quad (4.36)$$

Deformațiilor specifice și forțelor nodale asociate contracției betonului, asociate primul pas sunt prezentate în Figura 4.19. Și la acest tip de deformații se aplică procedura prezentată la punctul 4.4.2.

În pasul 2 de calcul, datorită aderenței betonului cu armăturile, deformații inițiale sunt prezentate în Figura 4.20. Acestea includ și efectul încărcărilor corespunzătoare etapei relevante de solicitare pentru vârsta considerată a betonului. Calculul se poate reduce la un singur pas dacă se studiază doar efectul contracției și curgerii lente (introdusă conform 4.4.5).

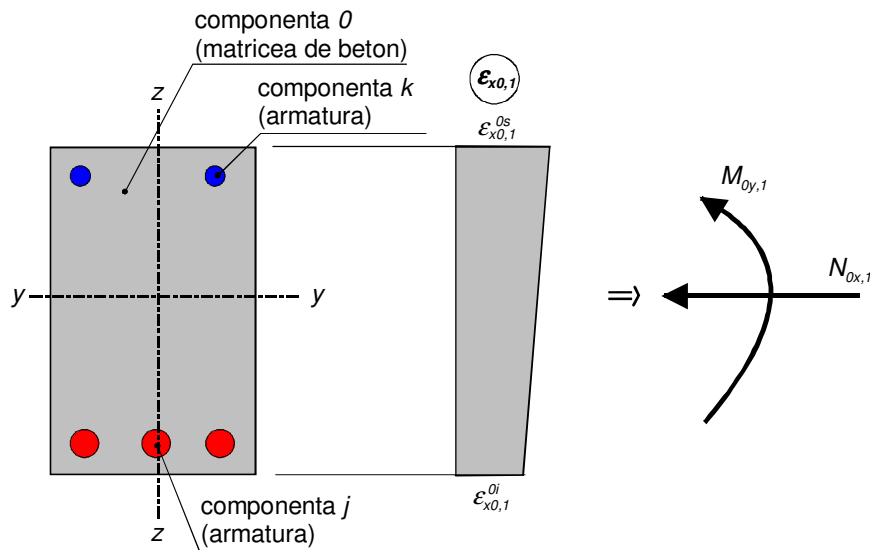


Figura 4.20 Deformații inițiale din contracția betonului în pasul 1

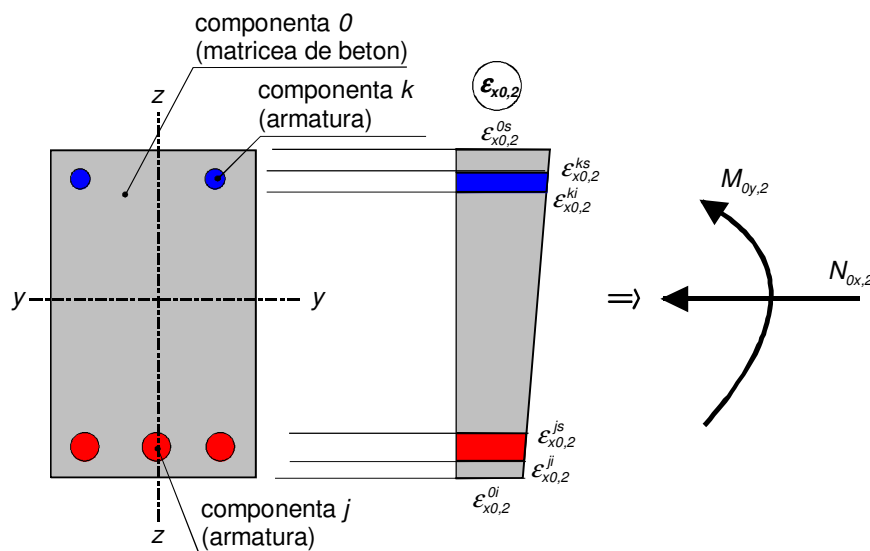


Figura 4.21 Deformații inițiale din contracția betonului în pasul 2

Dacă se mai consideră biografic o acțiune de tip accidental apărută la o vârstă dată a betonului, calculul se va reduce la ambii pași. Funcțiile următoare returnează deformațiilor specifice inițiale datorate contracției betonului, pentru pasul 1 de calcul.

```
#include <math.h>
//-----
float shrinkage_dry(float fcm,float RH,float Ac,float u,float ts,float t,char cim)
// functie care returneaza valoarea deformatiei unitare din contractia la uscare la momentul t
```

```

{
//fcm - rezistenta cilindrica medie a betonului comprimat la 28 de zile [MPa]
// RH - umiditatea relativa a mediului [%]
// Ac - aria sectiunii transversale a elementului [mm2]
// u - perimetrul zonei expusa uscarii [mm]
// ts - varsta betonului la sfarsitul tratamentului
// t - varsta curenta a betonului
// cim - litera care indica tipul de ciment (S,N,R)
float alfads1,alfads2; // alfads1,alfads2 - coeficienti de influenta a tipului de ciment asupra contractiei la uscare
if (cim=='R'){alfads1=6.0f;alfads2=0.11f;}
if (cim=='N'){alfads1=4.0f;alfads2=0.12f;}
if (cim=='S'){alfads1=3.0f;alfads2=0.13f;}
float kh; // kh - coeficient de influenta asupra contractiei la uscare care depinde de dimensiunea nominala a sectiunii
if (2*Ac/u <= 100.0f)
{kh=1.0f;}
if (2*Ac/u >100.0f && 2*Ac/u<=200.0f)
{kh=0.15f*(200.0f-2*Ac/u)/100.0f+0.85f;}
if (2*Ac/u >200.0f && 2*Ac/u<=300.0f)
{kh=0.10f*(300.0f-2*Ac/u)/100.0f+0.75f;}
if (2*Ac/u >300.0f && 2*Ac/u<=500.0f)
{kh=0.05f*(500.0f-2*Ac/u)/200.0f+0.70f;}
if (2*Ac/u >500.0f)
{kh=0.70f;}
float drying_0=0.85f*(220.0f+110.0f*alfads1)*exp (-alfads2*fcm/10.0f)* 1.55* (1-powl(RH/100.0f,3.0f))
*powl(10.0f,-6.0f); // drying_0 - deformatia ultima din contractia la uscare
float beta_dry_t=(t-ts)/(t-ts+0.04*pow(2*Ac/u,1.5f)); // beta_dry_t - functie de timp pentru variatia contractiei la
//uscare
float drying_t=kh*drying_0*beta_dry_t; // drying_t - deformatia din contractia la uscare la momentul t
return (drying_t);
}
//-----
float shrinkage_autogenous(float fcm,float t)
// functie care returneaza valoarea deformatiei specifice din contractia autogena la momentul t
{
//fcm - rezistenta cilindrica medie a betonului comprimat la 28 de zile [MPa]
// t - varsta curenta a betonului
float auto_inf=2.5f*(fcm-8-10)*pow(10.0f,-6.0f);
// auto_inf - deformatia ultima din contractia autogena
float beta_auto=1-exp(-0.2*sqrt(t));
// beta_auto - functie de timp pentru variatia contractiei autogene
float autogenous_t=auto_inf*beta_auto;
}

```



```

// autogenous_t - deformatia din contractia autogena la momentul t
return(autogenous_t);
}
//-----
float shrinkage_dry_high(float fcm,float RH,float Ac,float u,float ts,float t,char cim)
// functie care returneaza valoarea deformatiei unitare din contractia la uscare la momentul t
{
//fcm - rezistenta cilindrica medie a betonului comprimat la 28 de zile [MPa]
// RH - umiditatea relativa amediului [%]
// Ac - aria sectiunii transversale a elementului [mm2]
// u - perimetrul zonei expusa uscarii [mm]
// ts - varsta betonului la sfarsitul tratamentului
// t - varsta curenta a betonului
// cim - litera care indica tipul de ciment (S,N,R)
float alfads1,alfads2; // alfads1,alfads2 - coeficienti de influenta a tipului de ciment asupra contractiei la uscare
float alf_2=pow (35/fcm, 0.2);
float alf_3= pow (35/fcm, 0.5);
if (cim=='R'){alfads1=6.0f;alfads2=0.11f;}
if (cim=='N'){alfads1=4.0f;alfads2=0.12f;}
if (cim=='S'){alfads1=3.0f;alfads2=0.13f;}
float kh; // kh - coeficient de influenta asupra contractiei la uscare care depinde de dimensiunea nominala a sectiunii
if (2*Ac/u <= 100.0f)
{kh=1.0f;}
if (2*Ac/u >100.0f && 2*Ac/u<=200.0f)
{kh=0.15f*(200.0f-2*Ac/u)/100.0f+0.85f;}
if (2*Ac/u >200.0f && 2*Ac/u<=300.0f)
{kh=0.10f*(300.0f-2*Ac/u)/100.0f+0.75f;}
if (2*Ac/u >300.0f && 2*Ac/u<=500.0f)
{kh=0.05f*(500.0f-2*Ac/u)/200.0f+0.70f;}
if (2*Ac/u >500.0f)
{kh=0.70f;};
float drying_0=0.85f*(220.0f+110.0f*alfads1)*exp (-alfads2*fcm/10.0f)* 1.55* (1-powl(RH/100.0f,3.0f))
*powl(10.0f,-6.0f)*alf_3;
float beta_dry_t=(t-ts)/(t-ts+0.04*pow(2*Ac/u,1.5f)) )*alf_3; // beta_dry_t - functie de timp pentru variatia
contractiei la uscare
float drying_t_high=kh*drying_0*beta_dry_t; // drying_t - deformatia din contractia la uscare la momentul t
return (drying_t_high);
}
//-----
float shrinkage_autogenous_high (float fcm,float t, float fck)
// functie care returneaza valoarea deformatiei specifice din contractia autogena la momentul t

```

```

{
//fcm - rezistenta cilindrica medie a betonului comprimat la 28 de zile [MPa]
// t - varsta curenta a betonului
if (t<29)
{
if ((fcm/fck)<0.1)
{ autogenous_t_high =0.f}
else
{ shrinkage_autogenous_high =(fck-20)*(2.2*fcm/fck-0.2)*pow(10,-6)};
}
else
{ shrinkage_autogenous_high =(fck-20)*(2.8*fcm/fck*exp(-t/96))*pow(10,-6)};
return(autogenous_t_high);
}
//-----

```

4.4.5 Deformații din curgerea lentă a betonului

În conformitate cu EN 1992-1 [45], deformația de curgere lentă pentru betonul obișnuit sub o tensiune constantă în beton σ_c este

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c}{1.05 E_{cm}(t)} \quad (4.37)$$

Modulul de elasticitate secant este dat de

$$E_{cm}(t) = E_{cm} \exp \left[s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right]^{0.3} \quad (4.38)$$

Pentru valorile coeficientului s se consideră Tabelul 4.5. Coeficientul curgerii lente se calculează cu relația:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) \quad (4.39)$$

Variația în timp este descrisă de funcția

$$\beta_c(t, t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0.3} \quad (4.40)$$

cu

$$\beta_H = \begin{cases} 1.5 \left[1 + (0.012RH)^{1.8} \right] h_0 + 250 \leq 1,500 & \text{pentru } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \\ 1.5 \left[1 + (0.012RH)^{1.8} \right] h_0 + 250 \alpha_3 \leq 1,500 \alpha_3 & \text{pentru } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.41)$$

și

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.7} \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.2} \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.5} \quad (4.42)$$

Relația pentru coeficientul nominal de curgere este:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (4.43)$$

unde

$$\varphi_{RH} = \begin{cases} 1 + \frac{1 - RH/100}{0.1\sqrt[3]{h_0}} & \text{pentru } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \\ \left(1 + \frac{1 - RH/100}{0.1\sqrt[3]{h_0}}\right) \alpha_1 & \text{pentru } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.44)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (4.45)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}} \quad (4.46)$$

Pentru betonul de înaltă rezistență, în conformitate cu EN 1992-2 [45], pentru umidități $RH \leq 80 \%$, deformația totală de curgere lentă este dată de suma curgerii lente de bază și a curgerii lente la uscare:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{1.05E_c} [\varphi_b(t, t_0) + \varphi_d(t, t_0)] \quad (4.47)$$

Coeficientul curgerii lente de bază este

$$\varphi_b(t, t_0) = \varphi_{b0} \frac{\sqrt{t - t_0}}{\sqrt{t - t_0} + \beta_{bc}} \quad (4.48)$$

unde

$$\varphi_{b0} = \begin{cases} \frac{3.6}{f_{cm}(t)^{0.37}} & \text{pentru beton cu silice ultrafină minim 5 \%} \\ 1.4 & \text{pentru beton fără silice ultrafină} \end{cases} \quad (4.49)$$

și

$$\beta_{bc} = \begin{cases} 0.37 \exp\left[2.8 \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{ck}}\right] & \text{pentru beton cu silice ultrafină minim 5 \%} \\ 0.4 \exp\left[3.1 \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{ck}}\right] & \text{pentru beton fără silice ultrafină} \end{cases} \quad (4.50)$$

Coeficientul curgerii lente la uscare se exprimă prin expresia

$$\varphi_d(t, t_0) = \varphi_{d0} [\varepsilon_{cd}(t) - \varepsilon_{cd}(t_0)] \quad (4.51)$$

unde

$$\varphi_{d0} = \begin{cases} 1,000 & \text{pentru beton cu silice ultrafină minim 5 \%} \\ 3,200 & \text{pentru beton fără silice ultrafină} \end{cases} \quad (4.52)$$

Observațiile prezentate în cadrul punctului anterior 4.4.4 (contractia betonului) se mențin și în cazul curgerii lente. Funcțiile următoare returnează valoarea deformației de curgere lentă la betonul obișnuit și betonul de înaltă performanță.

```
#include <math.h>
```

```
//-----
```

```
float creep(float fcm,float RH,float Ac,float u,float t0,float ts,float t,float sc, char cim)
```

```
{
```

```
// functie care returneaza valoarea deformatiei specifice de curgere lenta la momentul t
```

```
//fcm - rezistenta cilindrica medie a betonului comprimat la 28 de zile [MPa]
```

```
// RH - umiditatea relativa amediului [%]
```

```
// Ac - aria sectiunii transversale a elementului [mm2]
```

```
// u - perimetrul zonei expusa uscarii [mm]
```

```
// t0 - varsta betonului in momentul aplicarii incarcarii [zile]
```

```
// ts - varsta betonului la sfarsitul tratamentului
```

```
// t - varsta curenta a betonului
```

```
// sc - efortul unitar in beton la varsta t0
```

```
// cim - litera care indica tipul de ciment (S,N,R)
```

```
float Ecm;
```

```
// Ecm - modulul de elasticitate secant al betonului la 28 de zile [MPa]
```

```

Ecm=22*pow(fcm/10,0.3);
float fiRH, betaH;
//fiRH - factorul de influenta a umiditatii relative asupra curgerii lente
// betaH - coeficient care depinde de umiditatea relativa si dimensiunea nominala a sectiunii
if (fcm<=35.0f)
{
fiRH=1+(1-RH/100.0f)/0.1/pow(2*Ac/u,1.0f/3.0f);
betaH=1.5*(1+pow(0.012*RH,18.0f))*2*Ac/u+250.0f;
if (betaH>1500.0f)
{
betaH=1500.0f;
}
else
{
fiRH=(1+pow(35.0f/fcm,0.7)*(1-RH/100.0f)/0.1/pow(2*Ac/u,1.0f/3.0f))*(35.0f/fcm,0.2);
betaH=1.5*(1+pow(0.012*RH,18.0f))*2*Ac/u+250.0f*pow(35.0f/fcm,0.5);
if (betaH>1500.0f*pow(35.0f/fcm,0.5)) betaH=1500.0f*pow(35.0f/fcm,0.5);
}
float fi0=fiRH*16.8/sqrt(fcm)/(0.1+pow(t0,0.2));
// fi0 - coeficientul nominal al curgerii lente
float betac_t=pow((t-t0)/(betaH+t-t0),0.3);
// fi0 - coeficientul de variatie in timp a coeficientului de curgere lenta
float fi_t=fi0*betac_t;
// fi_t - coeficientul de curgere lenta la varsta t
float alfads1,alfads2;
// alfads1,alfads2 - coeficienti de influenta a tipului de ciment asupra contractiei la uscare
char s;
// s - coeficient de influenta a tipului de ciment asupra rezistentei betonului
if (cim=='R'){s=0.2f;}
if (cim=='N'){s=0.25f;}
if (cim=='S'){s=0.38f;}

```

```

float fcm_t0=fcm*exp(s*(1-pow(28/t0,0.5)));
// fcm_t0 - rezistenta cilindrica mediu a betonului comprimat la varsta t0
float Ecm_t0=pow(fcm_t0/fcm,0.3)*Ecm;
// Ecm_t0 - modulul de elasticitate secant al betonului comprimat la varsta t0
float creep_t=fi_t*exp(1.5*(sc/fcm_t0-0.45))*sc/(1.05*Ecm_t0);
// creep_t - deformatia unitara din curgere lenta la momentul t
return(creep_t);
};
//-----
float creep_high(float fcm,float fck,float epsilon_curent, float epsilon_ini,float t0,float t,float sc, int silice_5)
{
// functie care returneaza valoarea deformatiei specifice de curgere lenta la momentul t pentru //betoane de inalta
rezistenta
//fcm - rezistenta cilindrica medie a betonului comprimat la 28 de zile [MPa]
// t0 - varsta betonului in momentul aplicarii incarcarii [zile]
// t - varsta curenta a betonului
//fi_b0-coeficientul curgerii lente nominal
//silice_5-coeficient ce indica prezenta silicei ultrafine minim 5 % se consider 0 pt beton fara silice
//beta_b0--coeficientul de varsta
//fck-rezistenta betonului pe cub
//fi_d-coeficientul curgerii lente la uscare
//epsilon_ini-valoarea deformatiei specifice initiale
//epsilon_curent-valoarea deformatiei specifice curente
//fi_baza-coeficientul curgerii lente de baza
//epsilon_cc=deformatiatotala de curgere lenta\
//sigma_c_ini
float Ecm,fi_b0,beta_b0,fi_d,fi_baza,sigma_ini;
Ecm=22*pow(fcm/10,0.3);
// Ecm - modulul de elasticitate secant al betonului la 28 de zile [MPa]
// calculul lui fi_b0-coeficientul curgerii lente nominal
if (silice_5==0) //pt beton fara silice
{
fi_b0=3.6/(pow(fcm,0.37));
}
else {fi_b0=1.4;}
// calculul lui beta_b0=coeficientul de varsta
if (silice_5==0) //pt beton fara silice
{

```

```

beta_b0=pow(0.37,2.8*fc/fck);
}
else {beta_b0=pow(0.4,3.1*fc/fck);}
// calculul coeficientului curgerii lente la uscare=fi_d
if (silice_5==0) //pt beton fara silice
{
fi_d=3.2*(epsilon_curent-epsilon_ini);
}
else {fi_d=epsilon_curent-epsilon_ini};
// calculul coeficientului curgerii lente de baza=fi_baza
fi_baza=fi_b0*pow(t-t0,0.5)/(pow(t-t0,0.5)+beta_b0);
float creep_high= sigma_ini*(fi_baza+fi_d)/(1.05*Ecm);
return(creep_high);
}
//-----

```

4.4.6 Deformații din relaxarea armăturilor preîntinse în serviciu

Pierderile de tensiune în armăturile preîntinse până în momentul transferului nu se pot modela ca deformații inițiale, Astfel de pierderi de tensiune trebuie incluse însă în efortul inițial aplicat unui element de beton precomprimat, astfel încât deformația inițială datorată pretensionării va avea expresia, conform EN 1992-1 [45]:

$$\varepsilon_{p0} = \varepsilon_{pk} - (\Delta\varepsilon_{\lambda} + \Delta\varepsilon_f + \Delta\varepsilon_s + \Delta\varepsilon_t + \Delta\varepsilon_{ri}) \quad (4.52)$$

unde

ε_{pk} – deformația specifică corespunzătoare tensiunii de control;

$\Delta\varepsilon_{\lambda}$ – scăderea deformației specifice corespunzătoare reculului ancorajului;

$\Delta\varepsilon_f$ – scăderea deformației specifice corespunzătoare frecării (la armăturile rectilinii este nulă);

$\Delta\varepsilon_s$ – scăderea deformației specifice corespunzătoare tensionării succesive a armăturilor;

$\Delta\varepsilon_t$ – scăderea deformației specifice corespunzătoare tratamentului termic aplicat;

$\Delta\varepsilon_{ri}$ – scăderea deformației specifice corespunzătoare relaxării armăturii întinse până la transfer.

Aplicând deformațiile inițiale corespunzătoare fazei de transfer, efectele comportării reologice a betonului sunt introduse prin deformațiile inițiale din contracție și curgere lentă. Ca și deformații inițiale mai trebuie considerate deformațiile de relaxare în armăturile active consumate după faza de transfer.

Calculul pierderilor de tensiune datorită relaxării armăturilor active trebuie să se efectueze pe baza valorii ρ_{1000} , pierderea de tensiune prin relaxare exprimată în procente la 1000 ore după tensionare la o temperatură medie de 20°C. Aceasta are valoarea stabilită de producător, dar dacă nu există informații în acest sens se poate considera egală cu 8% pentru armături din clasa 1 de relaxare, 2.5% pentru clasa 2 și 4% pentru clasa 3. Considerând pierderile de tensiune propuse de EN 1992-1 [45] pentru relaxare, deformațiile inițiale asociate sunt:

$$\frac{\Delta \varepsilon_r}{\varepsilon_{pk} - (\Delta \varepsilon_\lambda + \Delta \varepsilon_f + \Delta \varepsilon_s)} = 5.39 \rho_{1000} e^{6.7\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \text{ pentru clasa 1} \quad (4.53)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_r}{\varepsilon_{pk} - (\Delta \varepsilon_\lambda + \Delta \varepsilon_f + \Delta \varepsilon_s)} = 0.66 \rho_{1000} e^{9.17\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \text{ pentru clasa 2} \quad (4.54)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_r}{\varepsilon_{pk} - (\Delta \varepsilon_\lambda + \Delta \varepsilon_f + \Delta \varepsilon_s)} = 1.98 \rho_{1000} e^{8.07\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \text{ pentru clasa 3} \quad (4.55)$$

cu

$$\mu = \frac{\varepsilon_{pk} - (\Delta \varepsilon_\lambda + \Delta \varepsilon_f + \Delta \varepsilon_s)}{\varepsilon_{pk}} \quad (4.56)$$

Funcția „relax_1000” returnează valoarea deformației specifice datorită relaxării armăturii active.

```
#include <math.h>
```

```
//-----
```

```
float relax_1000(float eps_pk, float d_eps_lan, float d_eps_f, float d_eps_s, float d_eps_r, float tt, int clas, float d_eps_ri)
```

```
// functie care returneaza valoarea pierderi de tensiune prin relaxare exprimata în procente
```

```
{
```

```
//fi_1000 pierderea de tensiune prin relaxare exprimata în procente
```

```
//la 1000 ore dupa tensionare la o temperatur? medie de 20°C
```



```

//eps-pk-- deformatia specifica corespunzatoare tensiunii de control
//d_eps_lan-scaderea deformatiei specifice corespunzatoare reculului ancorajului
//d_eps_f-scaderea deformatiei specifice corespunzatoare frecarii (la armaturile rectilinii este nul);
//d_eps_s-scaderea deformatiei specifice corespunzatoare tensionarii succesive a armaturilor;
//d_eps_r-scaderea deformatiei specifice corespunzatoare tratamentului termic aplicat;
//tt -timpul la momentul analizei/calculului
//d_eps_ri- scderea deformatiei specifice corespunzatoare relaxarii armaturii intinse pâna la transfer.
//clas- clasa de beton
float miu_1=(eps_pk-(d_eps_lan+d_eps_f+d_eps_s));
if (clas=='1')
{
Float fi_1000=((d_eps_r*pow(10,5.0f))*exp(6.7) /(eps_pk- (d_eps_lan+d_eps_f+d_eps_s)) /5.39)/(pow
(tt/1000,(0.75-0.75*miu_1)));
};
if (clas=='2')
{
float fi_1000= ((d_eps_r*pow (10,5.0f))*exp(9.17) /(eps_pk- (d_eps_lan+d_eps_f+d_eps_s)) /0.66)/(pow
(tt/1000,(0.75-0.75*miu_1)));
}
if (clas=='3')
{
float fi_1000= ((d_eps_r*pow(10,5.0f) )*exp(8.07)/ (eps_pk-(d_eps_lan+d_eps_f+d_eps_s)) /1.98)/(pow
(tt/1000,(0.75-0.75*miu_1)));
}
}
Return (float fi_1000);
}
//-----

```

5 APLICAȚII NUMERICE

5.1 Aplicație de calcul

În capitolele 2-4 s-au prezentat o serie de algoritmi, proceduri și funcții care au fost asamblate într-o aplicație numerică de calcul de tipul aplicație cu interfețe multiple MDI. S-a implementat o interfață mamă (Figura 5.1) cu două ferestre copii (Figurile 5.2 și 5.3), precum și ferestre de dialog). Asamblarea s-a efectuat în mediul de programare oferit de platforma C++ Builder, un mediu integrat C++ și clase de obiecte dezvoltate în Delphi.

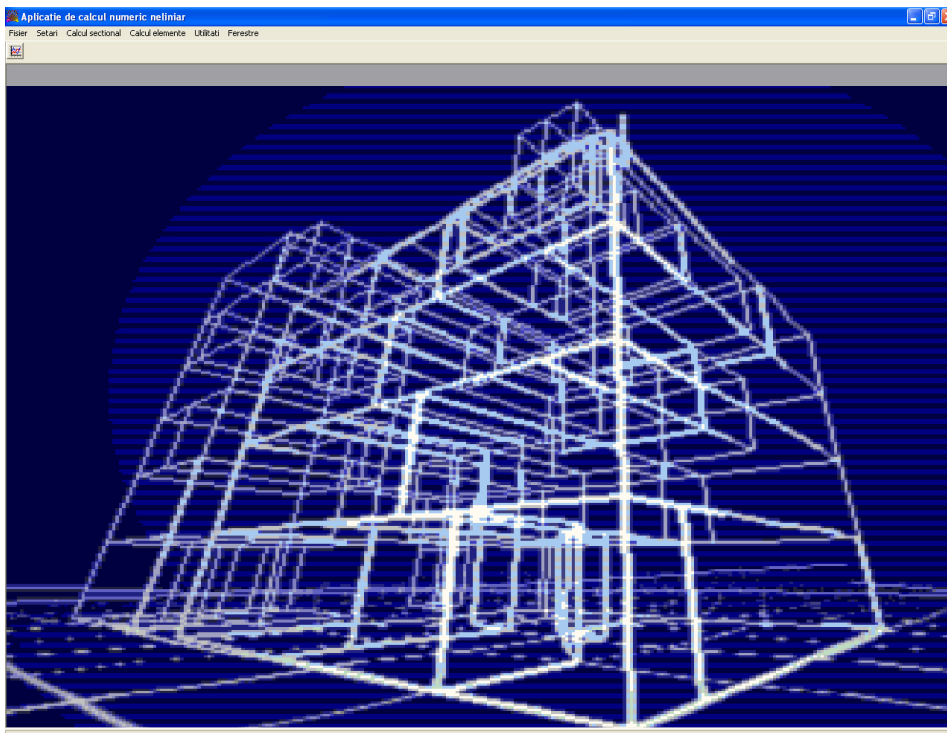


Figura 5.1 Fereastra mamă – fereastra cadru a aplicației

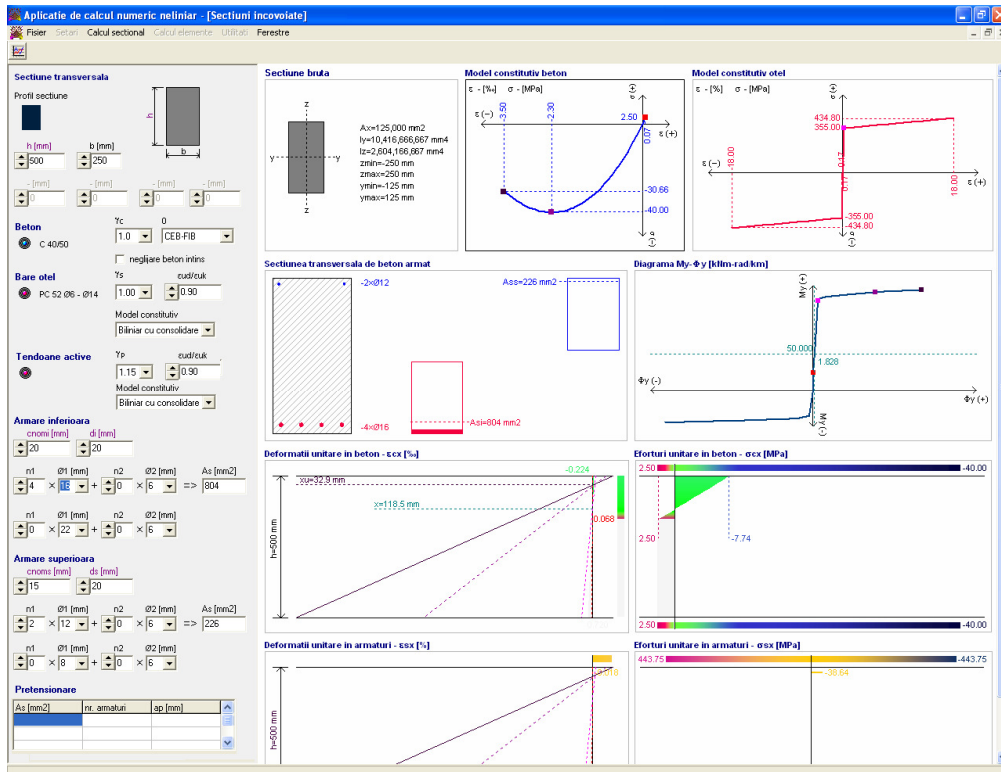


Figura 5.2 Fereastra copil – secțiuni încovoiate

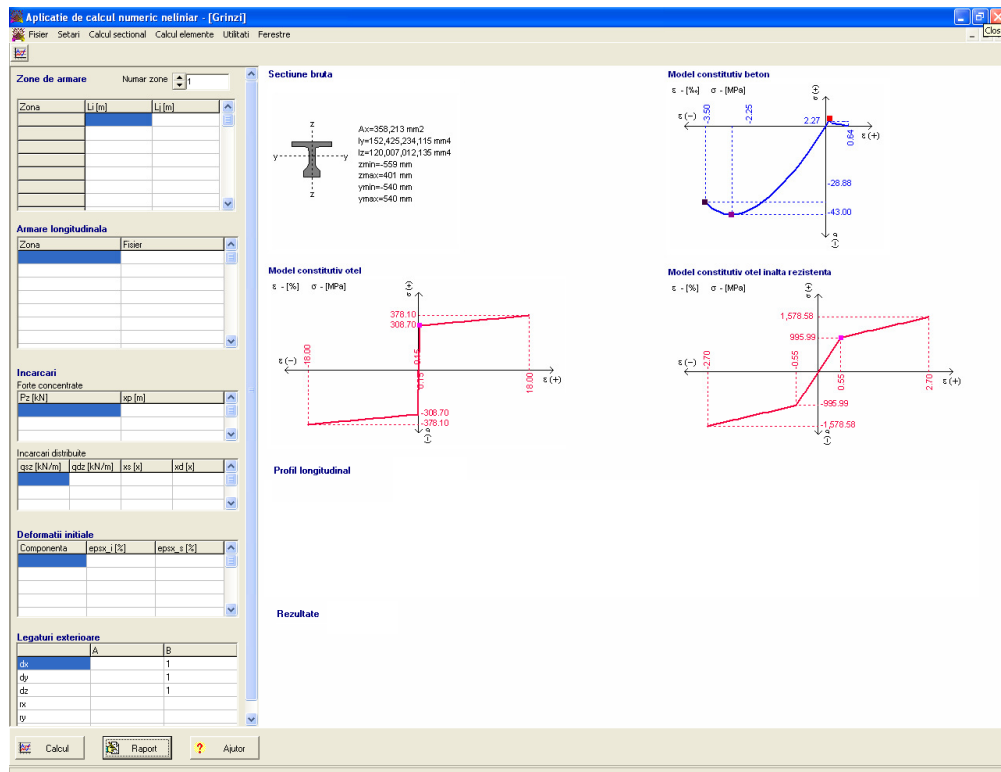


Figura 5.3 Fereastra copil – Grinzi

Pentru definirea secțiunilor grinzilor precomprimate în diferite zone de armare au fost construite interfețe - ferestre de dialog care permit definirea elementelor componente ale secțiunii transversale, definirea materialelor și asocierea componentelor cu materialele. Definirea secțiunilor se salvează în fișiere de tip text.

5.2 Comparații cu aplicații realizate în ABAQUS CAE

Pentru cele 3 modele de grinzi analizate în capitolul 3 (vezi Figurile 3.13 și 3.15), s-au realizat modele în element finit cu aplicația ABAQUS CAE. Betonul s-a modelat cu elemente finite solide tetraedrice C3D20T (Figura 5.4), iar barele cu elemente liniare de tip truss T3D2 (Figura 5.5).

S-au implementat aceleași modele constitutive ca și în aplicația elaborată în cadrul prezentei teze de doctorat (modelul CEB-FIB la beton și bilinear cu consolidare pentru oțel).

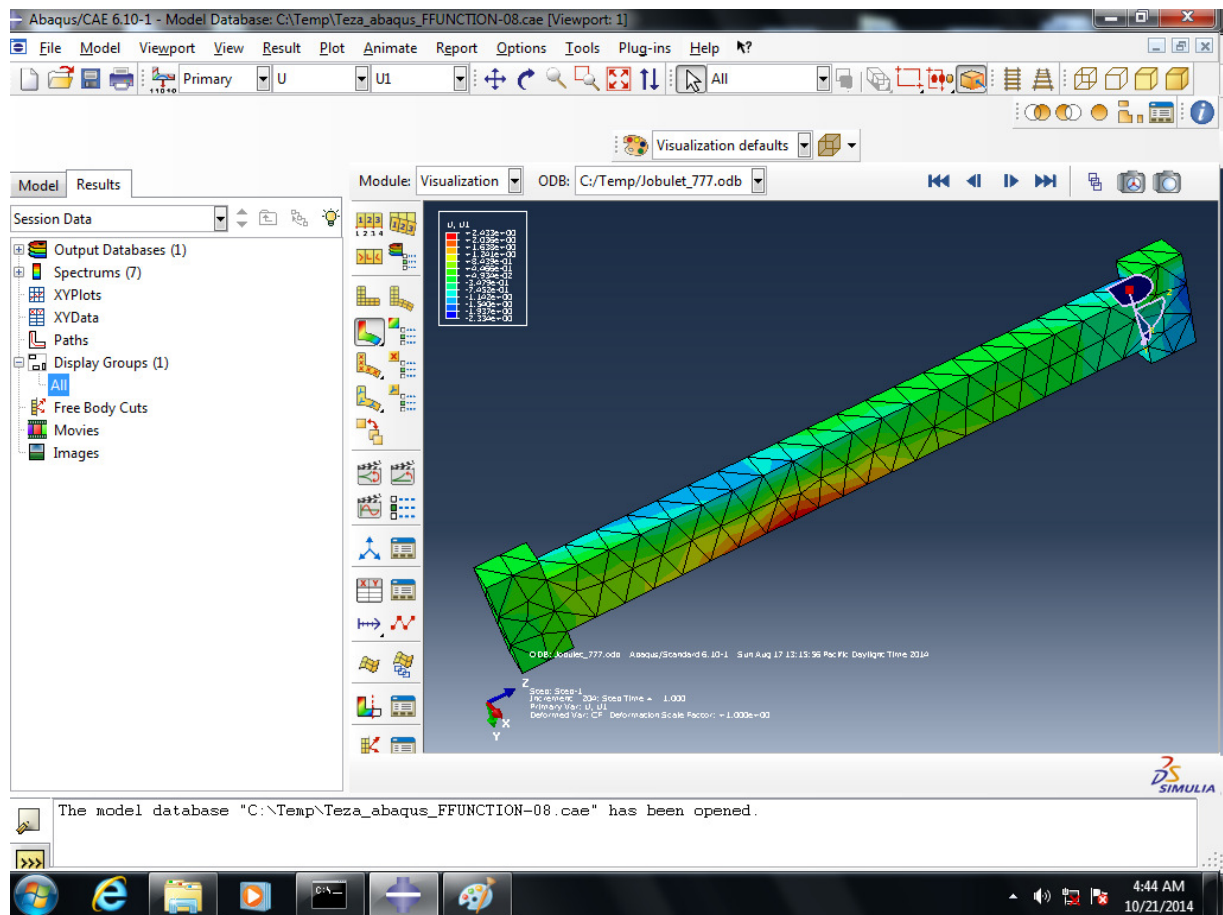


Figura 5.4 Modelarea betonului cu elemente solide

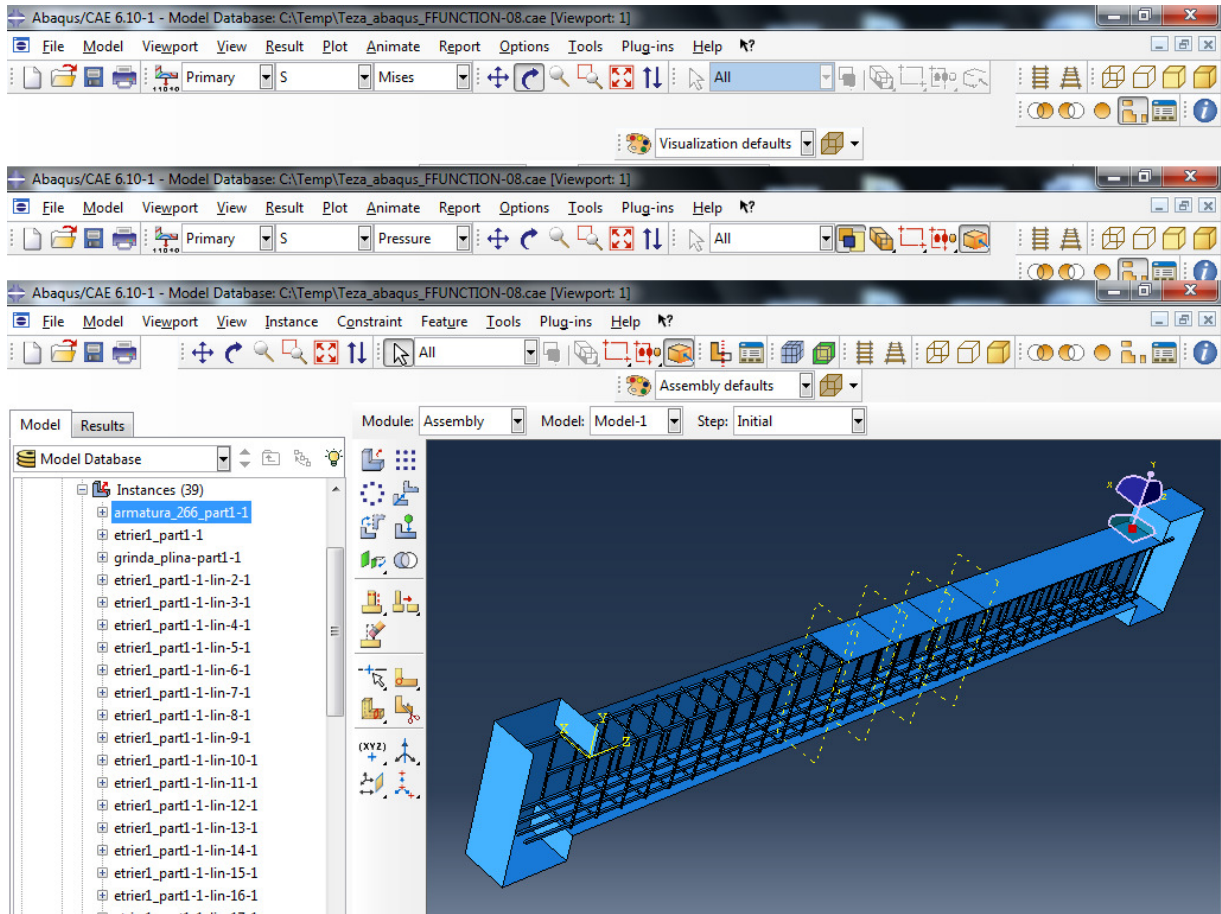


Figura 5.5 Modelarea armăturii cu elemente liniare

Pentru participarea betonului dintre fisuri, s-a implementat modelul bilinear, cu valorile implicite ale ABAQUS pentru $\varepsilon^* = 0.001$ și pentru factorul de retenție la forfecare $\mu = 1$ (vezi Figura 5.6)

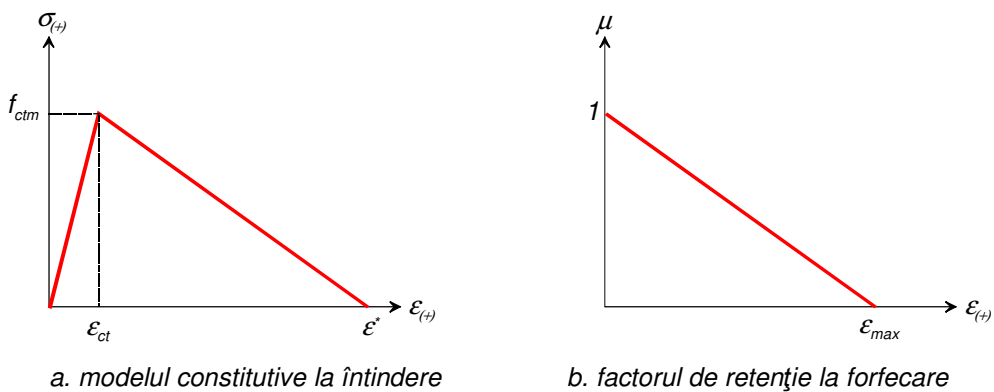


Figura 5.6 Modelarea participării betonului întins în ABAQUS

În plus față de aplicația elaborată în cadrul prezentei cercetări, s-a introdus și o un model constitutiv pentru aderența dintre beton și armături. S-a adoptat modelul biliniar al lui Turon și colectivul [65], prezentat în Figura 5.7a.

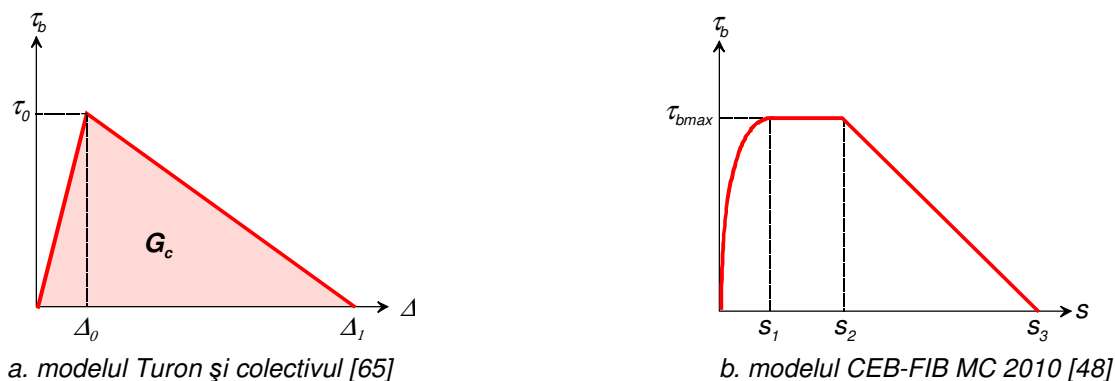


Figura 5.7 Modele constitutive efort tangențial – lunecare

Adaptând recomandările CEB-FIB Model Code 2010 [48] (vezi modelul din Figura 5.7b) pentru condiții bune de aderență la modelul considerat Turon și colectivul [65], rezultă:

$$\tau_0 = \tau_{bmax} = 2.5\sqrt{f_{cm}} \quad (5.1)$$

$$\Delta_0 = s_1 \quad (5.2)$$

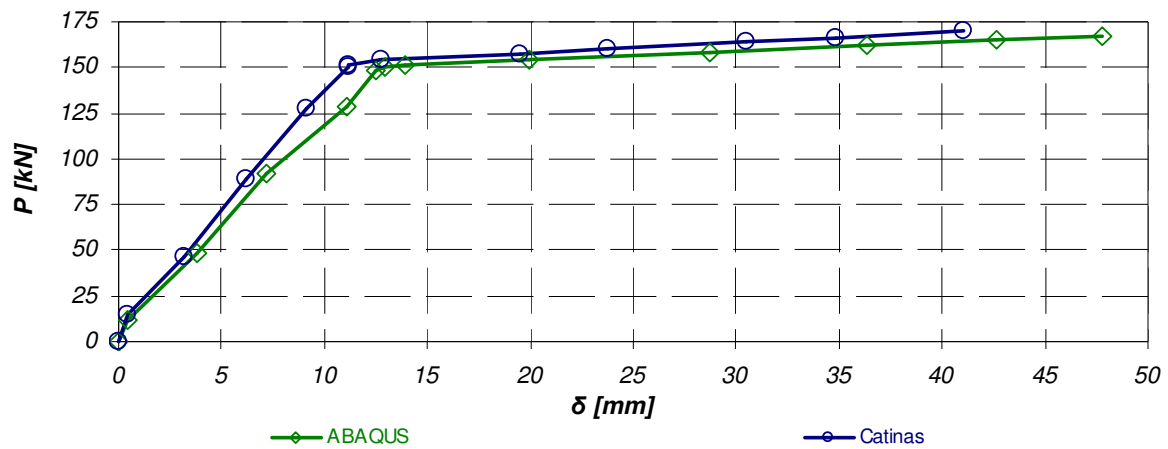
$$\Delta_1 = s_3 = \text{lumina dintre nervuri} \quad (5.3)$$

Tabelul 5.1 prezintă parametrii considerați pentru modelarea aderenței.

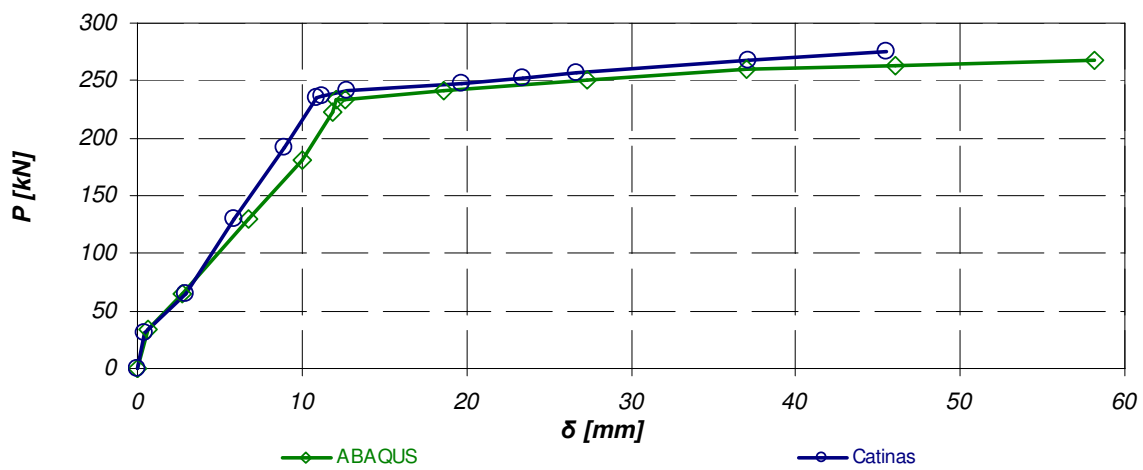
Tabelul 5.1 Parametrii de definire a modelelor constitutiv de aderență

Element cu beton clasa	τ_0 [MPa]	s_1 [mm]	s_3 [mm]			
			Ø14	Ø20	Ø25	Ø28
C 16/20	12.2	1.0	16.8	24.0	-	-
C 50/60	19.0	1.0	16.8	-	30.0	-
C 70/85	22.0	1.0	16.8	-	-	33.6

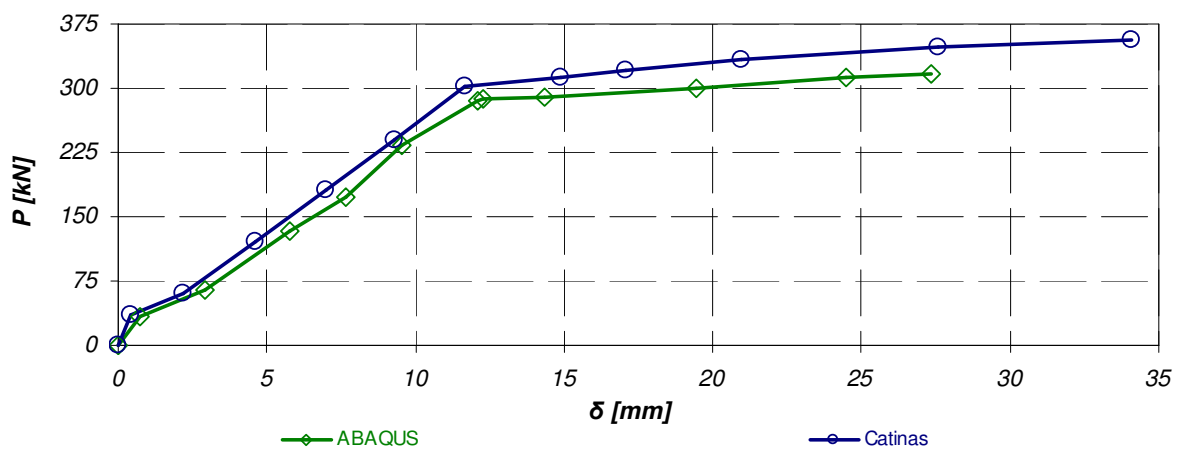
Rezultatele comparative obținute, în termenii diagramei încărcare-săgeată sunt prezentate în Figura 5.8.



a. pentru beton C 16/20



b. pentru beton C 50/60



c. pentru beton C 70/85

Figura 5.8 Diagrame comparative încărcare-săgeată

Așa cum se observă, rezultatele sunt apropiate. Modelele în ABAQUS CAE sunt ușor mai flexibile, probabil datorită considerării aderenței, iar în termenii capacității ultime există diferențe mai semnificative, probabil datorită greutății în surprinderea exactă a capacității ultime prin metode incrementale de tip Newton-Raphson.

5.3 Comparații cu încercări realizate pe grinzi din beton precomprimat

5.3.1 Programul experimental

În continuare se prezintă aspecte referitoare la programul experimental efectuat de INCERC Cluj-Napoca pe grinzi cu armături preîntinse, în cadrul unui program de certificare a conformității la elementele podurilor și viaductelor autostrăzii Transilvania. Grinzile prefabricate au avut o lungime de 21.00 m și au fost construite de Bechtel International Inc., după proiectul tehnic executat de Iptana SA București. Detalii mai multe cu privire la aceste încercări au fost publicate de Mircea și Filip [66]. Tabelul 5.2 prezintă informații cu privire la condițiile de încercare, iar Tabelul 5.3 informații cu privire la calitatea betonului.

Tabelul 5.2 Informații sintetice cu privire la condițiile încercărilor

Grinda	Data fabricării	Data încercării	Temperatura exterioară	Umiditatea relativă medie
T 48/34	11.10.2006	20.11.2006	8-16 °C	60 %
T 48/27	05.10.2006	22.11.2006	12-19 °C	60 %
T 48/07	12.09.2006	23.11.2006	11-16 °C	60 %
T 18/10	30.06.2007	18.09.2007	18-21 °C	58 %

Tabelul 5.3 Rezistențele betonului

Grinda	Rezistența medie pe cub la 28 de zile $f_{c,cube}$ [N/mm ²]	Design compressive strength [N/mm ²]		
		$f_{ck,cube}$	f_{ck}	f_{cm}
T 48/34	66.1	45.0	35.0	43.0
T 48/27	69.3			
T 48/07	65.7			
T 18/10	54.8			

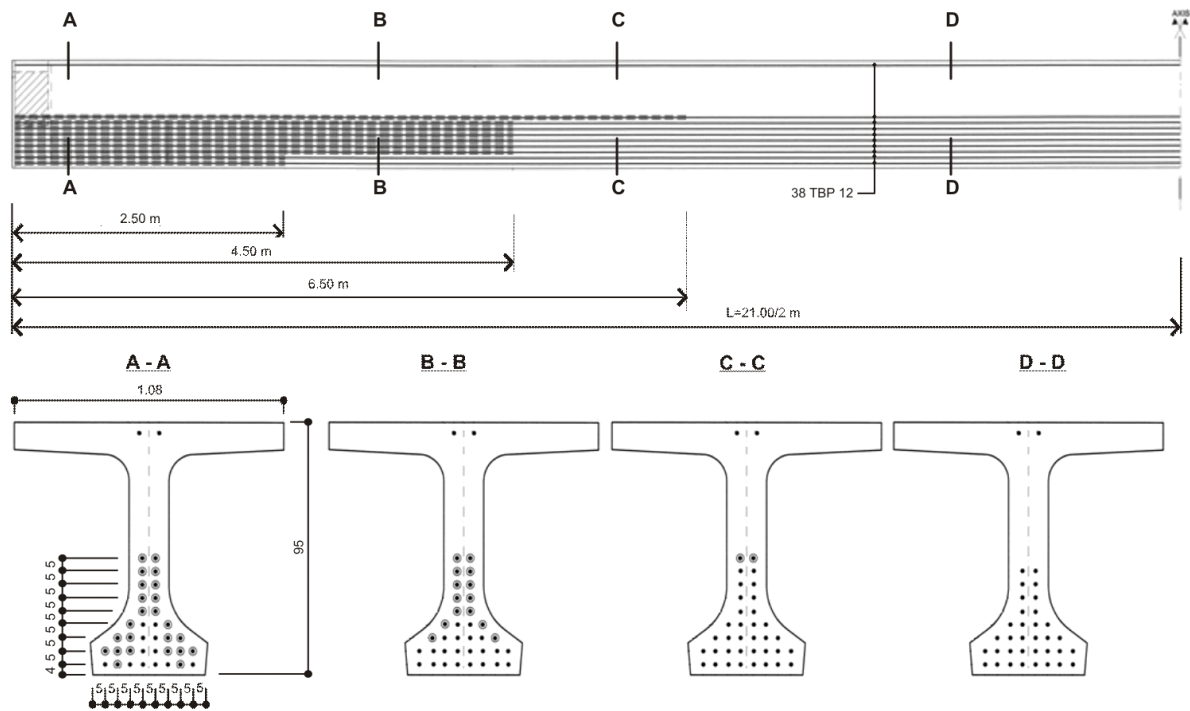


Figura 5.9 Zone de armare și trasee ale armăturilor active

Grinzile au fost pretensionate (efort unitar de control $\sigma_{pk}=1328 \text{ MPa}$) cu 38 de toroane TBP 12, din care 36 sunt în zona de jos a secțiunii transversale, iar două în zona superioară a secțiunii transversal, așa cum se vede în Figura 5.9. Armăturile pasive longitudinale sunt realizate din bare $\text{Ø}10 \text{ PC } 52$.

Grinzile au fost testate prin metoda nedistructivă până la nivelul de solicitare al Stărilor Limită de Serviciu. Schema de rezemare și încărcare este prezentată în Figura 5.10. Fotografiiile din Figurile 5.11 și 5.12 prezintă secvențe din timpul încercărilor.

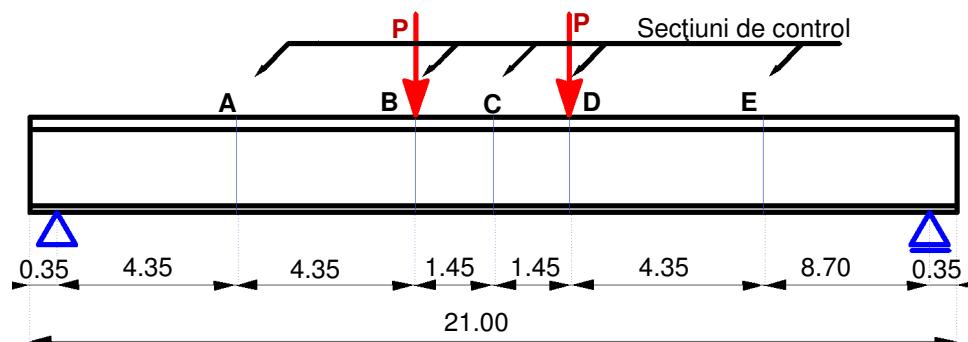


Figura 5.10 Schema de rezemare și încărcare



a. poziționare grindă pe standul de încercări



b. traductori de deplasare pentru măsurarea în secțiunile de control



c. încercare pe timp de noapte

Figura 5.11 Secvențe încercări pe grinzi precomprimate - 1



a. prezentare încercare la studenți



b. pauză pentru stabilizarea deplasărilor



c. etapa de încărcare grindă

Figura 5.12 Secvențe încercări pe grinzi precomprimate - 2

La încercări s-a aplicat același program de încercare, cuprinzând 3 cicluri de încărcare-descărcare. La ciclurile C_1 și C_2 forța a fost mărită în trepte la 40 kN, 70 kN, 100 kN, 130 kN și respectiv 152 kN (aceasta este forța ce corespunde momentului de decompresiune). Schema de descărcare a eforturilor a fost făcută în trepte de descărcare la jumătatea treptelor de încărcare. Cel de-al treilea ciclu de încărcare C_3 a avut treptele la încărcare de 40 kN, 70 kN, 100 kN, 130 kN, 152 kN, 160 kN și 164 kN. După ce s-a ajuns la valoarea teoretică de fisurare, s-a trecut la o incrementare cu pași mici a valorii forțelor până la fisurare. De fiecare dată citirile s-au efectuat după stabilizarea deplasărilor, dar nu mai puțin de 5 minute la treptele intermediare și 15 minute la treptele extreme.

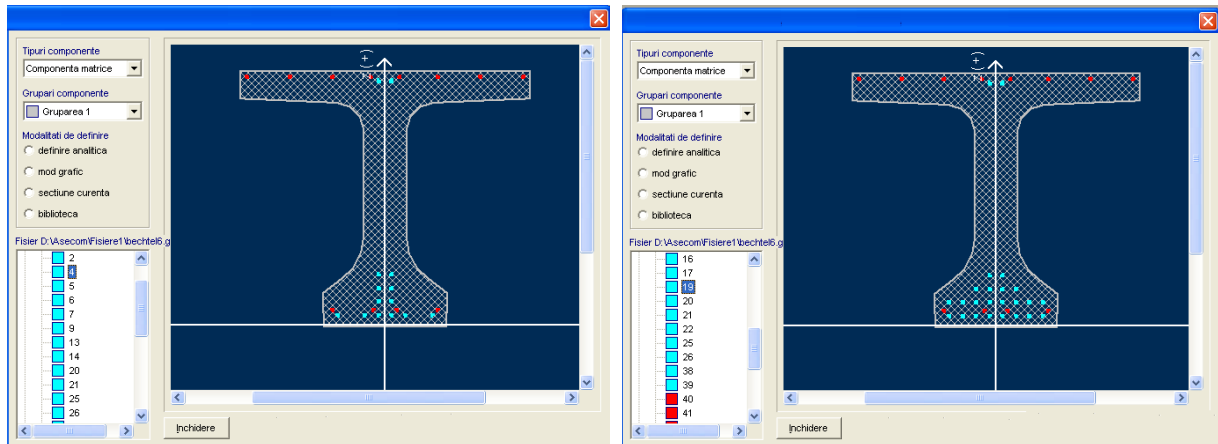
5.3.2 Modelarea numerică

Modelul numeric a fost modelat conform Figurii 5.9 în 7 zone de armare, cu 4 secțiuni tipice cu 51 de componente. Prima componentă este matricea de beton, urmată de 38 de componente active și 12 componente modelând armătura pasivă. Acestea sunt prezente în secțiunea centrală a grinzii, zona 4, după care au fost reduse corespunzător celorlalte zone. Secțiunile caracteristice pentru cele 7 zone de armare sunt prezentate în Figura 5.13.

Considerând rezistențele cubice medii din Tabelul 5.3, a rezultat rezistența medie cilindrică $f_{cm} = 60.9 \text{ MPa}$ și $f_{ctm} = 4.15 \text{ MPa}$. Încercările au fost efectuate la vârste ale betonului între 40 și 80 de zile, astfel încât s-au luat ca referință rezistențele medii standard de la 28 de zile. Pentru faza de transfer s-au considerat 80 % din aceste valori. Participarea betonului între fisuri s-a efectuat cu o distanță medie între fisuri egală cu 487 mm.

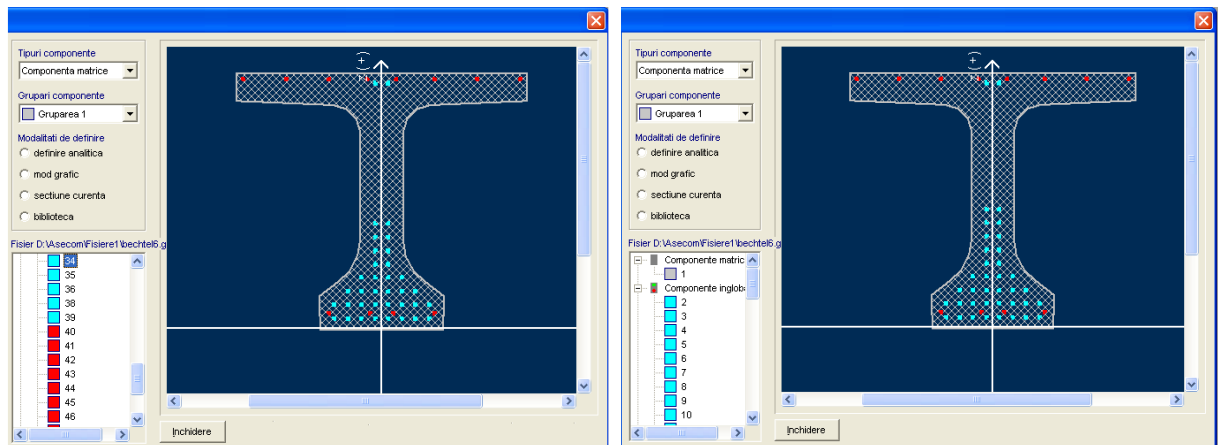
Tabelul 5.4 prezintă bilanțul deformațiilor inițiale în armătura activă până la pretensionare. Efectul curgerii lente a rezultat din o analiză preliminară ca rezultând în fibra inferioară egal cu o deformație inițială de -0.069 ‰, iar la fibra superioară cu o deformație inițială de -0.016 ‰. Efectul relaxării de la transfer până la momentul efectuării încercării s-a neglijat.

Figura 5.14 prezintă interfața principală de calcul a aplicației cu diagramele caracteristice.



a. zonele 1 și 7

b. zonele 2 și 6



c. zonele 3 și 5

d. zona 4

Figura 5.13 Secvențe încercări pe grinzi precomprimate - 2

Tabelul 5.4 Eforturi și deformații inițiale până la transfer în armăturile active

Eforturi și pierderi de tensiune	Efortul în armătura activă [MPa]	Deformația inițială [%]
efort de control	1,328.00	0.738
pierderi din lunecare în ancorajul activ	-32.727	0.018
pierderi din relaxare	-111.937	-0.062
pierderi din tratament termic	-20.000	-0.011
efort la transfer	1,163.336	0.683

Figura 5.15 prezintă diagramele moment-curbură pentru cele 4 secțiuni caracteristice. Pe domeniul negativ s-a utilizat modelul constitutiv al betonului de la transfer.

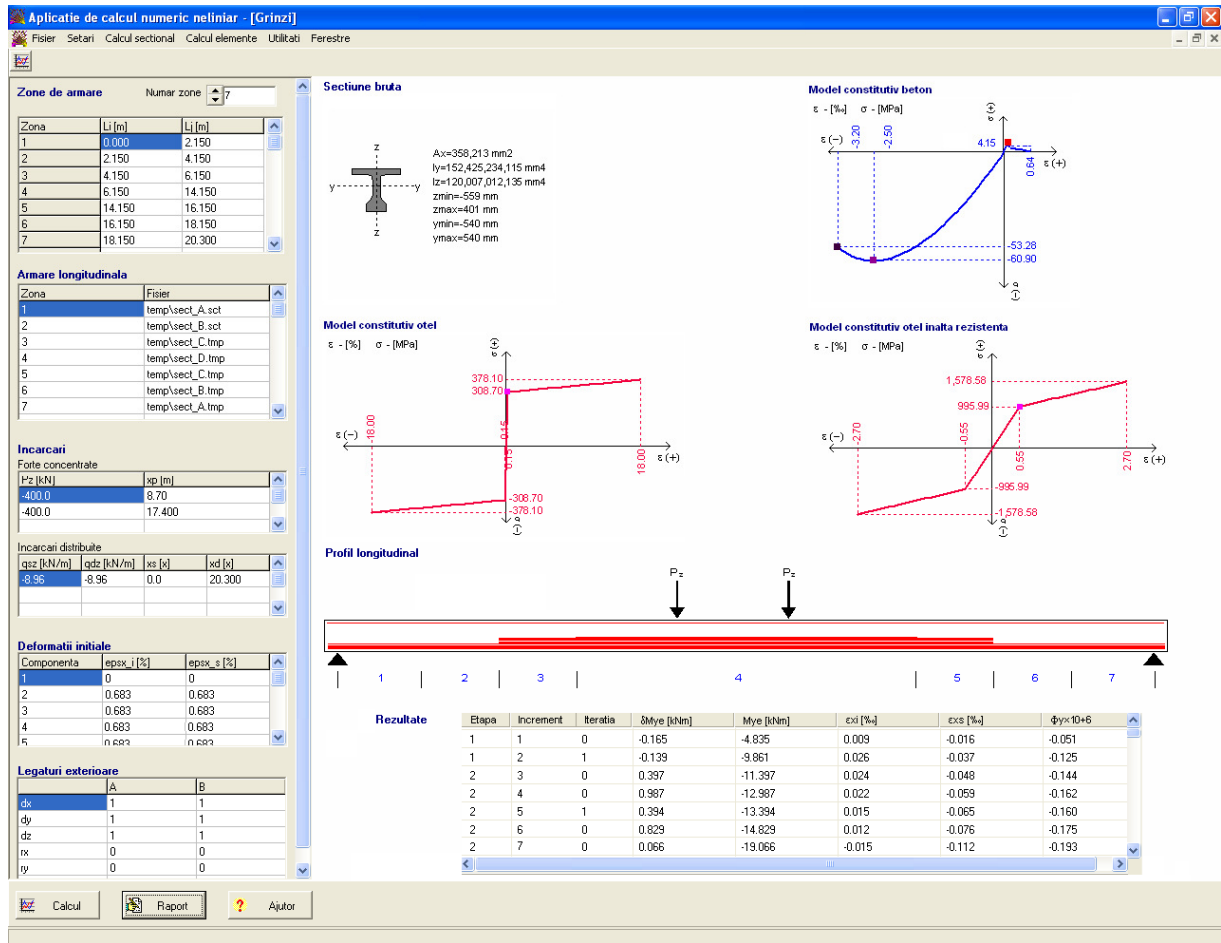


Figura 5.14 Interfața de calcul pentru grinzi

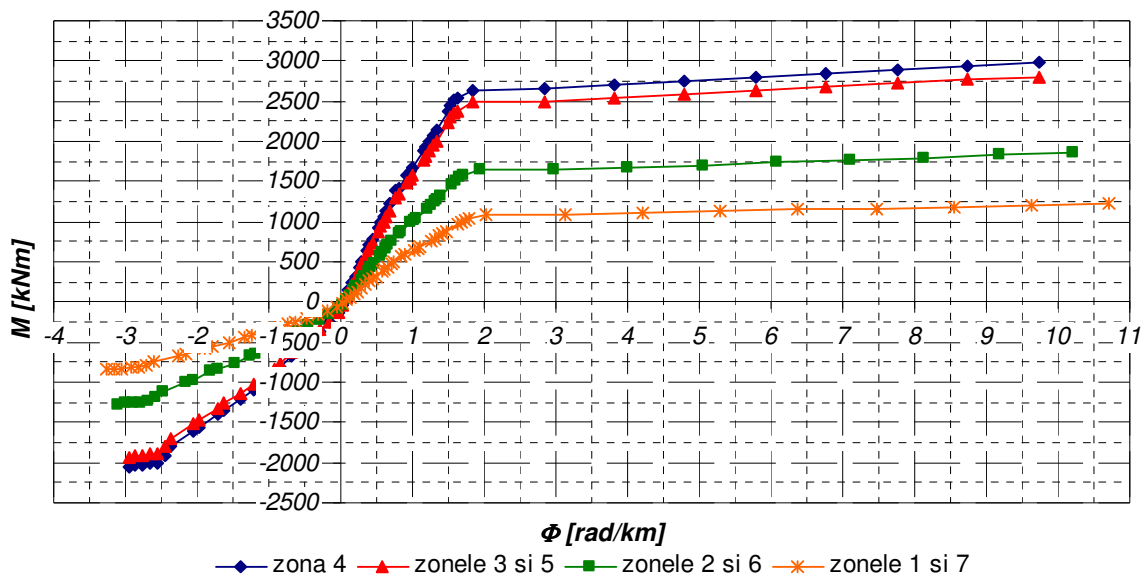


Figura 5.15 Diagramele moment-curbură în cele 4 zone ale elementului

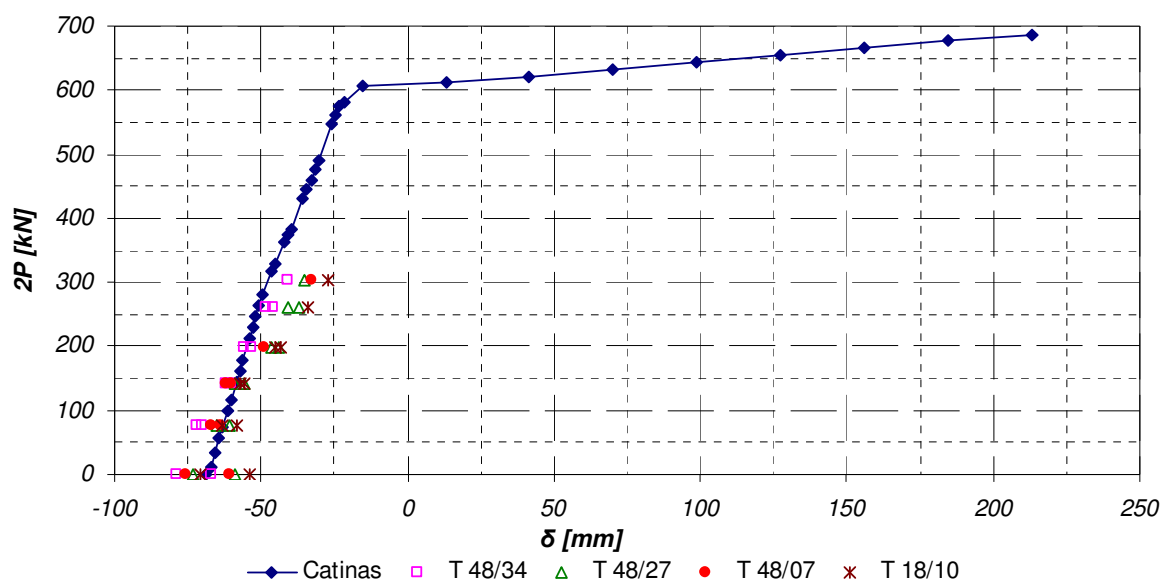


Figura 5.16 Diagrama forță-săgeată (deplasarea din C)

Figura 5.16 prezintă rezultatele analizei, comparativ cu înregistrări experimentale. Modelul numeric pare a fi mai rigid, dar având în vedere neconsiderarea modelului constitutiv de aderență, este normal să fie așa. Tabelul 5.5 prezintă sarcinile de fisurare, diferența maximă față de predicție fiind de -13.6 %.

Tabelul 5.5 Sarcini de fisurare

Grinda	Sarcina de fisurare - $2P$ [kN]		Diferențe [%]
	test	analiza numerică	
T 48/34	394.943	344.831	-12.7
T 48/27	399.080		-13.6
T 48/07	393.563		-12.4
T 18/10	337.931		+2.0%

6 CONCLUZII

6.1 Sumarul tezei

După un prim **capitol introductiv**, lucrarea continuă cu **capitolul 2**, dedicat calcului numeric liniar-elastic și a implementării conceptului de deformații inițiale. Spre deosebire de abordarea tradițională, bazată pe implementarea eforturilor termice, în capitol se schițează o abordare mai complexă, cu un set de perechi de deformații inițiale corespunzătoare fiecărei componente a unei secțiuni transversale. După prezentarea bazei teoretice a calculului prin metoda matricială (metoda directă) a structurilor din bare, capitolul se finalizează cu o serie de algoritmi, proceduri și funcții elaborate în cadrul cercetării pentru rezolvarea problemei liniar elastice.

Capitolul 3 prezintă o reflecție critică cu privire la fundamentele analizelor neliniare. Se prezintă comparativ, prin studii de caz, influența modelului constitutiv pentru beton. atât sub aspectul expresiei matematice etalonate, cât și a unei serii de fenomene: macrofisurarea betonului și participarea la preluarea încărcărilor a betonului dintre fisuri, curgerea lentă a betonului, confinarea betonului, oboseala, etc.

Capitolul 4 prezintă abordările originale elaborate în cadrul cercetării cu privire la calculul neliniar al structurilor de beton armat și precomprimat. Acesta rezolvă problema variației rigidității prin raportarea la diagrame moment-curbură preasamblate. De asemenea, sunt rezolvate original, inclusiv prin implementarea conceptului de deformații inițiale, participarea betonului întins între fisuri în baza energiei de fracturare asociată distanței medii între fisuri, precum și fenomenele

reologice specifice betonului armat și precomprimat. Toate acestea au fost modelate prin algoritmi, funcții și proceduri originale.

Capitolul 5 este dedicat validării modelelor propuse. În acest sens, studiile teoretice de caz, prezentate pe larg în capitolul 3, sunt comparate cu analize neliniare efectuate cu aplicația ABAQUS CAE. Capitolul se finalizează cu comparații ale unor analize teoretice, realizate prin abordarea iterării directe, cu rezultate experimentale ale unor încercări experimentale efectuate pe grinzi de beton precomprimat, în cadrul unui vast program experimental necesar certificării de conformitate a elementelor prefabricate utilizate la podurile și viaductele autostrăzii Transilvania.

Tot demersul științific a fost demonstrat prin modele numerice elaborate pe platforma de programare C++ Builder, care asigură un cadru stabil și fiabil prin integrarea limbajelor și claselor specifice limbajelor de programare C++ și Delphi.

6.2 Câștigurile doctorandului din demersul științific parcurs

Autorul prezentei teze de doctorat consideră ca fiind fundamentale pentru evoluția sa viitoare din punct de vedere științific și profesional a următoarelor aspecte:

1. Aprofundarea conceptului de deformații inițiale și a calculului neliniar specific structurilor de beton armat și precomprimat. Complexitatea fenomenelor din punct de vedere fizic este dovedită și de multitudinea preocupărilor în domeniu. Pe acest fond, o formare profesională consistentă este de natură a asigura o bază solidă pentru o viitoare evoluție profesională.

2. Aprofundarea aparatului matematic specific. Aprofundarea unui bagaj matematic complex din domeniul aplicat asigură bazele educaționale necesare abordării unei arii vaste de cercetare în domeniul ingineriei civile. Autorul s-a familiarizat cu descrierea matematică a unei game largi de fenomene fizice specifice comportării structurilor de beton armat și/sau precomprimat, precum și a metodelor de implementare numerică a acestora.

3. Familiarizarea cu mediile de programare numerică. În zilele noastre, procedurile numerice sunt acele instrumente care pot implementa efectiv gândirea fizică și matematică în soluții cu rezultate cuantificabile și viabile. Autorul consideră că a parcurs acei pași decisivi, care să îl facă mult mai disponibil pe viitor pentru utilizarea tehnologiei informației în practica sa profesională.

4. Familiarizarea cu rigorile demersului științific. Pe parcursul elaborării tezei de doctorat, autorul a parcurs etapele necesare maturizării sub aspect al carierei de cercetător, înțelegând și acceptând rigorile unui demers științific autentic.

5. Noi direcții de dezvoltare și cercetare. Rezolvarea problematicii complexe din cadrul prezentei teze de doctorat este importantă în vederea lărgirii spectrului de cercetare cu direcții noi, specifice dezvoltării durabile de cercetare în problemele de calcul static neliniar. Aceste direcții noi de dezvoltare sunt potențiale surse de inspirație pentru viitori ingineri din domeniul ingineriei civile și de asemenea pot reprezenta importante avansuri tehnologice.

6.3 Contribuții originale și concluzii finale ale tezei de doctorat

În prezenta teză se aduc următoarele contribuții originale:

1. Lărgirea bazei teoretice și conceptuale din implementarea deformațiilor inițiale în analize structurale neliniare complexe: spre deosebire de abordările tradiționale asociate deformațiilor termice se implementează deformații inițiale bazate pe ipoteza secțiunilor plane (ipoteza lui Bernoulli), care permit descrierea unei game mult mai vaste de fenomene.

2. Elaborarea unor algoritmi analitici și numerici privind implementarea conceptului de deformații inițiale în calculul liniar și neliniar specific structurilor de beton armat și precomprimat, precum și cu o largă deschidere pentru abordări generalizate, atât științific pragmatice, cât și filozofice.

3. Elaborarea unor algoritmi numerici, implementați pe platforma C++

Builder, care descriu fenomene specifice betonului armat și precomprimat: participarea betonului întins dintre fisuri la preluarea încărcărilor și fenomenele reologice.

4. Analize critice originale ale segmentelor componente ale calculelor complexe neliniare a structurilor de beton armat și precomprimat.

5. Organizarea unui demers științific având ca teme deontologia specifică cercetării și rigorile impuse de nivelul de cunoaștere avansat al comunității științifice actuale.

6. Studii de caz și analize neliniare novatoare necesare validării demersului științific.

6.4 Direcții viitoare de cercetare

Pe termen scurt:

- integrarea numerică mai profundă a produselor numerice elaborate în cadrul prezentei teze de doctorat;
- lărgirea modelelor prin introducerea unor modele comportamentale de aderență între beton și armătură, oboseală, confinare, degradarea la temperaturi înalte, reologia neliniară etc.;

Pe termen mediu și lung:

- elaborare unor algoritmi de selectare inteligentă a modelelor constitutive, raportate complexității situației de analizat, cu optimizarea duratei de analiză și a abaterilor numerice;
- lărgirea spectrului de modelare și comportare la solicitări biaxiale și triaxiale;
- creșterea gradului de fiabilitate a algoritmilor implementați numeric;
- implementarea rezultatelor cercetărilor în aplicații comerciale disponibile tuturor specialiștilor și cercetătorilor din domeniu.

Bibliografie

- [01] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., La méthode des éléments finis, AFNOR - Paris, 1991, pp 50-78.
- [02] A. Borosnyoi and G. L. Balazs, Models for flexural cracking in concrete:the state of the art, *Structural Concrete* 2005 6 No 2, pp 53-63.
- [03] Toşa, F. and Catinas, S.,“Aging factor applying with numerical methods for RC structures”, in Proc. First International Conference for PhD students in Civil Engineering, vol.1, Cluj-Napoca, Romania, November 2012, pp 120-134.
- [04] Mircea C, Petrovay G, Nicoară H. Calculul neliniar al elementelor de beton armat și precomprimat. Napoca Star, 2004, ISBN 973-9571-27-7, pp 13-45.
- [05] Mircea C. Thin Reinforced Concrete Shells. Finite Element Approach. UT PRES, 2000, pp134.
- [06] Mocanu Florentina, Rezistența materialelor, partea 1, dep. mec. Tuiasi, editura Politehnum, Mai 2002 pp 84-112
- [07] N. Faur (2002), Elemente finite-fundamente Timișoara, Mai, 2002, Editura Politehnica Timișoara, pp111-124.
- [08] N. Faur (2002), Elemente finite-fundamente Timișoara, Mai, 2002, Editura Politehnica Timișoara, pp189-195.
- [09] Nam-Il Kim, Moon-Young Kim, Exact dynamic/static stiffness matrices of non-symmetric thin-walled beams considering coupled shear deformation Elsevier-Thin-Walled Structures vol 43, March 2005, pp 701–734.
- [10] X. Hernot, M. Sartor, and J. Guillot, Calculation of the Stiffness Matrix of Angular Contact Ball Bearings by Using the Analytical Approach, *Journal of Mechanical Design* 122(1)- J MECH DESIGN 01/2000; pp 83-90.
- [11] Marcelo Novaes De Rezende, Joao Batista de Paiva, A parallel algorithm for stiffness matrix assembling in a shared memory environment Elsevier, *Computers & Structures* ISSN 0045-7949, April 2000, pp123-145.
- [12] S. Brenner, R. L. Scott, The Mathematical Theory of Finite Element Methods, 2nd edition, Springer, 2005, ISBN 0-387-95451-1, pp 69-87.
- [13] McGuire, W., Gallagher, R. H., and Ziemian, R. D. Matrix Structural Analysis, 2nd Ed. New York: John Wiley & Sons, 2000, pp 45-76.
- [14] Spacone, E.; Filippou, F. C.; and Taucer, F. F., 1996, “Fiber Beam-Column Model for Nonlinear Analysis of R/C Frames, Part I Formulation,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, V. 25, pp. 711-725
- [15] Sorohan, Șt., Constantinescu, I. N., Practica modelării și analizei cu elemente finite, București, Editura Politehnica Press, 2003. pp 12-38.
- [16] Abaqus/CAE User's Guide v 13, pp 145-168.
- [17] T. Saitoh, G. P. Miao, and H. Ishida, “Theoretical analysis on appearance condition of fluid resonance in a narrow gap between two modules of very large floating structure,” in Proceedings of the 3rd Asia-Pacific Workshop on Marine Hydrodynamics, Shanghai, China, pp. 170–175.
- [18] B. W. R. Forde and S. F. Stiemer, “Improved arc length orthogonality methods for nonlinear finite element analysis,” *Computers & Structures*, vol. 27, 1987, no. 5, pp. 625–630.
- [19] J. S. Hesthaven and R. M. Kirby. Filtering in Legendre spectral methods, in *Mathematics of Computation*, vol. 77, num. 263, 2008, pp.1425-1452.
- [20] J. W. Hutchinson, “Plastic buckling,” *Advances in Applied Mechanics*, vol. 14, 1974, pp. 67–144.

- [21] Rubinstein, Moshe F. *Matrix Computer Analysis of Structures*. New Jersey: Prentice-Hall, 1966, pp13-45.
- [22] P. Solin, T. Vejchodsky, Higher-Order Finite Elements Based on Generalized Eigenfunctions of the Laplacian, *Int. J. Numer. Methods Engrg* 73, 2007, pp 1374 - 1394.
- [23] Hinton, Ernest; Irons, Bruce, Least squares smoothing of experimental data using finite elements, *Strain* no.4, July 1968, pp 24–27.
- [24] G. Baker, Finite element methods for elliptic equations using nonconforming elements, *Math. Comp.* vol. 31 , 1977, no. 137, 45–59.
- [25] Grcar, Joseph F. , Mathematicians of Gaussian elimination, *Notices of the American Mathematical Society* vol. **58**(6), 2011, pp: 782–792.
- [26] Althoen, Steven C.; McLaughlin, Renate, Gauss–Jordan reduction: a brief history , *The American Mathematical Monthly* (Mathematical Association of America), vol. 94 (2), 1987, ISSN 0002-9890, pp 130–142.
- [27] Lewin, C. G. "An Early Book on Compound Interest - Richard Witt's Arithmetical Questions". *Journal of the Institute of Actuaries*, vol 1, 1996, pp 121–132.
- [28] Hurwitz, A., Ueber die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Teilen besitzt, *Mathematische Annalen* Nr. 46, Leipzig, 1895, pp 273–284.
- [29] Chiorean, C.G., *A Computer Method for Nonlinear Inelastic Analysis of 3D Semi-Rigid Steel Frameworks*, *Engineering Structures*, 31(12), Elsevier Science Publisher, Oxford, UK, 2009, pp. 3016-3033.
- [30] D. Dupont and L. Vandewalle (2002), .Bending Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete (SFRC) Beams., *Proceedings of the International Seminar Composite Materials in Concrete Construction* held at the Dundee University, Dundee, Scotland, September 5.6, 2002, pp 81.90.
- [31] Z. P. Bazant (1971),.Numerical solutions of non-linear creep with application to plates. *International Journal of Solids and Structure* 7, pp 83-979
- [32] Felippa, Carlos A. (2001), A historical outline of matrix structural analysis: a play in three acts, *Computers & Structures* vol. **79** (14), ISSN 0045-7949, pp 1313–1324
- [33] P. Deuffhard, *Newton Methods for Nonlinear Problems Affine Invariance and Adaptive Algorithms*. Springer Series in Computational Mathematics, vol. 35. Springer, Berlin, 2004. ISBN 3-540-21099-7, pp 75-146
- [34] Cătănaș S., Mircea C.,(2012) *First International Conference for PhD students in Civil Engineering, CE-PhD 2012*, 4-7 November 2012, Cluj-Napoca, Romania- Initial Strain Concept vs. Constitutive Models Manipulation in Structural Analysis of RC Structures, ISBN 978-973-757-710-8.
- [35] E. Hognestad, *A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members.*, *Bulletin* no. 399, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, vol. 49, no. 22, November, 1951.
- [36] Newton I., *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*(written in 1669, published in 1711 by William Jones
- [37] Chiorean, C.G., *A Computer Method for Nonlinear Inelastic Analysis of 3D Semi-Rigid Steel Frameworks*, *Engineering Structures*, 31(12), Elsevier Science Publisher, Oxford, UK, 2009, pp. 3016-33
- [38] Hooke Folio Online". Webapps.qmul.ac.uk. Retrieved 10 September 2012.
- [39] Cohen Freue, Gabriella V. (2007), The Pitman estimator of the Cauchy location parameter, *Journal of Statistical Planning and Inference*, pp 137.
- [40] M. Iwanami, D. Yokota, F. Sato (2002), .Quantitive Evaluation of Influence of Rebar Corrosion on Structural Performance of Deteriorated Beams., *Concrete for Extreme Conditions*, *Proceedings of the International Conference* held at the University of Dundee, September 9-11, 2002, pp 427-436.

- [41] Courant, R. , "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations", Bulletin of the American Mathematical Society 49, 1943,pp 1–28
- [42] Reddy, J.N., An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). McGraw-Hill., 2005, ISBN 9780071267618. pp
- [43] Gere, J. M., & Timošenco, S. P., Mechanics of Materials, Second Edition, Books/Cole Engineering Division Monterey, California, 1992, pp 345-368.
- [44] EN 1992-1-1. Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for buildings.pp 30-210.
- [45] EN 1993-1-1 (2005) (English): Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, pp 24-245.
- [46] Felippa, Carlos A., A historical outline of matrix structural analysis: a play in three acts, Computers & Structures no.79 (14), 2001, pp 1313–1324.
- [47] Mircea C., Înelitori subțiri din beton armat-abordarea în element finit, Editura U.T.PRES, Cluj-Napoca, 2000, pp 120-125.
- [48] CEB FIB Model Code for Concrete Structures 2010 , .
 ,www.fibinternational.org/publications, pp 201-292.
- [49] P. Desayi, S. Krisman (1964), .Equation foe Stress-Strain Curve of Concrete., Journal of ACI no. 3, 1964.pp 23-56.
- [50] Hu HT, Lin FM, Jan YY. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plastics. Composite Structures, Vol. 63, Issues 3-4, February–March 2004, pp. 271-281.
- [51] Bažant ZP, Pfeiffer PA, Determination of fracture energy from size effect and brittleness number, ACI Materials Journal, Vol. 84, No. 6, November-December 1987, pp. 463-480.
- [52] Hillerborg A, The theoretical basis of method to determine the fracture energy G_F of Concrete, Materials and Structures (1985),pp 23-78.
- [53] Bažant ZP, Becq-Giraudon E. Statistical prediction of fracture parameters of concrete and implications for choice of testing standard. Cement and Concrete Research, Vol. 32, Issue 4, April 2002, pp.529-556.
- [54] M.Y.H. Bangash - Earthquake Resistant Buildings Dynamic Analyses, Numerical Computations, Codified Methods, Case Studies and Examples - Published by: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011,pp 143-156.
- [55] Roelfstra RE, Wittmann FH, Numerical Method to Link Strain Softening with Fracture in Concrete, Fracture Toughness and Fracture Energy in Concrete, Elsevier Science (1986), pp 12-132.
- [56] Beer, F and Johnson, R: Mechanics of Materials, second edition, McGraw-Hill,1992, pp. 30-39.
- [57] Pan Wen, Jin Yao, Studies On Design Method For Friction Energy Dissipation Braced-Rc Frame Based On Elastic Stiffness, The 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008, Beijing, China, pp 72-96
- [58] D. J. Kim and B. M. Kim, "Prediction of deformed configuration and ductile fracture for simple upsetting using an artificial neural network," The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 19, no. 5 2002, pp. 336–342.
- [59] N. Bonora, D. Gentile, A. Pirondi, and G. Newaz, "Ductile damage evolution under triaxial state of stress: theory and experiments," International Journal of Plasticity, vol. 21, no. 5, 2005, pp. 981–1007.
- [60] H. Liu, Y. Yang, Z. Yu, Z. Sun, and Y. Wang, "The application of a ductile fracture criterion to the prediction of the forming limit of sheet metals," Journal of Materials Processing Technology, vol. 209, no. 14, 2009 pp. 5443–5447.
- [61] Pfrang E.O., Siess C.P. and Sozen M.A. Juillet "Load-Moment-Curvature Characteristics of Reinforced Cconcrete Cross Sections". Journal of the American Concrete Institute, July 1964, Vol. 61, pp. 763-777

- [62] Hyo-Gyoung Kwak and Sun-Pil Kim "Nonlinear analysis of RC beams based on moment-curvature relation". Computers and Structures 80, 2002, pp. 615-628.
- [63] R. J. Melosh, "Basis for derivation of matrices for the direct stiffness method", AIAA Journal, Philco Corporation, Palo Alto, Calif, Vol.no.1, no.7, 1963, pp. 1631-1637.
- [64] C. Mircea, Z. Kiss and G. Petrovay (2003), .The Impact of High Strength Reinforcement Upon the Ductility and Failure of Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Flexural Members, Proceedings of the International Conference Constructions 2003, Cluj-Napoca, Romania, May 16-17, 2003, vol. I, 129.142.
- [65] Turon A., Camanho P.P., Costa J., Davila C.G., "A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-model loading", Mechanics of Materials, Vol. 38, 206, pp. 1072-1089.
- [66] Tests on Bridge PC Girders, C. Mircea, M. Filip, Proceedings of the IASS-SLTE International Symposium –Shell and Spatial Structures: New Materials and Technologies, New Designs and Innovations – A Sustainable Approach to Architectural and Structural Design, Acapulco, Mexic, 27 - 31 October 2008, pp. 179-180 în format rezumat volum Extended Abstracts, 8 p. in CD-ROM electronic format.

Bibliografie suplimentară folosită la articolele publicat

- [1] Bungale S. Taranath, Reinforced Concrete Design of Tall Buildings, CRC Press (2010)
- [2] M.J.N. Priestley, G.M. Calvi, M.J. Kowalsky - Displacement-Based. Seismic Design of Structures, IUSS Press (2007)
- [3] Dubina, D., Ciutina, A.and Ungureanu, V., "Dezvoltare Durabila in Mediul Construit", Buletinul AGIR nr 2-3, April.-Sept. 2010, pp. 11-22.
- [4] Beateley, T. and Wheeler, S. M. The sustainable urban development reader, London, McGraw Hill, 1998pp. 40-54.
- [5] International Associations of Certified Home Inspectors, InterNACHI's Standard Estimated Life Expectancy Chart for Homes,Internet: <http://www.nachi.org/life-expectancy.htm>, 2006
- [6] Saari, S., "Productivity. Theory and Measurement in Business", European Productivity Conference, Espoo, Finland, 2006, pp. 44-69.
- [7] Craig, C.; Harris, R., "Total Productivity Measurement at the Firm Level", Sloan Management Review, Feb-March 1973, pp13–28.
- [8] Hollmann, John, K., "Total Cost Management Framework", AACE International, Morgantown WV, 2006, pp113–147.
- [9] Nigrini, M., Forensic Analytics: Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations. Hoboken, NJ, John Wiley & Sons Inc., June 2011, pp 206-235.
- [10] Strong, R., Portfolio construction, management, and protection, South-Western Cengage Learning, Mason, Ohio, 2009 , pp.527-537.
- [11] Amos, S., "Skills and Knowledge of Cost Engineering,"-Fifth Edition, AACE International, Morgantown, West Virginia, 2004, pp 109-127.
- [12] Brynjolfsson, E., "The productivity paradox of information technology".Communications of the ACM International, Mason, Ohio, 2003, pp 66–77.
- [13] Guenter Hofstetter, Guenther Meschke - Numerical Modeling of Concrete Cracking (CISM International Centre for Mechanical Sciences)vol 121, pp. 5-8, 2001
- [14] Michael N. Fardis - Innovative Materials and Techniques in Concrete Construction ACI Materials Journal, March-April 1998, pp. 92-87, 1998
- [15] H. Armen Jr., A. Pifco and H. S. Levine A Finite Element Method for the Plastic Bending Analysis of Structures .Gruman Research Departament Report Re 347-J, October 1968.

- [16] Clarke G., Scholz H and Alexander M. New Method to Predict the Creep Deflection of Cracked Concrete Flexural Members. *ACI Materials Journal*, March-April 1988, pp. 95-101, 1988.
- [17] DIN 1045-1. EN-Concrete reinforced and prestressed concrete structures - Part 1: Design and construction.
- [18] NE 012-2/2010 - Normativ pentru producerea si executarea lucrarilor din beton, beton armat si beton precomprimat, Partea 2: "Executarea lucrarilor din beton"
- [19] Puente, I., Santille, A., Lopez, A. (2010) „Lateral pressure over formwork on large dimension concrete blocks“, *Engineering Structures* 32, 2010, pp.195-206.
- [20] DIN 18218 (2008) -„Frischbetondruck auf lotrechte Schalungen“ Deutsches Institut für Normung, 2008, 16-140 pp.
- [21] ACROW Concrete Hardware, (1981) “Concrete pressure on formwork”, by CIRIA, Jan. 1981, 27 pp.
- [22] CIRIA Report 108 (Construction Industry Research and Information Association), (1985) - “Concrete pressure on formwork” ISBN: 086017 250 3, ISSN: 0305-408X, 32 pp.
- [23] ACI Committee 347. Guide to Formwork for Concrete. ACI Standard; 2004. 32-47 pp.
- [24] Hurd, M.K. (2007). Lateral Pressures for Formwork Design - A review of the formulas to determine the pressure of fresh concrete, *Concrete International*, V. 29, No. 6, June. 2007, pp. 31-33.
- [25] Chidiac S.E., Mahmoodzadeh F., (2009). Plastic viscosity of fresh concrete – A critical review of predictions methods, *Cement & Concrete Composites* V 31, No. 8, September 2009, pp 535–544.
- [26] Simha R. (1952) A treatment of the viscosity of concentrated suspensions, *J. Appl. Phys.* 23, 1020,1952, pp 45-49.
- [27] Billberg, P.; Silfwerbrand, J.; and Österberg, T., Form Pressures Generated by Self-Consolidating Concrete, *Concrete International*, V. 27, No. 10, Oct. 2005, pp. 35-42.

Anexa A-Articole științifice publicate.

Mai jos se prezintă lista cronologică a publicațiilor științifice făcute de autorul tezei în perioada de scriere și redactare a prezentei teze, cu mențiunea că sunt un total de 9 publicații științifice, din care una în curs de publicare (9). Se mai face mențiunea că sunt 6 publicații ca prim autor (1, 3, 4, 6, 7 și 8). Se mai poate face o notă legată de faptul că în afară de (7) și (9) toate lucrările au legătură directă cu subiectul tezei de doctorat. Urmează lista:

- 1) **Cătinaș S.**, Mircea C.,(2012) First International Conference for PhD students in Civil Engineering, CE-PhD 2012, 4-7 November 2012,Cluj-Napoca, Romania- Initial Strain Concept vs. Constitutive Models Manipulation in Structural Analysis of RC Structures, ISBN 978-973-757-710-8.
- 2) Toșa F., **Cătinaș S.**,(2012) First International Conference for PhD students in Civil Engineering, CE-PhD 2012, 4-7 November 2012,Cluj-Napoca, Romania- Aging factor applying with numerical methods for RC structures, ISBN 978-973-757-710-8.
- 3) **Cătinaș S.**, Mircea C., Toșa F.,(2013), C60 International Conference “Tradition and Innovation-60 Years of Construction in Transilvania”, Finite Element Analyses of Concrete Boat.
- 4) **Cătinaș S.**, Boca M., Salhah R., ,(2013), C60 International Conference “Tradition and Innovation-60 Years of Construction in Transilvania”, Seismic solution for RC building.
- 5) Toșa F., Salhah R., **Cătinaș S.**,(2013), C60 International Conference “Tradition and Innovation-60 Years of Construction in Transilvania”, Numerical concept to determine the stress distribution in isotropic elements, taking into account the aspect of time.
- 6) **Cătinaș S.**, Toșa F., (2013), Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures(IASS) Symposium 2013 “BEYOND THE LIMITS OF MAN” 23-27 September, Wroclaw University of technology, Poland, Initial Stress/Strain concept in Manipulation of Constitutive Models for RC Beams and RC Columns Subject to Earthquake Impact.
- 7) **Cătinaș S.**, Matei F., (2014) Proceedings of the IE 2014 International Conference- The 13th International Conference on Informatics in Economy, IE2014,15,05,2014,Business E-solutions for small construction companies and freelancers.
- 8) **Cătinaș S.**, Domșa J., (2014) Proceedings of the IE 2014 International Conference- The 13th International Conference on Informatics in Economy, IE2014,15,05,2014, Data solutions for expressing the lifespan of a construction structure
- 9) Domșa J.,**Cătinaș S.**, (2014), Conference People Buildings and Environment 2014(PBE 2014) 15-17 October, 2014,Kromeriz, Czech Republic, WWW.FCE.VUTBR.CZ/EKR/PBE , Comparative Study Concerning Concrete Pressure on Formwork

Voi prezenta o selecție de două articole în continuare.

Aging factor applying with numerical methods for RC structures

Florin Toşa*1, Sergiu Căţinaş*2

1,2 Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering. 15 C Daicoviciu Str., 400020, Cluj-Napoca, Romania

Abstract

The numerical methods known in our days proved to be very useful tools in approximating actual level of efforts. Most important factors that influence the level of efforts for structures can lead to irreversible changes in a structure behavior. Therefore these factors tend to influence the actual level for age of a structure. The paper deals with a new concept for evaluation of age factor for RC structures, in particular with creating a numerical expression that approximate the age of building with respect for the estimated life time for a building and main important degradation/deterioration factors. Also the paper deals with a numerical method that estimated the age factor of a structure with respect of the factors that most influence the level of degradation for a RC structure. The paper also creates an algorithm that can lead to a computer based calculation of the age level for a structure. The paper propose the numerical method by manipulating the constitutive law of the materials with respect to the most important factors that occurs to a RC structure and influence the degradation/age level of a RC structure. The application of this algorithm is obviously of great interest.

1 Introduction

There is now a β factor for risk that estimates the risk of failure for a structure. That factor and ways to estimate 'β' is integrated in an algorithm that leads to a prediction based on some researches made by Dersonof in the last decade. I do believe that for buildings the factor β that estimates the risk like the β factor in other fields like economy is not significant in all cases.

The reason for β factor not being significant in all cases is because there are cases when a structure becomes unusable not only in situations determined by the risk of collapse. Some RC structures are taken out of usage due to other reasons like old fashion architectural/technological, cracks in concrete, or high risk for future collapse in the event of a seism.

2 Purpose of the paper work

Therefore I would propose a new algorithm that takes in consideration these possibilities. This algorithm takes in consideration the time influence over a concrete structure with its main factors of influence and calculates a β factor that is a percentage that goes from 'age' 0 that corresponds to the moment when the structure is new to the age of 100 that corresponds to the time when the structure will eventually become unusable. That result is of valuable especially for economical purposes but for research field as well.

3 Main idea

The main idea of this paper work is to introduce a new concept specific for concrete structures that takes in consideration not only the classic β factor. Due to numerous other situations when concrete structures become disaffected is necessary to bring forward the necessity of a factor α . α is a factor that gives us the number of years predicted for a life of a structure.

I would consider other formulation for estimation of RC structure life:
 $\alpha = n\beta_1\beta_2\beta_3\beta_4$

Where α =time for a RC stricture to be used ;

β_i -factors that influence the 'life' of the structure due to degradation/temperature variations/seism and architectural/technological aspects ;

n= ususal time for a similar RC structure to be used .

4 Analize of the main idea

Main factors that influence Beta (barat) are : Temperature and fluctuations of temperature , initial Stress/strain due to small imperfections, chemical factors ,especially corrosion of the concrete reinforcement ,risk of collapse (Beta factor) , degradation of the structure and risk of a seism.Note that some of the factors will not be treated here and that in some situations there might be some other significant other factors. The temperature and influence of the temperature over the structures can be estimated as Bazant did through numerical methods as follows:

$$\begin{cases} \epsilon_v(t) = \frac{\sigma(t)}{K} + \int_{t_0}^t \frac{\sigma(\tau)}{K} F_v(\tau) L_v(t, \tau) d\tau \\ e_{ij}(t) = \frac{s_{ij}(t)}{2G} + \int_{t_0}^t \frac{s_{ij}(\tau)}{2G} F_d(\tau) L_d(t, \tau) d\tau \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{cases} \quad (1)$$

Where t=time; σ, τ =stress and strain; t_0 =time for first loading; G is shear modulus

S_{ij} = Variant of stress and strain;

K is volumetric modulus and G is shear modulus

F_v, F_{vd} =polynomials in the basic invariants of the stress tensor in time;

$$F_v(\tau) = 1 + \left[\frac{\sigma_v(\tau)}{400} \right]^2$$

And

$$F_{vd}(\tau) = 1 + \left[\frac{\bar{s}(\tau)}{250} \right]^2 \quad (2)$$

Where \bar{s} = *Stress intensity* is:

$$\bar{s}^2 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2 \quad (3)$$

Where

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij}\sigma_v \quad (4)$$

By dividing interval of time into n parts equal to time variation Delta $t = t_{(v)}$ we have:

$$e_{v(r)}^0 = \frac{\sigma_{v(r)}^0}{K}, \quad e_{ij(r)}^0 = \frac{S_{ij(r)}^0}{2G} \quad (5)$$

Where

$$\sigma_{ij(r)}^0 = \sum_{s=0}^r C_{(s)}^r \sigma_{v(s)} F_{v(s)} L_v(t_{(r)}, t_{(s)}) \quad (6')$$

$$S_{ij(r)} = \sum_{s=0}^r C_{(s)}^r S_{ij(s)} F_{d(s)} L_d(t_{(r)}, t_{(s)}) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (6)$$

Also the time variations can lead to numerical method and a researches group from Vidiavardhini's College of Engineering reached to a numerical method described below that gives us a mathematical formulation of how the time is affecting a concrete structure. The time dependece is known already as follows:

$$T_{(x,y,z,t)} \approx \sum_{j=1}^n T_j^e(t) \psi_j^e(x, y, z) \quad (7)$$

By substituting $\varphi = \psi_j^e$ and replacing T(n) is:

$$0 = \sum_{j=1}^n (M_{ij}^e \frac{\partial T_j^e}{\partial t} + K_{ij}^e T_j^e) - Q_j^e - q_j^e \quad (8)$$

In matrix formulation:

$$[M^e]\{T^e\} + [K^e]\{T^e\} = \{Q^e\} + \{q^e\} \quad (9)$$

Where $[M^e] = \int_{\Omega^e} \rho C \varphi_i \varphi_j dx dy dz$;

$$[K^e] = \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \left(K_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \left(K_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \right) + \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \left(K_{11} \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \right) \right] dv$$

$$\{Q^e\} = \int_{\Omega^e} \varphi_1 Q dv$$

Equation (9) can be rewritten:

$$[M^e]\{T^e\} + [\tilde{K}^e]\{T^e\} = \{F^e\} \quad (10)$$

Where \tilde{K}^e is stiffness matrix +matrix modified because of the convective and radiation losses and F^e =heat source +convective and radiation loads;

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n$$

The Euler's formulation of equation (10) gives:

$$\frac{1}{\Delta t} = [M(T^{n+1}) + \tilde{K}(T^{n+1})]T^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} = [M(T^{n+1})T^n + \tilde{F}(T^{n+1})] \quad (11)$$

Factors like small imperfections can be easily estimated from the very beginning from the phase of the design through correction factors and most of the codes have correction factors including Euro code. In some very rare cases like (Allstate Arena –Chicago, Illinois-a structure that collapsed during construction due to cumulative effect of manufacture imperfections) if those imperfections persist there is necessary for a computer based reanalyze of the structure with imperfections calculated as they are.

Factors like chemical factors, without corrosion due to humidity which is the most common can be estimated only statistically with very few exceptions. These exceptions require special case

by case analyze and because those are very are cases I will not insist over those cases. There are theoretical known formulas of how the most important chemical factors influence the materials.

$$C(x, t) = C_0 \left[1 - \operatorname{Erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{D_c t}} \right) \right] \quad (12)$$

Where C_0 =level of corrosion agent at surface of the element in percentage;

D_{c0} –the diffusion factor with respect of the ratio a/c;

$C(x,t)$ -level of the corrosion agent after a time t of exposure (percentage) ;

D_c –the diffusion factor in concrete mass (mm²/sec) ;

$\operatorname{Erf}(z)$ -function that considers errors;

$$D_c(t) = D_{c0} D_1 t^{-1/10} \quad (13)$$

Where D_{c0} –the diffusion factor with respect of the ratio a/c;

D_1 -constant =1 for usual concrete;

t-time of exposure;

Corrosion for the concrete reinforcement is a phenomenon that was of great interest for researches like Mircea Calin from UTCN who made large studies for this matter. In order to be very precise I would present a method by Iwanami.

$$f_{a(p)c} = f_{a(p)c0} (1 - 0.0132 \Delta A_{a(p)}) \quad [\text{N/mm}^2] \quad (14)$$

$$E_s = E_{s0} \frac{1 - 0.0132 \Delta A_s}{1 - 0.01 \Delta A_s} \quad [\text{N/mm}^2] \quad (15)$$

$f_{a(p)c}$, $f_{a(p)c0}$ - creep strength of reinforcement after and before corrosion

$\Delta A_{a(p)}$ - thinning of the cross section of reinforcement in percentage

E_s , E_{s0} - elasticity module of reinforcement before and after corrosion

This model is simple to use, but for the determination of $\Delta A_{a(p)}$ is required a test in site. Concrete humidity can be acclimated with the absorption isotherms of Roelstra:

$$w(T, H) = a_1 + a_2 T + a_3 H + a_4 TH + a_5 H^2 + a_6 TH^2 \quad (16)$$

Where:

w - Concrete humidity (kg/m³)

T – temperature (Kalvin degrees)

H - macroscopic pores humidity

The main factor that influences the 'life' of a building is obviously Beta factor. Beta factor is based on a semi-probabilistic theory . This theory is developed already and there is a computer based program that does this calculus .

$$\frac{R_r}{\gamma_M} - \frac{S_r}{\gamma_I} = R_c - S_c > 0_s \quad (17)$$

Where R_r - reference level for bearing capacity of the structure, calculated with characteristic values of material properties

S_r - function that describes the reference level of normal load influences on the structure

- γ_M - partial safety factor for materials
- γ_1 - partial safety factor for loadings
- R_c - design value for bearing capacity of the structure
- S_c - design value for load

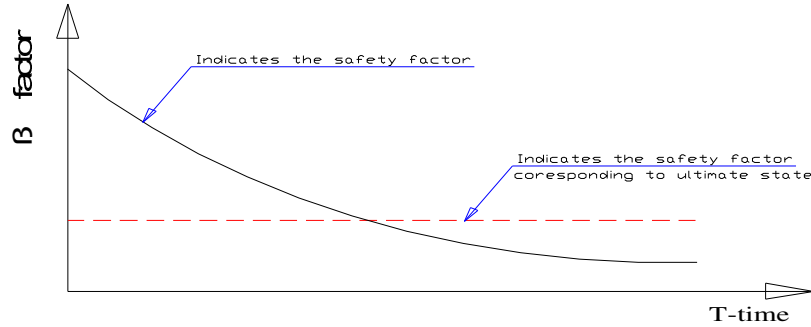


Fig.1-safety factor with respect to time

Degradation of a concrete structure can be calculated only as a semi probabilistic calculus if we consider degradation elements like accidents or rehabilitation. Also as a degradation of concrete elements an important factor is viscoelasticity of materials to be considered. Viscoelasticity can be neglected in most of the cases but due to repeated cycles of loading/unloading in different conditions of temperature and other factors in some cases can't be ignored. Although the Boltzmann's principle can be found in many works, we illustrate one example below by taking into account the load (4).

$$\phi(I_m^{(\sigma)}, I_n^{(\varepsilon)}, \dot{I}_m^{(\sigma)}, \dot{I}_n^{(\varepsilon)}, \ddot{I}_m^{(\sigma)}, \ddot{I}_n^{(\varepsilon)}, \dots, t) \rightarrow F(\sigma, \varepsilon, \dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}, \ddot{\sigma}, \ddot{\varepsilon}, \dots, \dot{t}) = 0 \quad (18)$$

Where $I_m^{(\sigma)}$, $m=1,2,3$ -invariants of the stress tensor σ and $I_n^{(\varepsilon)}$, $n=1,2,3$ -invariants of the strain tensor. Also dots are for the partial derivatives for the time.

$$\sigma = \sigma_1[H(t - t_1) - H(t - t_4)] + \sigma_2[H(t - t_2) - H(t - t_3)] \quad (19)$$

Where

$$H(t - t_{(i)}) = \begin{cases} 1 \rightarrow t - t_{(i)} \geq 0; \\ 0 \rightarrow t - t_{(i)} \leq 0; \end{cases} \quad (20)$$

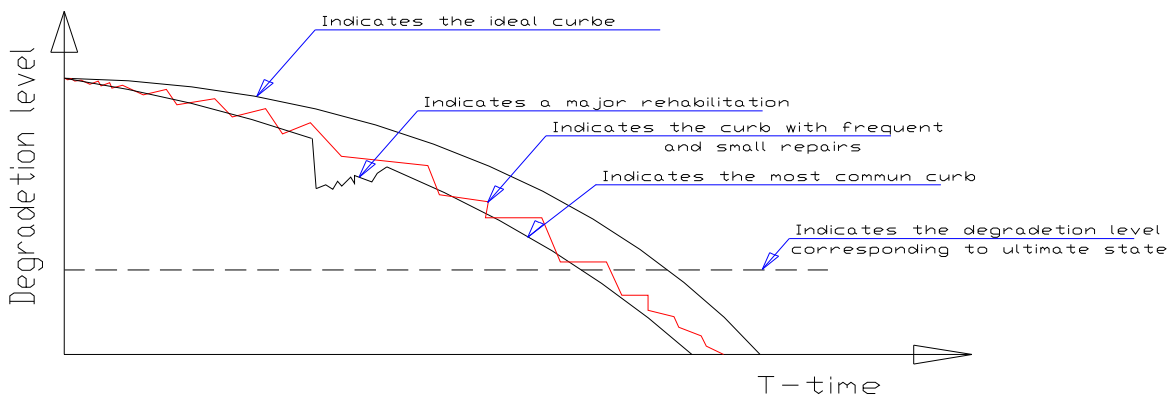
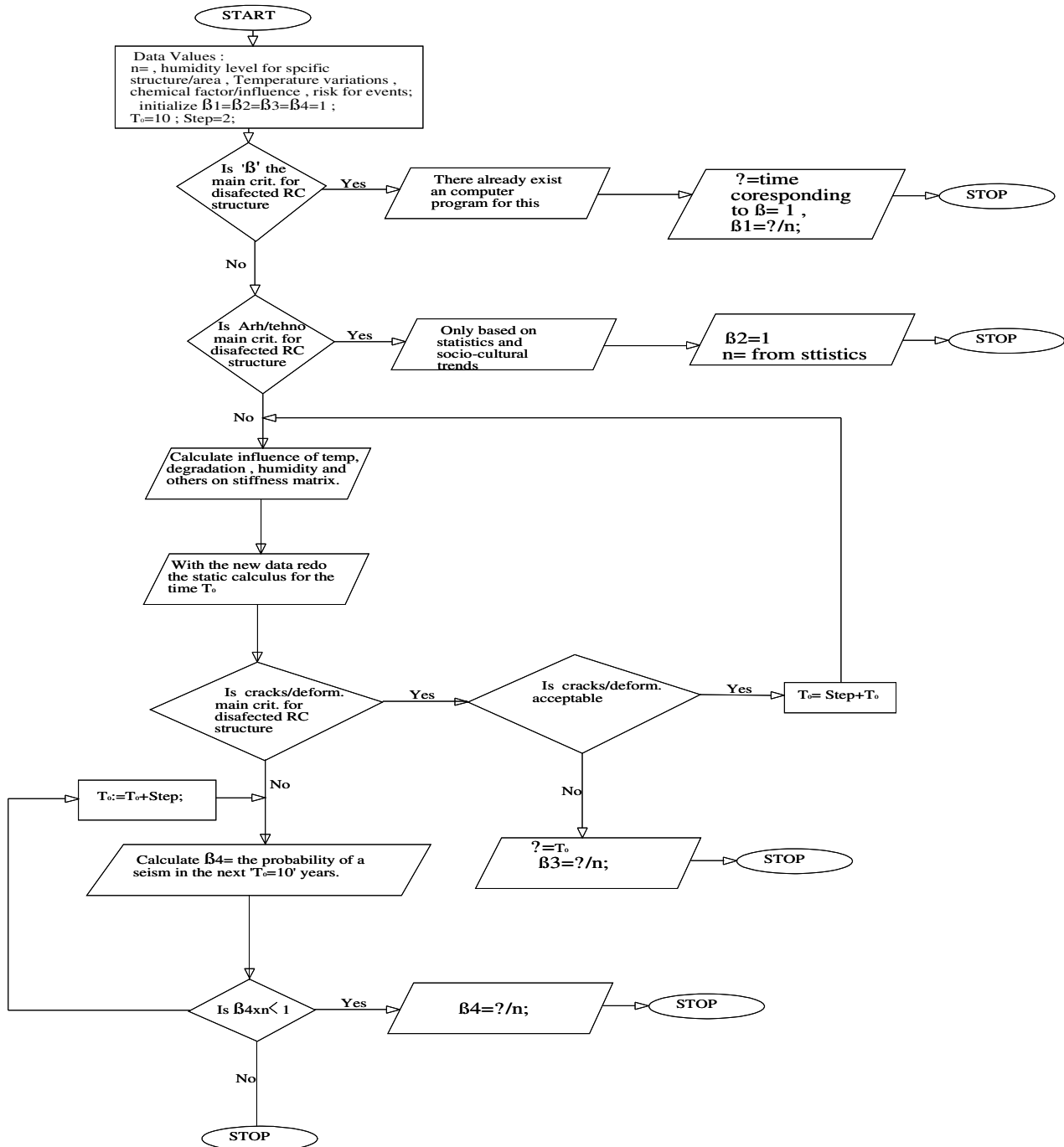


Fig 2 Usual degradation level curb

5 Proposed algorithm

We would like to present an algorithm that can easily lead to a computer based program. This algorithm is suitable enough to estimate the life of a building based on semi probabilistic calculus as well as versatile known numerical methods.



6 Conclusions

We appreciate that a powerful tool that estimates the period of time for a concrete structure to be used is a real benefit. The applications for such a versatile tool are obviously. We are working on a computer based application based on this algorithm. We do believe that through this proposed method we can deliver a better answer to our research goals.

I will also like to note some important benefits for this new method. Not only that this algorithm can be dynamically, meaning that it can be adjusted so that new researches can be included in this algorithm (better numerical methods to estimate the collapse for example), but it can be changed with respect to sociological factor (probability of an accident, cost of structure, cost of maintenance...etc)

Keywords: stiffness matrix; age level; numerical method;the age factor; algorithm;
Semi probabilistic method;

References

- [1] Guenter Hofstetter, Guenther Meschke - Numerical Modeling of Concrete Cracking (CISM International Centre for Mechanical Sciences)vol 121, pp. 5-8, 2001
- [2] Michael N. Fardis - Innovative Materials and Techniques in Concrete Construction *ACI Materials Journal*, March-April 1998, pp. 92-87, 1998
- [3] H. Armen Jr., A. Pifco and H. S. Levine A Finite Element Method for the Plastic Bending Analysis of Structures .Gruman Research Departament Report Re 347-J, October 1968.
- [4] Clarke G., Scholz H and Alexander M. New Method to Predict the Creep Deflection of Cracked Concrete Flexural Members. *ACI Materials Journal*, March-April 1988, pp. 95-101, 1988.
- [5] Z. P. Bzant .Numerical solutions of non-linear creep with application to plates.*Inter.Journal of Solids and Structure* 7,83-979 (1971)

Initial Strain Concept vs. Constitutive Models Manipulation in Structural Analysis of RC Structures

Sergiu Căținaș^{*1}, Călin G.R. Mircea²

Abstract

The initial strain/stress concept proved to be a versatile tool in the numerical thermal analysis of structures since the early '1960. With respect to the reinforced concrete structures, the concept proved to be efficient also in modeling shrinkage, creep and prestressing strains. The development within the last decade of the strengthening techniques with composite reinforcement (e.g., strips or nets of polymer fibers like carbon, glass etc.) opens to the concept new perspectives, its advantages in the application within the field being obvious.

The paper deals with a summary of the recent techniques in solving the problems related to the initial strain concept by manipulating the constitutive models of the materials. Such approaches prove to be much more efficient in solving the practical problems of standard practice and are easy to be understood and implemented even in analyses with refined results. The manipulation of the unidirectional constitutive law of concrete in compression is the major tool for simplified non-linear analyses. Thus, triaxial stress states (e.g., confinement of concrete core), cyclic behavior, long-term behavior can be easily modeled. Next, the paper refers to practical applications performed on creep and shrinkage and strengthening of flexural reinforced concrete members, by manipulating the uniaxial constitutive law in compression.

Keywords: initial strain; constitutive law manipulation; non-linear analysis; reinforced concrete structures.

1. Introduction

Analysis of a structure by numerical methods is based on the solution of a set of equilibrium equations and a kinematically admissible displacement field. These are complemented by the boundary conditions and initial deformations. These statically and kinematically admissible sets are independent of each other, and the link between them is ensured by the material constitutive relations.

Cauchy generalized Hooke's law of elastic bodies states that the 6 components of the stress vector are linearly related to the 6 components of the strain vector. In general, stress-strain relationships are known as constitutive relations. The general form for an anisotropic material is given by the following relation:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (1)}$$

As shown in Eq. (1), the stiffness matrix that relates stress and strain has 36 components C_{ij} , where $i,j=1\div 6$. However, due to the symmetry of stress, strain and energy deformation, the stiffness matrix becomes symmetrical and only 21 variables are independent. Concrete is a composite and cohesive-frictional material. Its complex non-linear behavior is governed by the macroproperties of the main constituents (i.e., the aggregates and the cement paste), and their intimate contact characteristics including many irregular micro-cracks. As long as the direction of the principal stress components coincide with the principal directions of the strain components within the concrete mass, concrete can be considered as an orthotropic material (i.e., a material with 3 planes of symmetry). Thus, the constitutive relation following the principal directions become:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-v_{23}v_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{v_{21}+v_{31}v_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{v_{31}+v_{21}v_{32}}{E_2E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{12}+v_{13}v_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{1-v_{13}v_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{v_{32}+v_{31}v_{13}}{E_1E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{13}+v_{12}v_{23}}{E_1E_2\Delta} & \frac{v_{32}+v_{13}v_{23}}{E_1E_2\Delta} & \frac{1-v_{12}v_{21}}{E_1E_2\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2)}$$

with

$$\Delta = \frac{1 - v_{12}v_{21} - v_{23}v_{32} - v_{31}v_{13} - v_{21}v_{32}v_{13} - v_{12}v_{23}v_{31}}{E_1E_2E_3} \quad \text{Eq. (3)}$$

There are only 9 elastic constants in orthotropic constitutive relations. By convention these are the 3 Young's moduli E_1, E_2, E_3 , the 3 Poisson's ratios $\nu_{23}, \nu_{31}, \nu_{12}$, and the 3 shear moduli G_{23}, G_{13}, G_{12} .

In current practice it is very difficult to perform anisotropic non-linear analyses due to the huge amount of calculus needed and the high costs. The uniaxial stress-strain behavior of concrete is taken as reference. Various proposals were made both for compression and tension. Figure 1 shows most common stress-strain relations for use in current practice concerning compressed concrete. The most refined (e.g., Figures 1.a and 1.b) are used in general in global structural analyses, while the simplified ones (e.g., Figures 1.c and 1.d) are appropriate for sectional analysis. However, as illustrated by Figure 2, there are no major differences in their implementation in structural analysis.

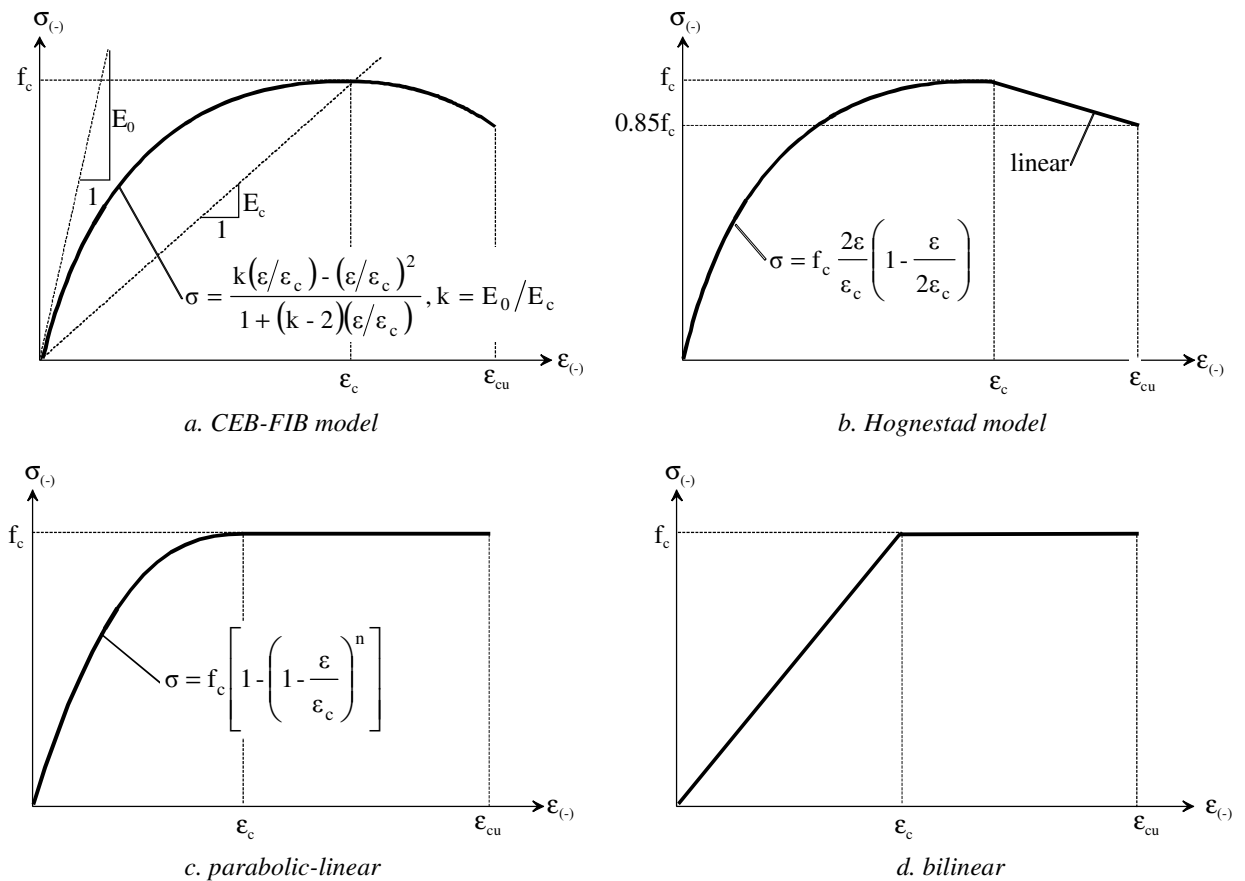


Figure 1. Common stress-strain relations for concrete in compression.

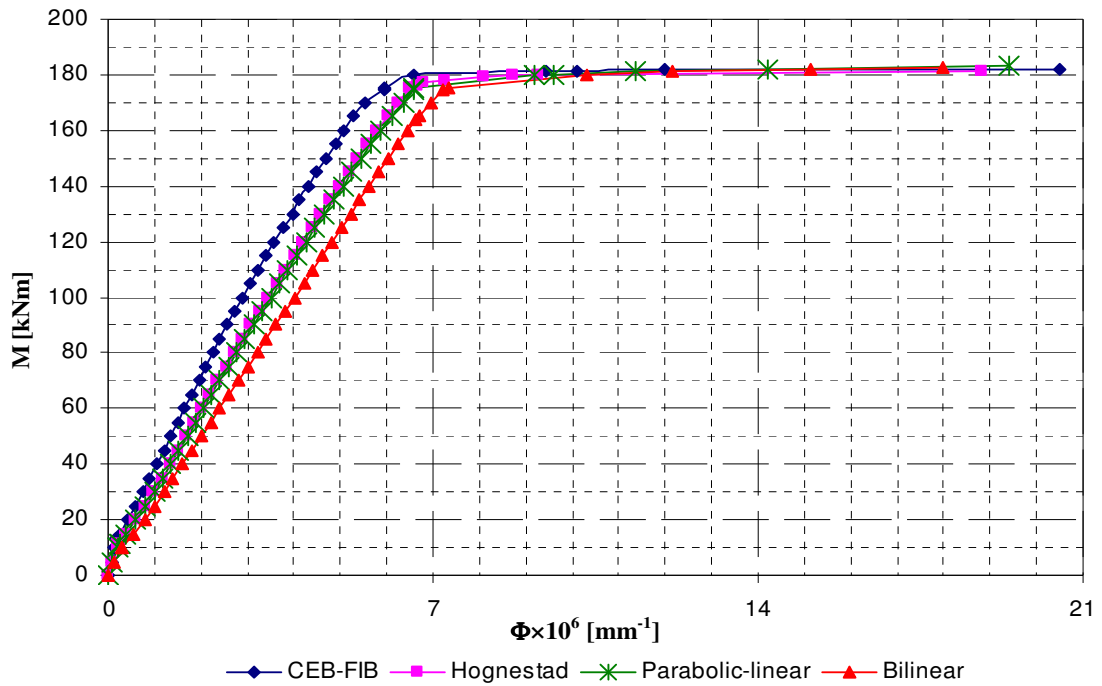


Figure 2. Moment-curvature relations for a simple rectangular cross-section.

For concrete subjected to pure tension, the stress-strain curve is almost linear. Therefore, a linear stress-strain relation is very simple and convenient to be considered. However, the cracked concrete can still transfer shear forces. This transfer is ensured by the aggregate interlocking for concrete classes up to C 30/37 as shown by Mircea [1], and by shear retention (i.e., shear friction) for higher concrete grades, as mentioned by Hu at all [2]. Therefore, an ultimate crack width can be found on the ground of the specific fracture energy G_f (as introduced by Bažant and Pfeiffer [3]) as shown in Figure 3.a, and the associated ultimate tensile strain (Figure 3.b) by a smeared crack approach results by dividing the crack limit to the average crack spacing.

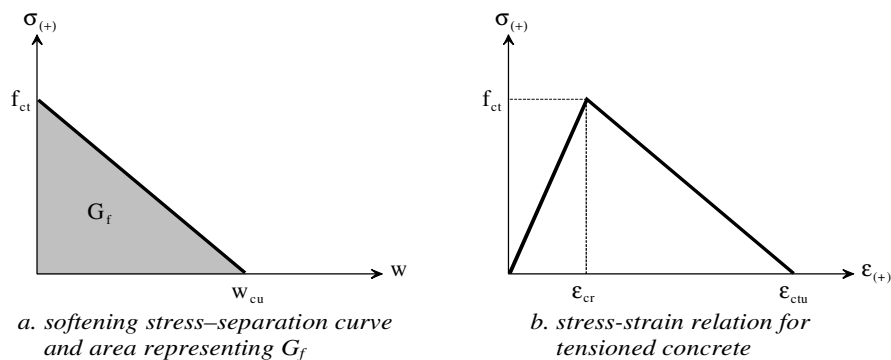


Figure 3. A simple model for concrete softening in tension.

The reinforcing steel is also convenient to be modeled by polyline stress-strain relations, as shown in Figure 4. Due to their intrinsic elastic behavior, composite reinforcement (e.g., carbon fiber or glass fiber embedded in a resin matrix) is also modeled by a single straight line diagram, as a perfect elastic material.

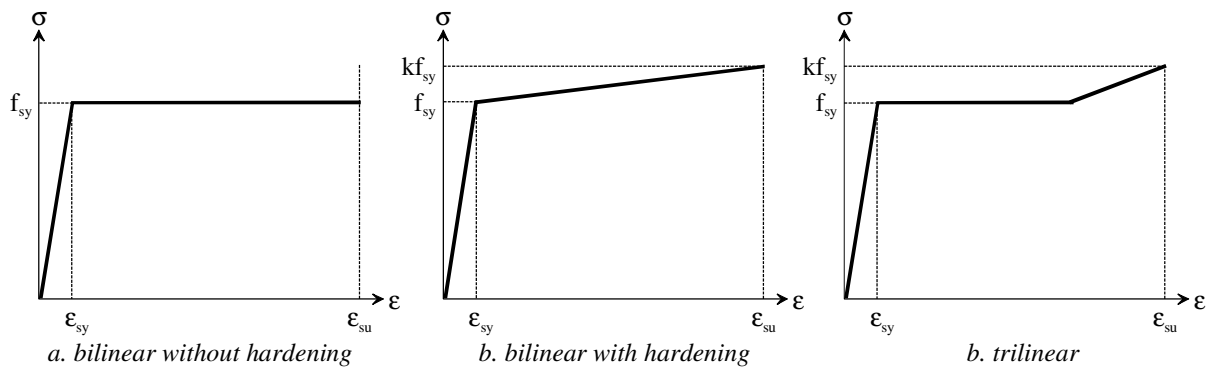


Figure 4. Various idealized stress-strain relations for reinforcing steel.

As shown above, reinforced concrete is a complex anisotropic material, with a unique elasto-plastic behavior. However, its behavior can be described with satisfactory results by choosing adequate constitutive models. The initial strain/stress concept, a versatile tool developed for numerical thermal analysis of structures, proved its efficiency also in modeling of creep, shrinkage, prestressing and strengthening. However, in many cases it is much more convenient to manipulate the uniaxial constitutive models. Next, a few examples are presented, based on the incremental nonlinear technique developed by Mircea et al [4]. The examples refer to the tension stiffening effect, long term behavior of concrete, confinement of concrete and strengthening of elements.

2. Tension Stiffening Modeling

Tensioned concrete between the primary cracks may increase up to several times the stiffness of a structural member related to the stiffness based on a fully cracked cross-section (see Figure 5). This contribution is very important especially in Serviceability Limit States design, and may be neglected at Ultimate Limit States design.

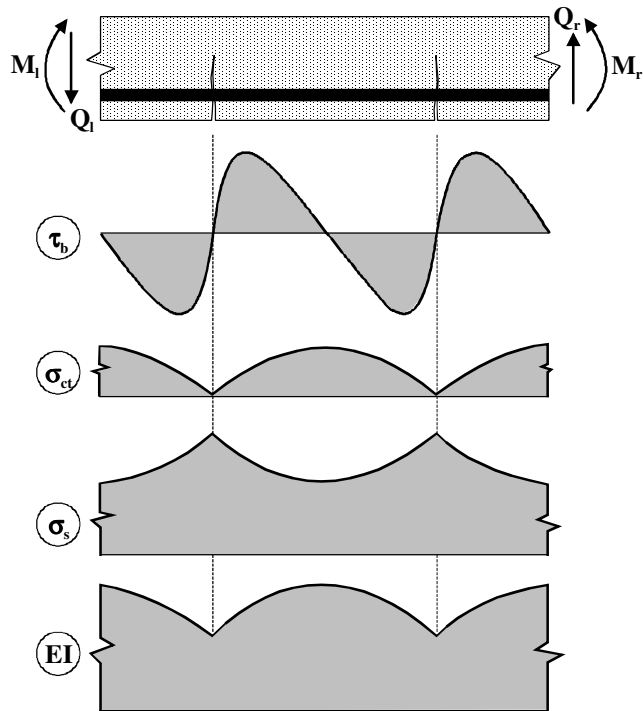


Figure 5. Stress behavior and rigidity variation between two primary cracks.

Considering the tension stiffening effect in Finite Element Analyses may increase also the accuracy of the analyses in describing the post-peak behavior of the structure. Nevertheless, this implies the consideration of the fracture energy G_F as introduced by Hillerborg [5], considering the complete stress-separation curve, not only the initial tangent of the softening stress-separation curve of the cohesive crack model (see Figure 6). On a statistical background, Bažant and Giraudon [6] revealed that $G_F \approx 2.5G_f$.

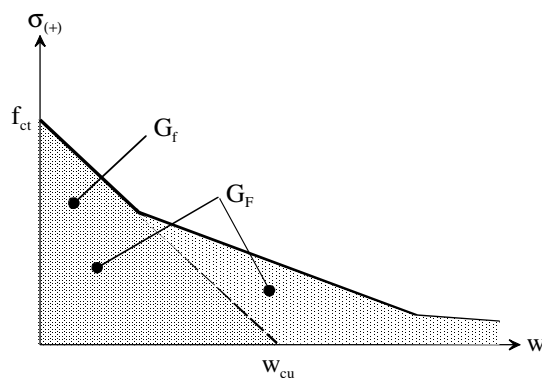


Figure 6. Interpretation of the fracture energy.

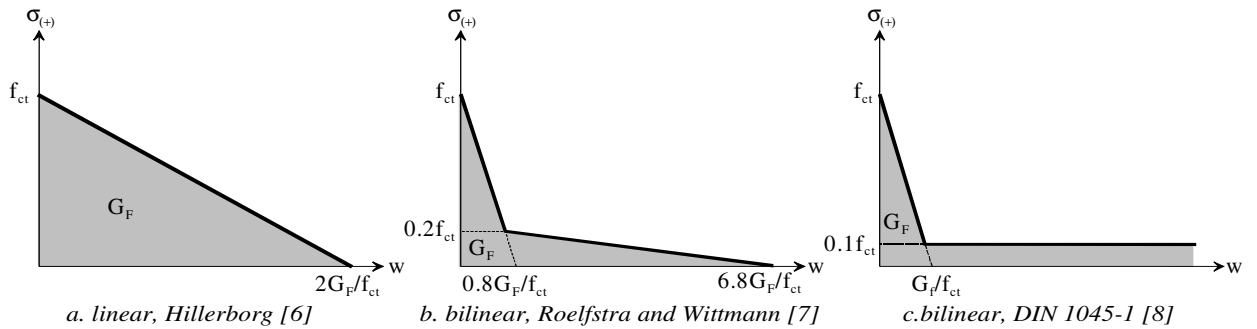


Figure 7. Stress-separation curves.

Several stress-separation relations for cracked concrete using the smeared crack concept are proposed in the literature. Figure 7 presents a few simple proposals. By dividing the crack width to the average crack spacing, usually $2/3$ of the element height, we can get the idealized stress-strain relation considering the tension-stiffening effect.

Next, we shall consider a simply supported beam, acted by an increasing concentrated midspan load. The beam is made of C 16/20 concrete class and has a rectangular 200×500 mm cross-section. Rebars are 3 $\varnothing 20$ and are made of PC 52. The mean properties of the concrete were considered, with the CEB-FIB relation for concrete in compression. A bilinear with hardening constitutive model was considered for the reinforcing steel, based on the characteristic properties. For tensioned concrete, tension stiffening was introduced by the Roelfdtra and Wittmann [7] model (see Figure 7.b) with $G_F = 30$ N/m. Figure 8 emphasizes the superior stiffness of the model when tension stiffening is considered. In the terms of the ultimate capacity, the differences are insignificant.

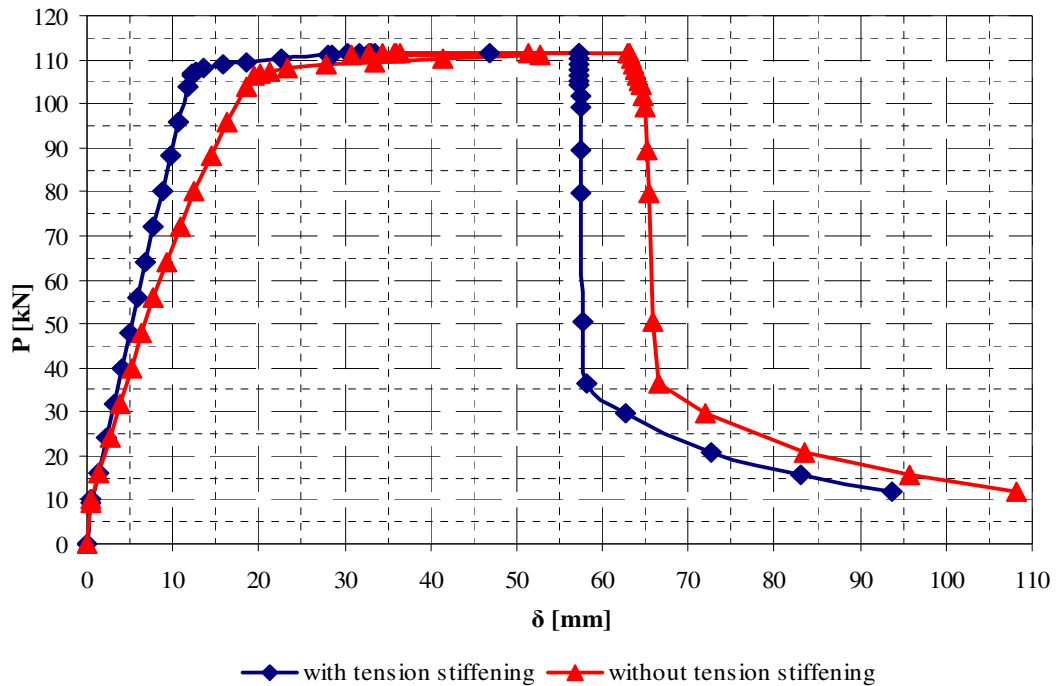


Figure 8. Comparative load-deflection curves.

3. Creep Modeling

Figure 9 presents the simplified approach for long time behavior. Creep is considered by scaling the uniaxial stress-strain curve with the factor $(1+\phi)$, where ϕ is the creep coefficient. Due to the stress redistribution, mainly to the reinforcement, the stresses do not remain constant during the period of time considered. Thus a slightly overestimation of the deformations occurs. However, the approach provides fast information with sufficient accuracy. Unfortunately, only initial strain concept gives satisfactory results for non-linear creep, at superior loading levels (e.g., above 40 % of the ultimate load). Figure 10 and Figure 11 present the predicted long time behavior for the same beam considered in the previous chapter, for a service level of the loads of 20 % of the ultimate load. The creep coefficient, $\phi=1.512$, was calculated according EN 1992-1-1 [9].

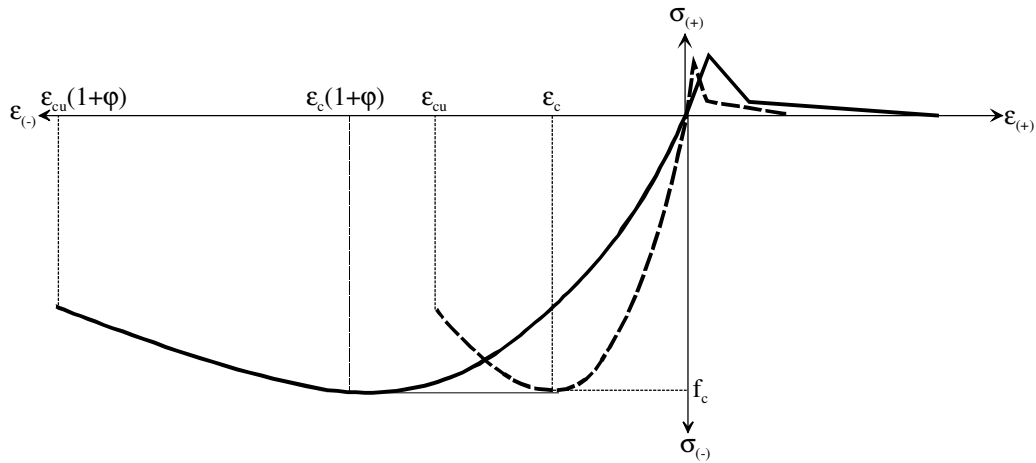


Figure 9. Scaling of stress-strain curve for predicting the creep effect.

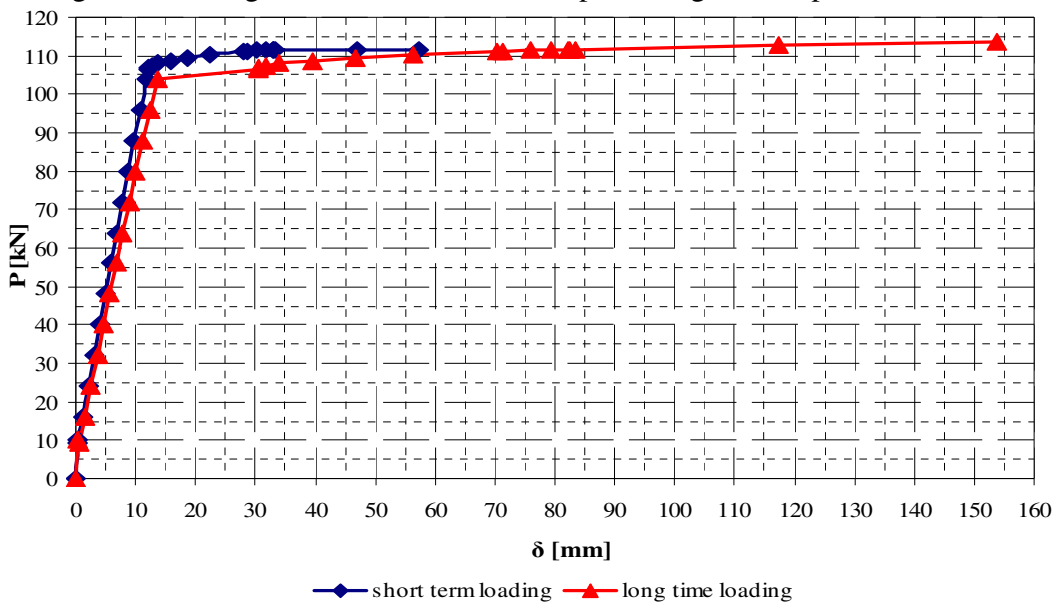


Figure 10. Comparative load-deflection curves for creep effect.

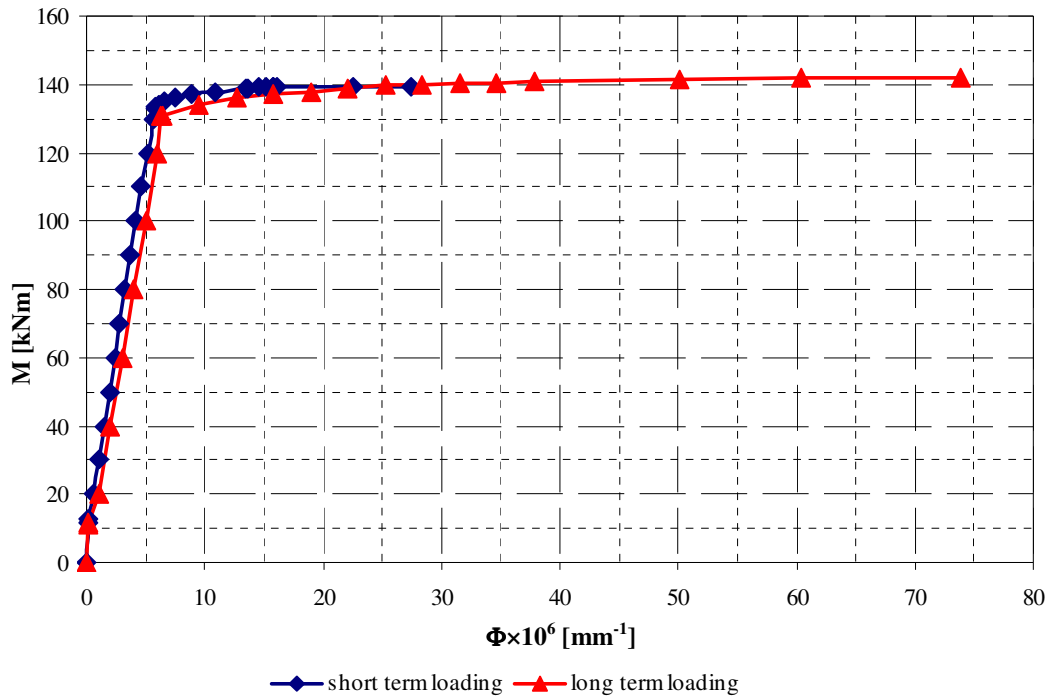


Figure 11. Comparative moment-curvature relation for creep effect.

4. Confinement Modeling

After 2000, the major codes of practice introduce reliable models to consider the confinement of concrete in RC columns. Practically, confinement is considered using a similar distortion of the stress-strain relation, as shown in Figure 12. Because confinement caused by the Poisson lateral effect acts only at high values loads, the technique is valuable for Ultimate Limit State design.

As an example on applying the technique, Figure 13 shows the relative stress state in a RC column with confined core.

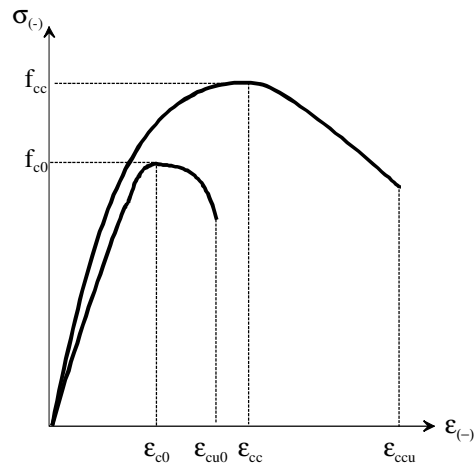


Figure 12. Distortion of the stress-strain to introduce confinement of concrete.

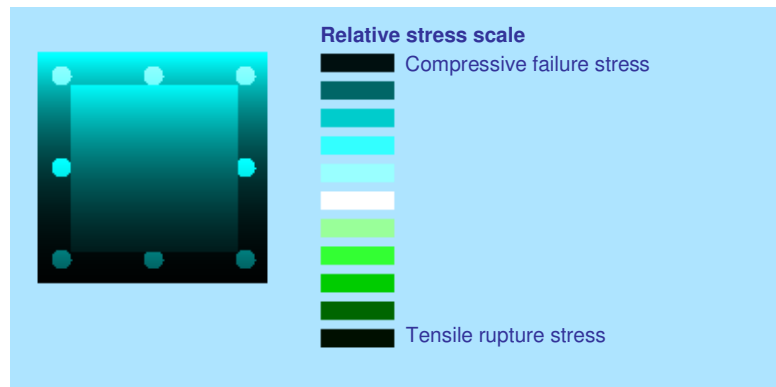


Figure 13. Relative stress scale in a column with confined core

5. Strengthening of RC elements

Besides the consideration of the creep effects, a very simple approach in the modeling of the strengthened RC elements with composite reinforcement is to use self-adaptive bilinear stress-strain relations for the latter (see Figure 14).

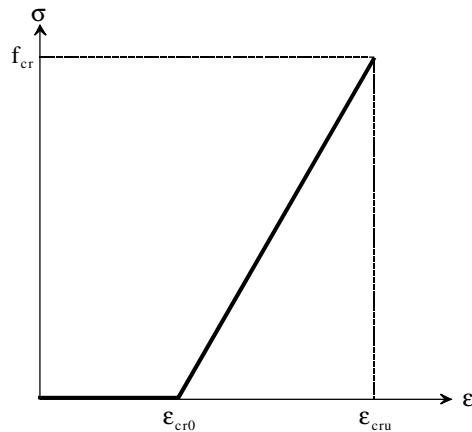


Figure 14. Adaptive stress strain relation for composite strengthening reinforcement.

The variable strain ϵ_{cr0} should be found from a preliminary long term analysis of the member behavior, and it should be equal with the long term strain of the concrete fiber where the strengthening reinforcement is placed.

Figure 15 shows the comparative stress states in a column, before and after strengthening with carbon fiber lamellas, as predicted by Mircea at all [1] under the design transversal earthquake. The column is a member of a planar frame structure. For carbon lamellas were bonded on the four sides of the column. The ultimate stress of the reinforcement is 2,500 MPa, and the Young modulus is 165,000 MPa. For the critical cross-section considered, the initial adaptive strain was -0.098 mm/m for the tensioned bottom fiber, and 0.036 mm/m for the top compressed fiber. For the lateral lamellas the value of the adaptive strain was null.

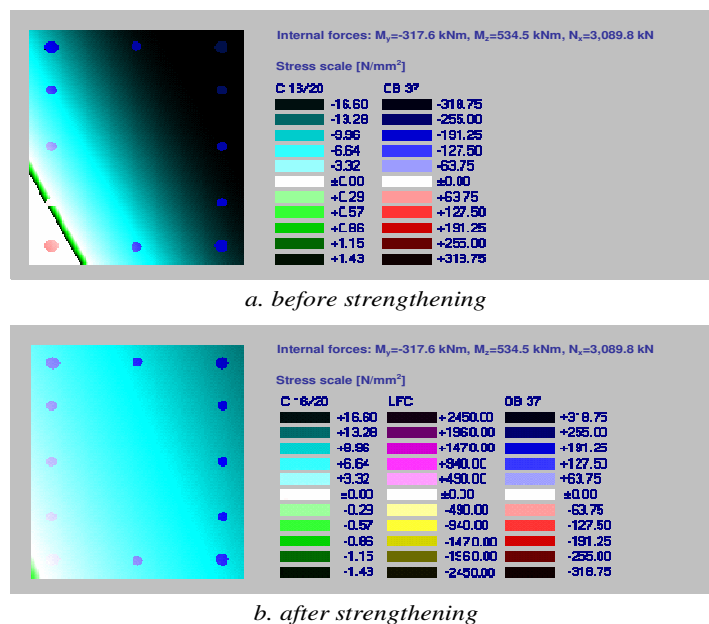


Figure 15. Comparative stresses under transversal design earthquake (Mircea at all [1])

6. References

- [1] Mircea C. *Thin Reinforced Concrete Shells. Finite Element Approach*. UT PRES, 245 p., 2000.
- [2] Hu HT, Lin FM, Jan YY. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plastics. *Composite Structures*, Vol. 63, Issues 3-4, pp. 271-281, February–March 2004.
- [3] Bažant ZP, Pfeiffer PA, Determination of fracture energy from size effect and brittleness number, *ACI Materials Journal*, Vol. 84, No. 6, pp. 463-480, November-December 1987.
- [4] Mircea C, Petrovay G, Nicoară H. *Calculul neliniar al elementelor de beton armat și precomprimat*. Napoca Star, 219 p., 2004.
- [5] Bažant ZP, Becq-Giraudon E. Statistical prediction of fracture parameters of concrete and implications for choice of testing standard. *Cement and Concrete Research*, Vol. 32, Issue 4, pp.529-556, April 2002.
- [6] Hillerborg A. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_f of concrete, *Materials and Structures*, Vol. 18, No. 4, pp. 291-296, 1985.
- [7] Roelfstra RE, Wittmann FH. Numerical Method to Link Strain Softening with Fracture in Concrete, Fracture Toughness and Fracture Energy in Concrete. *Elsevier Science*, pp. 163–175, 1986.
- [8] DIN 1045-1. *EN-Concrete reinforced and prestressed concrete structures - Part 1: Design and construction*.
- [9] EN 1992-1-1. *Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for buildings*.